

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт астрономии Российской академии наук

На правах рукописи

УДК 524.35, 524.85

Никифоров Айсен Гаврильевич

**Динамические процессы в астрофизике:
от эволюции углового момента звезд до формирования
космологических структур**

Специальность 1.3.1 —

Физика космоса, астрономия

диссертация на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

в.н.с., д.ф.-м.н. Барков М.В.

Москва, Россия

2026

Оглавление

	Стр.
Введение	7
Глава 1. Коллапс эллипсоида в черную дыру	19
1.1 Введение	19
1.2 Вычисления	21
1.3 Образование черной дыры	23
1.4 Обсуждение	25
Глава 2. Полуаналитический подход к эволюции космических пустот .	29
2.1 Введение	29
2.2 Войды	31
2.3 Эволюция эллипсоидальной области пониженной плотности	32
2.4 Результаты и обсуждение	36
2.4.1 Вероятность образования космических пустот	40
2.5 Выводы	45
Глава 3. Магнитное торможение пекулярных ssrAp-звезд	47
3.1 Введение	47
3.2 Магнитное торможение	50
3.2.1 Аналитическая модель	52
3.2.2 Численная модель	53
3.2.3 Численное моделирование	58
3.3 Результаты и Обсуждение	60
Заключение	65
Словарь терминов	69
Список рисунков	75

Список литературы	80
Благодарности	92
Приложение А. Вывод уравнения (2.13)	93

Введение

Современная наблюдательная космология развивается благодаря совершенствованию телескопов и расширению обзоров, позволяющих все подробнее исследовать распределение вещества во Вселенной. Интерпретация этих данных требует развития теоретических моделей формирования космологических структур и поиска новых способов проверки представлений об эволюции Вселенной.

Среди дополнительных объектов исследования наблюдательной космологии особый интерес представляют наиболее слабо заселенные области Вселенной — космические пустоты (далее — войды). Это протяженные области пониженной плотности размером от десятков до сотен мегапарсек, внутри которых концентрация ярких галактик значительно ниже средней, а видимое вещество преимущественно сосредоточено в стенках, волокнах и скоплениях на их границах. Войды занимают значительную часть объема Вселенной и являются одним из основных элементов космической паутины [1—3].

Низкая плотность вещества делает внутренние области войдов относительно свободными от сложных нелинейных процессов, характерных для скоплений галактик. В то же время их размеры, форма, распределение, профили плотности и поля скоростей чувствительны к темпу космологического расширения, закону гравитации и временным свойствам темной энергии. Поэтому статистика войдов может дополнять традиционные космологические тесты и использоваться для исследования темной энергии, модифицированной гравитации, массы нейтрино, первичной негауссовости и других возможных отклонений от стандартной Λ CDM-модели [3—5].

Практическое применение таких тестов требует обзоров, одновременно охватывающих большой связный объем и содержащих достаточно плотную выборку красных смещений, включая маломассивные и слабосветящиеся галактики. Развитие каталогов на основе SDSS (*Sloan Digital Sky Survey*) и DESI (*Dark Energy Spectroscopic Instrument*) уже заметно расширило наблюдательную статистику

войдов [5; 6]. Дальнейший рост объема и качества данных связан с действующим обзором миссии Euclid, начавшимся десятилетним обзором LSST (*Large Synoptic Survey Telescope*) обсерватории имени Веры Рубин и будущими наблюдениями космического телескопа имени Нэнси Грейс Роман [7—9]. Это делает разработку надежных аналитических и полуаналитических моделей войдов особенно актуальной.

Формирование войдов и гравитационно связанных объектов восходит к первичным флуктуациям плотности: области пониженной плотности расширяются быстрее космологического фона, тогда как достаточно большие положительные возмущения могут коллапсировать. Тем самым задачи эволюции войдов и гравитационного коллапса естественно связаны как два противоположных режима развития первичных неоднородностей.

Наблюдения космического телескопа имени Джеймса Уэбба (JWST) усилили интерес к механизмам раннего образования черных дыр. В частности, в галактике GN-z11 при красном смещении $z = 10.6$ обнаружены признаки аккрецирующей черной дыры массой порядка $10^6 M_{\odot}$ [10]. Существование таких объектов в первые несколько сотен миллионов лет эволюции Вселенной ставит вопрос о массе исходных зародышей и скорости их последующего роста. Обсуждаются разные сценарии: остатки первых звезд с эпизодами интенсивной, в том числе сверхэддингтоновской, аккреции; массивные зародыши, возникающие при прямом коллапсе газа или сверхмассивных звезд; а также первичные черные дыры [10—12].

Сверхэддингтоновская аккреция может обеспечить быстрый рост легких зародышей, однако излучение, истечения вещества и дефицит газа способны ограничивать ее продолжительность и делать рост эпизодическим. Современные модели пока не позволяют однозначно выбрать между быстрым ростом сравнительно легких зародышей и образованием изначально массивных черных дыр [10; 11]. Аккреция на популяцию первичных черных дыр также могла бы изменить тепловую историю межгалактического газа и оставить наблюдаемые особенности в глобальном сигнале и угловом спектре 21-сантиметровой линии. Поэтому

будущие измерения этого сигнала могут ограничить долю первичных черных дыр и характер их аккреции [12].

В связи с этим существенен вопрос не только о последующем росте, но и о самих условиях образования массивного зародыша. Коллапс реального возмущения обычно не является строго сферическим: различие скоростей сжатия вдоль его главных осей может препятствовать достижению компактности, необходимой для образования черной дыры. Поэтому в первой задаче диссертации исследуется коллапс однородного эллипсоида и определяется максимальная начальная несферичность, при которой образование черной дыры еще возможно.

Одной из отправных точек теории гравитационного коллапса стала модель Оппенгеймера–Снайдера, описывающая сферически-симметричное сжатие однородного вещества без давления в общей теории относительности [13]. Эта модель позволила проследить неограниченное сжатие вещества и его причинное отделение от удаленного наблюдателя. Дальнейшее развитие теории показало, что возникновение сингулярностей не сводится к следствию идеальной сферической симметрии. В частности, теорема Пенроуза устанавливает геодезическую неполноту пространства-времени при наличии замкнутой захваченной поверхности и выполнении определенных энергетических и причинных условий, не требуя сферической симметрии [14]. Однако этот результат сам по себе не определяет, какая начальная форма распределения вещества допускает образование захваченной поверхности при коллапсе.

Для исследования влияния формы важную роль играют модели несферического коллапса в ньютоновском приближении. В работе Лина, Местела и Шу рассмотрено сжатие однородного невращающегося сфероида без давления [15], а Уайт и Силк исследовали эволюцию однородных эллипсоидальных возмущений в расширяющейся Вселенной [16]. В таких моделях движение вещества описывается через эволюцию главных полуосей, что позволяет непосредственно проследить изменение геометрии объекта. Другой подход к описанию анизотропного сжатия в космологии дает приближение Зельдовича, связывающее движение

вещества с начальным полем деформаций и описывающее образование плоских структур до пересечения потоков [17].

В моделях свободного коллапса начальное отклонение от сферичности может усиливаться: сплюснутый сфероид сжимается в плоскую конфигурацию, тогда как вытянутый стремится к веретенообразной форме [15]. При этом обращение одной из полуосей в нуль и рост плотности еще не означают, что вся масса объекта сосредоточилась в достаточно компактной области. Поэтому при оценке возможности образования черной дыры необходимо учитывать не только рост плотности, но и эволюцию наибольшего размера системы.

В настоящей работе этот вопрос рассматривается посредством сопоставления сплюснутых и вытянутых конфигураций однородного невращающегося эллипсоида без давления. Определяется зависимость минимального достигаемого размера от начального эксцентриситета, после чего полученная оценка сжатия используется для определения допустимой начальной несферичности при образовании черной дыры. Такой подход дает количественную характеристику геометрического ограничения на коллапс, особенно существенного для возмущений, близких к сферическим. При этом сопоставление размеров объекта с гравитационным радиусом в рамках ньютоновской модели служит приближенным критерием и не заменяет релятивистского расчета образования горизонта.

Первые две задачи диссертации посвящены самогравитирующим системам, эволюция которых определяется начальным распределением плотности и геометрической анизотропией. Однако конечное состояние астрофизического объекта может существенно изменяться и под действием слабого, но длительно действующего внешнего механизма. На звездных масштабах примером такого процесса является потеря углового момента магнитным звездным ветром.

Магнитные Ap-звезды в среднем вращаются заметно медленнее химически нормальных звезд сходных спектральных классов [18—20]. Среди них выделяется группа сверхмедленно вращающихся объектов — ssrAp-звезд (от англ. *super slowly rotating Ap*), периоды вращения которых могут достигать десятков, сотен и даже тысяч лет [21].

История изучения медленного вращения магнитных Ар-звезд и результаты наблюдений, накопленные к 2015 году, обобщены в обзоре Г. Матиса [22]. Систематическое исследование долгопериодической части распределения магнитных Ар-звезд по периодам началось с работы С. К. Вольф, опубликованной в 1975 году [23]. По имевшимся тогда данным среди Ар-звезд с кремниевой пекулярностью не было известно объектов с периодами более 20 суток. В исследованной выборке Ар-звезд без кремниевой пекулярности доля объектов с периодами более 30 суток составляла около 16%; для пяти звезд периоды переменности превышали 1000 суток. Эти оценки относятся к наблюдательной выборке того времени и не задают универсального ограничения на периоды звезд с кремниевой пекулярностью.

В 1984 году Хенсберге и соавторы оценили долю магнитных химически пекулярных звезд с периодами переменности более месяца в пределах от 4 до 16% [24]. Существенное расширение наблюдательной базы было связано с длительным спектроскопическим мониторингом Ар-звезд с разрешенным зеемановским расщеплением линий. В работе Матиса и соавторов 1997 года новые измерения среднего модуля магнитного поля позволили уточнить периоды ряда объектов, установить нижние границы для наиболее длительных периодов и почти удвоить число известных Ар-звезд с периодами более 30 суток [25].

Следующий этап связан с поиском долгопериодических объектов по данным космической фотометрии. Например, анализ наблюдений третьего и четвертого циклов миссии TESS позволил выделить 25 новых кандидатов в ssrAr-звезды [26]. Такой отбор дополняет спектроскопические исследования и уменьшает смещение выборки в пользу звезд с наиболее сильными магнитными полями. При этом отсутствие заметной переменности на коротком интервале наблюдений еще не дает измерения длительного периода, поэтому кандидаты требуют последующего спектроскопического изучения и мониторинга.

Таким образом, наблюдения позволяют исследовать медленное вращение не только на отдельных примерах, но и как свойство части популяции магнитных Ар-звезд. Происхождение столь медленного вращения остается предметом обсуждения: звезда могла потерять значительную часть углового момента до вы-

хода на главную последовательность либо постепенно затормозиться в процессе дальнейшей эволюции.

В последнем случае существенную роль может играть взаимодействие глобального магнитного поля со звездным ветром. Ионизованное вещество движется вдоль магнитных силовых линий и сохраняет совместное вращение со звездой вплоть до альвеновского радиуса. Поэтому удельный угловой момент покидающего звезду вещества определяется не радиусом звездной поверхности, а значительно большим альвеновским радиусом. В результате магнитное поле увеличивает эффективность торможения и допускает заметную потерю углового момента даже при слабом ветре [27; 28].

В качестве характерного представителя ssrAp-звезд в диссертации рассматривается 33 Lib (HD 137949), наблюдаемый период вращения которой составляет около 79 лет [29]. Для этой звезды строится аналитическая модель магнитного торможения и выполняются эволюционные расчеты с помощью пакета MESA. Основная задача состоит в оценке темпа потери массы, необходимого для достижения наблюдаемого периода вращения, и в определении условий, при которых слабый магнитный ветер способен существенно изменить вращение звезды за время ее пребывания на главной последовательности.

Общим является и метод исследования. Для каждой задачи выделяется минимальный набор физических параметров, строится аналитическая или полуаналитическая модель, выводятся уравнения эволюции и выполняется их численное исследование. Такой подход позволяет установить связь между начальными условиями и наблюдаемым конечным состоянием системы, а также определить границы применимости более простых линейных и сферически-симметричных приближений.

Актуальность темы. Актуальность исследования определяется быстрым ростом объема наблюдательных данных, непосредственно связанных с рассматриваемыми в работе задачами. Наблюдения космического телескопа имени

Джеймса Уэбба выявили многочисленную популяцию компактных высококрасносмещенных источников Little Red Dots, многие из которых могут содержать активно аккрецирующие черные дыры [30]. Их распространенность и физическая природа пока остаются предметом дискуссии, однако эти объекты усиливают интерес к механизмам образования массивных зародышей черных дыр в ранней Вселенной и к роли несферичности при гравитационном коллапсе.

Одновременно результаты DESI по барионным акустическим осцилляциям в сочетании с данными реликтового излучения и сверхновых типа Ia, включая пятилетнюю выборку Dark Energy Survey (DES), указывают на возможное отклонение эволюции темной энергии от постоянного Λ -члена [31; 32]. Статистическая значимость этого результата зависит от сочетания выборок и учета систематических эффектов, поэтому особенно востребованы независимые космологические тесты, в том числе основанные на статистике войдов. Ближайшее существенное расширение наблюдательной базы связано с первым публичным выпуском данных широкого обзора Euclid, запланированным на ноябрь 2026 года [33]; это требует заранее разработанных и проверенных моделей нелинейной эволюции войдов.

Актуальность задачи магнитного торможения поддерживается обнаружением и уточнением свойств долгопериодических Ар-звезд по данным современных фотометрических обзоров [26]. Наличие объектов с периодами вращения в десятки и сотни лет требует количественной проверки того, способен ли крайне слабый магнитный звездный ветер обеспечить наблюдаемую потерю углового момента за время жизни звезды. Таким образом, все три задачи работы связаны с интерпретацией новых наблюдений при помощи аналитических и полуаналитических моделей, учитывающих несферичность, нелинейность и длительное действие слабых динамических механизмов.

Цели работы. Целями настоящей работы являются построение и применение аналитических и полуаналитических моделей динамической эволюции астрофизических и космологических систем. В частности:

- определить физические условия образования черных дыр при несферическом гравитационном коллапсе;
- описать нелинейное формирование наблюдаемого контраста плотности войдов с учетом их несферичности;
- установить условия магнитного торможения сверхмедленно вращающихся Ар-звезд слабым звездным ветром.

Задачи работы. Для достижения поставленных целей необходимо было решить следующие задачи:

- получить уравнения коллапса однородных сплюснутых и вытянутых сфероидов и определить зависимость максимального сжатия от начального эксцентриситета;
- сформулировать критерий образования черной дыры при несферическом коллапсе и применить его к первичным черным дырам;
- построить аналитическую модель магнитного торможения звезды 33 Lib звездным ветром и проверить ее в эволюционных расчетах MESA;
- оценить темп потери массы, необходимый для формирования наблюдаемого периода вращения 33 Lib, и определить параметр эффективности магнитного торможения;
- исследовать эволюцию полуосей, эксцентриситета и плотности эллипсоидального войда;
- сравнить нелинейную эволюцию войда с линейной теорией возмущений и оценить статистическую распространенность войдов различной глубины.

Научная новизна работы. Впервые была получена единая степенная аппроксимация максимального сжатия сплюснутых и вытянутых сфероидов, позволившая распространить результат на произвольный слабо несферический эллипсоид и оценить допустимый эксцентриситет при образовании первичной черной дыры. Для звезды 33 Lib совместно применены аналитическая модель магнитного

торможения и эволюционные расчеты MESA; показано, что наблюдаемый период может быть достигнут при крайне слабом звездном ветре. Для войдов получено полуаналитическое описание нелинейной эволюции эллипсоидальной области, установлены слабая зависимость конечной плотности от эксцентриситета и раннее отклонение от линейного режима.

Теоретическая и практическая значимость работы. Для несферического гравитационного коллапса получена степенная зависимость максимального сжатия однородного эллипсоида от его начального эксцентриситета. Она позволяет определить область начальных параметров, при которых коллапс приводит к образованию черной дыры, и оценивать влияние несферичности на вероятность образования первичных черных дыр.

Для звезды 33 Lib предложено количественное объяснение формирования наблюдаемого периода вращения за счет магнитного торможения слабым звездным ветром. Получена оценка необходимого темпа потери массы $\dot{M} \sim 10^{-14} M_{\odot} \text{ год}^{-1}$ и введен параметр Ξ , связывающий время торможения с массой, магнитным полем и характеристиками ветра звезды. Эти результаты дают способ косвенно определять трудно измеряемые темпы потери массы холодных магнитных Ар-звезд по их наблюдаемым вращательным и магнитным параметрам.

Для войда получены уравнение нелинейной эволюции его размера и аналитическое выражение для относительной плотности вещества $\mu(t)$ через коэффициент расширения области. Установленная слабая зависимость конечной плотности от начальной несферичности позволяет использовать более простую сферическую модель для вычисления связи между начальным контрастом плотности и современной глубиной войда. Полученная зависимость может применяться для быстрых статистических оценок распространенности войдов и интерпретации данных обзоров крупномасштабной структуры Вселенной.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Получена оценка степени максимального сжатия χ_{fin} однородного невращающегося эллипсоида без давления в зависимости от его начального эксцентриситета e_0 : $\lg \chi_{fin} \simeq -0.6 + (15/8) \lg e_0$. Показано, что в области малых эксцентриситетов эта зависимость слабо зависит от типа осевой деформации и позволяет определить условие образования черной дыры при несферическом коллапсе.
2. Получена оценка темпа потери массы звездным ветром, $\dot{M} \sim 10^{-14} M_{\odot} \text{ год}^{-1}$, необходимого для торможения пекулярной звезды 33 Lib до наблюдаемого периода за время ее эволюции на главной последовательности. Показано, что совместное применение аналитической модели и расчетов MESA позволяет оценивать темп потери массы холодных магнитных A-звезд по их вращательным и магнитным параметрам.
3. Показано, что нелинейная эволюция войда становится существенной уже при $z \simeq 8$ и приводит к современной относительной плотности вещества $\mu \gtrsim 0.5$. Установлена слабая зависимость конечной плотности от начальной несферичности войда, что позволяет использовать более простую сферическую модель для расчета связи между начальным контрастом плотности и современной глубиной войда.

Апробация работы. Основные результаты работы были доложены в виде стендовых и устных докладов на всероссийских и международных конференциях и научных школах:

1. Всероссийская конференция с международным участием "Физика звёзд в эпоху многоволновых наблюдений Санкт-Петербург, Россия (2025), устный доклад.
2. Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра 2025 (HEA-2025), Москва, Россия (2025), стендовый доклад.
3. XXIII международная конференция по физике высоких энергий "Quarks-2026 Петрозаводск, Респубилка Карелия, Россия (2026), устный доклад.

4. Школа-семинар «Магнитоплазменные процессы в релятивистской астрофизике», Таруса, Калужская область, Россия (2026), устный доклад.

Достоверность научных достижений. Достоверность полученных результатов подтверждается их публикацией в трех научных работах по теме диссертации. Результаты исследования несферического коллапса и магнитного торможения звезды 33 Lib прошли независимое рецензирование и опубликованы в журналах *Universe* и *Astronomy Reports*, индексируемых в международных базах цитирования Scopus и Web of Science. Результаты исследования эволюции войдов представлены в препринте arXiv. Дополнительным подтверждением служит апробация результатов на всероссийских и международных конференциях и научных школах, а также согласование аналитических оценок с численным интегрированием и расчетами MESA.

Личный вклад автора. Автор участвовал в постановке задач, выводе аналитических соотношений, подготовке исходных данных и начальных условий, выполнении численных расчетов, анализе и интерпретации результатов, построении иллюстраций и подготовке публикаций по материалам диссертации.

Публикации. Список всех публикаций автора по теме диссертации:

1. *Baushev A. N., Nikiforov A. G., Barkov M. V.* A semi-analytical approach to cosmic void evolution // arXiv e-prints. — 2026. — Июль. — arXiv:2607.08414. — arXiv: [2607.08414 \[astro-ph.CO\]](#).
2. *Nikiforov A. G., Bychkov V. D., Barkov M. V.* Modeling of the Magnetic Stellar Wind Braking of the ssrAp 33 Lib (HD137949) // *Astronomy Reports*. — 2026. — Апр. — Т. 70, № 4. — С. 483.
3. *Nikiforov A. G., Baushev A. N., Barkov M. V.* The Impact of the Eccentricity on the Collapse of an Ellipsoid into a Black Hole // *Universe*. — 2025. — Март. — Т. 11, № 3. — С. 95. — arXiv: [2412.14358 \[gr-qc\]](#).

Основные результаты по теме диссертации изложены в 3 публикациях. Из них 2 опубликовано в изданиях, индексируемых в базе цитирования Scopus.

В международных изданиях, индексируемых в базе данных Scopus и Web of Science:

1. *Nikiforov A. G., Bychkov V. D., Barkov M. V.* Modeling of the Magnetic Stellar Wind Braking of the ssrAp 33 Lib (HD137949) // *Astronomy Reports*. — 2026. — Апр. — Т. 70, № 4. — С. 483.
2. *Nikiforov A. G., Baushev A. N., Barkov M. V.* The Impact of the Eccentricity on the Collapse of an Ellipsoid into a Black Hole // *Universe*. — 2025. — Март. — Т. 11, № 3. — С. 95. — arXiv: [2412.14358](https://arxiv.org/abs/2412.14358) [gr-qc].

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения и 1 приложения. Полный объем диссертации составляет 92 страницы, включая 18 рисунков и список литературы содержит 104 наименования.

Глава 1. Коллапс эллипсоида в черную дыру

1.1 Введение

В данной главе рассматривается коллапс однородного невращающегося эллипсоида без давления. Может показаться странным, что эллипсоид предполагается полностью невращающимся. Однако для космологических объектов это предположение почти всегда выполняется, поскольку космологические возмущения с ненулевым моментом количества движения имеют лишь затухающую моду [34].

Эта задача уже рассматривалась многими авторами. Например, в [15] изучался гравитационный коллапс однородного сфероида, а в [16] — коллапс однородного эллипсоида в расширяющейся Вселенной, доминируемой веществом. Интерес к задаче вполне естественен: она имеет многочисленные астрофизические приложения.

Для качественного анализа рассматривается коллапс однородного пылевого эллипсоида с полуосями a_1, a_2, a_3 при нулевых начальных скоростях частиц. Однородный эллипсоид в ходе коллапса остается однородным эллипсоидом [16]. Поскольку гравитационное притяжение наиболее сильно вдоль кратчайшей оси (например, оси z), эксцентриситет эллипсоида со временем растет. В итоге эллипсоид превращается в плоскую эллиптическую «лепешку», перпендикулярную оси z .

Случай однородной сферы ($a_1 = a_2 = a_3$) является исключительным: тогда система коллапсирует в черную дыру (этот вывод остается верным и в общей теории относительности, и при наличии давления, если только давления недостаточно, чтобы остановить коллапс [35]). Очевидно, что если эллипсоид лишь слабо отличается от сферы (его эксцентриситет очень мал), то он также должен обра-

зовывать черную дыру. Цель данной работы – оценить максимальный начальный эксцентриситет, при котором эллипсоид все еще коллапсирует в черную дыру.

Вообще говоря, форма эллипсоида определяется двумя отношениями (например, a_1/a_2 и a_1/a_3), однако можно избежать рассмотрения двумерного пространства параметров следующим приемом. В общем случае $a_1 \neq a_2 \neq a_3$, то есть существует кратчайшая и наибольшая полуоси, тогда как третья имеет промежуточное значение. Поэтому можно рассматривать лишь два предельных случая: сплюснутый сфероид¹ ($a_1 = a_2 > a_3$, случай «тыквы»), эксцентриситет которого e можно определить как

$$e \equiv \sqrt{1 - \frac{a_3^2}{a_1^2}}, \quad (1.1)$$

и вытянутый сфероид ($a_1 = a_2 < a_3$, случай «дыни»), эксцентриситет которого e можно определить как

$$e \equiv \sqrt{1 - \frac{a_1^2}{a_3^2}}. \quad (1.2)$$

Форма сфероида в обоих случаях может быть охарактеризована одним параметром e .

В первой задаче центральную роль играет геометрическая анизотропия: небольшое отклонение от сферической формы способно существенно изменить предельную степень сжатия и условие образования черной дыры. Естественным продолжением этой задачи является рассмотрение системы с противоположным знаком возмущения плотности. Если область повышенной плотности сжимается, то область пониженной плотности расширяется быстрее космологического фона и формирует войд. Поэтому во второй задаче исследуется влияние той же геометрической анизотропии уже не на коллапс, а на расширение самогравитирующего эллипсоида.

¹Напомним, что сфероид — это эллипсоид с двумя равными полуосями, т.е. эллипсоид с осевой симметрией.

1.2 Вычисления

Итак, рассматривается гравитационный коллапс однородных невращающихся сфероидов без давления. Используется ньютоновское приближение гравитации, а начальные скорости всех частиц сфероида предполагаются равными нулю.

Гравитационный потенциал внутри эллипсоида описывается следующим выражением [15; 16]:

$$\Phi_e = -\pi G \rho_e \sum_{i=1}^3 \alpha_i x_i^2, \quad (1.3)$$

где G — гравитационная постоянная, ρ_e — плотность эллипсоида, а коэффициенты α_i равны

$$\alpha_i = a_1 a_2 a_3 \int_0^\infty \frac{d\lambda}{(a_i^2 + \lambda) \prod_{j=1}^3 (a_j^2 + \lambda)^{1/2}}, \quad (1.4)$$

где a_i — длины полуосей.

Поскольку рассматриваются сфероиды, осесимметричные относительно оси z , удобно перейти к цилиндрическим координатам (ω, φ, z) . Гравитационный потенциал сфероида можно записать в виде

$$\Phi_s = -\pi G \rho_s (\alpha(e) \omega^2 + \beta(e) z^2), \quad (1.5)$$

где ρ_s — текущая плотность сфероида. Поскольку $\alpha(e)$ и $\beta(e)$ зависят только от текущего эксцентриситета $e(t)$, их можно получить из уравнения (1.4).

Для сфероида ($a_{1,2} \equiv a$, $a_3 \equiv c$ и $\alpha_{1,2} = \alpha$, $\alpha_3 = \beta$) этот интеграл можно вычислить аналитически, что дает следующий результат²:

$$\alpha(e) = \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \left(\arcsin e - e \sqrt{1-e^2} \right), \quad (1.6)$$

$$\beta(e) = \frac{2\sqrt{1-e^2}}{e^3} \left(\frac{e}{\sqrt{1-e^2}} - \arcsin e \right), \quad (1.7)$$

²В уравнении (21) в [15] имеется опечатка.

для сплюснутого сфероида, и

$$\alpha(e) = \frac{1}{e^2} \left(1 - \frac{1-e^2}{2e} \ln \frac{1+e}{1-e} \right), \quad (1.8)$$

$$\beta(e) = \frac{2(1-e^2)}{e^3} \left(\frac{1}{2} \ln \frac{1+e}{1-e} - e \right), \quad (1.9)$$

для случая вытянутого.

Пусть точка сфероида имеет начальные координаты $(\omega_0, \varphi_0, z_0)$. Требуется найти координаты этой точки $(\omega(t), \varphi(t), z(t))$ как функции времени. Поскольку сфероид не вращается, $\varphi(t) = \varphi_0$. Удобно ввести новые переменные $R(t) \equiv \omega/\omega_0$, $Z(t) \equiv z/z_0$. Однородный сфероид в ходе коллапса остается однородным сфероидом [16], и поэтому функции $R(t)$ и $Z(t)$ одинаковы для любой точки внутри сфероида. По сути, $Z(t)$ и $R(t)$ — это коэффициенты сжатия сфероида вдоль и поперек оси z соответственно. Из определения следует, что при $t = 0$ выполняется $Z = R = 1$. Поскольку начальные скорости всех частиц сфероида равны нулю, при $t = 0$ также $\dot{Z} = \dot{R} = 0$; начальные условия имеют вид:

$$R(0) = Z(0) = 1, \quad \dot{R}(0) = \dot{Z}(0) = 0 \quad (1.10)$$

Эксцентриситет сфероида зависит от времени и может быть выражен³ через $R(t)$, $Z(t)$ и начальный эксцентриситет e_0 :

$$Z^2 = R^2 \frac{(1-e^2)}{(1-e_0^2)} \quad (1.11)$$

в сплюснутом случае и

$$R^2 = Z^2 \frac{(1-e^2)}{(1-e_0^2)} \quad (1.12)$$

в вытянутом случае. Уравнения движения можно получить из второго закона Ньютона; они имеют вид [15]

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{3GM}{2a^3} \frac{\alpha(e)}{\sqrt{1-e^2}} \frac{1}{RZ}, \quad (1.13a)$$

$$\frac{d^2 Z}{dt^2} = -\frac{3GM}{2a^3} \frac{\beta(e)}{\sqrt{1-e^2}} \frac{1}{R^2}, \quad (1.13b)$$

где M — масса сфероида, а a — его экваториальный радиус. Эти уравнения вместе с начальными условиями (1.10) полностью определяют эволюцию системы.

³В уравнении (19a) в [15] имеется опечатка.

1.3 Образование черной дыры

Для дальнейшего анализа требуется критерий образования черной дыры. В некоторый момент t_{col} один из коэффициентов сжатия — $Z(t)$ или $R(t)$ — обращается в нуль. Если сфероид сплюснут (случай «тыквы»), то в момент $t = t_{col}$ обращается в нуль $Z(t)$, и сфероид превращается в диск радиуса $\omega_0 R(t_{col})$, перпендикулярный оси z . В противоположном случае, если сфероид вытянут (случай «дыни»), то при $t = t_{col}$ обращается в нуль $R(t)$, и сфероид превращается в «иглу» длиной $2z_0 Z(t_{col})$ вдоль оси z .

Обозначим через R_{fin} минимальное значение, которого может достигать $R(t)$ при коллапсе сплюснутого сфероида, а через Z_{fin} — минимальное значение, которого может достигать $Z(t)$ при коллапсе вытянутого сфероида. Для R_{fin} и Z_{fin} используются две разумные оценки: простейшая

$$R_{fin} = R(t_{col}), \quad Z_{fin} = Z(t_{col}), \quad (1.14)$$

и более точная, называемая оценкой «с пролетом» (with flyby). В качестве примера рассматривается сплюснутый случай. После момента $t = t_{col}$ диск начинает расширяться вдоль оси z , но продолжает сжиматься вдоль осей x и y . Это означает, что оценка $R_{fin} = R(t_{col})$ завышает R_{fin} . Более аккуратный способ оценить R_{fin} — продолжить решение на времена $t > t_{col}$. При достижении $Z(t_{col}) = 0$ знак z -компоненты скорости меняется: $v_Z \rightarrow -v_Z$, после чего решаются уравнения (1.13) (которые можно переписать для набора переменных $\{v_R, R, v_Z, Z\}$):

$$\frac{dv_R}{dt} = -\frac{3GM}{2a^3} \frac{\alpha(t)}{\sqrt{1-e_0^2}} \frac{1}{RZ}, \quad (1.15a)$$

$$\frac{dR}{dt} = v_R, \quad (1.15б)$$

$$\frac{dv_Z}{dt} = -\frac{3GM}{2a^3} \frac{\beta(t)}{\sqrt{1-e_0^2}} \frac{1}{R^2}, \quad (1.15в)$$

$$\frac{dZ}{dt} = v_Z. \quad (1.15г)$$

Затем определяется момент времени, когда $R = Z$. В этот момент сфероид занимает минимально возможный объем и, следовательно, имеет максимальную плотность внутри сферы. Поэтому есть все основания считать значение $R(t)$ в этот момент более удачной оценкой R_{fin} , называемой « R_{fin} с пролетом».

Для вытянутого сфероида, разумеется, нужно находить « Z_{fin} с пролетом». Для этого, как и в предыдущем случае, знак компоненты скорости меняется: $v_R \rightarrow -v_R$ (вместо v_Z), а в (1.15) подставляются выражения для α и β , соответствующие вытянутому случаю (см. (1.8, 1.9)). Затем определяется момент времени после t_{col} , когда $R = Z$, а значение $Z(t)$ в этот момент называется « Z_{fin} с пролетом».

Два способа оценки R_{fin} и Z_{fin} используются по следующей причине. Интуитивно черная дыра образуется, если $\omega_0 R_{fin}$ или $z_0 Z_{fin}$ становятся порядка гравитационного радиуса сфероида $r_g = 2GM/c^2$, где c – скорость света. Однако определить точный критерий чрезвычайно сложно. Уравнения (1.13) выведены в ньютоновском приближении, тогда как при образовании черной дыры эффекты общей теории относительности неизбежно становятся существенными. В настоящее время точные решения ОТО для коллапсирующего сфероида неизвестны. Предполагается, что черная дыра образуется, если минимальный радиус, которого достигает сфероид при коллапсе (aR_{fin} или aZ_{fin}), становится меньше либо равен радиусу $2r_g$ маргинально связанной орбиты вокруг черной дыры [36]:

$$aR_{fin} = 2r_g = \frac{4GM}{c^2} \quad \text{or} \quad aZ_{fin} = \frac{4GM}{c^2}. \quad (1.16)$$

Для определения зависимости R_{fin} или Z_{fin} от начального эксцентриситета получаются численные решения системы (1.15) для $e_0 = \{0.001, 0.003, 0.01, 0.03, 0.1, 0.3\}$, а затем найденная зависимость $R_{fin}(e_0)$ или $Z_{fin}(e_0)$ линейной функцией в двойном логарифмическом масштабе. Для сплюснутых сфероидов наилучшие аппроксимации имеют вид $\lg R_{fin} = -0.2191 + 1.8821 \lg e_0$ и $\lg R_{fin} = -0.6053 + 1.8833 \lg e_0$ для простого критерия (1.14) и критерия «с пролетом» соответственно (см. рис. 1.1). Для вытянутых сфероидов наилучшие аппроксимации имеют вид $\lg Z_{fin} = -0.1845 + 1.8822 \lg e_0$ и $\lg Z_{fin} = -0.5914 + 1.8788 \lg e_0$ для простого критерия (1.14) и критерия «с

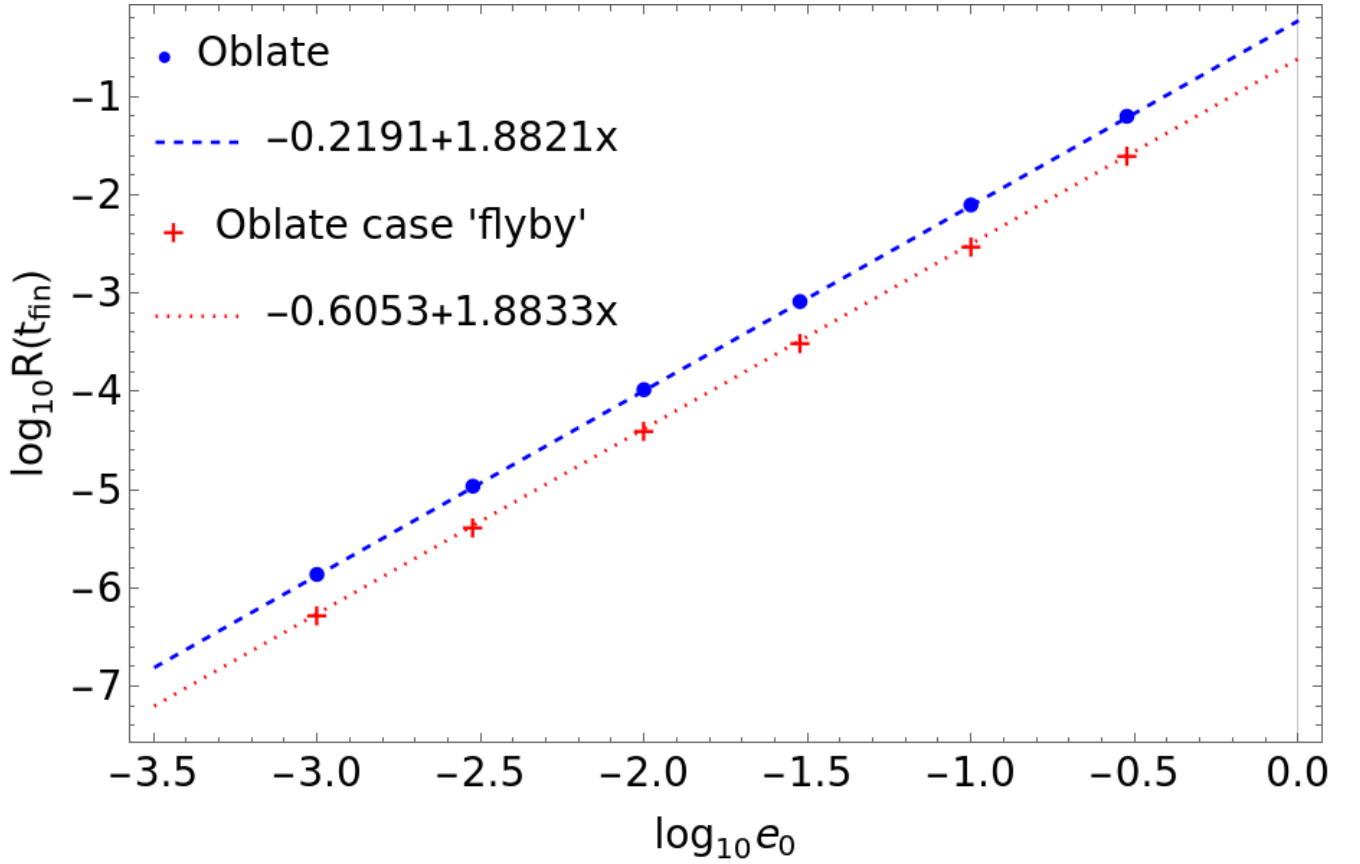


Рисунок 1.1 — Максимальный коэффициент сжатия (R_{fin} или Z_{fin}) как функция начального эксцентриситета e_0 сплюснутого сфероида при использовании простого критерия (1.14) (синяя линия) и критерия «с пролетом» (красная линия).

пролетом» соответственно (см. рис. 1.2). В последнем случае две последние выбивающиеся точки при больших эксцентриситетах (красная пунктирная линия на рис. 1.2) игнорируются, поскольку интерес представляют малые значения эксцентриситета, допускающие образование черной дыры.

1.4 Обсуждение

Таким образом, результаты аппроксимируются выражениями вида $\mu + \nu \lg e_0$. Примечательно, что величина ν во всех четырех случаях оказывается практически одинаковой: $\nu \simeq 1.88 \simeq 15/8$. Более того, наилучшие аппроксимации для сплюснутых и вытянутых сфероидов также почти совпадают, если использовать один и тот же критерий для определения R_{fin} и Z_{fin} . Поскольку при одинаковом

эксцентриситете e_0 величины R_{fin} и Z_{fin} оказываются одинаковыми, можно ввести коэффициент сжатия сфероида χ_{fin} , равный R_{fin} для сплюснутого сфероида и Z_{fin} для вытянутого. Полученные аппроксимации близки к

$$\lg \chi_{fin} = -0.2 + \frac{15}{8} \lg e_0, \quad (1.17)$$

если использовать простой критерий (1.14), и к

$$\lg \chi_{fin} = -0.6 + \frac{15}{8} \lg e_0 \quad (1.18)$$

для критерия «с пролетом». Как видно, параметр μ в (1.17) существенно больше, чем в (1.18), т.е. χ_{fin} примерно в ~ 2.5 раза больше при использовании простого критерия (1.14). Это неудивительно: как обсуждалось в предыдущем разделе, критерий (1.14) заметно завышает R_{fin} и Z_{fin} . Далее используется более точный критерий «с пролетом».

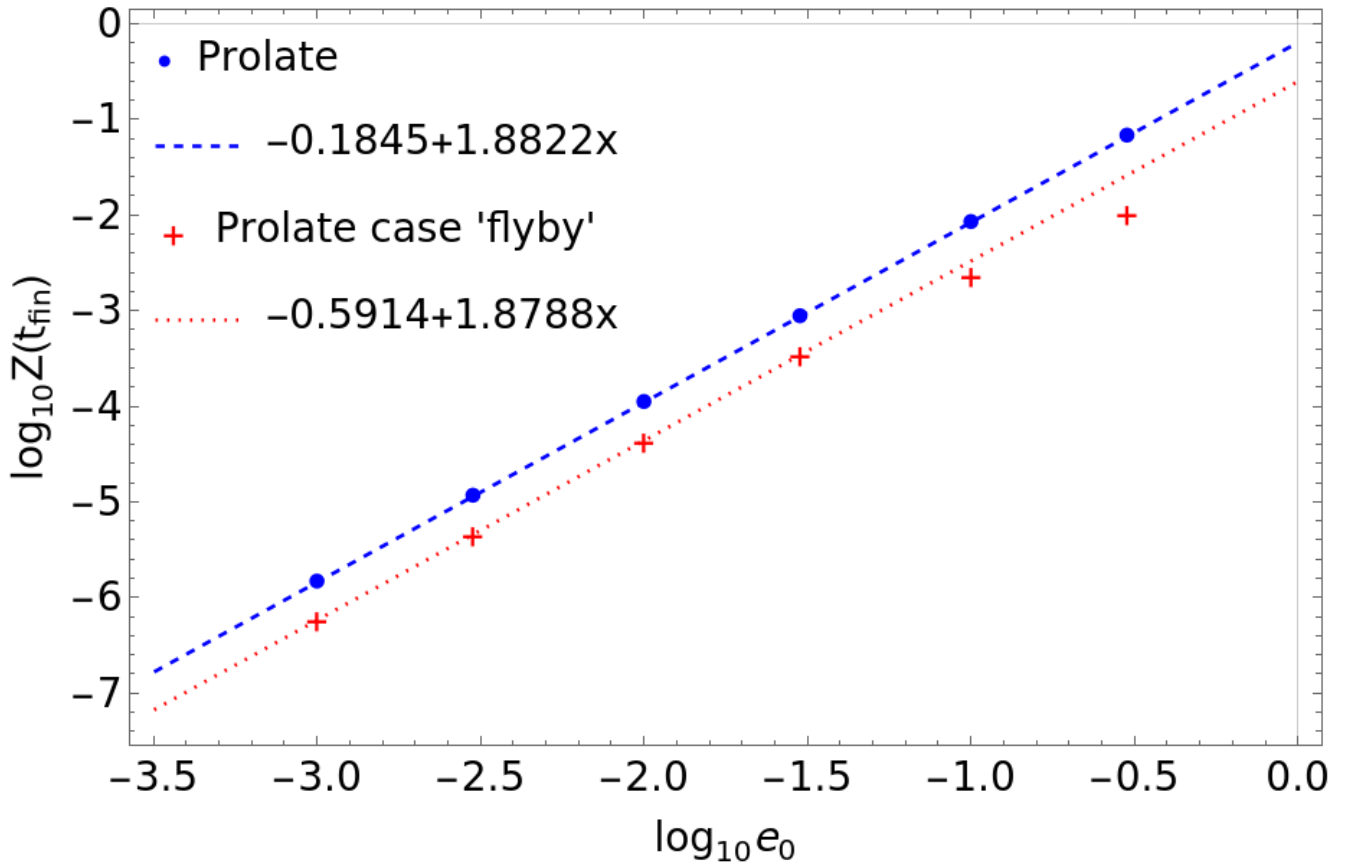


Рисунок 1.2 — Максимальный коэффициент сжатия (R_{fin} или Z_{fin}) как функция начального эксцентриситета e_0 вытянутого сфероида при использовании простого критерия (1.14) (синяя линия) и критерия «с пролетом» (красная линия).

Тот факт, что аппроксимации для сплюснутых и вытянутых сфероидов почти совпадают, очень важен: он позволяет обобщить результаты со сфероидов на произвольный эллипсоид. Пусть эллипсоид имеет полуоси $a_1 \geq a_2 \geq a_3$. Его эксцентриситет e с помощью уравнения (1.1); при этом e не зависит от a_2 . Величина a_2 может изменяться от a_1 до a_3 . Следовательно, сплюснутый сфероид с $a_1 = a_2 \geq a_3$ и вытянутый сфероид с $a_1 \geq a_2 = a_3$ — это два предельных случая всех эллипсоидов с одинаковыми a_1 и a_3 . Однако коэффициент сжатия (R_{fin} или Z_{fin}) ведет себя одинаково в этих двух предельных случаях; поэтому есть все основания полагать, что коэффициент сжатия любого эллипсоида с $a_1 \geq a_2 \geq a_3$ хорошо аппроксимируется формулой (1.18), где эксцентриситет e_0 задается выражением (1.1).

Далее полученные результаты применяются в рамках стандартной Λ CDM-космологии с современной долей излучения $\Omega_{m,0} = 5.0 \times 10^{-5}$ и $H_0 = 71$ (км/с)/Мпк [37]. Тогда современная критическая плотность равна $\rho_{c,0} \approx 0.97 \times 10^{-29}$ г/см³.

Полученный результат можно применить к решению многих космологических задач. В качестве примера рассматривается образование первичных черных дыр в ранней Вселенной. Один из основных сценариев [38] их формирования состоит в том, что по некоторой причине, не обсуждаемой здесь, спектр первичных возмущений существенно отличается от спектра Харрисона—Зельдовича [39; 40] в коротковолновой области. В результате коротковолновые возмущения становятся нелинейными уже в ранней Вселенной (на стадии доминирования излучения) и коллапсируют с образованием черных дыр.

Пусть однородный эллипсоид с $a_1 \geq a_2 \geq a_3$ коллапсирует. Эксцентриситет эллипсоида e определим формулой (1.1). Для того чтобы эллипсоид мог коллапсировать в черную дыру, эксцентриситет e должен быть очень мал. Следовательно, изначально эллипсоид почти сферичен, что используется в дальнейших оценках. В эпоху доминирования излучения коллапсировать могут только возмущения в темной материи. Используя метод из [41], нетрудно показать, что возмущение вещества перестает расширяться в радиационно-доминированной

Вселенной, когда его плотность ρ_M становится примерно в 7.22 раза больше плотности излучения ρ_γ :

$$\rho_M = 7.22\rho_\gamma. \quad (1.19)$$

Поскольку на стадии доминирования излучения $\rho_\gamma \gg \rho_M$, возмущения вещества должны быть очень большими, чтобы коллапсировать. Пусть возмущение массы M коллапсирует при красном смещении $z \gg 1$. Требуется оценить максимальный эксцентриситет e_0 в начале коллапса, при котором еще возможно образование черной дыры. Начальный радиус a почти сферического эллипсоида связан с M соотношением

$$M = \frac{4}{3}\pi a^3 \rho_M \approx 30a^3 \Omega_\gamma \rho_{c0} z^4.$$

Здесь использовано соотношение (1.19). Тогда

$$a \approx z^{-4/3} \left(\frac{M}{30\Omega_\gamma \rho_{c0}} \right)^{1/3}. \quad (1.20)$$

Подстановка этого значения в (1.16) дает

$$\chi_{fin} \simeq 1.2 \times 10^{-4} z_9^{4/3} M_{33.3}^{2/3}. \quad (1.21)$$

Здесь введено обозначение $M_{33.3}$, равное массе эллипсоида, выраженной в солнечных массах: $M_{33.3} = M/(2 \times 10^{33} \text{ г})$, а также $z_9 \equiv z/10^9$. Сравнение этого результата с (1.18) дает

$$e_0 \simeq 1.7 \cdot 10^{-2} z_9^{32/45} M_{33.3}^{16/45}. \quad (1.22)$$

Например, если эллипсоиды массы $1 M_\odot$ коллапсируют в ранней Вселенной при температуре $\sim 240 \text{ keV}$, то они могут образовывать черные дыры даже при сравнительно умеренных эксцентриситетах ($e_0 \sim 0.02$).

Глава 2. Полуаналитический подход к эволюции космических пустот

2.1 Введение

Космические пустоты (войды), представляющие собой протяженные области пониженной плотности размером от десятков до сотен мегапарсек, являются наиболее заметными элементами крупномасштабной структуры наблюдаемой Вселенной [1; 2]. Они содержат очень мало галактик (при этом в них отсутствуют гигантские галактики и скопления галактик), а низкая плотность вещества делает их чувствительными индикаторами фоновой космологии и физических процессов формирования структуры [3; 42]. В стандартной парадигме Λ CDM войды формируются из небольших начальных отрицательных возмущений плотности, которые расширяются быстрее хаббловского потока и постепенно опустошаются [43; 44]. Поскольку войды занимают значительную долю объема Вселенной, их статистические свойства и внутренняя динамика позволяют независимо ограничивать параметры темной энергии и модифицированных теорий гравитации, а также исследовать природу начальных возмущений.

Однако для этого необходима надежная модель формирования войдов при различных наборах космологических параметров. К сожалению, аналитический подход применим главным образом к сферически-симметричному случаю [45—47]. В свою очередь, N -частичные моделирования позволяют рассматривать войды разнообразной геометрии и учитывать приливные эффекты. Вместе с тем результаты таких моделирований подвержены существенным численным эффектам [48; 49]. В ряде случаев между результатами численного моделирования и аналитическими оценками возникают явные противоречия. Например, согласно численным моделям, войды практически не содержат вещества: его плотность в них примерно в 10 раз ниже средней плотности Вселенной [50; 51]. Иными словами, дефицит плотности составляет $-\varepsilon \equiv (\rho_{M,void} - \bar{\rho}_M)/\bar{\rho}_M \simeq -0.9$; здесь через

ε обозначена относительная недоплотность. Однако аналитические оценки [43; 44] показывают, что войды далеко не пусты и для них $\varepsilon \simeq 0.5$. Наблюдения не позволяют непосредственно измерить ε : доступны наблюдению лишь достаточно крупные галактики, тогда как войды могут также содержать многочисленные тусклые карликовые галактики, холодный газ и практически любое количество темной материи. Поэтому интерес представляют полуаналитические методы моделирования войдов.

В данной главе используется метод, предложенный в [16], где эволюция Местного сверхскопления моделировалась как эволюция изолированного однородного трехосного эллипсоида, погруженного в однородную Вселенную. По аналогии эволюцию изолированной войды можно представить как эволюцию однородной трехосной эллипсоидальной области пониженной плотности, погруженной в расширяющийся фон. Вслед за [16] предполагается, хотя это предположение выполняется не вполне точно, что Вселенная вне области пониженной плотности остается однородной и невозмущенной, граница этой области сохраняет эллипсоидальную форму, а вещество внутри эллипсоида распределено однородно (обоснование приведено в [16]).

Эллипсоидальная модель учитывает основные нелинейные эффекты самогравитации и при этом остается удобной для вычислений. В данной главе такая модель используется для исследования нелинейной эволюции отдельной области пониженной плотности от больших красных смещений, соответствующих глубокой эпохе доминирования вещества, до настоящего времени. Хотя общая эллипсоидальная модель допускает три различные полуоси $b_1 \neq b_2 \neq b_3$, здесь рассматривается осесимметричный (сфероидальный) случай $b_1 = b_2 \neq b_3$. Такое упрощение обусловлено несколькими причинами. Во-первых, сфероидальный войд сохраняет качественно важные особенности анизотропного расширения войдов, а именно различие между ростом экваториальных и полярной полуосей, одновременно сокращая число динамических уравнений с трех до двух. Во-вторых, с теоретической точки зрения поле скоростей внутри протовойды стремится растягивать область квазипланарным образом, благоприятствуя кон-

фигурации с двумя равными полуосями [44]. В результате область пониженной плотности имеет либо вытянутую форму, при которой ось симметрии b_3 короче экваториальных полуосей b_1 , либо сплюснутую форму, при которой ось симметрии b_3 длиннее экваториальных полуосей b_1 . Наконец, сфероидальное приближение широко используется в аналитических и численных исследованиях эволюции войдов и служит удобной основой для сопоставления нелинейных эффектов с предсказаниями линейной теории.

Одна из основных целей работы состоит в количественной оценке отклонения расширения войды от предсказаний линейной теории возмущений. Для этого численно решаются уравнения движения полуосей эллипсоида с учетом точных коэффициентов гравитационного потенциала и зависящего от времени фонового расширения. Начальные условия для войды задаются при красном смещении $z = 500$, после чего ее эволюция прослеживается до $z = 0$. Полученные результаты сравниваются с фактором роста $D(a)$ линейной теории, что позволяет выявить нелинейные эффекты эволюции области пониженной плотности на поздних этапах. В данной главе нижние индексы «р» и «0» обозначают соответственно значения величин в настоящий момент времени и в момент, соответствующий $z = 500$.

2.2 Войды

Войды — это области Вселенной с пониженной плотностью. Под пониженной плотностью (англ. *underdense*) здесь понимается значение меньшее, чем средняя плотность Вселенной $\delta = (\rho_{void} - \bar{\rho})/\bar{\rho} < 0$. В современной космологии войды играют большую роль в динамике формирования крупномасштабной структуры, и изучаются как отдельные объекты, а не просто как области с низкой плотностью барионной материи.

Решающий прогресс в исследовании космических войдов был достигнут с появлением масштабных спектроскопических обзоров. Если ранние работы опирались на единичные случайные находки, то обзоры 2dFGRS и SDSS впервые предоставили статистически репрезентативные выборки, охватывающие тысячи квадратных градусов и содержащие сотни тысяч галактик. В частности, по данным 2dFGRS было идентифицировано около 300 войдов [52] со средним радиусом $\sim 15h^{-1}$ Мпк [6], а последующий анализ данных SDSS не только увеличил их число более чем втрое, но и позволил впервые изучить внутреннюю морфологию этих структур. Было установлено, что войды занимают до половины объёма обзора, их плотность составляет менее 10% от средней, а галактики на их границах демонстрируют повышенную звездообразовательную активность. Более того, сравнение наблюдаемых свойств войдов с предсказаниями Λ CDM-симуляций выявило систематические расхождения, которые удалось устранить лишь при учёте обратной связи от массивных звёзд. Тем самым два этих обзора не только дали первую детальную карту космической паутины, но и превратили войды в самостоятельный инструмент космологической проверки.

Дальнейшие обзоры обсерваторий (Euclid, DESI) обещают уточнить их статистику до уровня, достаточного для различения конкурирующих моделей темной энергии, что выводит изучение войдов в разряд приоритетных задач наблюдательной космологии [4; 5].

2.3 Эволюция эллипсоидальной области пониженной плотности

Рассмотрим эволюцию изолированной области пониженной плотности (войда) в стандартной Λ CDM-Вселенной с современным параметром плотности вещества $\Omega_{m,p} = 0.306$ и параметром плотности темной энергии $\Omega_{\Lambda,p} = 1 - \Omega_{m,p}$. Влиянием радиационной компоненты пренебрегаем. Из уравнения Фридмана

следует, что фоновое расширение описывается масштабным фактором

$$a(t) = a_p \left(\frac{\Omega_{m,p}}{\Omega_{\Lambda,p}} \right)^{1/3} \sinh^{2/3} \left(\frac{3}{2} \sqrt{\Omega_{\Lambda,p}} t \right), \quad (2.1)$$

где t — космическое время в единицах H_p^{-1} , а a_p и H_p — современные значения масштабного фактора и постоянной Хаббла соответственно. Поскольку Вселенная плоская, можно положить $a_p \equiv 1$.

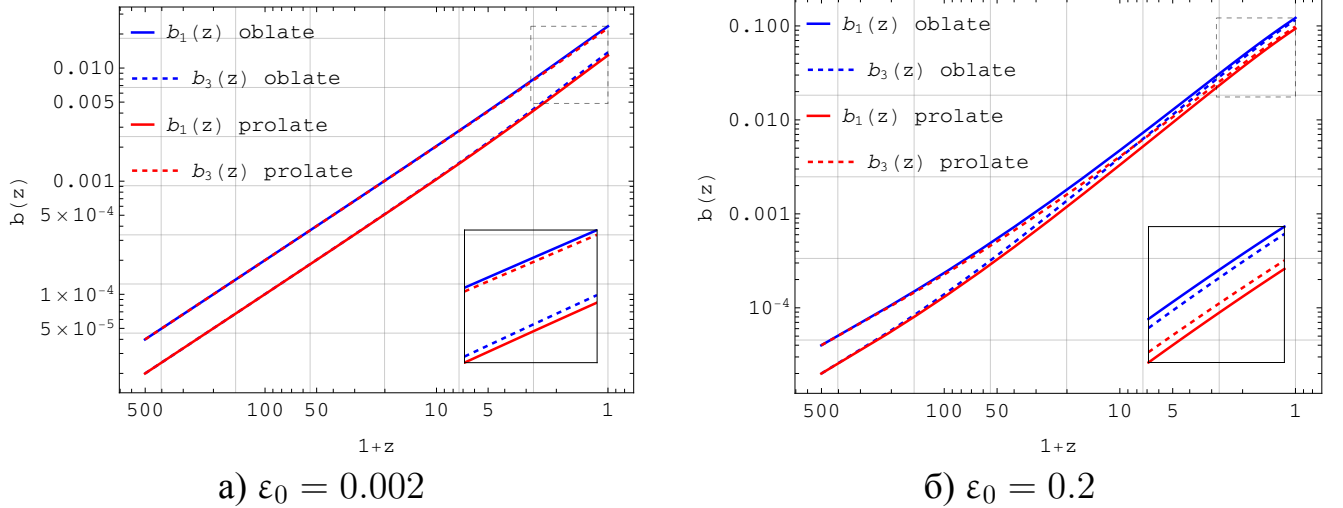


Рисунок 2.1 — Эволюция экваториальной полуоси b_1 и полуоси симметрии b_3 эллипсоидальной области пониженной плотности в зависимости от красного смещения z . Обе полуоси растут приблизительно как $a(t) \propto (1+z)^{-1}$, однако b_1 увеличивается быстрее b_3 вследствие более сильного направленного наружу гравитационного воздействия в экваториальной плоскости вытянутого войда. Логарифмические оси подчеркивают общий хаббловский характер расширения.

Начальный момент t_0 соответствует $z(t_0) = 500$, откуда $a(t_0) \simeq 0.002$; эволюция прослеживается до современной эпохи $z = 0$. Контраст плотности войда обозначается как $\varepsilon(z) \equiv |\rho_{M,void}(z) - \bar{\rho}_M(z)|/\bar{\rho}_M(z)$, где $\rho_{M,void}$ и $\bar{\rho}_M$ — плотности вещества внутри войда и в среднем по Вселенной соответственно, и положим $\varepsilon_0 \equiv \varepsilon(z = 500) = 0.002$.

Войд моделируется однородным трехосным эллипсоидом с полуосями $b_1(t)$ (две равные полуоси в плоскости симметрии) и $b_3(t)$ (ось симметрии).

Эволюция полуосей определяется уравнениями движения эллипсоида в расширяющемся фоне [16], учитывающими самогравитацию эллипсоида,

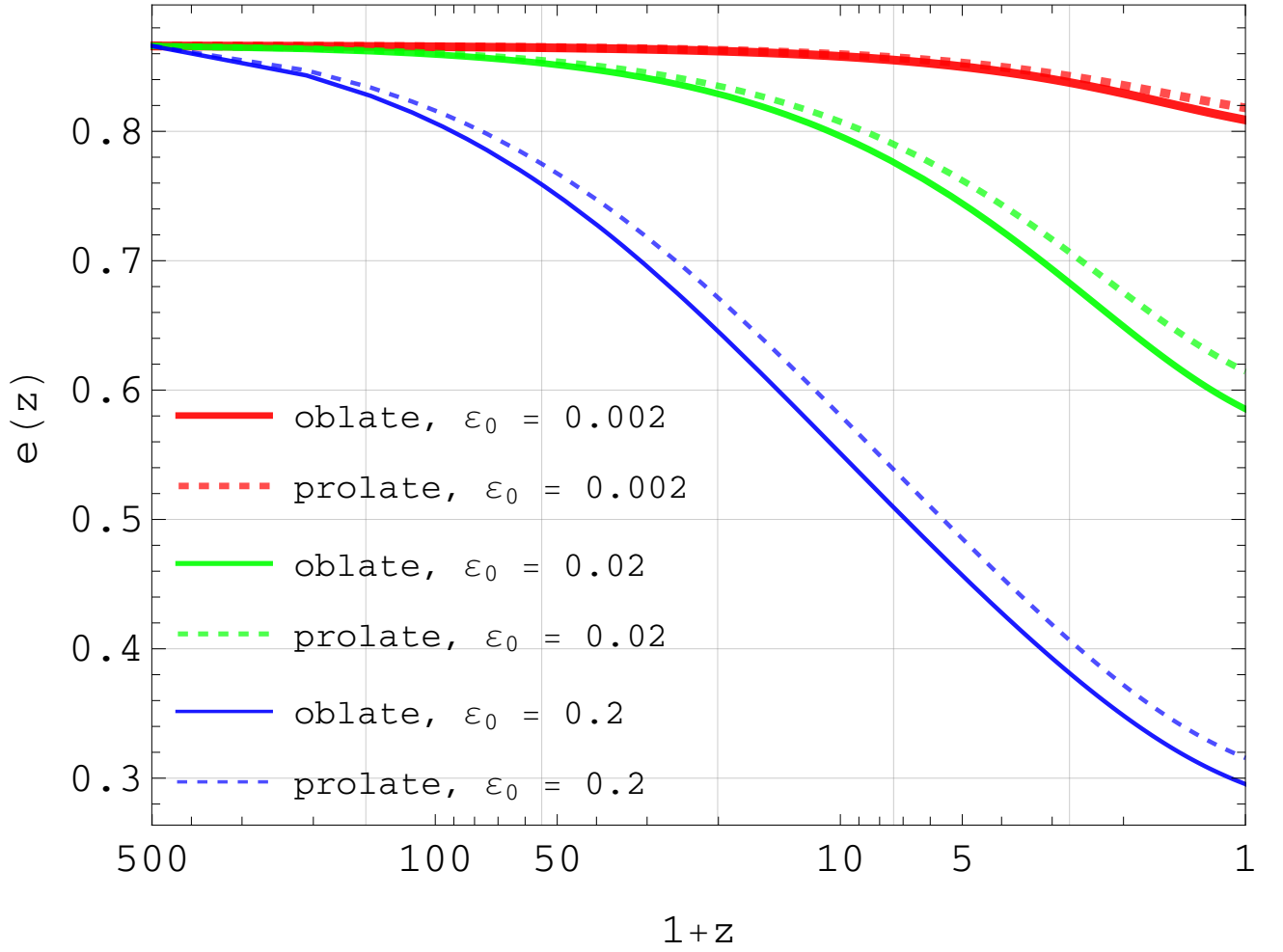


Рисунок 2.2 — Эксцентриситет войда $e(z)$ как функция красного смещения. При $\varepsilon = 0.002$ эксцентриситет монотонно уменьшается от $e \approx 0.866$ при $z = 500$ до $e \approx 0.808$ при $z = 0$. Большее начальное значение контраста плотности приводит к более быстрому уменьшению эксцентриситета. Таким образом, со временем войд становится более округлым, хотя в течение всей эволюции остается трехосным.

приливное влияние окружающего однородного распределения вещества и космологическую постоянную:

$$\ddot{b}_1 = \left[\frac{\Omega_{m,p}}{a^3} \left(\frac{3}{4} \varepsilon A(e) - \frac{1}{2} \right) + \Omega_{\Lambda,p} \right] b_1, \quad (2.2)$$

$$\ddot{b}_3 = \left[\frac{\Omega_{m,p}}{a^3} \left(\frac{3}{4} \varepsilon B(e) - \frac{1}{2} \right) + \Omega_{\Lambda,p} \right] b_3, \quad (2.3)$$

где точки над переменными обозначают производные по t . Для однородного эллипсоида с эксцентриситетом $e = \sqrt{1 - (b_3/b_1)^2}$ коэффициенты гравитационного

потенциала $A(e)$ и $B(e)$ получены в работе [15] и исправлены в работе [53]:

$$A(e) = \frac{\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e - \frac{1-e^2}{e^2}, \quad (2.4)$$

$$B(e) = \frac{2}{e^2} - \frac{2\sqrt{1-e^2}}{e^3} \arcsin e. \quad (2.5)$$

Начальный эксцентриситет вытянутого сфероида (с полуосями $b_1 = b_2 < b_3$) определяется как $e = \sqrt{1 - (b_1/b_3)^2}$. Коэффициенты формы $A(e)$ и $B(e)$ имеют вид

$$A(e) = \frac{1}{e^2} \left[1 - \frac{1-e^2}{2e} \ln \left(\frac{1+e}{1-e} \right) \right], \quad (2.6)$$

$$B(e) = \frac{2(1-e^2)}{e^3} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{1+e}{1-e} \right) - e \right], \quad (2.7)$$

В обоих случаях предельные значения равны $A(0) = B(0) = 2/3$.

Через $\mu(t)$ обозначается отношение плотности вещества внутри войда к средней плотности вещества во Вселенной. С величиной ε оно связано простым соотношением

$$\mu \equiv (1 - \varepsilon). \quad (2.8)$$

Из закона сохранения массы следует

$$\mu(t) = \left(\frac{a(t)}{a(t_0)} \right)^3 (1 - \varepsilon_0) \frac{b_1^2(t_0) b_3(t_0)}{b_1^2(t) b_3(t)}. \quad (2.9)$$

Начальные скорости внутри войда задаются в соответствии с тем, что войд представляет собой растущую линейную моду в эпоху доминирования вещества [54]:

$$\dot{b}_1(t_0) = b_1(t_0) \sqrt{\frac{\Omega_{m,p}}{a^3(t_0)} + \Omega_{\Lambda,p}} \left(1 + \frac{1}{2} A(e_0) \varepsilon_0 \right), \quad (2.10)$$

$$\dot{b}_3(t_0) = b_3(t_0) \sqrt{\frac{\Omega_{m,p}}{a^3(t_0)} + \Omega_{\Lambda,p}} \left(1 + \frac{1}{2} B(e_0) \varepsilon_0 \right), \quad (2.11)$$

где начальный эксцентриситет равен $e_0 = \sqrt{1 - (b_3(t_0)/b_1(t_0))^2}$.

Система уравнений (2.2)–(2.3) численно интегрируется от t_0 до космического времени, соответствующего $z = 0$.

2.4 Результаты и обсуждение

Численное интегрирование уравнений движения (2.2)– (2.3) дает полную нелинейную эволюцию полуосей войда, его эксцентриситета и дефицита плотности. На рис. 2.1 показана эволюция полуосей b_1 и b_3 .

Поскольку в обоих сфероидальных случаях объем масштабируется как $V \propto b_1^2 b_3$, выбранные отношения полуосей соответствуют различным начальным объемам двух конфигураций. Обе полуоси со временем увеличиваются, приблизительно следуя хаббловскому расширению, однако экваториальная полуось b_1 растет заметно быстрее полуоси симметрии b_3 . Такое различие обусловлено анизотропией гравитационных сил внутри эллипсоида: вещество эффективнее перемещается наружу в плоскости двух равных полуосей. Этот эффект сохраняется при всех красных смещениях и систематически изменяет форму войда, делая его более округлым. Следовательно, анизотропия войда со временем уменьшается.

Изменение формы войда более наглядно характеризуется эксцентриситетом $e(z)$, показанным на рис. 2.2. Начальное значение $e = 0.866$ постепенно уменьшается до 0.808 при $z = 0$. Это связано с тем, что b_1 растет быстрее b_3 , вследствие чего отношение полуосей b_3/b_1 уменьшается и вместе с ним уменьшается e . Однако изменение невелико: войд становится лишь немного более округлым, поэтому его начальная трехосность в значительной степени сохраняется. В более экстремальном случае $\varepsilon_0 = 0.2$ эксцентриситет уменьшается существенно и к $z = 0$ достигает почти $e \approx 0.3$, хотя столь большое значение ε выходит за типичный диапазон начальных условий Λ CDM; подробнее см. раздел 2.4.1.

Удобной мерой амплитуды дефицита плотности является величина ε/a , показанная на рис. 2.3. По определению в начальный момент $\varepsilon/a = \varepsilon_0/a(t_0) \approx 1, 10, 100$ для $\varepsilon_0 = 0.002, 0.02, 0.2$ соответственно, после чего эта величина монотонно уменьшается по мере опустошения войда относительно фона (см. рис. 2.4). При $z = 0$ амплитуда достигает ≈ 0.6 . Эволюция приблизительно соответствует

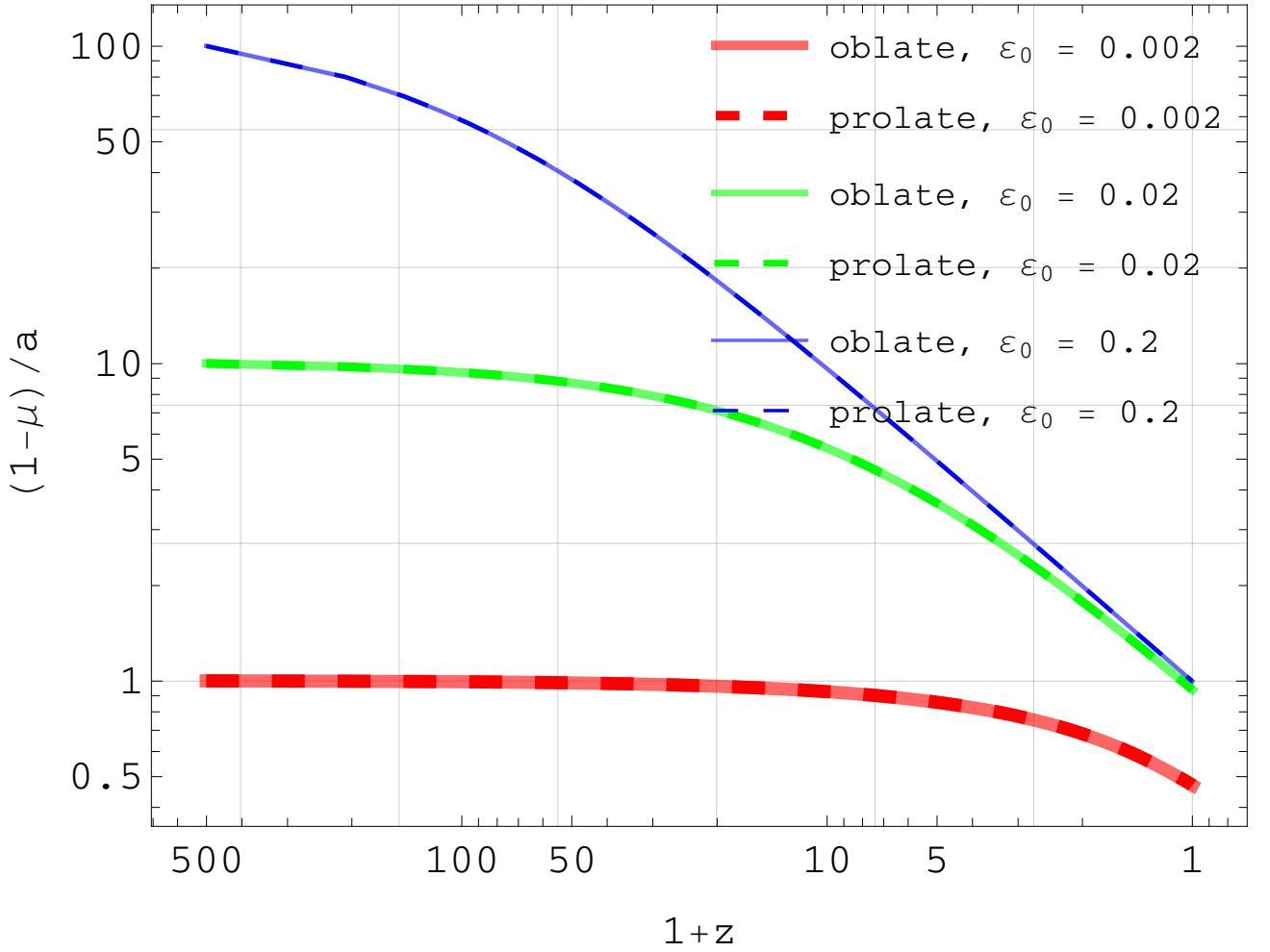


Рисунок 2.3 — Амплитуда дефицита плотности $\varepsilon/a \equiv (1 - \mu)/a$ как функция красного смещения. Начальное значение $\varepsilon_0/a(t_0) \approx 1$ изменяется в эпоху доминирования вещества и достигает ≈ 0.5 при $z = 0$. Зависимость близка к степенной, однако в поздние эпохи отклоняется от нее вследствие влияния темной энергии и нелинейной связи между расширением войда и фоновой космологией.

ожидаемому поведению линейных возмущений в эпоху доминирования вещества, однако при $z \lesssim 10$ наклон постепенно уменьшается. Причиной могут быть как нелинейные эффекты эволюции войда, так и влияние темной энергии. Для более крупных начальных возмущений отклонение от начального постоянного решения из-за нелинейности возникает раньше.

При $z = 10$ вклад темной энергии еще слишком мал, чтобы существенно влиять на эволюцию войда. Для демонстрации этого эффекта вводится линейный

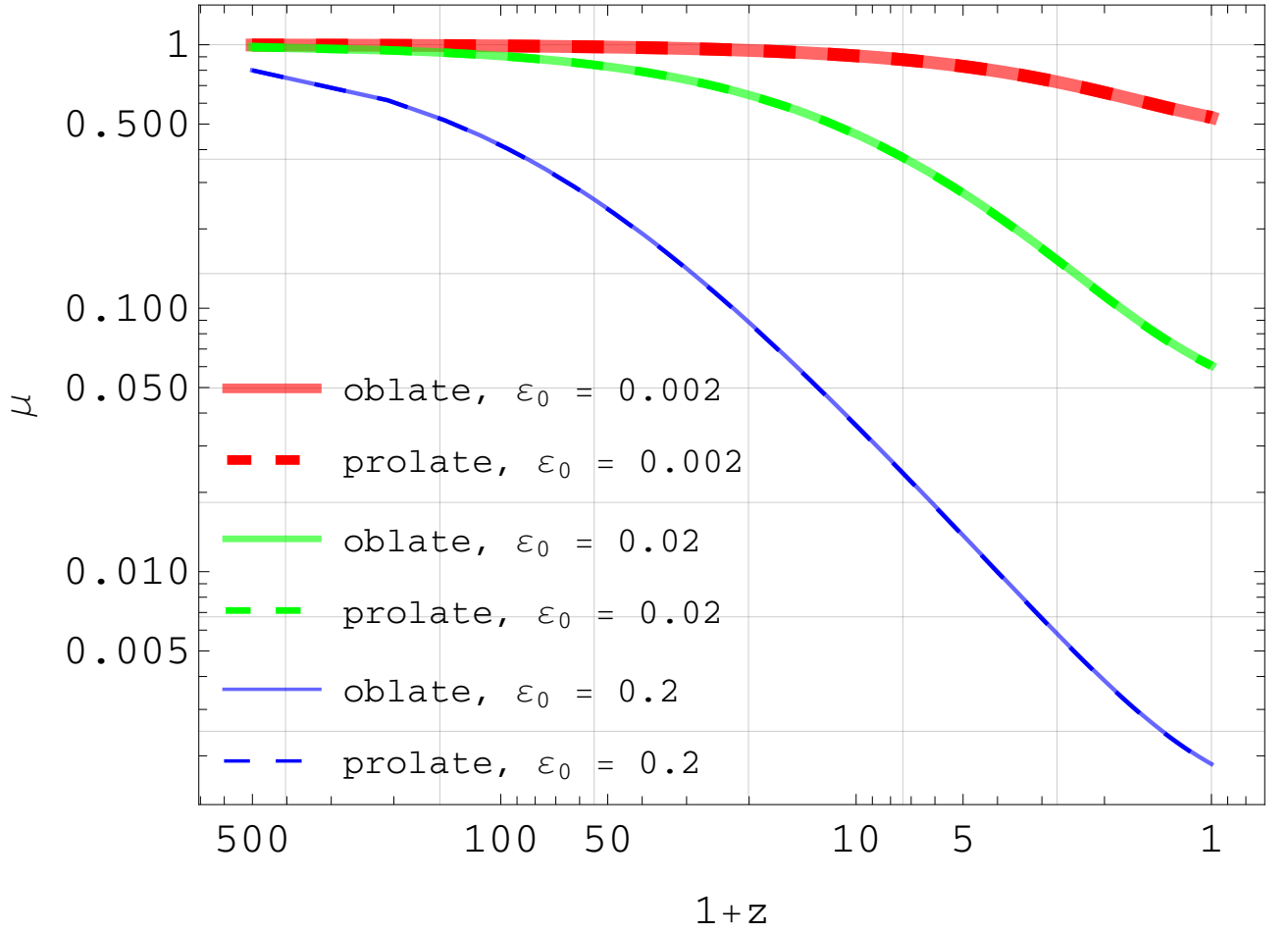


Рисунок 2.4 — Эволюция относительного параметра плотности μ в зависимости от красного смещения для сплюснутых (сплошные линии) и вытянутых (штриховые линии) сфероидальных войдов. Результаты представлены для трех начальных амплитуд возмущения плотности $\varepsilon_0 \in \{0.002, 0.02, 0.2\}$. Для всех моделей начальное значение равно $\mu(z = 500) = 1 - \varepsilon_0$.

фактор роста $D(a)$:

$$D(a) = \frac{(\Omega_{\Lambda,p} a^3 + \Omega_{m,p})^{1/2}}{a^{3/2}} \int_0^a \frac{b^{3/2}}{(\Omega_{\Lambda,p} b^3 + \Omega_{m,p})^{3/2}} db. \quad (2.12)$$

Этот фактор описывает рост возмущений вещества в модели Λ CDM в линейном приближении [55]. Теперь полученный контраст плотности можно сравнить с предсказаниями линейной теории. В ней малая область пониженной плотности эволюционирует как $\varepsilon(t) \propto D(a)$, поэтому при сохранении линейного режима величина ε/a должна следовать зависимости $D(a)/a$.

На рис. 2.5 величины $(1 - \mu)/a$ и $D(a)/a$ показаны как функции космического времени $\tau = H_p t$. При $\tau \lesssim 0.1$ ($z \gtrsim 10$) кривые практически совпадают,

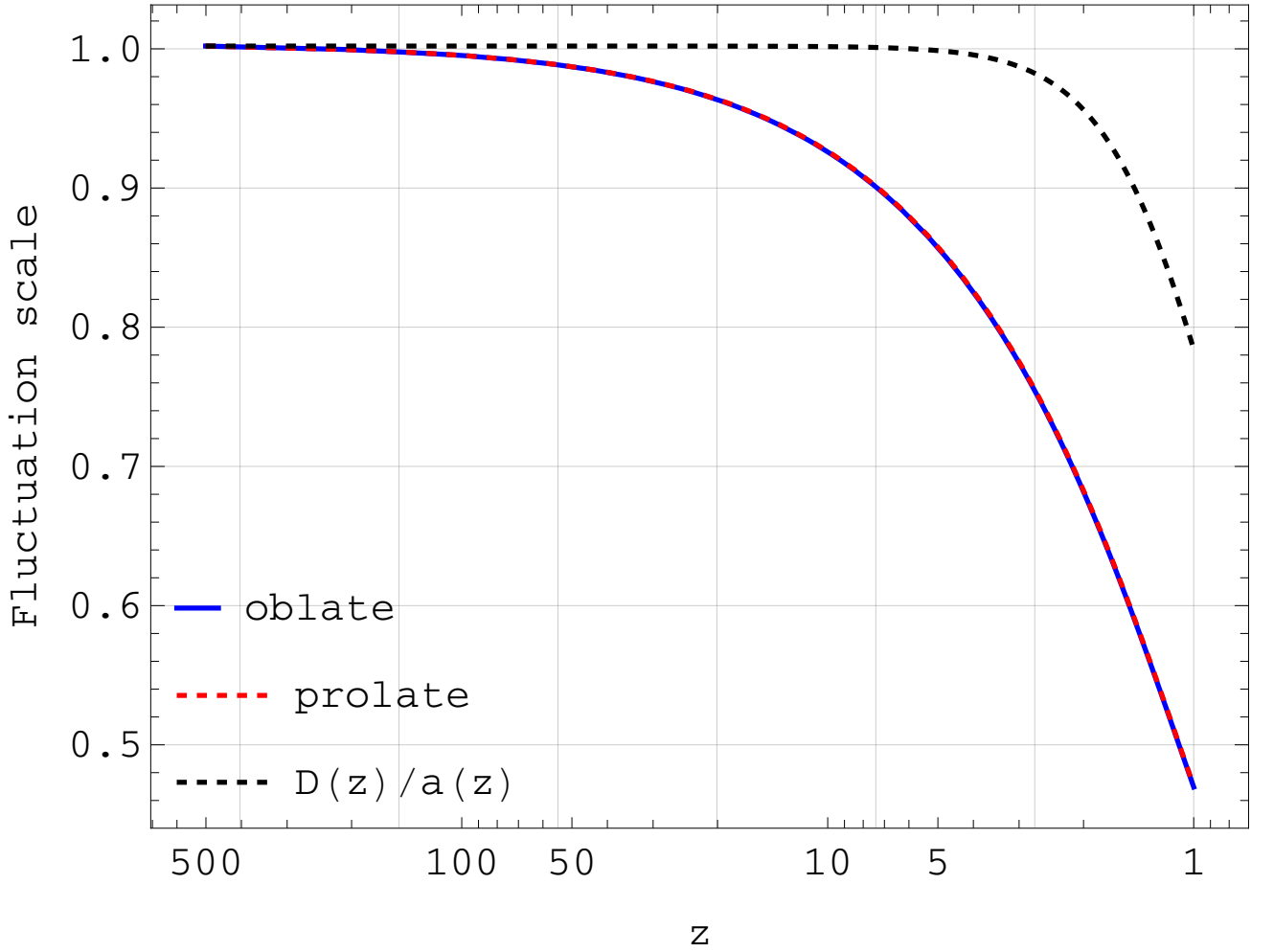


Рисунок 2.5 — Сравнение нелинейной амплитуды ε/a для сплюснутого и вытянутого случаев с линейным фактором роста $D(a)/a$ (черная штриховая линия) как функций космического времени $\tau = H_p t$ при начальном $\varepsilon_0 = 0.002$. В ранние эпохи ($\tau \lesssim 0.1$, $z \gtrsim 10$) кривые совпадают, подтверждая применимость линейного приближения. Позднее нелинейная амплитуда отстает от линейной экстраполяции; к современной эпохе их отношение составляет около 0.6.

что подтверждает корректность линейного описания начальной эволюции. В более поздние эпохи нелинейная амплитуда систематически отстает от линейной экстраполяции. В современную эпоху $(1 - \mu)/a$ составляет лишь около 60 % значения, предсказываемого линейной теорией.

Отклонение от линейного роста характеризуется отношением $\xi(z) \equiv D/(1 - \mu)$, представленным на рис. 2.6. По определению для строго линейного возмущения $\xi = 1$; эта величина возрастает по мере того, как нелинейная эволюция замедляется относительно линейного предсказания. Начиная с единицы

при $z = 500$, ξ монотонно увеличивается и при $z = 0$ достигает $\approx 1.7, 8.4, 80$ для $\varepsilon_0 = 0.002, 0.02, 0.2$ соответственно. Таким образом, фактический дефицит плотности внутри войда примерно на 40 % меньше оценки, полученной линейной экстраполяцией. Такая нелинейная поправка существенна для интерпретации наблюдений крупных войдов в обзорах галактик и их сопоставления с теоретическими предсказаниями модели Λ CDM.

2.4.1 Вероятность образования космических пустот

Нелинейная связь между начальным контрастом плотности ε_0 и современной глубиной войда $\mu = 1 - \varepsilon \equiv \rho_v/\bar{\rho}$ необходима для преобразования гауссовой статистики первичных возмущений в предсказание распространенности войдов. Как было показано выше, эллипсоидальная модель требует для каждого значения ε решения системы двух связанных дифференциальных уравнений, что становится вычислительно затратным при рассмотрении большого числа значений. Поэтому естественно проверить, способна ли более простая сферическая модель с достаточной точностью воспроизвести эллипсоидальные результаты.

Для однородной сферической области пониженной плотности динамика сводится к эволюции безразмерного радиуса $p(\tau) = R(\tau)/R(\tau_0)$, где $R(\tau)$ — физический радиус сферы. Благодаря сферической симметрии и пространственному постоянству плотности внутри войда область можно описать решением Фридмана. Уравнение движения, аналогичное уравнению Фридмана для открытой Вселенной с отрицательным вкладом кривизны, имеет вид

$$\frac{dp}{d\tau} = p \sqrt{\Omega_{m,p}(1+z_0)^3 \left(\frac{1-\varepsilon_0}{p^3} + \frac{5\varepsilon_0}{3p^2} \right) + \Omega_{\Lambda,p}}, \quad (2.13)$$

с начальным условием $p(\tau_0) = 1$ (вывод уравнения 2.13 приведен в приложении А). Это уравнение интегрируется непосредственно. Отношение плотностей

в произвольный момент времени определяется законом сохранения массы:

$$\mu(\tau) = (1 - \varepsilon_0) \left(\frac{a(\tau)}{a(\tau_0)} \right)^3 \frac{1}{p^3(\tau)}. \quad (2.14)$$

В пределе $\varepsilon_0 \rightarrow 0$ уравнение (2.13) описывает линейный рост малого сферического возмущения пониженной плотности и в точности совпадает с результатом линейной теории возмущений.

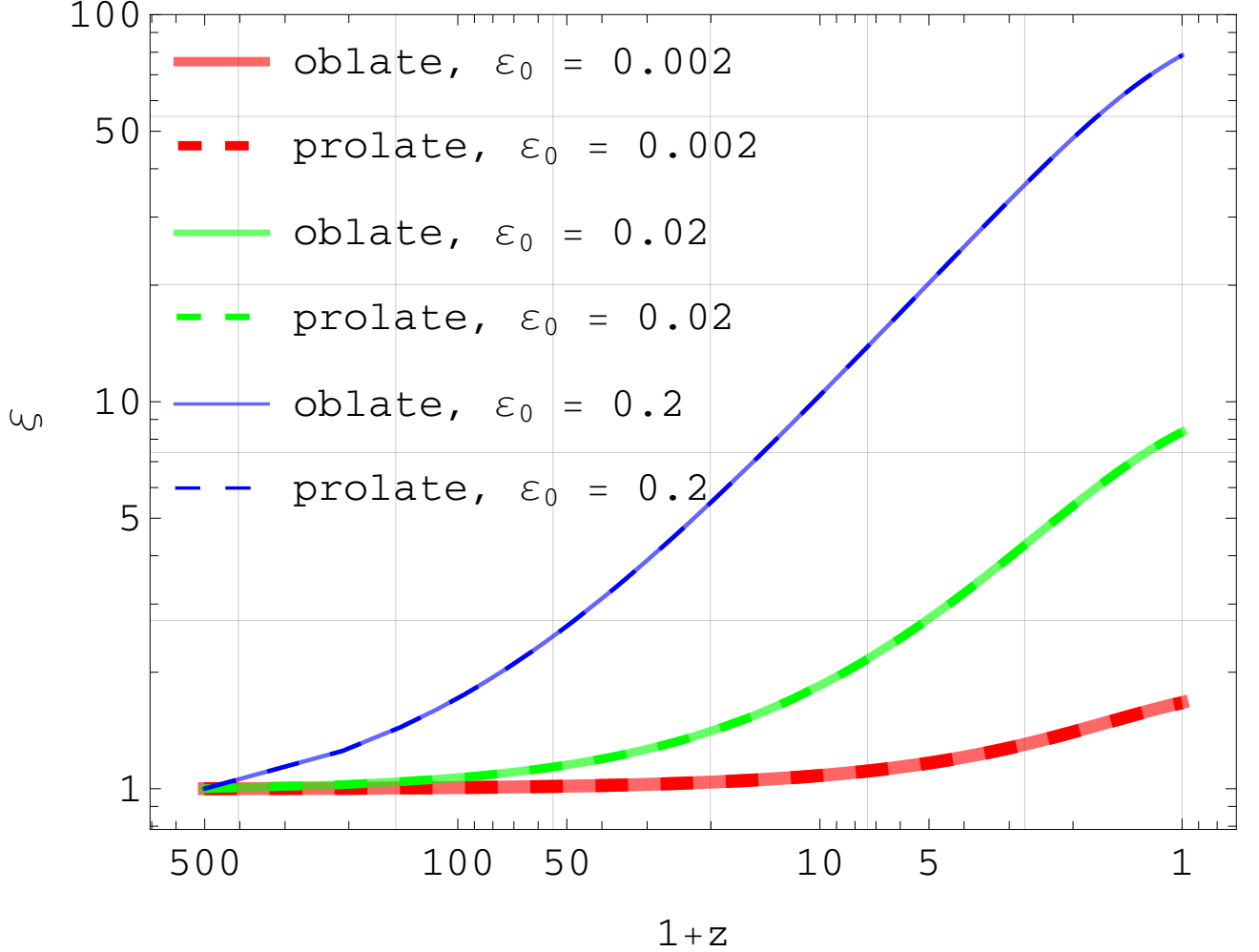


Рисунок 2.6 — Отношение $\xi(z) \equiv D(a)/\varepsilon$, характеризующее отклонение от линейной эволюции. В ранние эпохи оно равно единице и монотонно возрастает к $z = 0$ до $\xi \approx 1.7, 8.4, 79.4$ для $\varepsilon_0 = 0.002, 0.02, 0.2$ соответственно.

На рис. 2.7 показана зависимость $\mu(\varepsilon_0)$ при $z = 0$, полученная в сферической модели и в эллипсоидальной модели для четырех начальных эксцентриситетов $e_0 = 0.001, 0.1, 0.5, 0.9$. Начальный контраст ε_0 при $z = 500$ линейно пересчитан к $z = 0$ с помощью величины $\varepsilon_p \equiv \varepsilon(1 + z_0)$, чтобы наглядно показать нелинейное подавление роста. Все кривые практически совпадают,

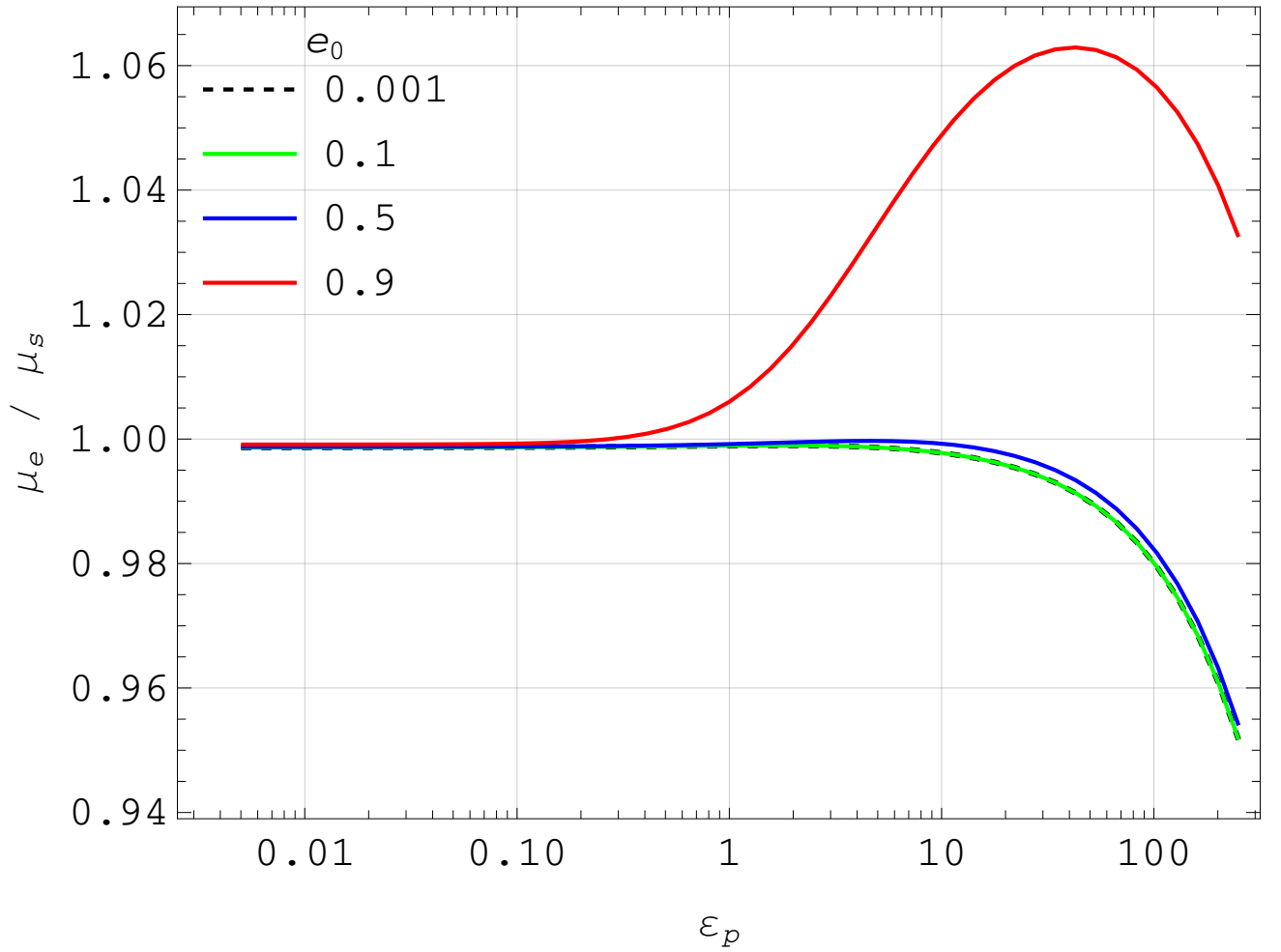


Рисунок 2.7 — Современное отношение контрастов плотности μ_e/μ_s как функция линейно экстраполированного начального контраста $\varepsilon_p \equiv \varepsilon_0(1 + z_0)$ для сферической модели ($e_0 = 0$) и эллипсоидальных моделей с несколькими начальными эксцентриситетами e_0 . Все кривые практически совпадают, показывая, что сферическое приближение точно воспроизводит нелинейную глубину войда в диапазоне ε_0 , соответствующем наблюдаемым войдам.

следовательно, форма войда, то есть его эксцентриситет, пренебрежимо слабо влияет на конечный контраст плотности. Этот вывод полностью согласуется с результатами на рис. 2.3–2.6 для эксцентриситета $e = 0.866$. Поэтому для статистических расчетов $\mu(\varepsilon_0)$ можно использовать вычислительно более быструю сферическую модель.

Распространенность космических пустот

Согласно стандартной картине, крупномасштабная структура Вселенной сформировалась из первичных гауссовых возмущений. Доля объема Вселенной, занятая возмущениями, линейно экстраполированная избыточная или недостаточная плотность которых превышает выбранный порог, определяется статистикой начального гауссова поля плотности [55; 56]. Пусть линейный контраст плотности, сглаженный на сопутствующем масштабе R и линейно экстраполированный к $z = 0$:

$$\delta_R(\mathbf{x}) = \int \delta_0(\mathbf{x}') W(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|; R) d^3x', \quad (2.15)$$

где $\delta_0(\mathbf{x}) \equiv \delta(\mathbf{x}, z)/D_+(z)$ — контраст плотности, приведенный к современной эпохе, $D_+(z)$ — линейный фактор роста, нормированный на единицу при $z = 0$, а $W(r; R)$ — оконная функция, обычно выбираемая в виде сферического фильтра радиуса R . Среднеквадратичная амплитуда флуктуаций сглаженного поля равна

$$\sigma_R^2 \equiv \langle \delta_R^2 \rangle = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} P(k) |\tilde{W}(kR)|^2, \quad (2.16)$$

где $P(k)$ — линейный спектр мощности вещества при $z = 0$, а $\tilde{W}(kR)$ — преобразование Фурье оконной функции. Для сферического фильтра $\tilde{W}(x) = 3(\sin x - x \cos x)/x^3$.

Вероятность того, что случайно выбранная точка находится в области, линейно экстраполированный контраст которой превышает ε_0 , равна

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(> \varepsilon_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\varepsilon_0}^{\infty} \frac{d\delta_R}{\sigma_R} \exp\left(-\frac{\delta_R^2}{2\sigma_R^2}\right) = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\varepsilon_0}{\sqrt{2}\sigma_R}\right). \end{aligned} \quad (2.17)$$

Уравнение (2.17) задает долю объема Вселенной выше выбранного порога (или ниже него для областей пониженной плотности вследствие симметрии гауссова распределения). Дополнительный множитель 2 в итоговом выражении $2\mathcal{P}(\mu)$ компенсирует проблему «облако в облаке» и обеспечивает отнесение всего

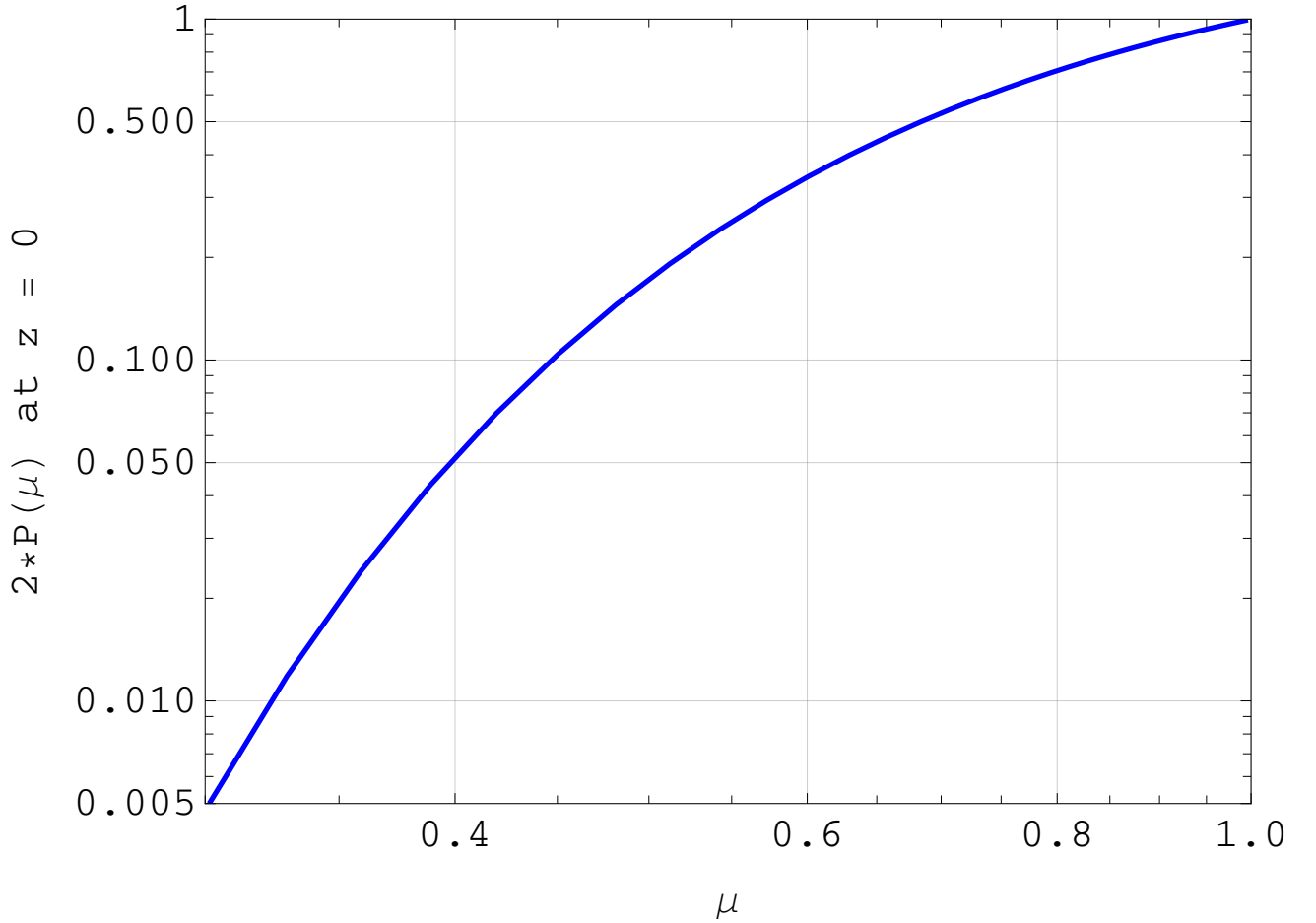


Рисунок 2.8 — Интегральная доля объема, занятая войдами с современным относительным контрастом плотности меньше μ , то есть более глубокими областями пониженной плотности, рассчитанная с использованием сферической модели. Кривая приведена для масштаба сглаживания $R = 8 h^{-1}$ Мпк и стандартного спектра мощности Λ CDM.

объема либо к войдам, либо к сколлапсировавшим объектам. Следовательно, интегральная доля объема, занятая войдами с современным контрастом плотности меньше μ , то есть более глубокими областями пониженной плотности, равна

$$2\mathcal{P}(\mu) = 2\mathcal{P}(\varepsilon_0(\mu)) = \operatorname{erfc}\left(\frac{\varepsilon_0(\mu)}{\sqrt{2}\sigma_R}\right), \quad (2.18)$$

где $\varepsilon_0(\mu)$ — функция, обратная нелинейному отображению $\mu(\varepsilon_0)$, полученному в сферической или эллипсоидальной модели.

Здесь σ_R вычисляется при $z = 0$, а радиус сглаживания R задается физическим масштабом рассматриваемых войдов. В настоящем анализе принято $R = 8 h^{-1}$ Мпк, что характерно для умеренных войдов, обнаруживаемых в обзорах красных смещений галактик. Соответствующая функция $2\mathcal{P}(\mu)$ показана

на рис. 2.8; из нее следует, что войды с $\mu \lesssim 0.6$ занимают лишь около четверти космического объема.

Наблюдения войдов в крупных обзорах красных смещений галактик указывают на их крайне низкую плотность. Согласно работе [52], для обзора 2dFGRS средний контраст плотности составляет $\Delta_m \simeq -94\%$, что соответствует остаточной плотности вещества $\mu \simeq 0.06$. В теоретических работах, основанных на формализме случайных траекторий, используется более умеренный порог $\mu \simeq 0.2$ ($\Delta_m \simeq -80\%$), например в [57]. Полученные результаты дают менее выраженный дефицит плотности, $\mu \sim 0.5$, что согласуется с аналитическими моделями центральной плотности войдов [43; 44].

2.5 Выводы

Эволюция отдельного войда исследована полуаналитическим методом. Основные результаты можно сформулировать следующим образом.

- 1) В соответствии с общими теоретическими представлениями несферичность области пониженной плотности в ходе эволюции уменьшается. Этот эффект имеет ту же природу, что и рост несферичности области повышенной плотности. Однако существует важное различие: для области повышенной плотности несферичность быстро возрастает и эллипсоид превращается в «блин», тогда как округление войда происходит очень медленно.
- 2) Эволюция и конечное значение дефицита плотности войда практически не зависят от его эксцентриситета. Теоретическое объяснение этого результата приведено в работе [44].
- 3) Нелинейность эволюции войда проявляется уже в ранние эпохи. Как видно из рис. 2.6, десятипроцентное отклонение от линейного режима возникает при $z \simeq 8$, когда $\varepsilon = \Delta\rho/\rho \sim 10\%$.

4) Полуаналитический расчет подтверждает, что войды не являются почти полностью опустошенными: получено $\Delta_m \simeq -50\%$ ($\mu > 0.5$). Этот результат согласуется с теоретическими оценками [43; 44], но противоречит результатам некоторых N -body-моделирований.

Глава 3. Магнитное торможение пекулярных ssrAp -звезд

3.1 Введение

Первые две задачи образуют взаимосвязанную пару: в них однородная эллипсоидальная модель используется для описания коллапса области повышенной плотности и расширения области пониженной плотности. Однако эволюция астрофизических объектов определяется не только самогравитацией и формой. На звездных масштабах важнейшую роль играет перенос углового момента при взаимодействии объекта с окружающей средой. Это приводит к третьей задаче диссертации — исследованию торможения магнитной звезды слабым звездным ветром.

Магнитные поля звезд играют важную роль в физике и эволюции звезд. Приблизительно 10% ОВА звезд главной последовательности (ГП) имеют достаточно сильные магнитные поля [58; 59] (≥ 100 Гс), достигающие по напряженности несколько тысяч гаусс [60; 61]. Наблюдаемые продольные магнитные поля этих звезд переменны с фазой вращения, что достаточно хорошо описывается моделью наклонного ротатора, см. работы [62—66]. Согласно [61] 75% звезд имеют магнитные гармонические фазовые кривые и 25% звезд имеют двухволновые фазовые кривые. В основном магнитные поля стабильны на протяжении всего периода исследований (около 75 лет), но лишь у некоторых подозревается небольшая переменность [67]. Сильные магнитные поля стабилизируют атмосферы горячих звезд [68], что позволяет эффективно работать механизму селективной диффузии в атмосферах этих звезд и образовывать локальные области (“пятна”) повышенного содержания, как правило, редкоземельных элементов и элементов железного пика [69—73]. Еще одной удивительной особенностью магнитных Ap -звезд является наблюдаемая быстрая фотометрическая переменность с периодами от 3 до 15 минут. Это связывают с пульсациями в некоторых

локальных областях (пятнах). Глобально пульсировать звезды такой массы, размера и т.д. не могут [74]. Минимальный период глобальных пульсаций таких звезд составлял бы не менее 1.5 часа. Пульсации в локальных областях связаны с пятенной структурой поверхности и не должны никак влиять на потерю механического момента вращения. Это явление может быть еще одним дополнительным аргументом в пользу твердотельного вращения этих звезд. "Пятна" на поверхности Ар-звезд имеют не только сверхобилие выделенных элементов, но и другую поверхностную температуру (чаще пониженную), что приводит к модуляции излучения с периодом вращения. Фотометрическая переменность дает прекрасную возможность с высокой точностью оценивать период вращения этих звезд [62; 75; 76] и многие другие параметры.

Существенно расширили возможности определения периодов вращения этих звезд высокоточная фотометрия космических миссий Kepler, TESS и других [77—80]. Точное знание периодов существенно облегчает получать магнитные фазовые кривые (МФК) [81], и таким образом увеличивать статистику наблюдаемых периодов и параметров МФК. Это позволит в дальнейшем уточнить сценарии, объясняющие происхождение глобальных магнитных полей звезд. Но следует указать на некоторую селективность такого подхода. Она связана с тем, что возможность получения высокоточных фотометрических оценок благодаря космическим миссиям TESS, Kepler, Gaia и других появилась относительно недавно. Вследствие этого, как правило, поиск и точное определение периодов продолжительностью более 50 дней затруднительны [26]. В настоящее время космические миссии позволяют получать оценки только для относительно коротких периодов.

Одной из самых характерных особенностей магнитных Ар-звезд является их медленное вращение. В среднем Ар-звезды имеют скорости вращения в 4-5 раз медленнее, чем те же нормальные звезды [18—20]. На возможность существования периодов вращения в сотни и даже тысячи лет указывали [21]. Это утверждение подтверждается результатами наблюдений в работах [76; 82—84] и ряда других. Это позволило выделить группу сверхмедленно вращающихся Ар

звезд — ssrAp-stars (super-slowly rotating Ap-stars). Основные направления для объяснения этого наблюдаемого эффекта медленного вращения следующие:

1. Звезды приходят на главную последовательность уже потеряв значительную часть механического момента вращения [85].

2. Магнитные звезды теряют механический момент вращения во время жизни на главной последовательности из-за взаимодействия магнитного поля вращающейся магнитной звезды с межзвездным веществом, [86—88] рассматривали такое взаимодействие посредством работы пропеллерного механизма Илларионова-Сюнчева [89].

3. Возможность эффективного торможения звездным ветром рассматривалась так же в случае истечения вещества с магнитных полюсов относительно горячих Ap/Vp-звезд. Истечение ионизованного вещества контролировалось глобальным магнитным полем звезды дипольной структуры.

Наблюдаемые свойства ssrAp-звезд, такие, как квазипериодические колебания блеска, пятнистое распределение элементов и синхронизация магнитных осей с осями вращения, напрямую связаны с динамикой их магнитных полей и замедлением вращения. Однако природа торможения остается недостаточно изученной: традиционные модели, основанные на диссипации энергии через звездный ветер, плохо согласуются с крайне низкими темпами потери массы у этих объектов. Альтернативные гипотезы предполагают, что крупномасштабные магнитные поля играют двойную роль — не только подавляют меридиональное перемешивание и конвекцию, но и перераспределяют угловой момент в объеме звезды через взаимодействие с ионизованными слоями звезды.

В данной главе связь между магнитным торможением, звездным ветром и динамикой вращения ssrAp-звезд исследуется с помощью аналитических оценок, наблюдательных данных и численного моделирования. Результаты позволяют уточнить параметры торможения и объяснить аномально медленное вращение этих звезд.

В данной главе для описания торможения звезды используется твердотельная модель, поскольку альвеновское время для звезды данного типа на много

порядков меньше времени ее торможения. Принимается дипольная конфигурация магнитного поля. Также получена оценка темпа потери массы звездным ветром, согласованная с оценкой времени потери углового момента.

3.2 Магнитное торможение

Магнитное торможение звезд в коде MESA описано в работе [90]. Код учитывает металличность звезд во время эволюции на главной последовательности; в расчетах принята солнечная металличность ($[Fe/H] = 0.02$).

Случай твердотельного вращения радикально отличается от дифференциального, что объясняется различием физических механизмов, ответственных за перенос углового момента и химических элементов. В модели с твердотельным вращением предполагается сильная связь между слоями звезды и подавление перемешивания, что позволяет развиваться процессам стратификации в лучистой атмосфере A звезд. В отличие от сценария с дифференциальным вращением, где химические элементы гомогенизируются за счет сдвиговой турбулентности и меридионального перемешивания.

Твердотельная модель вращения, даже в отсутствие магнитного торможения, приводит к снижению углового момента ядра и перераспределению его на внешние слои. Расчеты, выполненные в работе [91], демонстрируют, что в рамках этой модели можно получить нейтронные звёзды с начальными скоростями вращения, близкими к верхней границе наблюдаемых значений. При этом включение в расчет магнитного торможения приводит к резкому, на порядки величины, дополнительному снижению углового момента ядра: так, при напряженности поверхностного поля на магнитном экваторе $B_{eq} = 100$ Гс величина J уменьшается более чем на порядок, а при 1 кГс — на 4 порядка.

Возможная эволюция периода вращения рассматривается на примере типичной ssrAp-звезды 33 Lib (HD137949). Наличие продолжительного периода

вращения (около 100 лет) у этой звезды предполагали еще в работе [92]. Один из вероятных периодов вращения этой звезды оценивался в 83.5 года (30478 дней) на основании ряда состоящего из 21 оценки продольного компонента магнитного поля B_l , полученных на интервале времени в 7528 дня [29]. Позже была получена более точная оценка периода в 79.2 года (28902 дня) на основании ряда из 77 оценок поверхностного магнитного поля B_S , полученных на протяжении интервала времени в 10583 дня [83]. Поэтому в дальнейшем используется именно эта оценка периода. Основные параметры звезды возьмем из каталога фундаментальных параметров Ар-звезд [93]: эффективная температура $T_{eff} = 7520$ К, ускорение свободного падения $\log(g) = 4.01$ см с⁻², радиус звезды в радиусах Солнца $R/R_\odot = 2.09$, масса звезды в массах Солнца $M/M_\odot = 2.04$ и возраст $\log(t) = 8.98$ лет. По оценкам B_S для 33 Lib с периодом 28902 дня [83] была получена средняя магнитная фазовая кривая и ее параметры методом описанным в [60], изображена на рис. 3.1.

Полученная МФК близка к простым гармоническим зависимостям, что позволяет предположить дипольную структуру глобального магнитного поля и определить его параметры. Следует отметить, что B_S у этой звезды меняется незначительно с периодом вращения и поэтому имеет смысл получить среднюю оценку наблюдаемых значений B_S по данным из [21; 25; 83]. Средняя величина B_S по 77 измерениям составила 4693 ± 27 Гс, что очень близко к оценке приводимой в каталоге [93] в 4676 Гс. Поэтому, зная из наблюдений, что величина B_S меняется мало, для оценки напряженности магнитного поля на полюсе – B_p можем воспользоваться выражением из работы [63] $B_p = BS/0.63$. Из этого выражения получается $B_p = 7450$ Гс; это значение следует считать приближенным. Полуамплитуда МФК, полученная по оценкам B_S , составляет всего 42 Гс, что может привести к неопределенности в оценке B_p в ± 67 Гс.

Данные проектов TESS, ESPRESSO и MOST продолжают уточнять роль магнитного торможения в динамике таких объектов [94].

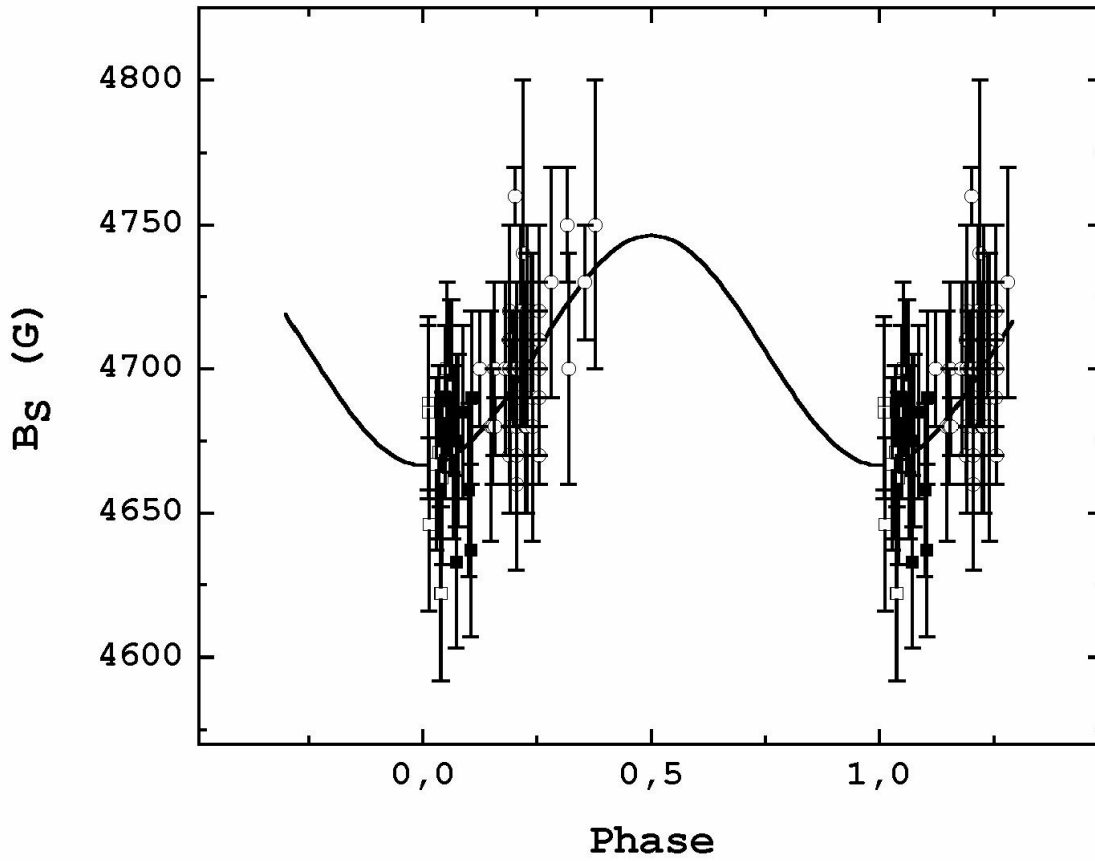


Рисунок 3.1 — Для построения средней магнитной фазовой кривой были использованы оценки поверхностного магнитного поля из работ [21; 25; 83].

3.2.1 Аналитическая модель

Двумерные магнитогидродинамические (МГД) расчеты в выполненные в работе [28] и подтверждающие их 3D МГД моделирование [95] показывают, что для звезд с сильным дипольным магнитным полем альвеновский радиус можно рассчитать как

$$R_A \approx R_s(0.29 + (\eta_* + 0.25))^{1/4}, \quad (3.1)$$

где R_s — радиус звезды и η_* — параметр магнитного удержания ветра. Этот параметр определяется как отношение потока энергии электромагнитного поля

и звездного ветра вблизи поверхности звезды [28]:

$$\eta_* \equiv \frac{B_{eq}^2 R_s^2}{\dot{M} v_\infty}, \quad (3.2)$$

здесь $\dot{M}$ темп потери массы и v_∞ конечная скорость потока вещества в ветре. Также определяется темп потери углового момента для диполя Вебера-Дэвиса (dipole WD) [27; 28]

$$\dot{J}_{dWD} = \frac{2}{3} \dot{M} \Omega R_A^2, \quad (3.3)$$

иллюстративная кривая приведена на рис. 3.2. Для звезды на главной последовательности с сильным магнитным полем около 18 кГс наблюдается излом при $\dot{M} \approx 10^{-4} M_\odot \text{ год}^{-1}$. При значениях выше этой величины эффективный альвеновский радиус оказывается постоянным и порядка радиуса звезды, торможение пропорционально темпу потери массы звездой $\dot{J} \propto \dot{M}$. При значениях же ниже критического уменьшение темпа потери массы компенсируется ростом альвеновского радиуса, а темп торможения пропорционален $\dot{J} \propto B_{eq} \dot{M}^{1/2}$, что позволяет тормозить звезду даже при относительно малых темпах потери массы.

3.2.2 Численная модель

Для численного моделирования эволюции звезды использовался программный пакет MESA [96—100]. Достоверных наблюдательных данных о темпах потери массы у маломассивных звезд с лучистыми оболочками нет [101], поэтому была применена модель ветра из работы [102]

$$\dot{M} = 9.6 \times 10^{-15} \xi \left(\frac{L}{L_\odot} \right)^{1.42} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{0.16} \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{0.81} M_\odot \text{ год}^{-1}, \quad (3.4)$$

где L , M и R это светимость, масса и радиус звезды соответственно, ξ — безразмерный параметр. Использование данной модели потери масс обусловлено эффективной температурой ($T_{eff} < 10^4$ К) изучаемой звезды HD137949 и тем,

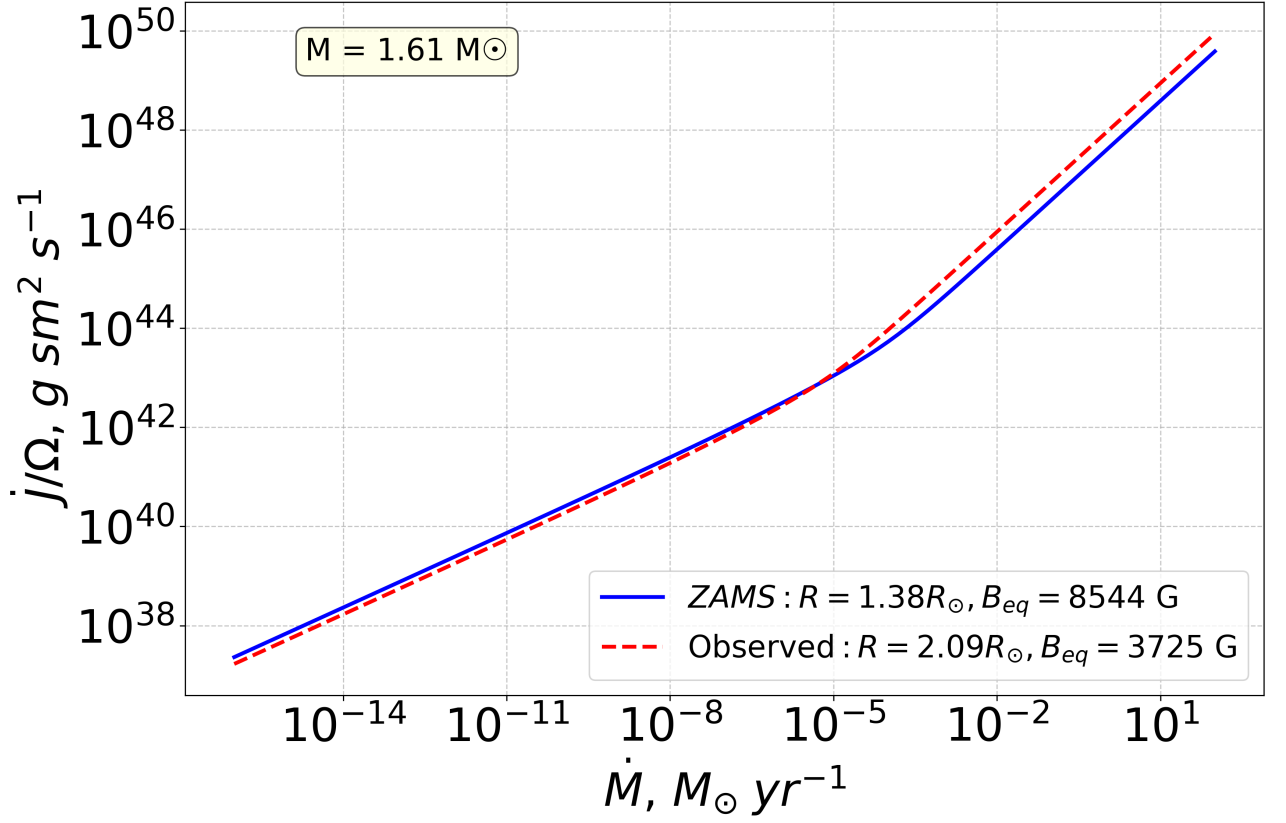


Рисунок 3.2 — Параметризация аналитической зависимости скорости потери углового момента $\dot{J}(\dot{M}_*)$ от темпа потери массы $\dot{M}_*$, рассчитанная по формуле Вебера-Дэвиса (ур. 3.3). Для анализа использованы два фиксированных набора параметров звезды, полученных из моделирования MESA: для начальной стадии на главной последовательности (синяя кривая) и для текущего наблюдаемого состояния (красная кривая). По оси абсцисс отложен темп потери массы $\dot{M}_*$, по оси ординат — скорость потери углового момента $\dot{J}$. Примечание: В расчёте варьируется только $\dot{M}_*$, остальные параметры (угловая скорость Ω , альвеновский радиус R_A) зафиксированы в соответствии с выбранным эволюционным состоянием ($L = 11.77 L_{\odot}$, $T = 7400 \text{ K}$).

что она считается применимой для большинства звезд главной последовательности диаграммы Герцшпрунга-Рассела, но как оказалось, скорее всего эта формула сильно переоценивает темп потери массы для звезд умеренной массы с лучистой оболочкой ($1.25M_{\odot} < M < 2M_{\odot}$), т.е. оказалось что $\xi \ll 1$, см. секцию с результатами для деталей.

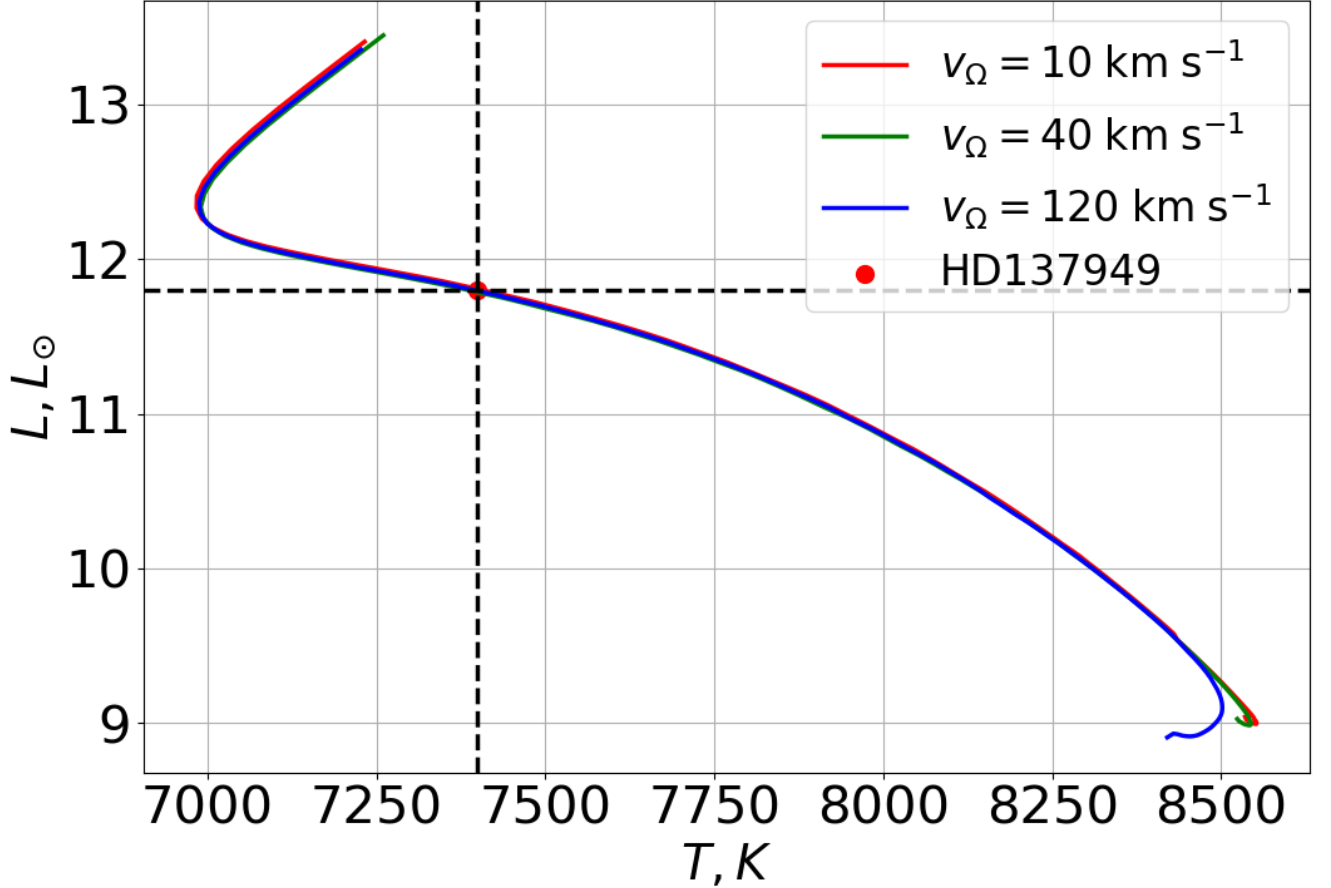


Рисунок 3.3 — Трек звезды HD137949 для трех различных начальных скоростей вращения $v_{\Omega} = \{10, 40, 120\}$ км/с. Красной точкой указано значение наблюдаемых параметров HD137949.

Для заданных параметров изучаемой звезды, $L = 11.77L_{\odot}$, $T = 7400$ К, $R = 2.09R_{\odot}$ [103], найдена масса $M = 1.606M_{\odot}$, при которой эволюционный трек проходит через наблюдаемую точку на диаграмме ГР (рис. 3.3). При найденных параметрах и $\xi = 1$ темп потери массы оценивается как

$$\dot{M}_0 = 6.24 \times 10^{-13} \quad M_{\odot} \text{ год}^{-1}. \quad (3.5)$$

В данной главе используется запись $a_b \equiv a/10^b$; все величины приведены в системе СГС, если не оговорено иное.

При известном темпе потери масс, можно записать аналитическую оценку эволюции угловой скорости. Для этого из дифференциального уравнения вида

$$\dot{\Omega}(t) = \chi_0 \Omega, \quad (3.6)$$

где

$$\chi_0 = \frac{2\dot{M}R_s^2}{3I_s} \left(0.29 + \left(\frac{\mu^2}{R_s^4 v_w \dot{M}} + 0.25 \right)^{1/4} \right)^2, \quad (3.7)$$

где I_s – полный момент инерции звезды $I_s = \kappa M R_s^2$, κ – безразмерный коэффициент момента инерции, который зависит от распределения массы внутри звезды, μ – дипольный магнитный момент и v_w – скорость звездного ветра. Это дифференциальное уравнение легко решается и дает экспоненциальное решение вида

$$\Omega(t) = \Omega_0 e^{-\chi_0 t}, \quad (3.8)$$

где Ω_0 – начальная угловая скорость звезды. Как видно из вида уравнения (3.6), коэффициент χ_0 есть обратная величина времени торможения $\chi_0 = t_{sd}^{-1}$. Угловая скорость, соответствующая наблюдаемому периоду 80 лет, принимается за минимальную скорость вращения в дальнейших расчетах:

$$\Omega_p = 2.5 \times 10^{-9} \quad \text{рад} \cdot \text{с}^{-1}. \quad (3.9)$$

Полный момент инерции для изучаемого объекта

$$I_s = \kappa M R_s^2 = 10^{54} \kappa_{-1.5} M_{33.5} R_{11}^2 \quad \text{г} \cdot \text{см}^2, \quad (3.10)$$

где $\kappa_{-1.5} = \kappa/10^{-1.5}$. Время торможения можно оценить с помощью уравнения (3.7) в приближении $\dot{M} \ll 10^{-4} M_\odot/\text{год}$:

$$t_{sd} = \frac{3}{2} \frac{\kappa M}{B_{eq} R_s} \sqrt{\frac{v_w}{\dot{M}}} = 1.5 \times 10^{15} \frac{\kappa_{-1.5}}{B_4 \dot{M}_{-12}^{1/2}} \frac{M_{33.5} v_8^{1/2}}{R_{11}} \quad \text{с}, \quad (3.11)$$

где B_4 – магнитное поле в единицах 10 кГс, $\dot{M}_{-12}$ – нормированный темп потери массы 10^{12} г/с, $v_8 = v_w/10^8$ – скорость ветра принималась 10^8 см/с. Используя современные параметры исследуемой звезды при $\dot{M} = 10^{12}$ г/с, характерное время торможения $t_{sd} \simeq 6 \times 10^7$ лет.

Для обоснования использования твердотельной модели было оценено альвеновское время τ_A , как

$$\tau_A(t) = \frac{R_s(t) \sqrt{4\pi \bar{\rho}_*(t)}}{B_p(t)} = 3.5 \times 10^7 \frac{M_{33.6}^{1/2}}{B_4 R_{11}^{1/2}} \quad \text{с}, \quad (3.12)$$

где $R_s(t)$ – радиус звезды, $\bar{\rho}_*$ – средняя плотность звезды. Темп его изменения показан на рисунке 3.4 (сплошная линия), рассчитанный с помощью программного пакета MESA с нестационарными параметрами.

Сравнение альвеновских времен, вычисленных с помощью эволюционных профилей звезды, для которых известно распределение плотности по радиусу и аналитического приближения в предположении звезды с однородной плотностью, представлено на рис. 3.4. Здесь

$$\tau_A = \int_0^{R_s(t)} \frac{\sqrt{4\pi \rho(r)}}{B(r(t))} dr, \quad (3.13)$$

где $\rho(r)$ – это профиль плотности в определенные моменты времени, а $B(r(t))$ соответствующие этим моментам значения магнитного поля, с учетом сохранения магнитного потока:

$$B(t) = B_c \left(\frac{r(t)}{R_s(t)} \right)^2, \quad (3.14)$$

где B_c – наблюдаемое значение магнитного поле в настоящее время, r и R_s – текущая радиальная координата и радиус фотосферы звезды соответственно. Для сохраняющегося магнитного потока, с наблюдаемыми значениями $B_{p,c} = 7.4$ кГс, $R_{s,c} = 2.09 R_\odot$, которое рассчитывается для массы $M_s = 1.606 M_\odot$, начальный радиус звезды был $R_{s,0} = 1.38 R_\odot$, что соответствует значению начального магнитного поля $B_{p,0} = 17.1$ кГс. Значение напряженности поверхностного поля на магнитном экваторе для диполя $B_{eq} = B_p/2$.

На Рис. 3.4 представлены зависимости альвеновского времени τ_A рассчитанные по формуле (3.12) синей линией и вычисленное на основании эволюционной модели, как показано в уравнении (3.13), показаны красными точками. Различие времен рассчитанных по средней плотности и по эволюционным профилям плотности примерно в два раза. Это связано с сильной концентрацией массы

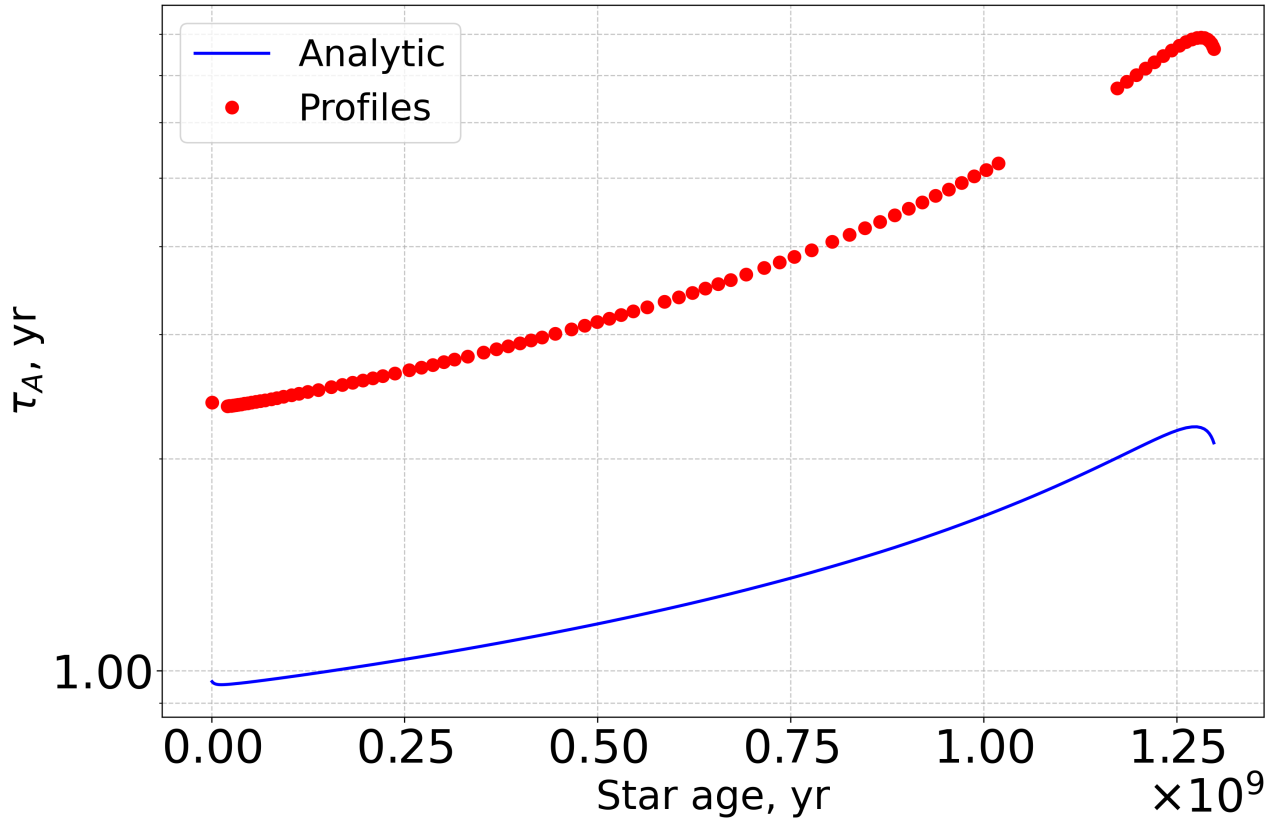


Рисунок 3.4 — Изменение альвеновского времени с ходом эволюции звезды. Красные точки показывают альвеновское время рассчитанное по интегральным профилям плотности звезды. Синей линией показано аналитическое приближение. Видно, что альвеновское время с ходом эволюции звезды не превышает $\tau_A \leq 8$ лет.

к центру у численной модели, что приводит к сильному уменьшению скорости распространения альвеновских (крутильных) волн. Альвеновское время в любом случае не превышает нескольких лет. Таким образом, альвеновское время для звезды 33 Lib всегда значительно меньше времени магнитного торможения t_{sd} и текущего периода вращения звезды $P = 80$ лет.

3.2.3 Численное моделирование

В численном расчете MESA применяется твердотельное приближение. Это позволяет пренебречь влиянием магнитных полей на крупномасштабную струк-

туру и эволюцию звезды, поскольку медленное развитие магнитных эффектов не успевает значимо изменить систему. Упрощая модель за счет исключения сложной магнитной гидродинамики, твердотельное приближение значительно снижает вычислительные затраты, сохраняя при этом точность в сценариях, где доминируют гравитационные, тепловые эффекты или звездный ветер.¹

В численном расчете свободным параметром является коэффициент эффективности потери массы ξ , варьируя который можно получить необходимый темп замедления к наблюдаемым физическим параметрам звезды, радиусу $R = 2.09R_{\odot}$ и периоду вращения $P = 80$ лет. На рисунке 3.5 приведен график изменения угловой скорости звезды от ее возраста. В рассматриваемой модели принята дипольная конфигурация магнитного поля и предполагается сохранение магнитного потока в ходе эволюции. Рассмотрены три модели с различными значениями начальной линейной скорости вращения звезды на экваторе $v_{\Omega,0} = \{10, 40, 120\}$ км с⁻¹ (3.14). Для аналитических кривых $\Omega_i(t)$ на рисунке 3.5, показанных черными линиями, свободным параметром являлся темп потери массы $\dot{M}$ или параметр ветра ξ .

В расчетах учитывалось сохранение магнитного потока на всем протяжении жизни звезды, что приводило к изменению напряженности магнитного поля в ходе эволюции звезды (см. ур. 3.14). Таким образом, во время эволюционных расчетов согласованно менялись радиус, магнитное поле, светимость и, соответственно, темп потери массы (см. рис. 3.6).

На рисунке 3.7 сплошной линией показана теоретическая зависимость темпа потери массы от начальной угловой скорости звезды, которая необходима для торможения вращения звезды к наблюдаемым значениям, она была получена из выражения (3.8). Значения скорости потери массы, получаемые из численного моделирования, показаны точками для разных начальных скоростей вращения. Как видно из графика, численное моделирование дает малозначительное отклонение оценки ветра по сравнению с теоретическим (разница составляет 1.08 раза). В ана-

¹В конфигурационных файлах кода MESA `inlist_braking` для твердотельного вращения использовалось `set_uniform_am_nu_non_rot = .true.` во вкладке `&controls`.

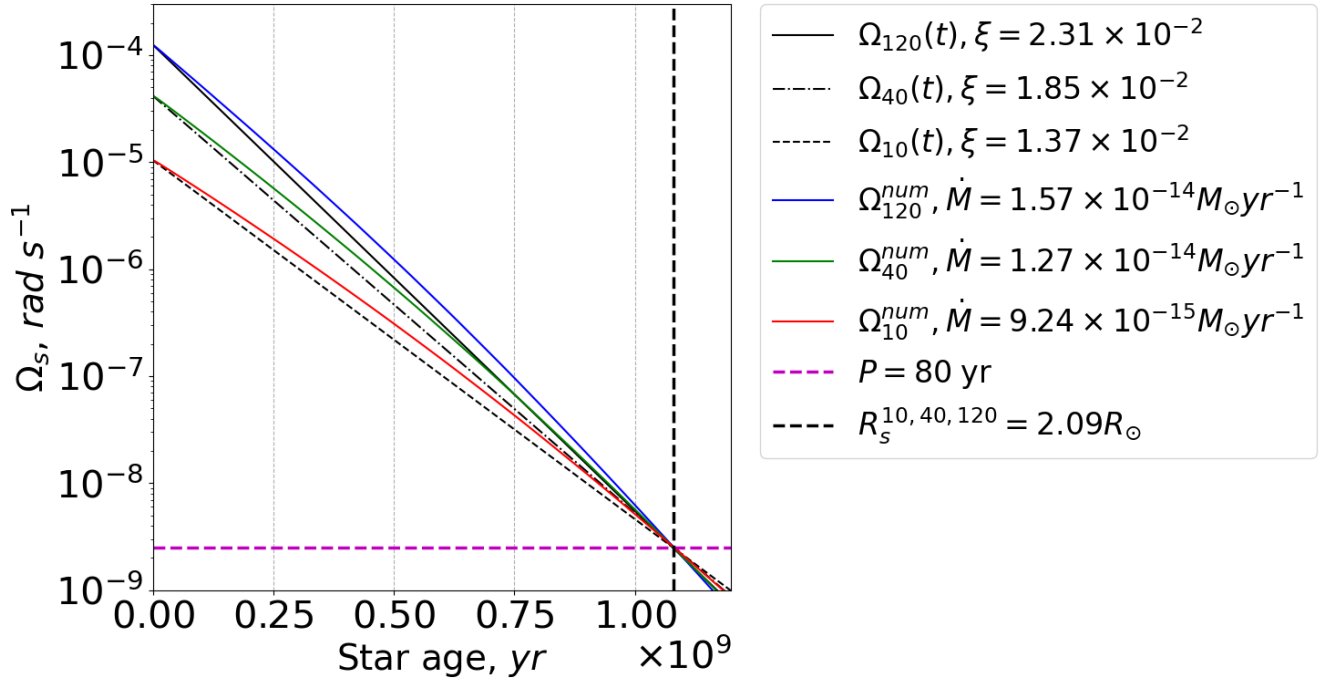


Рисунок 3.5 — Изменение угловой скорости звезды с ходом ее эволюции с переменным дипольным магнитным полем для разных начальных значений. Начальные значения линейной скорости вращения на экваторе $v_\Omega = \{10, 40, 120\}$ км с⁻¹. Верхний предел скорости вращения задается как $v_{\Omega, \max} = \frac{1}{3} v_{\text{Кер}}(R_0)$, где $R_0 \simeq 10^{11}$ см — начальный радиус звезды. Данное ограничение, которое является более консервативным по сравнению с оценками предельной скорости вращения в работе [104], вводится для подавления значительного меридионального перемешивания. Здесь значение темпа потери массы $\dot{M}$ указано для периода вращения звезды $P = 80$ лет.

литической модели пренебрегается эволюцией радиуса в течении жизни звезды на ГП, что сказывается на величине поверхностного магнитного поля и момента инерции звезды.

3.3 Результаты и Обсуждение

Топология магнитного поля у звезды 33 Lib предполагалась дипольной, что согласуется с данными МФК, а поле предполагалось соосным с вращением звезды. Это предположение обосновывается 3D МГД расчетами [95], где было

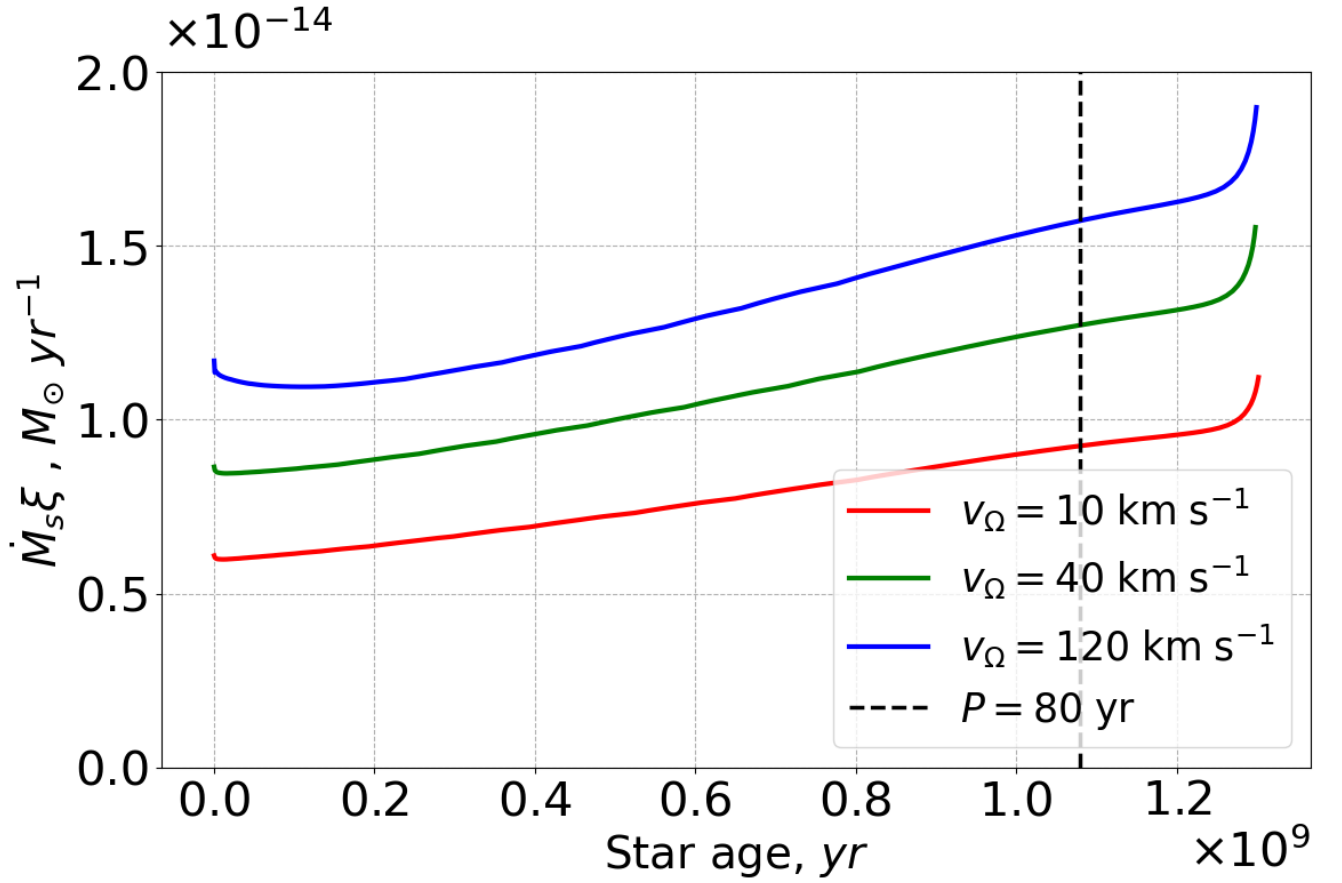


Рисунок 3.6 — Изменение потери массы звезды HD137949 с начальной скоростью вращения для $v_\Omega = \{10, 40, 120\} \text{ км с}^{-1}$. По оси ординат темп потери массы $\dot{M}_s$ в массах Солнца в год, по оси абсцисс возраст звезды с ходом ее эволюции. Показано изменение темпа потери массы с разными значениями эффективности ветра ξ (см. Рис.3.5), которая обеспечивает торможение звезды до периода вращения

$$P = 80 \text{ лет и радиуса звезды } R_s = 2.09 R_\odot.$$

показано, что наклонный ротатор в пределах точности около 30% имеет такой же темп торможения, как и соосный ротатор.

Более сложная топология магнитного поля не рассматривалась, т.к. дипольное поле спадает с расстоянием наиболее медленно и, соответственно, обеспечивает наибольший альвеновский радиус и эффективное торможение. Если магнитное поле содержит мультиполи более высокого порядка, то наблюдаемая МФК будет описываться тригонометрическими полиномами, при этом наблюдаемый участок кривой покрывает только возрастающую часть (см. Рис. 3.1). Другими словами, при сохранении производной длительность периодичности полинома будет больше, чем в случае простой синусоиды, которая

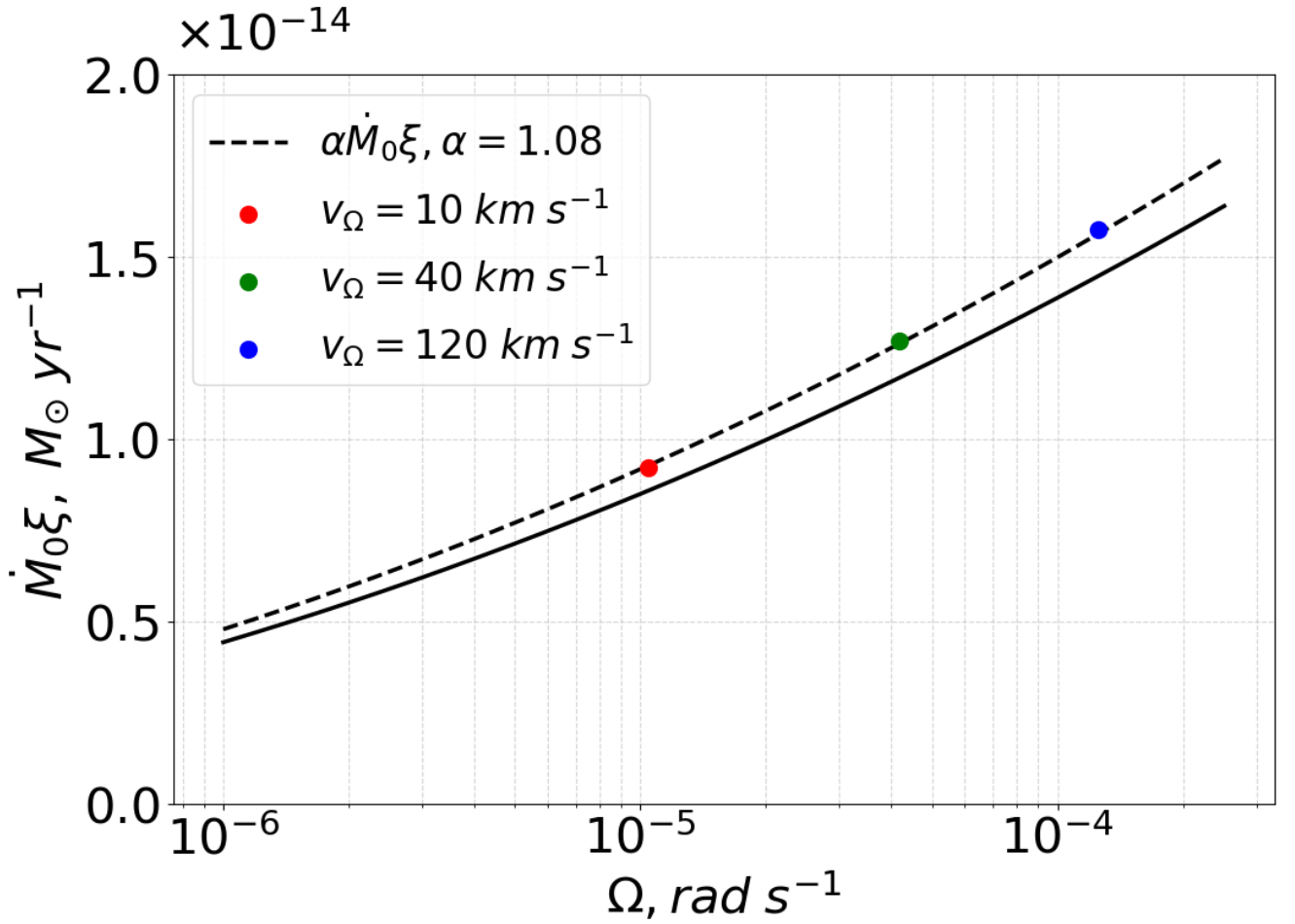


Рисунок 3.7 — Зависимость темпа потери масс от значения угловой скорости, при параметрах наблюдаемой звезды HD137949. Сплошной линией показана теоретическая зависимость $\dot{M}_0 \xi$. Пунктирной кривой показана теоретическая зависимость с безразмерным коэффициентом $\alpha = 1.08$ для описания результатов численного моделирования, которые указаны точками.

возникает в случае дипольного поля. Таким образом, наблюдения МФК будут объясняться многократно более длительными периодами вращения чем 80 лет

Полученное выражение (3.8) показывает, что при торможении магнитным ветром угловая скорость экспоненциально уменьшается в ходе эволюции. При сильном магнитном поле вращение звезды может практически прекратиться или существенно замедлиться. Даже звездный ветер малой интенсивности ($\dot{M} \sim 10^{-14} M_\odot \text{ год}^{-1}$) способен эффективно затормозить ssrAp-звезду до наблюдаемой скорости вращения 33 Lib.

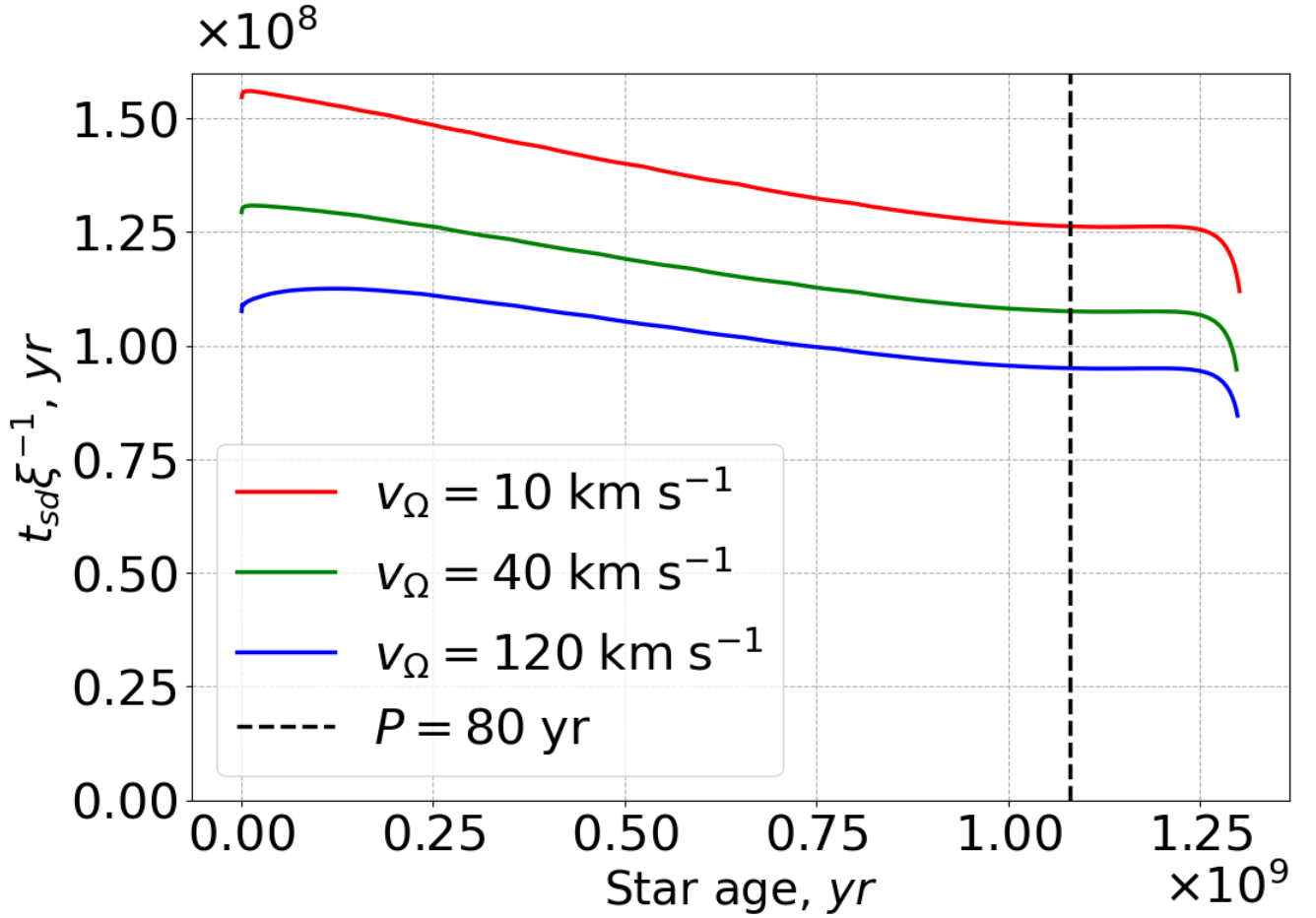


Рисунок 3.8 — Время торможения магнитным ветром для звезды HD137949 при разных значениях начальной скорости вращения. По оси ординат время торможения t_{sd} в годах, по оси абсцисс возраст звезды с ходом ее эволюции. Пунктирной линией указан возраст, при котором достигается период вращения $P = 80$ лет.

Вводится безразмерный параметр, равный отношению времени жизни на главной последовательности к времени торможения магнитным ветром:

$$\Xi = \frac{\dot{M}_{-12}^{1/2} B_{eq,3}}{M_{33.5}^{2.4}} \frac{1}{\kappa_{-1.5} \sqrt{v_{w,8}}} \quad (3.15)$$

При значениях этого параметра больше единицы, согласно простой оценке по уравнению (3.11), время торможения звезды спектрального класса A оказывается порядка времени ее жизни. В дальнейшем параметр может быть использован в статистических исследованиях магнитных звезд.

Проведенное исследование демонстрирует, что магнитное торможение, обусловленное взаимодействием сильного магнитного поля и звездного ветра, может играть ключевую роль в замедлении вращения звезд типа ssrAp. Моделиро-

вание эволюции магнитных полей с учетом переменной магнитной конфигурации и звездного ветра подтверждает простую теоретическую модель. Магнитный ветер может эффективно тормозить вращение, приводя к наблюдаемому медленному вращению звезд спектрального класса A.

Предложенная процедура при известном магнитном поле может стать уникальным методом оценки темпа потери массы звездами класса A, который трудно определить иными способами.

Заключение

В диссертации исследованы избранные динамические процессы, протекающие на существенно различных пространственных и временных масштабах: несферический гравитационный коллапс, эволюция вращения магнитных пекулярных звезд и формирование войдов. Общим для рассмотренных задач является необходимость учитывать отклонение системы от простейшей сферически-симметричной модели, сохраняя при этом возможность аналитического или полуаналитического описания. Для этого использованы модели однородных эллипсоидов, аналитические оценки магнитного торможения, эволюционные расчеты звезд и численное интегрирование уравнений движения областей пониженной плотности в расширяющейся Вселенной.

Основные результаты работы состоят в следующем.

1. Исследован коллапс однородных невращающихся сфероидов без давления в ньютоновском приближении. Для сплюснутой и вытянутой конфигураций получены уравнения эволюции полуосей и рассчитана зависимость максимального сжатия от начального эксцентриситета. Рассмотрены простой критерий остановки расчета в момент образования диска или иглы и более точный критерий «с пролетом», учитывающий дальнейшее сжатие системы после первого пересечения одной из полуосей с нулем.
2. Показано, что при одинаковом начальном эксцентриситете коэффициенты максимального сжатия сплюснутого и вытянутого сфероидов практически совпадают. Для критерия «с пролетом» численные результаты описываются зависимостью

$$\lg \chi_{fin} \simeq -0.6 + \frac{15}{8} \lg e_0. \quad (3.16)$$

Близость результатов для двух предельных осесимметричных конфигураций позволяет использовать эту аппроксимацию для трехосного

эллипсоида, если его несферичность определяется отношением наибольшей и наименьшей полуосей.

3. Полученная зависимость применена к оценке образования первичных черных дыр. Показано, что допустимый начальный эксцентриситет определяется массой возмущения и эпохой начала коллапса. Для возмущения солнечной массы, коллапсирующего в ранней Вселенной при температуре порядка 240 кэВ, образование черной дыры возможно при начальном эксцентриситете порядка $e_0 \sim 0.02$. Таким образом, даже сравнительно небольшое отклонение от сферической формы заметно влияет на предельную степень сжатия.
4. Построена аналитическая модель магнитного торможения сверхмедленно вращающейся пекулярной звезды 33 Lib. На основании формы магнитной фазовой кривой поле звезды представлено дипольной конфигурацией. Потеря углового момента рассчитана с использованием альвеновского радиуса и модели магнитного ветра Вебера–Дэвиса. Показано, что в режиме сильного магнитного удержания уменьшение темпа потери массы частично компенсируется увеличением альвеновского радиуса, поэтому эффективное торможение возможно даже при слабом звездном ветре.
5. Эволюция 33 Lib рассчитана с помощью программного пакета MESA при различных начальных скоростях вращения и интенсивностях потери массы. Аналитические оценки и численная модель согласованно показывают, что ветер с темпом потери массы порядка $10^{-14} M_{\odot} \text{ год}^{-1}$ способен увеличить период вращения звезды до наблюдаемого значения около 79 лет за время ее эволюции на главной последовательности. Полученный темп существенно ниже значения стандартной параметризации потери массы, применяемой для более горячих звезд.
6. Введен безразмерный параметр Ξ , характеризующий отношение времени жизни звезды на главной последовательности ко времени магнитного торможения. При $\Xi \gtrsim 1$ магнитный ветер способен существенно из-

менить вращение звезды в течение ее жизни. Предложенный подход позволяет при известных массе, радиусе, магнитном поле и периоде вращения получать косвенную оценку темпа потери массы холодных магнитных А-звезд, для которых прямое измерение ветра затруднено.

7. Построена полуаналитическая модель эволюции однородной эллипсоидальной области пониженной плотности в плоской Λ CDM-Вселенной. Уравнения движения полуосей учитывают самогравитацию области, влияние однородного окружения и космологическую постоянную. Численное интегрирование от $z = 500$ до $z = 0$ показало, что несферичность войда постепенно уменьшается, однако этот процесс протекает значительно медленнее, чем рост несферичности при коллапсе области повышенной плотности.
8. Установлено, что эволюция и современное значение относительной плотности вещества внутри войда практически не зависят от его начального эксцентриситета. Нелинейные эффекты становятся заметными достаточно рано: отклонение от линейного роста на уровне около 10% возникает уже при $z \simeq 8$. К современной эпохе линейная теория существенно переоценивает глубину войда, тогда как полуаналитическая модель дает остаточную плотность $\mu \gtrsim 0.5$ средней плотности Вселенной.
9. Показано, что сферическая модель с высокой точностью воспроизводит связь между начальным контрастом плотности и современной глубиной эллипсоидального войда. Это позволяет заменить решение системы уравнений для нескольких полуосей одним уравнением Фридмана и существенно ускорить статистические расчеты. В сочетании с гауссовой статистикой первичных возмущений получена оценка, согласно которой войды с относительной плотностью $\mu \lesssim 0.6$ занимают около четверти объема Вселенной на рассматриваемом масштабе сглаживания.

Таким образом, во всех трех рассмотренных задачах простые аналитические и полуаналитические модели позволяют выделить ведущие физические

механизмы и получить количественные результаты, которые трудно извлечь непосредственно из наблюдений или полномасштабного численного моделирования. Несферичность является критическим фактором при коллапсе в черную дыру, но слабо влияет на конечную плотность войда; сильное магнитное поле, напротив, обеспечивает эффективную передачу углового момента даже при крайне малом темпе потери массы.

Область применимости результатов определяется принятыми приближениями. Модель коллапса основана на ньютоновской динамике однородного вещества без давления; модель 33 Lib предполагает преимущественно дипольное магнитное поле и твердотельное вращение; модель войда использует однородную эллипсоидальную область в невозмущенном космологическом фоне. Дальнейшее развитие работы может быть связано с учетом общей теории относительности и неоднородности вещества при коллапсе, более сложной топологии магнитных полей и статистики магнитных звезд, а также приливного окружения, профиля плотности и взаимодействия войдов в крупномасштабной структуре Вселенной.

Словарь терминов

Альвеновский радиус R_A

Расстояние от звезды, на котором плотность энергии магнитного поля становится сравнимой с плотностью кинетической энергии звездного ветра. Вещество, удерживаемое полем до этого радиуса, эффективно уносит угловой момент звезды.

Альвеновское время

Характерное время распространения магнитогидродинамического возмущения через звезду с альвеновской скоростью. Его малость по сравнению со временем торможения обосновывает приближение твердотельного вращения.

Анизотропия

Зависимость физических свойств или динамики системы от направления. В работе она связана прежде всего с различием полуосей эллипсоида и действующих вдоль них сил.

Аппроксимация «с пролетом»

Способ оценки максимального сжатия сфероида, при котором решение продолжается после первого обращения одной из полуосей в нуль, а минимальный размер определяется в момент последующего равенства коэффициентов сжатия.

Вытянутый сфероид

Осесимметричный эллипсоид, у которого полуось симметрии больше двух равных экваториальных полуосей: $a_1 = a_2 < a_3$.

Гравитационный радиус r_g

Характерный размер $r_g = 2GM/c^2$, определяемый массой объекта. Сжатие вещества до масштаба порядка этого радиуса используется как оценочный критерий образования черной дыры.

Дефицит плотности ε

Относительное уменьшение плотности вещества внутри войда по сравнению со средней плотностью Вселенной.

Звездный ветер

Поток вещества, покидающего атмосферу звезды. При наличии крупномасштабного магнитного поля он становится каналом потери массы и углового момента.

Коэффициент максимального сжатия χ_{fin}

Минимальный относительный размер эллипсоида, достигаемый при коллапсе. Для сплюснутого сфероида он определяется величиной R_{fin} , а для вытянутого — Z_{fin} .

Коэффициенты гравитационного потенциала

Безразмерные функции формы эллипсоида $\alpha(e)$, $\beta(e)$ или $A(e)$, $B(e)$, определяющие компоненты внутреннего гравитационного поля вдоль его главных осей.

Контраст плотности

Безразмерная величина, характеризующая относительное отличие локальной плотности от средней фоновой плотности. Положительный контраст соответствует области повышенной плотности, отрицательный — области пониженной плотности.

Космическая пустота (войд)

Крупная область Вселенной с плотностью вещества ниже средней, содержащая мало ярких галактик и скоплений. Войды формируются из отрицательных первичных возмущений плотности, расширяющихся быстрее фонового хаббловского потока.

Красное смещение z

Безразмерная мера космологического растяжения длины волны излучения. Большие значения z соответствуют более ранним эпохам эволюции Вселенной.

Линейный фактор роста $D(a)$

Функция масштабного фактора, описывающая изменение малых возмущений плотности в линейной теории формирования космологической структуры.

Магнитная фазовая кривая

Зависимость измеряемой характеристики магнитного поля звезды от фазы ее вращения. Форма кривой позволяет оценивать период вращения и топологию крупномасштабного поля.

Магнитное торможение

Уменьшение угловой скорости звезды вследствие потери углового момента веществом, движение которого контролируется магнитным полем.

Магнитный диполь

Простейшая осесимметричная конфигурация крупномасштабного магнитного поля. В работе она используется при моделировании магнитного торможения 33 Lib.

Масштабный фактор $a(t)$

Функция времени, характеризующая относительное изменение расстояний вследствие однородного космологического расширения Вселенной.

Метод Пресса–Шехтера

Статистический подход, связывающий гауссово распределение первичных возмущений плотности с долей объема или массы, занятой сформировавшимися космологическими объектами. В работе применяется для оценки распространенности войдов.

Модель Вебера–Дэвиса

Модель магнитного звездного ветра, в которой истекающее вещество связано с вращающимся магнитным полем и уносит угловой момент с эффективным плечом порядка альвеновского радиуса.

 N -частичное моделирование

Численный метод исследования гравитационной эволюции большого числа

частиц, представляющих распределение вещества. Применяется при моделировании крупномасштабной структуры и войдов.

Параметр магнитного удержания η_*

Отношение характерного потока энергии магнитного поля к потоку кинетической энергии звездного ветра вблизи поверхности звезды. Большое значение η_* соответствует сильному магнитному контролю ветра.

Параметр относительной плотности μ

Отношение плотности вещества внутри войда к средней плотности вещества во Вселенной: $\mu = \rho_v / \bar{\rho} = 1 - \varepsilon$.

Параметр эффективности торможения Ξ

Безразмерная комбинация параметров звезды, магнитного поля и ветра, характеризующая отношение времени жизни звезды на главной последовательности к времени магнитного торможения. При $\Xi \gtrsim 1$ торможение существенно влияет на вращение звезды.

Параметр отклонения от линейного роста $\xi(z)$

Отношение линейного фактора роста к фактической амплитуде дефицита плотности войда. Отклонение от единицы характеризует роль нелинейных эффектов.

Первичная черная дыра

Черная дыра, сформировавшаяся в ранней Вселенной при коллапсе достаточно крупного первичного возмущения плотности, а не в результате эволюции звезды.

Полуаналитическая модель

Описание, в котором основные физические соотношения выводятся аналитически, а полученная система уравнений решается численно.

Сплюснутый сфероид

Осесимметричный эллипсоид, у которого полуось симметрии меньше двух равных экваториальных полуосей: $a_1 = a_2 > a_3$.

Темп потери массы $\dot{M}$

Масса вещества, покидающего звезду за единицу времени. Параметр опре-

деляет интенсивность звездного ветра и совместно с магнитным полем влияет на потерю углового момента.

Твердотельное вращение

Режим, при котором все слои звезды вращаются с одной угловой скоростью. Такое приближение предполагает эффективный внутренний перенос углового момента.

Угловой момент

Мера вращательного движения системы. Магнитный звездный ветер уменьшает угловой момент звезды и тем самым увеличивает период ее вращения.

Хаббловский поток

Систематическое удаление космологических объектов друг от друга вследствие расширения Вселенной.

Черная дыра

Область пространства-времени, гравитационное поле которой препятствует выходу наружу вещества и излучения. В работе исследуется оценочное условие ее образования при несферическом коллапсе.

Эксцентриситет e

Безразмерная мера отклонения сфероида от сферической формы. При $e = 0$ сфероид является сферой; увеличение e соответствует усилению несферичности.

Эллипсоид

Поверхность второго порядка с тремя главными полуосями. Однородные эллипсоиды и их осесимметричные частные случаи используются для моделирования коллапса и эволюции войдов.

Λ CDM-модель

Стандартная космологическая модель, включающая холодную темную материю и темную энергию, представленную космологической постоянной Λ .

MESA

Программный комплекс *Modules for Experiments in Stellar Astrophysics*,

предназначенный для численного моделирования внутреннего строения и эволюции звезд.

ssrAp-звезды

Сверхмедленно вращающиеся химически пекулярные A-звезды с сильными крупномасштабными магнитными полями и периодами вращения от десятков суток до десятилетий и более.

Список рисунков

- 1.1 Максимальный коэффициент сжатия (R_{fin} или Z_{fin}) как функция начального эксцентриситета e_0 сплюснутого сфероида при использовании простого критерия (1.14) (синяя линия) и критерия «с пролетом» (красная линия). 25
- 1.2 Максимальный коэффициент сжатия (R_{fin} или Z_{fin}) как функция начального эксцентриситета e_0 вытянутого сфероида при использовании простого критерия (1.14) (синяя линия) и критерия «с пролетом» (красная линия). 26
- 2.1 Эволюция экваториальной полуоси b_1 и полуоси симметрии b_3 эллипсоидальной области пониженной плотности в зависимости от красного смещения z . Обе полуоси растут приблизительно как $a(t) \propto (1 + z)^{-1}$, однако b_1 увеличивается быстрее b_3 вследствие более сильного направленного наружу гравитационного воздействия в экваториальной плоскости вытянутого войда. Логарифмические оси подчеркивают общий хаббловский характер расширения. 33
- 2.2 Эксцентриситет войда $e(z)$ как функция красного смещения. При $\varepsilon = 0.002$ эксцентриситет монотонно уменьшается от $e \approx 0.866$ при $z = 500$ до $e \approx 0.808$ при $z = 0$. Более высокое начальное значение контраста плотности приводит к более быстрому уменьшению эксцентриситета. Таким образом, со временем войд становится более округлым, хотя в течение всей эволюции остается трехосным. 34

- 2.3 Амплитуда дефицита плотности $\varepsilon/a \equiv (1 - \mu)/a$ как функция красного смещения. Начальное значение $\varepsilon_0/a(t_0) \approx 1$ изменяется в эпоху доминирования вещества и достигает ≈ 0.5 при $z = 0$. Зависимость близка к степенной, однако в поздние эпохи отклоняется от нее вследствие влияния темной энергии и нелинейной связи между расширением войда и фоновой космологией. 37
- 2.4 Эволюция относительного параметра плотности μ в зависимости от красного смещения для сплюснутых (сплошные линии) и вытянутых (штриховые линии) сфероидальных войдов. Результаты представлены для трех начальных амплитуд возмущения плотности $\varepsilon_0 \in \{0.002, 0.02, 0.2\}$. Для всех моделей начальное значение равно $\mu(z = 500) = 1 - \varepsilon_0$ 38
- 2.5 Сравнение нелинейной амплитуды ε/a для сплюснутого и вытянутого случаев с линейным фактором роста $D(a)/a$ (черная штриховая линия) как функций космического времени $\tau = H_p t$ при начальном $\varepsilon_0 = 0.002$. В ранние эпохи ($\tau \lesssim 0.1, z \gtrsim 10$) кривые совпадают, подтверждая применимость линейного приближения. Позднее нелинейная амплитуда отстает от линейной экстраполяции; к современной эпохе их отношение составляет около 0.6. 39
- 2.6 Отношение $\xi(z) \equiv D(a)/\varepsilon$, характеризующее отклонение от линейной эволюции. В ранние эпохи оно равно единице и монотонно возрастает к $z = 0$ до $\xi \approx 1.7, 8.4, 79.4$ для $\varepsilon_0 = 0.002, 0.02, 0.2$ соответственно. 41

- 2.7 Современное отношение контрастов плотности μ_e/μ_s как функция линейно экстраполированного начального контраста $\varepsilon_p \equiv \varepsilon_0(1 + z_0)$ для сферической модели ($e_0 = 0$) и эллипсоидальных моделей с несколькими начальными эксцентриситетами e_0 . Все кривые практически совпадают, показывая, что сферическое приближение точно воспроизводит нелинейную глубину войда в диапазоне ε_0 , соответствующем наблюдаемым войдам. 42
- 2.8 Интегральная доля объема, занятая войдами с современным относительным контрастом плотности меньше μ , то есть более глубокими областями пониженной плотности, рассчитанная с использованием сферической модели. Кривая приведена для масштаба сглаживания $R = 8 h^{-1}$ Мпк и стандартного спектра мощности Λ CDM. 44
- 3.1 Для построения средней магнитной фазовой кривой были использованы оценки поверхностного магнитного поля из работ [21; 25; 83]. 52
- 3.2 Параметризация аналитической зависимости скорости потери углового момента $\dot{J}(\dot{M}_*)$ от темпа потери массы $\dot{M}_*$, рассчитанная по формуле Вебера-Дэвиса (ур. 3.3). Для анализа использованы два фиксированных набора параметров звезды, полученных из моделирования MESA: для начальной стадии на главной последовательности (синяя кривая) и для текущего наблюдаемого состояния (красная кривая). По оси абсцисс отложен темп потери массы $\dot{M}_*$, по оси ординат — скорость потери углового момента $\dot{J}$. Примечание: В расчёте варьируется только $\dot{M}_*$, остальные параметры (угловая скорость Ω , альвеновский радиус R_A) зафиксированы в соответствии с выбранным эволюционным состоянием ($L = 11.77L_\odot$, $T = 7400$ K). 54

- 3.3 Трек звезды HD137949 для трех различных начальных скоростей вращения $v_\Omega = \{10, 40, 120\}$ км/с. Красной точкой указано значение наблюдаемых параметров HD137949. 55
- 3.4 Изменение альвеновского времени с ходом эволюции звезды. Красные точки показывают альвеновское время рассчитанное по интегральным профилям плотности звезды. Синей линией показано аналитическое приближение. Видно, что альвеновское время с ходом эволюции звезды не превышает $\tau_A \leq 8$ лет. 58
- 3.5 Изменение угловой скорости звезды с ходом ее эволюции с переменным дипольным магнитным полем для разных начальных значений. Начальные значения линейной скорости вращения на экваторе $v_\Omega = \{10, 40, 120\}$ км с⁻¹. Верхний предел скорости вращения задается как $v_{\Omega, \max} = \frac{1}{3}v_{\text{Кер}}(R_0)$, где $R_0 \simeq 10^{11}$ см — начальный радиус звезды. Данное ограничение, которое является более консервативным по сравнению с оценками предельной скорости вращения в работе [104], вводится для подавления значительного меридионального перемешивания. Здесь значение темпа потери массы $\dot{M}$ указано для периода вращения звезды $P = 80$ лет. 60
- 3.6 Изменение потери массы звезды HD137949 с начальной скоростью вращения для $v_\Omega = \{10, 40, 120\}$ км с⁻¹. По оси ординат темп потери массы $\dot{M}_s$ в массах Солнца в год, по оси абсцисс возраст звезды с ходом ее эволюции. Показано изменение темпа потери массы с разными значениями эффективности ветра ξ (см. Рис.3.5), которая обеспечивает торможение звезды до периода вращения $P = 80$ лет и радиуса звезды $R_s = 2.09R_\odot$ 61

- 3.7 Зависимость темпа потери масс от значения угловой скорости, при параметрах наблюдаемой звезды HD137949. Сплошной линией показана теоретическая зависимость $\dot{M}_0 \xi$. Пунктирной кривой показана теоретическая зависимость с безразмерным коэффициентом $\alpha = 1.08$ для описания результатов численного моделирования, которые указаны точками. 62
- 3.8 Время торможения магнитным ветром для звезды HD137949 при разных значениях начальной скорости вращения. По оси ординат время торможения t_{sd} в годах, по оси абсцисс возраст звезды с ходом ее эволюции. Пунктирной линией указан возраст, при котором достигается период вращения $P = 80$ лет. 63

Список литературы

1. A Survey of the Bootes Void / R. P. Kirshner [и др.] // *ApJ*. — 1987. — Март. — Т. 314. — С. 493.
2. *Clampitt J., Jain B.* Lensing measurements of the mass distribution in SDSS voids // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2015. — Окт. — Т. 454, № 4. — С. 3357—3365. — URL: <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/stv2215>.
3. *Contarini S., Verza G., Pisani A.* The era of precision cosmology with voids // *Astronomy and Astrophysics Review*. — 2026. — Апр. — Т. 34, № 1. — С. 1. — arXiv: [2601.14362](https://arxiv.org/abs/2601.14362) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
4. Euclid: Forecasts from the void-lensing cross-correlation / M. Bonici [и др.] // *A&A*. — 2023. — Февр. — Т. 670. — A47. — arXiv: [2206.14211](https://arxiv.org/abs/2206.14211) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
5. The imprint of cosmic voids from the DESI Legacy Survey DR9 Luminous Red Galaxies in the Planck 2018 lensing map through spectroscopically calibrated mocks / S. Sartori [и др.] // *A&A*. — 2025. — Авг. — Т. 700. — A17. — arXiv: [2412.02761](https://arxiv.org/abs/2412.02761) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
6. *Douglass K. A., Veyrat D., BenZvi S.* Updated Void Catalogs of the SDSS DR7 Main Sample // *ApJS*. — 2023. — Март. — Т. 265, № 1. — С. 7. — arXiv: [2202.01226](https://arxiv.org/abs/2202.01226) [[astro-ph.GA](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
7. *European Space Agency.* Euclid opens data treasure trove, offers glimpse of deep fields. — 03/19/2025. — URL: https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/Euclid/Euclid_opens_data_treasure_trove_offers_glimpse_of_deep_fields (visited on 08/17/2026).

8. *NSF–DOE Vera C. Rubin Observatory*. Action! NSF–DOE Vera C. Rubin Observatory Begins Capturing the Greatest Cosmic Movie Ever Made. — 06/30/2026. — URL: <https://rubinobservatory.org/news/action-rubin-lsst-begins> (visited on 08/17/2026).
9. *National Aeronautics and Space Administration*. Nancy Grace Roman Space Telescope. — 2026. — URL: <https://science.nasa.gov/mission/roman-space-telescope/> (visited on 08/17/2026).
10. A small and vigorous black hole in the early Universe / R. Maiolino [и др.] // *Nature*. — 2024. — Март. — Т. 627, № 8002. — С. 59—63. — arXiv: [2305.12492](https://arxiv.org/abs/2305.12492) [[astro-ph.GA](#)].
11. *Piana O., Pu H.-Y., Wu K.* Super-Eddington accretion in high-redshift black holes and the emergence of jetted AGN // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2024. — Май. — Т. 530, № 2. — С. 1732—1748. — arXiv: [2403.15106](https://arxiv.org/abs/2403.15106) [[astro-ph.GA](#)].
12. Signatures of primordial black holes as seeds of supermassive black holes / J. L. Bernal [и др.] // *JCAP*. — 2018. — Май. — Т. 2018, № 5. — С. 017. — arXiv: [1712.01311](https://arxiv.org/abs/1712.01311) [[astro-ph.CO](#)].
13. *Oppenheimer J. R., Snyder H.* On Continued Gravitational Contraction // *Physical Review*. — 1939. — Т. 56, № 5. — С. 455—459.
14. *Penrose R.* Gravitational Collapse and Space-Time Singularities // *Physical Review Letters*. — 1965. — Т. 14, № 3. — С. 57—59.
15. *Lin C. C., Mestel L., Shu F. H.* The Gravitational Collapse of a Uniform Spheroid. // *ApJ*. — 1965. — Ноябрь. — Т. 142. — С. 1431.
16. *White S. D. M., Silk J.* The growth of aspherical structure in the universe: Is the Local Supercluster an unusual system? // *ApJ*. — 1979. — Июль. — Т. 231. — С. 1—9.

17. *Zeldovich Y. B.* Gravitational Instability: An Approximate Theory for Large Density Perturbations // *Astronomy and Astrophysics*. — 1970. — Т. 5. — С. 84—89.
18. *Glagolevskij Y. V.* Variations of the Properties of Magnetic Stars with Age // *Astrophysical Bulletin*. — 2024. — Март. — Т. 79, № 1. — С. 137—150.
19. *Glagolevskij Y. V.* Remarks on Difference of Properties of Am and Ap Stars // *Astrophysical Bulletin*. — 2021. — ЯНВ. — Т. 76, № 1. — С. 91—101.
20. *Abt H. A., Morrell N. I.* The relation between rotational velocities and spectral peculiarities among A-type stars // *Astrophysical Journal Supplement* v. 99, p. 135. — 1995. — Т. 99. — С. 135.
21. *Mathys G.* Ap stars with resolved magnetically split lines: Magnetic field determinations from Stokes I and V spectra★ // *A&A*. — 2017. — Май. — Т. 601. — A14. — arXiv: [1612.03632 \[astro-ph.SR\]](https://arxiv.org/abs/1612.03632).
22. *Mathys G.* The (Very) Slow Rotation of Magnetic Ap Stars // *IAU General Assembly*. Т. 29. — 08.2015. — С. 2256010.
23. *Wolff S. C.* The distribution of periods of the magnetic A-type stars. // *ApJ*. — 1975. — Ноябрь. — Т. 202. — С. 127—136.
24. The frequency of Ap-stars with long rotation periods / H. Hensberge [и др.] // *Astronomy and Astrophysics*. — 1984. — Т. 132. — С. 291—295.
25. The mean magnetic field modulus of AP stars / G. Mathys [и др.] // *A&AS*. — 1997. — Июнь. — Т. 123. — С. 353—402.
26. *Mathys G., Holdsworth D. L., Kurtz D. W.* Long-period Ap stars discovered with TESS data: Cycles 3 and 4 // *Astronomy & Astrophysics*. — 2024. — Т. 683. — A227.
27. *Weber E. J., Davis Jr. L.* The Angular Momentum of the Solar Wind // *ApJ*. — 1967. — Апр. — Т. 148. — С. 217—227.

28. *Ud-Doula A., Owocki S. P., Townsend R. H. D.* Dynamical simulations of magnetically channelled line-driven stellar winds - III. Angular momentum loss and rotational spin-down // MNRAS. — 2009. — ЯНВ. — Т. 392, № 3. — С. 1022—1033. — arXiv: [0810.4247 \[astro-ph\]](#).
29. 33 Lib - analog of gamma Equ / V. D. Bychkov [и др.] // arXiv e-prints. — 2015. — ИЮНЬ. — arXiv:1506.06234. — arXiv: [1506.06234 \[astro-ph.SR\]](#).
30. Little Red Dots: An Abundant Population of Faint Active Galactic Nuclei at z around 5 Revealed by the EIGER and FRESCO JWST Surveys / J. Matthee [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2024. — Март. — Т. 963, № 2. — С. 129. — arXiv: [2306.05448 \[astro-ph.GA\]](#).
31. Extended dark energy analysis using DESI DR2 BAO measurements / DESI Collaboration [и др.] // Physical Review D. — 2025. — ОКТ. — Т. 112. — С. 083511. — arXiv: [2503.14743 \[astro-ph.CO\]](#).
32. The Dark Energy Survey: Cosmology Results with 1500 New High-redshift Type Ia Supernovae Using the Full 5 yr Data Set / DES Collaboration [и др.] // The Astrophysical Journal Letters. — 2024. — СЕНТ. — Т. 973, № 1. — С. L14. — arXiv: [2401.02929 \[astro-ph.CO\]](#).
33. *European Space Agency.* Euclid DR1 timeline. — 06/15/2026. — URL: <https://www.cosmos.esa.int/web/euclid/dr1-timeline> (visited on 09/02/2026).
34. *Zeldovich I. B., Novikov I. D.* Relativistic astrophysics. Vol.2: The structure and evolution of the universe. — Nauka, 1983.
35. *Tolman R. C.* Effect of Inhomogeneity on Cosmological Models // Proceedings of the National Academy of Science. — 1934. — Март. — Т. 20, № 3. — С. 169—176.

36. *Bardeen J. M., Press W. H., Teukolsky S. A.* Rotating Black Holes: Locally Nonrotating Frames, Energy Extraction, and Scalar Synchrotron Radiation // *ApJ*. — 1972. — Дек. — Т. 178. — С. 347—370.
37. *Workman R. L.* [и др.]. Review of Particle Physics // *PTEP*. — 2022. — Т. 2022. — С. 083C01.
38. *Ivanov P., Naselsky P., Novikov I.* Inflation and primordial black holes as dark matter // *Phys. Rev. D*. — 1994. — Дек. — Т. 50, № 12. — С. 7173—7178.
39. *Harrison E. R.* Fluctuations at the Threshold of Classical Cosmology // *Phys. Rev. D*. — 1970. — Май. — Т. 1, № 10. — С. 2726—2730.
40. *Zeldovich Y. B.* A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the Universe // *MNRAS*. — 1972. — Янв. — Т. 160. — 1P.
41. *Baushev A. N.* The radius, at which a galaxy group stops the Hubble stream, and the group mass: an exact analytical solution // *MNRAS*. — 2019. — Нояб. — Т. 490, № 1. — С. L38—L41. — arXiv: [1907.08716](https://arxiv.org/abs/1907.08716) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
42. *Fang Y., Hamaus N., DES Collaboration.* Dark Energy Survey year 1 results: the relationship between mass and light around cosmic voids // *MNRAS*. — 2019. — Дек. — Т. 490, № 3. — С. 3573—3587. — arXiv: [1909.01386](https://arxiv.org/abs/1909.01386) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
43. *Baushev A. N.* The central region of a void: an analytical solution // *MNRAS*. — 2021. — Июнь. — Т. 504, № 1. — С. L56—L60. — arXiv: [2104.01359](https://arxiv.org/abs/2104.01359) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
44. *Baushev A. N.* How empty are the voids? // arXiv e-prints. — 2024. — Сент. — arXiv:2409.02780. — arXiv: [2409.02780](https://arxiv.org/abs/2409.02780) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/archive/astro-ph)].
45. *Bertschinger E.* The self-similar evolution of holes in an Einstein-de Sitter universe // *ApJS*. — 1985. — Май. — Т. 58. — С. 1—37.
46. The Largest Possible Voids / G. R. Blumenthal [и др.] // *ApJ*. — 1992. — Апр. — Т. 388. — С. 234.

47. *van de Weygaert R., van Kampen E.* Voids in Gravitational Instability Scenarios - Part One - Global Density and Velocity Fields in an Einstein - De-Sitter Universe // MNRAS. — 1993. — Июль. — Т. 263. — С. 481.
48. Disruption of Dark Matter Substructure: Fact or Fiction? / F. C. van den Bosch [и др.] // MNRAS. — 2018. — Т. 474, № 3. — С. 3043—3066. — arXiv: [1711.05276 \[astro-ph.GA\]](#).
49. *Baushev A. N., Pilipenko S. V.* The central cusps in dark matter halos: Fact or fiction? // Physics of the Dark Universe. — 2020. — Дек. — Т. 30. — С. 100679. — arXiv: [1808.03088 \[astro-ph.GA\]](#).
50. *Lavaux G., Wandelt B. D.* Precision Cosmography with Stacked Voids // ApJ. — 2012. — Авг. — Т. 754, № 2. — С. 109. — arXiv: [1110.0345 \[astro-ph.CO\]](#).
51. Baryons in the Cosmic Web of IllustrisTNG - I: gas in knots, filaments, sheets, and voids / D. Martizzi [и др.] // MNRAS. — 2019. — Июль. — Т. 486, № 3. — С. 3766—3787. — arXiv: [1810.01883 \[astro-ph.CO\]](#).
52. *Hoyle F., Vogeley M. S.* Voids in the Two-Degree Field Galaxy Redshift Survey // ApJ. — 2004. — Июнь. — Т. 607, № 2. — С. 751—764. — arXiv: [astro-ph/0312533 \[astro-ph\]](#).
53. *Nikiforov A. G., Baushev A. N., Barkov M. V.* The Impact of the Eccentricity on the Collapse of an Ellipsoid into a Black Hole // Universe. — 2025. — Март. — Т. 11, № 3. — С. 95. — arXiv: [2412.14358 \[gr-qc\]](#).
54. *Gorbunov D. S., Rubakov V. A.* Introduction to the Theory of the Early Universe: Cosmological Perturbations and Inflationary Theory. — World Scientific Publishing Co, 2011.
55. *Barkana R., Loeb A.* In the beginning: the first sources of light and the reionization of the universe // Phys. Rep. — 2001. — Июль. — Т. 349, № 2. — С. 125—238. — arXiv: [astro-ph/0010468 \[astro-ph\]](#).

56. *Press W. H., Schechter P.* Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation // *ApJ*. — 1974. — Февр. — Т. 187. — С. 425—438.
57. *Jennings E., Li Y., Hu W.* The abundance of voids and the excursion set formalism // *MNRAS*. — 2013. — Сент. — Т. 434, № 3. — С. 2167—2181. — arXiv: [1304.6087 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1304.6087).
58. A volume-limited survey of mCP stars within 100 pc—I. Fundamental parameters and chemical abundances / J. Sikora [и др.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2019. — Т. 483, № 2. — С. 2300—2324.
59. The MiMeS survey of Magnetism in Massive Stars: magnetic analysis of the O-type stars / J. H. Grunhut [и др.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2016. — stw2743.
60. *Bychkov V. D., Bychkova L. V., Madej J.* A catalog of stellar magnetic rotational phase curves // *A&A*. — 2005. — Февр. — Т. 430. — С. 1143—1154.
61. *Bychkov V., Bychkova L., Madej J.* Catalog of averaged magnetic phase curves of stars // *Astronomy & Astrophysics*. — 2021. — Т. 652. — A31.
62. *Stibbs D.* A study of the spectrum and magnetic variable star HD 125248 // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 1950. — Т. 110, № 4. — С. 395—404.
63. *Schwarzschild M.* Zeeman Shifts for Stellar Dipoles and Quadrupoles with Inclined Axes. // *ApJ*. — 1950. — Июль. — Т. 112. — С. 222—223.
64. *Babcock H. W.* The 34-KILOGAUSS Magnetic Field of HD 215441. // *Astrophysical Journal*, vol. 132, p. 521. — 1960. — Т. 132. — С. 521.
65. *Preston G. W.* Surface characteristics of the magnetic stars // *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. — 1971. — Т. 83, № 495. — С. 571—584.
66. *Kurtz D., Martinez P.* Observing roAp stars with WET: a primer // *Open Astronomy*. — 2000. — Т. 9, № 2. — С. 253—354.

67. *Bychkov V., Bychkova L., Madej J.* Physical variability of the magnetic field of some stars // *Astronomical and Astrophysical Transactions*. — 2021. — T. 32, № 2. — C. 143—146.
68. *Deutsch A. J.* Harmonic analysis of rigidly rotating Ap stars // *Astrophysical Journal*, vol. 159, p. 985. — 1970. — T. 159. — C. 985.
69. *Michaud G., Megessier C., Charland Y.* Diffusion models for magnetic Ap-Bp stars // *Astronomy and Astrophysics*, vol. 103, no. 2, Nov. 1981, p. 244-262. Research supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada. — 1981. — T. 103. — C. 244—262.
70. *Alecian G.* Abundance distributions over the surfaces of magnetic ApBp stars: theoretical predictions // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2015. — T. 454, № 3. — C. 3143—3149.
71. *Alecian G., Stift M.* Time-dependent atomic diffusion in the atmospheres of CP stars. A big step forward: introducing numerical models including a stellar mass-loss // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2019. — T. 482, № 4. — C. 4519—4527.
72. Doppler imaging of a southern ApSi star HD 152564 / I. Potravnov [и др.] // *MNRAS*. — 2024. — Февр. — T. 527, № 4. — C. 10376—10387. — arXiv: [2312.09594](https://arxiv.org/abs/2312.09594) [[astro-ph.SR](#)].
73. Slowly Rotating Peculiar Star BD00°1659 as a Benchmark for Stratification Studies in Ap/Bp Stars / A. Romanovskaya [и др.] // *Galaxies*. — 2024. — Сент. — T. 12, № 5. — C. 55. — arXiv: [2409.17855](https://arxiv.org/abs/2409.17855) [[astro-ph.SR](#)].
74. *Kurtz D. W.* Rapidly oscillating AP stars. // *MNRAS*. — 1982. — Сент. — T. 200. — C. 807—859.
75. *Renon P., Catalano F.* Fifth supplement to the catalogue of observed periods of Ap stars // *Astronomy & Astrophysics*. — 2001. — T. 378, № 1. — C. 113—115.

76. Photometric and magnetic variability of the Ap star GY And / N. Metlova [и др.] // *Astrophysical Bulletin*. — 2014. — Т. 69. — С. 315—320.
77. Rotational modulation in TESS B stars / L. Balona [и др.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2019. — Т. 485, № 3. — С. 3457—3469.
78. Magnetic OB [a] stars with TESS: probing their evolutionary and rotational properties (MOBSTER)—I. First-light observations of known magnetic B and A stars / A. David-Uraz [и др.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2019. — Т. 487, № 1. — С. 304—317.
79. MOBSTER—II. Identification of rotationally variable A stars observed with TESS in sectors 1–4 / J. Sikora [и др.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2019. — Т. 487, № 4. — С. 4695—4710.
80. Photometric variability of the LAMOST sample of magnetic chemically peculiar stars as seen by TESS / J. Labadie-Bartz [и др.] // *Astronomy & Astrophysics*. — 2023. — Т. 676. — A55.
81. Magnetic Fields of New CP Stars Discovered with Kepler Mission Data / I. A. Yakunin [и др.] // *Astrophysical Bulletin*. — 2023. — ИЮНЬ. — Т. 78, № 2. — С. 141—151. — arXiv: [2305.04898](https://arxiv.org/abs/2305.04898) [[astro-ph.SR](#)].
82. Magnetic and pulsational variability of Przybylski's star (HD 101065) / S. Hubrig [и др.] // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2018. — Т. 477, № 3. — С. 3791—3800.
83. Twenty-year monitoring of the surface magnetic fields of chemically peculiar stars / M. Giarrusso [и др.] // *MNRAS*. — 2022. — АВГ. — Т. 514, № 3. — С. 3485—3509. — arXiv: [2108.12527](https://arxiv.org/abs/2108.12527) [[astro-ph.SR](#)].
84. *Bychkov V., Bychkova L., Madej J.* Periods of magnetic field variations in the Ap star γ Equulei (HD 201601) // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. — 2016. — Т. 455, № 3. — С. 2567—2572.

85. *Mouschovias T. C., Paleologou E.* The angular momentum problem and magnetic braking—an exact time-dependent solution // *Astrophysical Journal*, Part 1, vol. 230, May 15, 1979, p. 204-222. — 1979. — T. 230. — C. 204—222.
86. *Hartoog M.* The rotation of AP stars in open clusters and magnetic braking // *Astrophysical Journal*, Part 1, vol. 212, Mar. 15, 1977, p. 723-727. — 1977. — T. 212. — C. 723—727.
87. *Havnes O., Conti P.* Magnetic accretion processes in peculiar A stars. // *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 14, p. 1-11. — 1971. — T. 14. — C. 1—11.
88. *Fabrika S. N., Bychkov V. D.* CP stars interaction with interstellar gas // *Magnetic Stars* / под ред. Y. V. Glagolevsky. — 01.1988. — C. 241.
89. *Illarionov A., Sunyaev R.* Why the number of galactic X-ray stars is so small? // *Astronomy and Astrophysics*, Vol. 39, p. 185. — 1975. — T. 39. — C. 185.
90. *Meynet G., Eggenberger P., Maeder A.* Massive star models with magnetic braking // *A&A*. — 2011. — ЯНВ. — T. 525. — C. L11.
91. *Heger A., Woosley S. E., Spruit H. C.* Presupernova Evolution of Differentially Rotating Massive Stars Including Magnetic Fields // *The Astrophysical Journal*. — 2005. — T. 626, № 1. — C. 350—363.
92. *Landstreet J. D., Bagnulo S., Fossati L.* On the consistency of magnetic field measurements of Ap stars: lessons learned from the FORS1 archive // *A&A*. — 2014. — Дек. — T. 572. — A113. — arXiv: [1411.5586 \[astro-ph.SR\]](#).
93. *Glagolevskij Y. V.* On Properties of Main Sequence Magnetic Stars // *Astrophysical Bulletin*. — 2019. — ЯНВ. — T. 74, № 1. — C. 66—79.
94. K2 observations of the rapidly oscillating Ap star 33 Lib (HD 137949): new frequencies and unique non-linear interactions / D. L. Holdsworth [и др.] // *MNRAS*. — 2018. — Нояб. — T. 480, № 3. — C. 2976—2984. — arXiv: [1807.10533 \[astro-ph.SR\]](#).

95. 3D MHD models of the centrifugal magnetosphere from a massive star with an oblique dipole field / A. ud-Doula [и др.] // MNRAS. — 2023. — Апр. — Т. 520, № 3. — С. 3947—3954. — arXiv: [2301.11858 \[astro-ph.SR\]](#).
96. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA) / B. Paxton [и др.] // ApJS. — 2011. — ЯНВ. — Т. 192. — С. 3. — arXiv: [1009.1622 \[astro-ph.SR\]](#).
97. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Planets, Oscillations, Rotation, and Massive Stars / B. Paxton [и др.] // ApJS. — 2013. — СЕНТ. — Т. 208. — С. 4. — arXiv: [1301.0319 \[astro-ph.SR\]](#).
98. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Binaries, Pulsations, and Explosions / B. Paxton [и др.] // ApJS. — 2015. — СЕНТ. — Т. 220. — С. 15. — arXiv: [1506.03146 \[astro-ph.SR\]](#).
99. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Convective Boundaries, Element Diffusion, and Massive Star Explosions / B. Paxton [и др.] // ApJS. — 2018. — ФЕВР. — Т. 234. — С. 34. — arXiv: [1710.08424 \[astro-ph.SR\]](#).
100. Modules for Experiments in Stellar Astrophysics (MESA): Pulsating Variable Stars, Rotation, Convective Boundaries, and Energy Conservation / B. Paxton [и др.] // ApJS. — 2019. — ИЮЛЬ. — Т. 243, № 1. — С. 10. — arXiv: [1903.01426 \[astro-ph.SR\]](#).
101. *Krticka J.* Mass loss in main-sequence B stars // A&A. — 2014. — Апр. — Т. 564. — A70. — arXiv: [1401.5511 \[astro-ph.SR\]](#).
102. *Nieuwenhuijzen H., de Jager C.* Parametrization of stellar rates of mass loss as functions of the fundamental stellar parameters M, L, and R. // A&A. — 1990. — Май. — Т. 231. — С. 134—136.
103. *Shulyak D., Ryabchikova T., Kochukhov O.* Fundamental parameters of bright Ap stars from wide-range energy distributions and advanced atmospheric

models // A&A. — 2013. — Март. — Т. 551. — A14. — arXiv: [1211.2388](#) [[astro-ph.SR](#)].

104. Models of stars rotating near the critical limit / G. Meynet [и др.] // Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series. T. 38. — 02.2010. — C. 113—116. — (Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series). — arXiv: [0910.3853](#) [[astro-ph.SR](#)].

Благодарности

Авторы выражают глубокую благодарность Фадееву Ю.А., Рябчиковой Т.А. и Машонкиной Л.И. за продуктивное обсуждение материалов работы. Работа авторов НАГ и БМВ была поддержана грантом фонда БАЗИС #24-1-2-25-1, частично поддержана грантом Российского научного фонда 23-22-00385 и выполнена в рамках гос. задания института астрономии РАН.

Приложение А

Вывод уравнения (2.13)

Для вывода уравнения (2.13) используется метод, предложенный в работе [41]. Принимается однородная плоская фридмановская Вселенная с $\Omega_{m,p} = 0.306$ и $\Omega_\Lambda + \Omega_{m,p} = 1$. В ней присутствует единственная малая однородная сферически-симметричная область пониженной плотности с начальным контрастом ε_0 при красном смещении $z_0 \gg 10$. Начало координат поместим в центр этой области.

Плотность Вселенной при $z = z_0$ обозначается через q . Плотность внутри области не зависит от координат и при $z = z_0$ равна $q - \Delta q = q - \varepsilon_0 q$. Благодаря сферической симметрии область пониженной плотности можно описывать метрикой Фридмана, но с другими параметрами (подробное обоснование приведено в [41]). Постоянная Хаббла внутри области равна $H + h$; плотности вещества, кривизны и темной энергии обозначаются через σ_m , σ_a и $\sigma_\Lambda = \rho_\Lambda$ соответственно. Требуется найти эволюцию безразмерного радиуса $p(t) = R(t)/R(t_0) \equiv R/R_0$, где $R(t)$ — физический радиус области пониженной плотности. Его эволюция полностью определяется уравнением Фридмана, но предварительно необходимо найти $\sigma_{m,0}$ и $\sigma_{a,0}$, то есть значения σ_m и σ_a при z_0 .

Запишем уравнение непрерывности $\frac{d\rho}{dt} + \text{div}(\rho\vec{v}) = 0$. Для фридмановской Вселенной $\text{div}(\rho\vec{v}) = 3\rho H$. Тогда уравнения непрерывности для невозмущенной Вселенной и области пониженной плотности имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -3\rho H \\ \frac{d\rho}{dt} - \frac{d\Delta\rho}{dt} &= -3(H + h)(\rho - \Delta\rho) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Объединение этих уравнений с отбрасыванием членов второго порядка дает

$$3h\rho = 3H\Delta\rho + \frac{d\Delta\rho}{dt}. \quad (\text{A.2})$$

Система рассматривается при z_0 , глубоко в эпохе доминирования вещества. В этом случае $\Delta\rho/\rho \propto a$. Дифференцирование этого соотношения дает

$$d\Delta\rho = \Delta\rho \left(\frac{d\rho}{\rho} + \frac{da}{a} \right) \quad (\text{A.3})$$

Поскольку в эпоху доминирования вещества $\rho \propto a^{-3}$, имеем $\frac{d\rho}{\rho} = -3\frac{da}{a} = -3Hdt$, откуда

$$\frac{d\Delta\rho}{dt} = -2\Delta\rho H. \quad (\text{A.4})$$

Подстановка этого результата в (A.2) дает

$$h = \frac{\Delta\rho}{3\rho} H = \frac{\varepsilon}{3} H. \quad (\text{A.5})$$

Общий вид уравнения Фридмана для области пониженной плотности следующий:

$$\left(\frac{dR}{Rdt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\sigma_{m,0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^3 + \sigma_{a,0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^2 + \sigma_\Lambda \right] \quad (\text{A.6})$$

Подставляя $p(t) = R/R_0$ и учитывая, что $\sigma_\Lambda = \rho_\Lambda = \text{const}$, получается

$$\left(\frac{dp}{pdt} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\frac{\sigma_{m,0}}{p^3} + \frac{\sigma_{a,0}}{p^2} + \rho_\Lambda \right] \quad (\text{A.7})$$

где

$$\frac{dR}{Rdt} = \frac{dp}{pdt} = H + h \quad (\text{A.8})$$

— постоянная Хаббла внутри области пониженной плотности. Перепишем уравнение (A.7) при $z = z_0$, где

$$\sigma_{m,0} = \rho_{m,0}(1 - \varepsilon_0), \quad \rho_\Lambda \ll \rho_{m,0}, \quad (\text{A.9})$$

$$(H + h)^2 = H^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_0}{3} \right)^2 \simeq \frac{8\pi G}{3} \rho_{m,0} \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon_0 \right) \quad (\text{A.10})$$

При выводе (A.10) использовано уравнение (A.5). Подставляя соотношения (A.9)–(A.10) в (A.7) и упрощая, получаем

$$\rho_{m,0} \left(1 + \frac{2}{3} \varepsilon_0 \right) = \rho_{m,0}(1 - \varepsilon_0) + \sigma_{a,0}. \quad (\text{A.11})$$

Следовательно,

$$\sigma_{a,0} = \frac{5}{3} \varepsilon_0 \rho_{m,0}. \quad (\text{A.12})$$

Подставим это значение и выражение (A.9) для $\sigma_{m,0}$ в уравнение (A.7):

$$\left(\frac{dp}{pdt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\frac{\rho_{m,0}(1 - \varepsilon_0)}{p^3} + \frac{5}{3} \frac{\varepsilon_0 \rho_{m,0}}{p^2} + \rho_\Lambda \right]. \quad (\text{A.13})$$

Учтем, что

$$\frac{8\pi G}{3} \rho_{m,0} = \frac{\Omega_{m,p}}{(z_0 + 1)^3} H_p^2 \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{8\pi G}{3} \rho_\Lambda = \Omega_{\Lambda,p} H_p^2 \quad (\text{A.15})$$

Подстановка этих выражений в (A.13) окончательно дает

$$\left(\frac{dp}{pdt}\right)^2 = H_p^2 \left[\Omega_{m,p}(1 + z_0)^3 \left(\frac{1 - \varepsilon_0}{p^3} + \frac{5}{3} \frac{\varepsilon_0}{p^2} \right) + \Omega_{\Lambda,p} \right]. \quad (\text{A.16})$$

Нетрудно видеть, что это уравнение эквивалентно (2.13).