

На правах рукописи

УДК 523.43+523.44+523.61+523.64

Петров Дмитрий Владимирович

МЕТОД МАТРИЦ ФОРМЫ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ  
ИНТЕРПРЕТАЦИИ ПОЛЯРИМЕТРИЧЕСКИХ НАБЛЮДЕНИЙ  
БЕЗАТМОСФЕРНЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ И АТМОСФЕР  
КОМЕТ

1.3.1. Физика космоса, астрономия

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва – 2026

Работа выполнена в ФГБУН «Крымская астрофизическая обсерватория  
Российской Академии Наук»

**Официальные оппоненты:**

д.ф.-м.н. **Бусарев Владимир Васильевич**, ведущий научный сотрудник  
Государственного астрономического института имени П.К. Штернберга  
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

д.ф.-м.н., профессор **Ильин Владимир Борисович**, профессор кафедры  
астрофизики ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный  
университет»

д.ф.-м.н., профессор РАН **Моисеев Алексей Валерьевич**, заведующий  
лабораторией спектроскопии и фотометрии внегалактических объектов  
ФГБУН Специальной астрофизической обсерватории РАН

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Главная  
(Пулковская) астрономическая обсерватория Российской академии наук, г.  
Санкт-Петербург

Защита состоится **22 октября 2026 года в 14:00 часов** на заседании  
диссертационного совета 24.1.032.01 при Федеральном государственном  
бюджетном учреждении науки Институте астрономии Российской академии  
наук по адресу: 119017, г. Москва, ул. Пятницкая, д.48.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института астрономии  
РАН и на сайте <http://www.inasan.ru>

Автореферат разослан « 09 » \_\_\_\_\_ июля \_\_\_\_\_ 2026 \_\_\_\_\_ года.

Ученый секретарь диссертационного совета  
24.1.032.01, к.ф.-м.н.

Н. В. Чупина

## **ВВЕДЕНИЕ**

Практически всё, что мы видим, воспринимается нами благодаря электромагнитным волнам, рассеянным тем или иным объектом. Рассеянный свет несёт в себе огромное количество информации об объектах, с которыми свет взаимодействует. Свет Солнца взаимодействует с земной атмосферой, претерпевает множество различных процессов рассеяния, порождая тем самым как широко известные явления (такие, как голубой цвет безоблачного неба или покраснение заходящего Солнца), так и множество более редких, но удивительно прекрасных оптических явлений в атмосфере (радуга, gloria, гало и многие другие). Вот почему изучение процессов рассеяния электромагнитных волн является предметом множества исследований. Особую важность изучение рассеянного света имеет в астрономии, поскольку свет, рассеянный объектами Солнечной системы, зачастую является единственным источником информации о свойствах пыли, находящейся на поверхности космического объекта или входящей в состав кометной атмосферы.

### **Актуальность темы**

Частицы пыли играют решающую роль в физике и химии объектов Солнечной системы. Изучение физико-химических свойств частиц в атмосферах комет и на поверхности безатмосферных тел может пролить свет на происхождение и эволюцию Солнечной системы и жизни. Дистанционное зондирование космических объектов с Земли в настоящее время продолжает оставаться основным методом их изучения, несмотря на значимые результаты, полученные космическими миссиями, из-за ограниченности космических полетов. В результате прямых или косвенных наблюдений малых тел получен значительный объем данных о характеристиках излучения, рассеянного этими телами. Однако, для получения точной количественной информации о физических свойствах частиц и тел необходимо дальнейшее развитие фундаментальных физических основ механизмов рассеяния излучения. Это, а также усовершенствование методов моделирования и сопоставление их с результатами наблюдений малых тел Солнечной системы являются весьма актуальными задачами и составляют основу диссертационной работы.

Более того, проводимые исследования в этом направлении имеют большое прикладное значение. Аэрозольные частицы играют огромную роль в тепловом балансе атмосферы Земли и формировании ее климата. Они представляют собой один из мало изученных компонентов атмосферы, необходимый для решения проблемы глобального потепления Земли. К сожалению, данных о микрофизических свойствах аэрозолей земной

атмосферы (естественного - пыль пустынь, испарившаяся морская соль, выбросы вулканических веществ и антропогенного происхождения - выбросы промышленных предприятий, лесные пожары и т.д.) еще недостаточно.

Из вышеизложенного становится очевидно, что актуальными являются следующие конкретные задачи:

1. Развитие нового подхода к решению задач рассеяния света для отдельных частиц и групп частиц с использованием как аналитических, так и численных решений уравнений Максвелла.

2. Использование разработанного подхода для развития методов дистанционного зондирования и диагностики частиц, позволяющих восстанавливать физические параметры для сложных и реалистичных моделей рассеивающих сред.

3. Применение разработанного подхода для интерпретации данных поляриметрических наблюдений объектов Солнечной системы, таких как кометы и астероиды.

#### **Связь работы с научными программами, планами, темами**

Работа выполнялась в рамках программ фундаментальных и прикладных исследований, проводившихся в ФГБУН КрАО РАН в 2015 – 2025 гг.

#### **Цели, задачи и методы исследований**

Целью работы является развитие и применение унифицированного микрофизического подхода к задачам компьютерного моделирования характеристик электромагнитных волн, рассеянных частицами различной формы, различными показателями преломления и различными размерами. А также применение данного подхода для интерпретации наблюдательных данных комет и астероидов. Эта общая задача включает в себя как разработку, так и практическое применение методов расчёта рассеивающих свойств частиц неправильной формы.

**Объект исследования** – полидисперсные среды, состоящие из случайных наборов частиц неправильной формы, разных размеров и химического состава: реголит, покрывающий поверхности безатмосферных тел Солнечной системы (астероиды), частицы атмосфер комет, облака и аэрозоли в атмосфере Земли.

**Предмет исследования** – Характеристики света, рассеянного частицами неправильной формы, их особенности и закономерности. Физические характеристики и химический состав частиц пыли на поверхности или в атмосфере объектов Солнечной системы.

**Методы исследования** – разработка новых способов аналитического описания частиц неправильной формы. Разработка новых методов вычисления характеристик рассеянного света в рамках Т-матричного формализма. Анализ фазовых зависимостей степени линейной поляризации комет и астероидов в доступном с Земли диапазоне фазовых углов. Сравнение результатов наблюдений с результатами расчётов и интерпретация данных наблюдений.

### Научная новизна полученных результатов

1. Разработано новое направление для решения задач рассеяния света - метод матриц формы, позволяющий осуществлять компьютерное моделирование характеристик рассеянного света для частиц разнообразных форм, в том числе и для частиц неправильной, случайной формы. Метод позволяет вычислить все характеристики рассеянного света – интенсивность и поляризацию, для частиц, форму которых можно описать однозначной функцией в сферической системе координат. Метод обладает преимуществами по сравнению с иными методами, которые применяются для частиц, обладающих осью симметрии, и по сравнению с методами, требующими численного усреднения по ориентациям рассеивающей частицы.
2. Разработана новая модель сопряженных случайных гауссовских частиц, обладающих неровностями как на крупном, так и на мелком масштабе. Такие частицы представляют собой более реалистичную модель реальных частиц, входящих в состав пыли на поверхности астероидов или входящих в состав атмосфер комет.
3. Создана новая поляриметрическая калибровка альbedo астероидов, позволяющая определять альbedo по степени асимметрии отрицательной ветви степени поляризации.
4. Показано, что положение и величина ( $\alpha_{\max}$  и  $P_{\max}$ ) максимума положительной ветви поляризации астероидов определяются вариациями мнимой части показателя преломления. В результате, в частности, объяснено значительное отличие  $\alpha_{\max} \approx 70^\circ$  астероидов E-типа от  $\alpha_{\max} \approx 100^\circ$  астероидов других типов.
5. Показано влияние присутствия в пылинках кварца на форму  $10 \mu\text{m}$  силикатной эмиссионной особенности, наблюдаемой в спектрах некоторых комет. Определен силикатный состав частиц околосолнечной кометы Ikeya-Seki (C/1965 S1).

6. Доказано влияние спектральной зависимости показателя преломления на поляризационные свойства ледяных частиц. Получены наиболее подходящие значения фиксированного показателя преломления для известных фильтров R, V и I, минимизирующие данное влияние.
7. В результате компьютерного моделирования фазовых зависимостей степени линейной поляризации определён химический состав и физические параметры частиц комы пылевых комет и частиц реголитовой поверхности астероида (3200) Phaethon. Показано, что для однозначной интерпретации наблюдений методами компьютерного моделирования поляризационных кривых необходимы мультиспектральные наблюдения как минимум в трех различных спектральных диапазонах.

### **Практическое значение полученных результатов**

Данное исследование проведено на пересечении областей электромагнетизма, оптики, дистанционного зондирования и астрофизики. Предложенное новое направление - метод матриц формы расширяет теоретические основы понимания процессов рассеяния и открывает широкие перспективы в дистанционном зондировании удалённых объектов. Новая модель сопряженных случайных гауссовских частиц позволяет получать реалистичные данные о физических характеристиках и химическом составе самых разнообразных объектов Солнечной системы. Разработанные численные методы и компьютерные программы значительно расширили возможности расчетов оптических свойств отдельных частиц и полидисперсных сред. На их базе возможно дальнейшее уточнение существующих моделей и создание новых механизмов светорассеяния.

Проведенное исследование может быть применено для решения важнейших практических задач, таких как мониторинг изменения климата и возможности быстрого реагирования на стихийные бедствия – от лесных пожаров до вулканической активности.

В освоении космического пространства метод матриц формы предоставляет возможность дистанционно изучать поверхности других планет и спутников нашей Солнечной системы, выявляя их минералогический состав, геологические процессы и потенциальные признаки прошлой или настоящей жизни.

Помимо этого, становится возможным более тщательное изучение свойств объектов, сближающихся с Землей, что критически важно для защиты Земли от астероидно-кометной опасности и для оценки ресурсного потенциала астероидов.

## Положения, выносимые на защиту

- Развито новое направление в решение проблемы рассеяния света - метод матриц формы, применимый для частиц разнообразных форм, различного химического состава, в том числе и для частиц неправильной, случайной формы.
- Предложена новая модель сопряженных случайных гауссовских частиц, обладающих неровностями как на крупном, так и на мелком масштабе. Ее применение позволяет получать реалистичные параметры изучаемых частиц.
- Создана новая поляриметрическая калибровка альbedo астероидов, позволяющая определять альbedo по степени асимметрии отрицательной ветви степени поляризации.
- Проанализирована связь зависимости от длины волны показателя преломления и поляриметрических свойств ледяных частиц. Оценено влияние пренебрежения этой зависимостью и её некорректный учёт на интерпретацию результатов наблюдений. Предложены показатели преломления льда для длин волн фильтров R, V и I, позволяющие минимизировать это влияние.
- Показано влияние присутствия в пылинках кварца на форму  $10 \mu\text{m}$  силикатной эмиссионной особенности, наблюдаемой в спектрах некоторых комет.
- Определён химический состав и физические параметры пылевых частиц комы комет и частиц реголитовой поверхности астероида (3200) Phaethon. Показано, что изучаемые объекты состоят из льда, органики и силикатов, смешанных в различных пропорциях, что объясняет разнообразие их фазовых зависимостей поляризации.
- Показано, что для однозначной интерпретации наблюдений методами компьютерного моделирования необходимы мультиспектральные наблюдения как минимум в трех различных спектральных диапазонах.

## Личный вклад автора

Все результаты, выносимые на защиту, получены либо лично диссертантом, либо при его личном и определяющем участии в постановке задачи, разработке теории и компьютерных программ, подготовке и выполнении расчетов, анализе и интерпретации результатов, формулировке выводов и подготовке публикаций. Тексты большинства статей написаны диссертантом.

## Апробация результатов диссертации.

Материалы диссертационной работы докладывались и представлялись:  
На научных конференциях:

- 9th Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical Particles (5-9 июня 2006, Санкт-Петербургский Университет, Санкт-Петербург, Россия);
- 10th Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical Particles (17 - 23 июня 2007, Бодрум, Турция);
- 11th Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical Particles (7 - 12 сентября 2008, University of Hertfordshire, Великобритания);
- 12th Conference on Electromagnetic and Light Scattering by Nonspherical Particles (28 июня – 2 июля 2010, Хельсинки, Финляндия).
- 16th Conference on Electromagnetic and Light Scattering (19-25 марта 2017, University of Maryland/College Park, MD, USA)
- Всероссийская астрономическая конференция ВАК-2017 (17-21 сентября 2017, Ялта, Россия)
- European Planetary Science Congress 2018 (16-21 сентября 2018, TU Berlin, Berlin, Germany)
- EPSC-DPS Joint Meeting 2019 (15–20 September 2019, Centre International de Conférences de Geneve (CICG), Geneva, Switzerland)
- The Tenth Moscow Solar System Symposium (7-11 октября, 2019, Space Research Institute, Moscow, Russia)
- Всероссийская астрономическая конференция ВАК-2020 (21-25 сентября 2020, Нижний Архыз, Россия)
- 14th Europlanet Science Congress 2020 (21 сентября - 9 октября 2020, онлайн)
- Астрономия и исследование космического пространства (1-5 февраля 2021, Екатеринбург, Россия)
- 19th Conference on Electromagnetic and Light Scattering (12-16 июля 2021, online)
- The Twelfth Moscow Solar System Symposium (11-15 октября, 2021, Space Research Institute, Moscow, Russia)
- The 53rd Lunar and Planetary Science Conference (7–11 марта, 2022, онлайн).
- Околоземная астрономия-2022 (18-21 апреля 2022, Москва)
- The Thirteenth Moscow Solar System Symposium (10-14 октября, 2022, Space Research Institute, Moscow, Russia)
- The Fourteenth Moscow Solar System Symposium (19-13 октября, 2023, Space Research Institute, Moscow, Russia)

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 38 работ в рецензируемых научных изданиях, 35 из которых рекомендованы ВАК и входят в международные реферативные базы данных и системы цитирования (WoS и/или Scopus). Из 34 работ 3 опубликованы в журналах категории К3, 4 статьи опубликованы в российском журнале категории К2, остальные журналы (28 статей) имеют категорию К1.

**Структура работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка использованной литературы и приложения. Исследование изложено на 311 страницах, текст иллюстрирован 7 таблицами и 145 графиками.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**В первой главе** «Отрицательная поляризация рассеянного света: наблюдения, механизмы, компьютерное моделирование» определены основные термины и понятия, описаны особенности фазовой зависимости степени линейной поляризации. Приведены основные соотношения, используемые при изучении характеристик рассеянного света.

Описано современное состояние наземных наблюдений безатмосферных тел солнечной системы, а также атмосфер комет. Продемонстрировано, что наблюдательные данные демонстрируют очень широкое разнообразие фазовых кривых степени поляризации. У большинства объектов они симметричны, в то время как некоторые объекты демонстрируют заметную асимметрию отрицательной ветви степени поляризации. Показано, что существующие на настоящий момент строгие теории светорассеяния – теория Рэлея (описывающая рассеяние света частицами, намного меньшими, чем длина волны) и теория Ми (описывающая рассеяние света сферическими частицами) – не могут в полной мере описать данные наблюдений.

Описаны основные механизмы, формирующие отрицательную поляризацию на малых фазовых углах. На настоящий момент таких механизмов известно достаточно много, однако недостаточно данных о пропорциях, в которых данные механизмы работают, а также о границах их применимости. Показано, что теоретическое описание процессов рассеяния света сталкивается со значительными трудностями и может описать характеристики фазовой кривой степени линейной поляризации лишь качественно. Следовательно, для интерпретации данных наблюдений необходимо использовать компьютерное моделирование.

Описаны основные методы, применяемые для компьютерного моделирования процессов рассеяния света. Показано, что, несмотря на развитие вычислительной техники, многие методы обладают целым набором недостатков и ограничений, сокращающих область их применимости. Из этого следует вывод о необходимости разработки новых методов компьютерного моделирования процессов светорассеяния, которые способны дополнить существующие методы.

Основной вывод состоит в том, что для более полного описания рассеяния частицами требуется расширение возможностей компьютерного моделирования и более широкое их применение для объектов различной формы и химического состава. Существующие методы не могут полностью смоделировать реальные процессы светорассеяния, обладая теми или иными недостатками или ограничениями. Потому был предложен новый метод,

получивший название метод матриц формы, описанию которого посвящена глава 2.

**Во второй главе** «Метод матриц формы» рассматривается задача рассеяния света частицами, сравнимыми по размеру с длиной волны (постановка и решение задачи изложена в работах 1-12 из списка публикаций автора). Эта задача важна во многих областях науки, например, в дистанционном зондировании небесных тел, атмосферных исследованиях, планетологии и биофизике. Одним из основных методов, применяемых для изучения рассеяния на частицах произвольной формы, является метод Т-матриц, который является одним из наиболее эффективных и перспективных методов расчета светорассеяния. Основное преимущество метода Т-матриц заключается в том, что расчеты можно производить с очень высокой эффективностью. Кроме того, расчеты частиц в различной ориентации и усреднение ориентации могут быть выполнены аналитически при относительно низких вычислительных затратах. Другой важной особенностью метода Т-матрицы является возможность учета симметрии рассеивающих частиц. Это приводит к существенному упрощению расчетов. Для осесимметричных частиц доступна очень эффективная реализация метода Т-матриц.

Однако рассеяние света частицами, не обладающими осью симметрии, изучено относительно плохо из-за отсутствия доступных алгоритмов и относительно высокой продолжительности необходимых стоимости вычислений. Кроме того, вычисление рассеивающих свойств совокупностью неправильных частиц различных размеров, еще недостаточно развито в теории Т-матриц. Метод матриц формы представляет собой подход к моделированию рассеяния совокупностью независимых частиц разных размеров с использованием метода Т-матриц. В рамках этого подхода вводятся матрицы  $Sh$  и  $RgSh$  — матрицы формы или просто  $Sh$ -матрицы, зависящие от формы рассеивающей частицы. Зная матрицы  $Sh$  и  $RgSh$ , можно вычислить элементы Т-матриц, после чего вычислить любые характеристики рассеяния.

Метод матриц формы может быть использован для усреднения характеристик рассеяния частиц по размерам рассеивающих частиц. На рис. 1 приведены нормированная интенсивность (верхняя панель) и степень линейной поляризации (нижняя панель) в зависимости от угла рассеяния  $\theta$  для ансамбля случайно ориентированных кубов с показателем преломления  $m_0 = 1.313 + i0$ , и средней длиной ребра  $a = 1.0$  мкм. Сплошная чёрная линия соответствует отсутствию усреднения по размерам, линии со значками соответствуют различным интервалам усреднения от 0.05 мкм до 0.2 мкм.

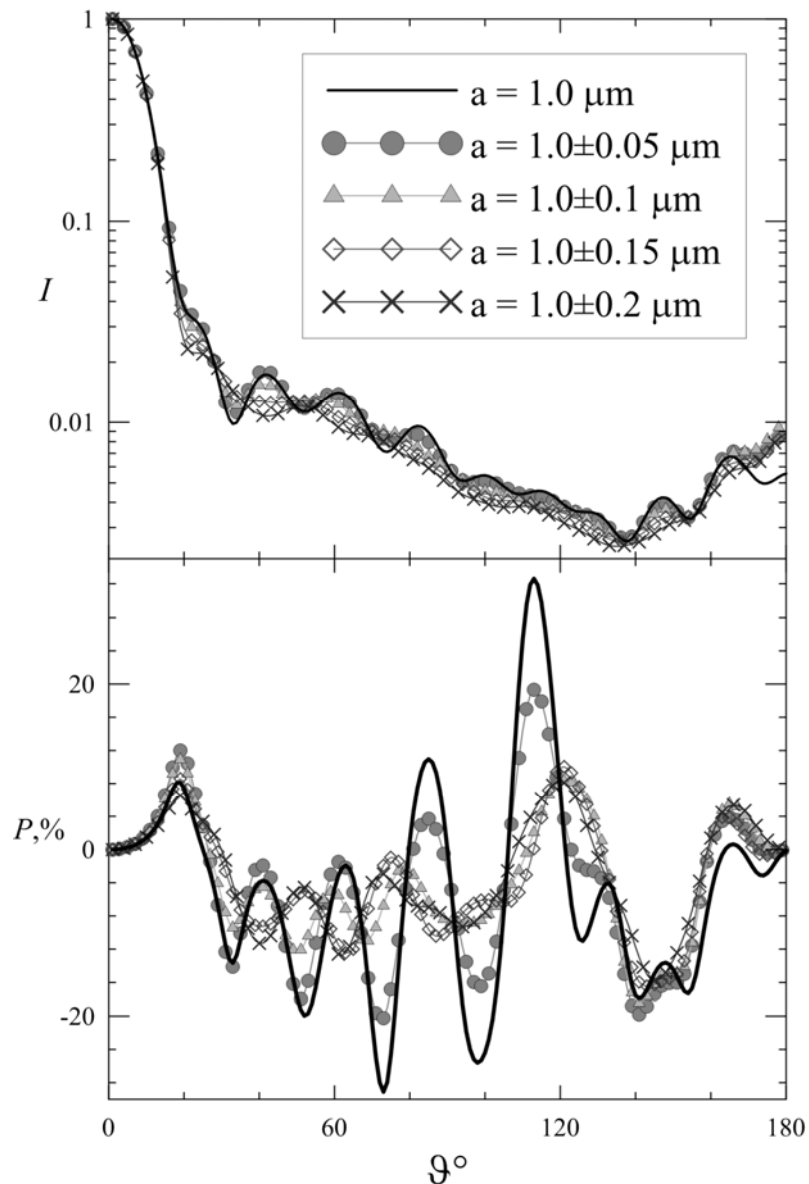


Рис. 1. Интенсивность рассеянного света (верхняя панель) и степень его линейной поляризации (нижняя панель) при  $m_0 = 1.30$  для ансамбля случайно ориентированных кубов с показателем преломления  $m_0 = 1.313 + i0$ , и средней длиной ребра  $a = 1.0$  мкм. Сплошная чёрная линия соответствует отсутствию усреднения по размерам, линии со значками соответствуют различным интервалам усреднения от 0.05 мкм до 0.2 мкм.

Метод матриц формы может быть применён для вычисления рассеивающих свойств частиц произвольной формы. Одной из наиболее фундаментальных характеристик, определяющих рассеяние электромагнитных волн физическими объектами, является их морфология. За последние несколько десятилетий было проведено множество интересных исследований рассеяния света электромагнитных волн в зависимости от формы частиц, и значительный прогресс был достигнут в разработке

различных алгоритмов и методов рассеяния электромагнитных волн. Эти исследования поддерживают приложения в различных областях науки и техники: от радиолокационной идентификации спутников и самолетов до оценки состояния здоровья посредством анализа изменений эритроцитов из-за наличия заболеваний.

К сожалению, несмотря на то, что существуют алгоритмы для расчета рассеяния света практически любым типом частиц, существует технологический пробел в описании самих частиц, поскольку формы большинства частиц в природе не могут быть описаны аналитически простыми средствами. Наш подход позволяет упростить и унифицировать их морфологическое описание. Мы объединяем это описание частиц с алгоритмом Т-матрицы для расчета рассеяния света произвольными частицами с использованием матриц формы. Ввиду этого был предложен универсальный метод генерации частиц, основанный на ряде Лапласа и получены выражения для элементов матриц формы, которые используются для описания Т-матриц. Следует подчеркнуть, что существенное упрощение расчета рассеяния электромагнитных волн частицами достигается при использовании матриц формы, выраженных в аналитическом виде.

Рассмотрим частицу, форма которой описывается однозначной непрерывной функцией  $R(\theta, \varphi)$ , где  $\theta$  и  $\varphi$  — полярный и азимутальный углы соответственно, в сферической системе координат с центром, расположенным внутри частицы. В нашем подходе мы представляем разложение  $R(\theta, \varphi)$  в ряд Лапласа с использованием тригонометрических функций и связанных с ними полиномов Лежандра:

$$R(\theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=0}^l P_l^m(\cos \theta) (a_{lm} \cos m\varphi + b_{lm} \sin m\varphi), \quad (1)$$

где  $P_l^m(x)$  — присоединённые полиномы Лежандра. Коэффициенты  $a_{lm}$  и  $b_{lm}$  определяют форму частицы. Ряд (1) представляет собой хорошо известное разложение по сферическим гармоникам. Функции  $P_l^m(\cos \theta) \cos m\varphi$  и  $P_l^m(\cos \theta) \sin m\varphi$  (сферические гармоники) представляют собой полный набор ортонормальных функций и, таким образом, набор образует ортонормированный базис гильбертова пространства функций с интегрируемым квадратом (функцию с действительным или комплексным знаком, для которой интеграл квадрата абсолютного значения конечен). Таким образом, на единичной сфере любая функция с интегрируемым квадратом может быть разложена на линейную комбинацию функций.

Чтобы применить разложение на практике, число  $N$  членов ряда должно быть конечно, т.е. мы подразумеваем, что существует конечное  $N$ ,

для которого следующее приближенное выражение можно рассматривать как строгое:

$$R(\theta, \varphi) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=0}^l P_l^m(\cos \theta) [a_{lm} \cos m\varphi + b_{lm} \sin m\varphi]. \quad (2)$$

Коэффициенты разложения  $a_{lm}$  и  $b_{lm}$  могут быть найдены, если функция  $R(\theta_i, \varphi_j)$  известна, при помощи следующих соотношений:

$$a_{lm} = \frac{2l+1}{2\pi\zeta_l} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sin \theta \int_0^{2\pi} d\varphi R(\theta, \varphi) P_l^m(\cos \theta) \cos m\varphi, \quad (3)$$

$$b_{lm} = \frac{2l+1}{2\pi} \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\theta \sin \theta \int_0^{2\pi} d\varphi R(\theta, \varphi) P_l^m(\cos \theta) \sin m\varphi, \quad (4)$$

где  $\zeta_0 = 2$  и  $\zeta_l = 1$ , если  $l \neq 0$ .

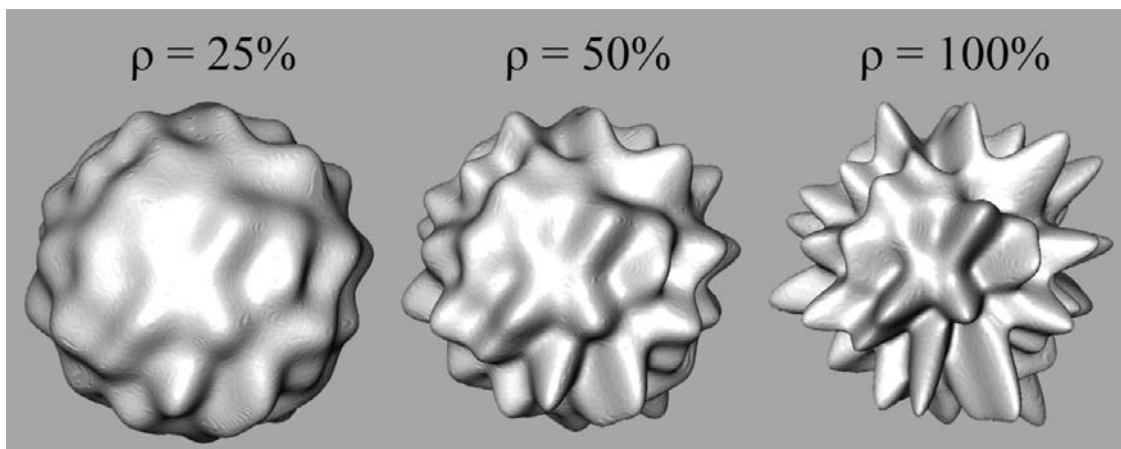


Рис. 2. Примеры случайных гауссовских частиц с различной степенью шероховатости.

Для расчётов были использованы случайные гауссовские частицы с различной степенью шероховатости (см. рис. 2). Рисунок 3 показывает интенсивность (верхняя панель) и степень линейной поляризации (нижняя панель) света, рассеянного случайными гауссовскими частицами с различной степенью шероховатости. Показатель преломления частиц составлял  $m_0 = 1.30 + i0$ , радиус сферы эквивалентного объёма – 1.0 мкм при длине волны падающего света  $\lambda = 0.45$  мкм. Из рисунка видно, что шероховатость поверхности оказывает сильнейшее влияние на характеристики рассеянного света. При достаточно высокой степени шероховатости кривые становятся гладкими, весьма похожими на те, которые наблюдаются у реальных небесных тел. Следовательно, учёт влияния поверхностной шероховатости при интерпретации наблюдательных данных крайне важен.

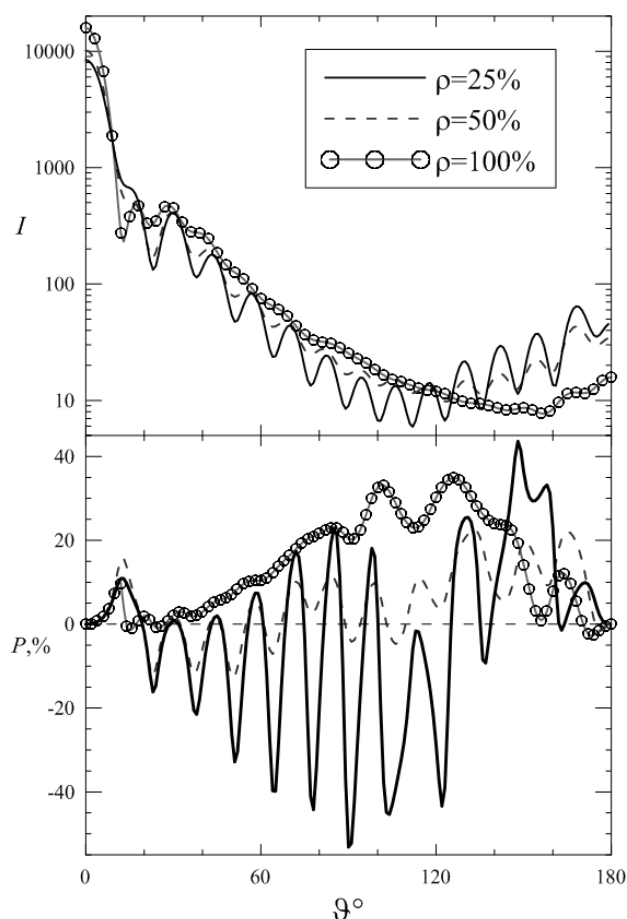


Рис. 3. Интенсивность рассеянного света (верхняя панель) и степень его линейной поляризации (нижняя панель) при  $m_0 = 1.30$  для случайных гауссовских частиц с различной степенью шероховатости.

**В третьей главе** «Особенности ветви отрицательной поляризации астероидов по данным наблюдений» показано, что, несмотря на качественное сходство фазовых зависимостей степени линейной поляризации, форма этой кривой индивидуальна для каждого астероида. Интереснее всего исследовать форму ветви отрицательной поляризации. У некоторых астероидов она симметричная (практически параболическая), а у других наблюдается заметная асимметрия, проявляющаяся в смещении минимума ветви отрицательной поляризации в сторону малых фазовых углов. Для численного описания этой асимметрии удобно ввести параметр величины асимметрии отрицательной ветви степени линейной поляризации  $\Omega = \alpha_{inv}/2\alpha_{min}$ . В случае симметричной ветви отрицательной поляризации этот параметр близок к 1. Но чем сильнее минимум отрицательной ветви степени линейной поляризации смещён в направлении малых фазовых углов, тем больше становится параметр  $\Omega$ .

Для объяснения этого наблюдаемого факта было использовано компьютерное моделирование характеристик рассеянного света при помощи метода матриц формы. На рисунке 4 приведены зависимости параметра  $\Omega$  от

значения мнимой части показателя преломления  $k$  для различных значений действительной части ( $n = 1.4$ ;  $n = 1.5$ ;  $n = 1.6$ ;  $n = 1.7$ ) для случайных гауссовских частиц (которые подробно описаны выше). Как видно из рисунка, увеличение  $k$ , что соответствует уменьшению альбедо частицы, сопровождается уменьшением параметра  $\Omega$ . Следовательно, можно сделать вывод, что данная особенность объясняется изменением мнимой части показателя преломления. Следовательно, у светлых объектов можно ожидать асимметричную ветвь отрицательной поляризации, описываемую векторной теорией когерентного усиления обратного рассеяния, а у тёмных объектам скорее характерна симметричная ветвь отрицательной поляризации, описываемая моделью двукратного рассеяния совокупностью точечных рассеивателей обратного рассеяния.

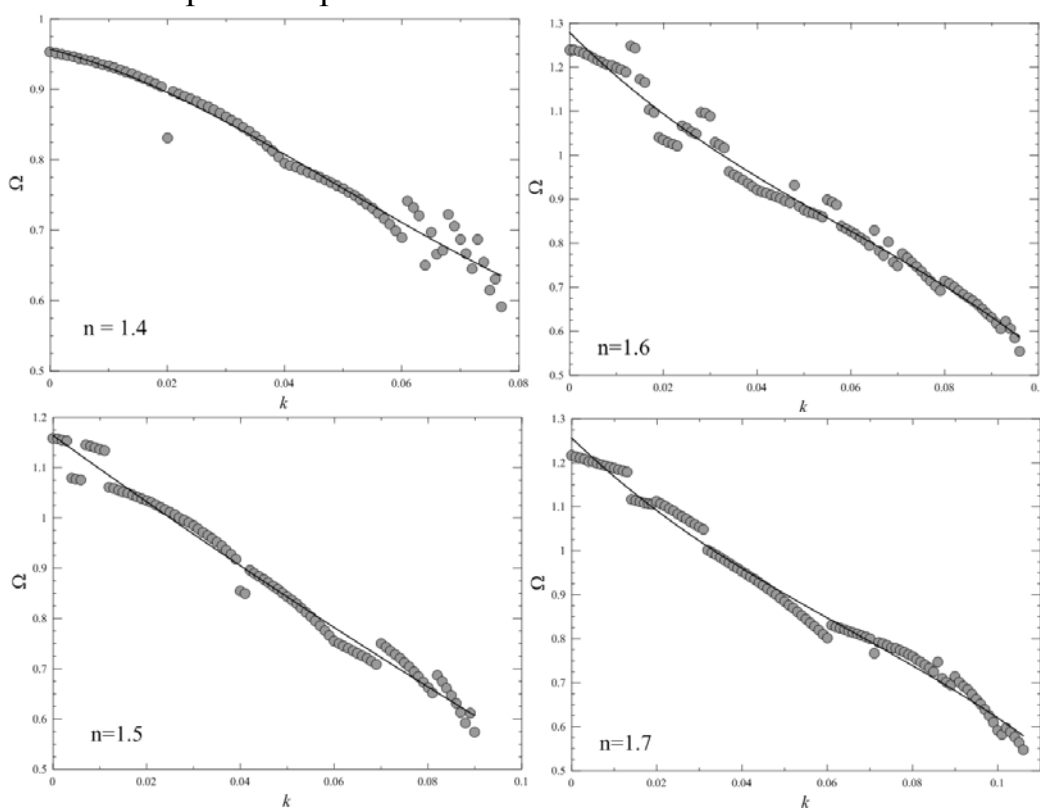


Рис. 4. Зависимости параметра  $\Omega$  от значения мнимой части показателя преломления  $k$  для различных значений действительной части ( $n = 1.4$ ;  $n = 1.5$ ;  $n = 1.6$ ;  $n = 1.7$ ).

Рисунок 5 демонстрирует зависимость величины асимметрии отрицательной ветви степени линейной поляризации астероидов как функция альбедо для фильтров В (рис. 5а), V (рис. 5б), и R (рис. 5в). Во всех трёх фильтрах наблюдается чёткая корреляция между альбедо и величиной асимметрии. Чем выше у астероида альбедо, то есть чем из более светлого материала он состоит, тем более асимметричной становится его ветвь отрицательной поляризации. Более того, во всех трёх фильтрах зависимости хорошо аппроксимируются линейными функциями, которые близки друг к

другу. Усредняя зависимость  $\Omega$  от альbedo, можно получить уравнение, соответствующее калибровке альbedo астероидов в зависимости от степени асимметрии их отрицательной ветви:

$$\omega = 0.742\Omega - 0.727, \quad (5)$$

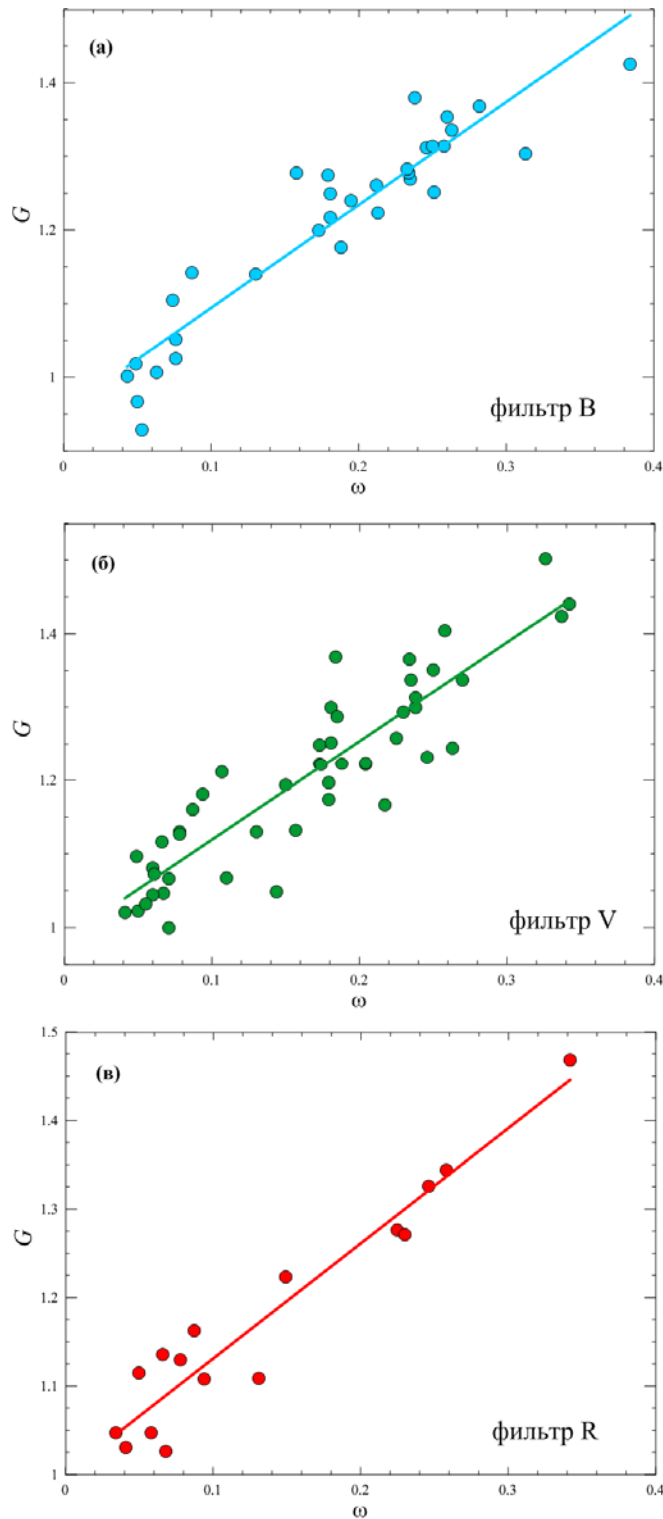


Рис. 5. Величина асимметрии отрицательной ветви степени линейной поляризации астероидов как функция альbedo для фильтров B, V и R.

**В четвёртой главе** «Применение метода матриц формы для интерпретации данных наблюдений небесных тел» метод матриц формы применён к изучению особенностей рассеяния различными объектами, в первую очередь кометами и астероидами (постановка и решение задачи изложена в работах 1-12 из списка публикаций автора). Для воспроизведения неправильной формы рассеивающих частиц комет и астероидов солнечной системы разработана модель сопряжённых случайных гауссовских частиц, обладающих иерархичностью уровней шероховатости – как на крупном, так и на мелком масштабе. Изучены особенности светорассеяния такими частицами трёх типов – ледяных частиц (слабопоглощающих и слабопреломляющих), силикатных (слабопоглощающих и сильнопреломляющих), а также органических (сильнопоглощающих и сильнопреломляющих). С помощью метода матриц формы были проинтерпретированы результаты поляриметрических наблюдений пылевых комет, установлен их химический состав.

Проведена интерпретация фазовой зависимости степени линейной поляризации кометной пыли. На основании множества наблюдений комет, у которых наблюдался сильный непрерывный спектр, была получена синтетическая фазовая зависимость поляризации для «красной» области спектра  $\lambda \approx (6840 \pm 100 \text{ \AA})$ , где деполяризующее влияние молекулярных эмиссий незначительное или отсутствует полностью (рис. 6). Рассеяние точек на рисунке вызывается рядом причин: ошибками измерений, различием размеров наблюдаемой области комы, с фильтрами, используемыми для выделения континуума комет, свободного от влияния газовых эмиссий и, возможно, с разными свойствами пыли разных комет.

На рисунке 6 линиями представлены результаты моделирования синтетической фазовой зависимостью поляризации избранных комет. Сплошная линия соответствует наилучшему приближению, достигнутому путем подбора параметров модельных частиц кометной пыли – таких как минимальный и максимальный размерный параметр  $X_{\min}$  и  $X_{\max}$ , показатель степени степенного усреднения  $n$ , и  $\xi$  – относительное содержание частиц одного из трех типов (водяной лед, силикат и органика) в составе кометной пыли. Используемые для моделирования параметры приведены в таблице 1.

При помощи метода матриц формы проведено компьютерное моделирование положительной ветви поляризации астероидов. Астероиды, сближающиеся с Землей (АСЗ), предоставляют для наземных наблюдений единственную возможность получить параметры фазовой зависимости

поляризации астероидов на больших фазовых углах, а именно величину и положение максимума степени поляризации  $P_{\max}$  и  $\alpha_{\max}$ .

**Таблица 1. Используемые для моделирования параметры для трех типов частиц.**

Тип частиц	Показатель преломления	$X_{\min}$	$X_{\max}$	n	$\xi$ , %
Водяной лед	$1.313 + i \cdot 0$	2.8	14.1	3.7	20
Силикат (форстерит)	$1.677 + i \cdot 0.0044$	1.2	15.5	5.8	36
Органика	$1.5 + i \cdot 0.1$	2.5	14.6	5.0	44

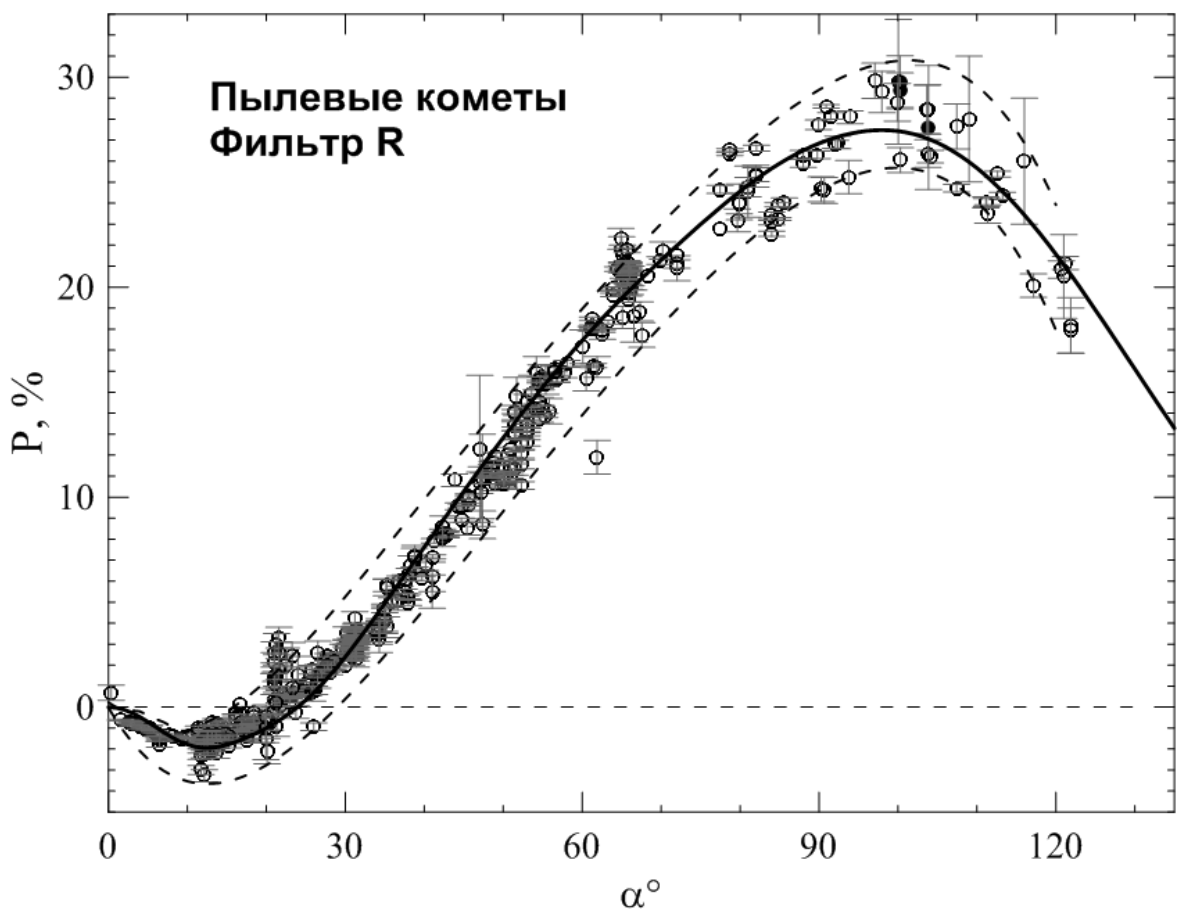


Рис. 6. Синтетическая фазовая зависимость поляризации различных комет (кружочки) для красной области спектра. Сплошная линия соответствует наилучшему приближению, достигнутому путем подбора параметров модельных частиц кометной пыли (табл. 1). Пунктирные кривые описывают верхний и нижний предел изменений степени поляризации и представляют собой аппроксимацию полиномом 5-го порядка соответственно нижних и верхних значений поляризации в каждом интервале фазовых углов с шагом  $5^\circ$ .

Тем самым, в совокупности с параметрами отрицательной ветви поляризации - величины и положения минимума степени поляризации  $P_{\min}$  и  $\alpha_{\min}$ , угла инверсии  $\alpha_{\text{inv}}$  и поляриметрического наклона  $h$ , определяемыми по наблюдениям астероидов Главного Пояса (АГП) на фазовых углах  $\alpha < 30^\circ$ , возникает возможность исследовать параметры полной фазовой зависимости поляризации популяции малых планет Солнечной системы.

Реголит, покрывающий поверхность различных астероидов, имеет различный элементный и минеральный состав. В частности, астероиды S-типа представляют собой смесь силикатов и металлов, а астероиды E-типа с высоким альбедо состоят из нейтральных силикатов. Соответственно, частицы этих реголитов имеют разные показатели преломления – у астероидов E-типа мнимая часть показателя преломления меньше, чем у астероидов S-типа, так как в видимом диапазоне у металлов показатель преломления выше, чем у силикатов. Следовательно, описанное выше смещение положения максимума поляризации должно в полной мере проявиться при наблюдении астероидов различных типов. Именно поэтому максимальная поляризация астероидов E-типа заметно сдвинута в сторону уменьшения фазовых углов по сравнению с астероидами S-типа.

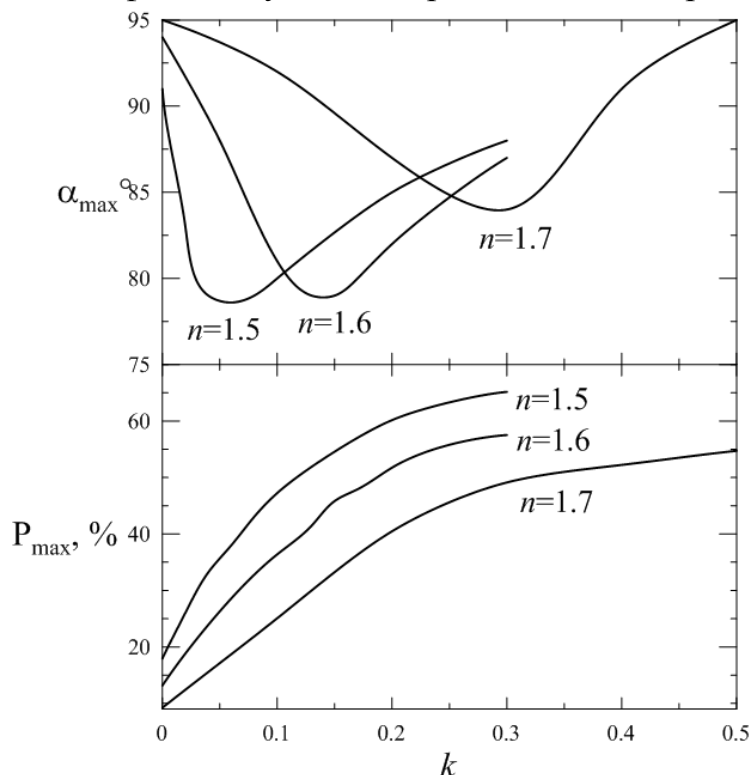


Рис. 7. Зависимость положения и величины максимума положительной поляризации (верхняя и нижняя панель, соответственно) от величины мнимой части показателя преломления.

На рис. 7 представлена зависимость положения максимума положительной поляризации от мнимой части показателя преломления, рассчитанная для случайных гауссовских частиц, имеющих действительные части показателей преломления. Итак, компьютерное моделирование подтверждает, что с увеличением  $k$  положение максимума поляризации вначале смещается в область меньших фазовых углов, но затем после достижения некоторого критического значения величина  $\alpha_{\max}$  снова начинает расти.

Значительный интерес представляет исследование зависимости величины максимума  $P_{\max}$  от параметров рассеивающей частицы. Как видно из рисунка 7, увеличение  $k$  приводит к увеличению  $P_{\max}$ , что является подтверждением эффекта Умова. Кроме того, увеличение фактической части показателя преломления приводит к уменьшению  $P_{\max}$ . Следует отметить, что результаты моделирования хорошо согласуются с результатами исследований влияния свойств частиц на характеристики рассеянного света. В этих исследованиях было отмечено заметное влияние показателя преломления на величину положительной поляризации. В этих работах также было отмечено, что увеличение действительной части показателя преломления приводит к уменьшению степени линейной поляризации, что полностью согласуется с результатами расчетов, проведенных в данной работе. Кроме того, достаточно важным направлением дальнейшего развития исследований является изучение рассеяния света кластерами частиц, причем весьма существенное влияние числа частиц в кластере на положение максимума положительной поляризации.

При помощи метода матриц формы исследовано влияние спектральной зависимости показателя преломления на поляриметрические свойства ледяных частиц. Частицы водяного льда являются неотъемлемой частью множества объектов Солнечной системы – например, Луны, спутников планет-гигантов, астероидов, комет, а также транснептуновых объектов. Кроме того, состояние льдов на определенных участках поверхности нашей планеты является важнейшим показателем климатических изменений.

Были исследованы спектральные зависимости рассеивающих свойств ледяных частиц в спектральном диапазоне от 0.4 мкм до 0.9 мкм, где из-за крайне малых значений мнимой части показателя преломления доминирующее при неизменных размерах частиц влияние на рассеивающие свойства оказывает зависимость действительной части показателя преломления от длины волны. Подтверждено, что спектральные вариации показателя преломления приводят к существенным изменениям некоторых параметров фазовой зависимости степени линейной поляризации, особенно

величины максимума положительной ветви. Показано, что неудачный выбор фиксированного показателя преломления в спектральном диапазоне от 0.4 мкм до 0.9 мкм обязательно приводит к заметной разнице между кривыми, учитывающими и не учитывающими спектральную зависимость показателя преломления, как в случае интенсивности, так и в случае поляризации. Было обнаружено, что в спектральной области от 0.4 мкм до 0.9 мкм фиксированное значение показателя преломления  $n_0 = 1.3078$  дает минимальную разность вышеописанных характеристик рассеяния света ледяными частицами (см. рис. 8). Также приведены наиболее подходящие значения фиксированного показателя преломления для известных фильтров R, V и I.

При помощи метода матриц формы изучено влияние формы рассеивающих частиц на силикатную особенность  $\text{SiO}_2$ . Частицы силикатной пыли обнаружены в околозвездных дисках, которые окружают молодые звезды. Наиболее распространенными видами космической пыли являются соединения кремния, железа, магния, кислорода и углерода. Физические и химические параметры силикатных пылинок, такие как размер, форма, показатели преломления, пространственный и размерный размер, являются результатом множества различных химических и физических процессов эволюции. Силикатные частицы пыли играют важную роль в понимании эволюции околозвездных дисков и процессов формирования планетных систем. Наличие силикатов в околозвездных дисках проявляется в виде силикатной спектральной особенности. Наиболее заметная спектральная особенность наблюдается в окрестности длины волны 10 мкм. Именно поэтому его часто называют 10-микронной эмиссионной особенностью силикатов. Эта особенность проявляется в увеличении интенсивности излучения в спектральном диапазоне от 8 до 12 мкм. Частицы силиката могут проявлять эту эмиссионную особенность на этих длинах волн благодаря наличию колебательных энергетических уровней связей Si–O, приводящих к сильному изменению действительной и мнимой части показателя преломления.

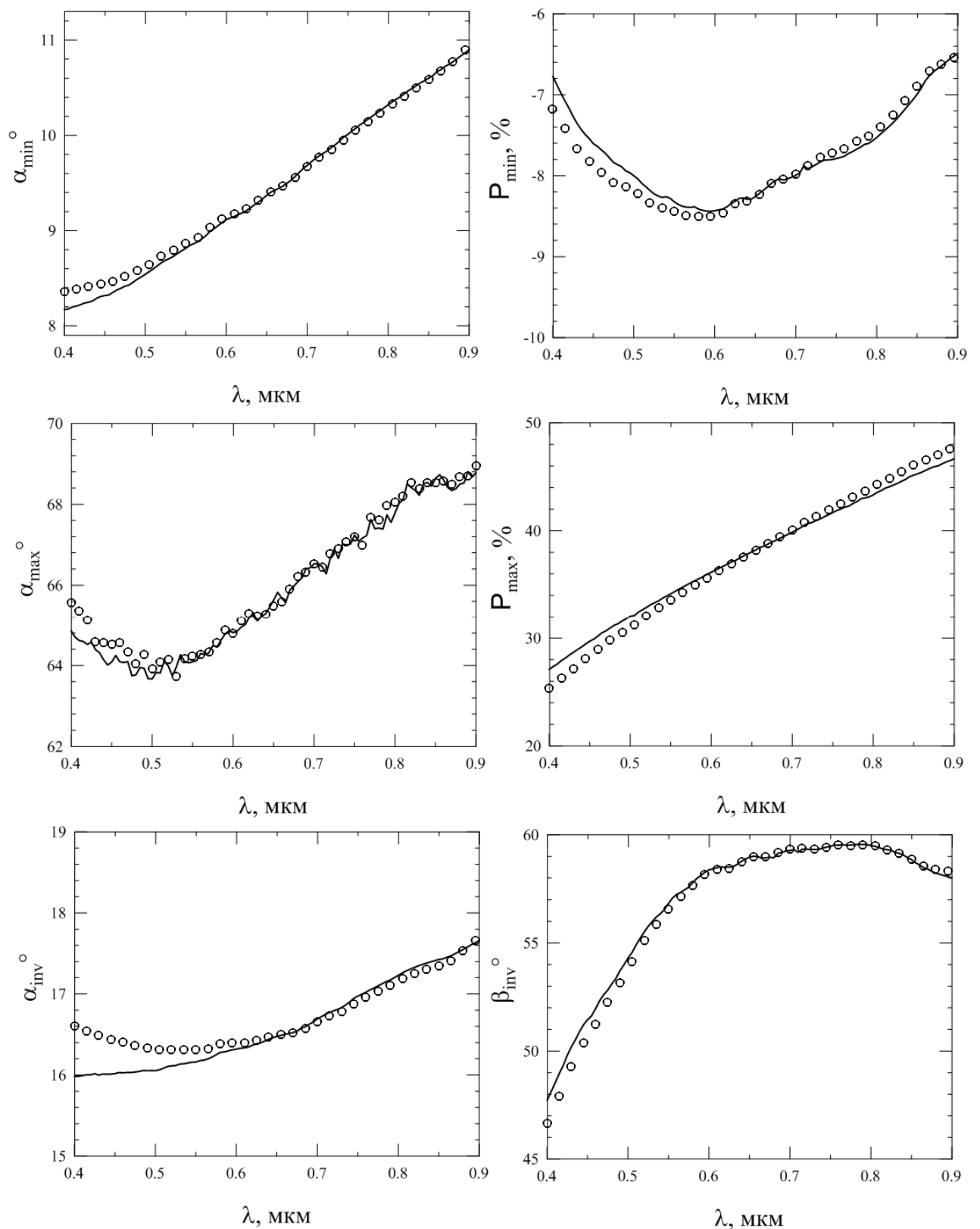


Рис. 8. Спектральные зависимости шести параметров фазовой зависимости степени линейной поляризации:  $\alpha_{\min}$ ,  $\alpha_{\max}$ ,  $\alpha_{\text{inv}}$ ,  $P_{\min}$ ,  $P_{\max}$ ,  $\beta_{\text{inv}}$  с учетом спектральной зависимости показателя преломления (кружочки) и для фиксированного показателя преломления  $m_0 = 1.3078$  (сплошные линии).

Эта эмиссионная особенность проявляется многими астрономическими объектами. Многие кометы обладают 10-микронной эмиссионной особенностью. Например, кометы Mueller (1994 I = C/1993 A1); Bradfield (1987 XXIX = C / 1987 P1), Hyakutake (C / 1996 B2) и Hale-Bopp (C / 1995 O1); 1P / Halley и Levy (1990 XX = C / 1990 K1). Однако следует уточнить, что в формирование 10-микронной эмиссионной особенности комет вносят вклад лишь маленькие частицы кометной пыли, размером до 1 мкм. Это связано не с оптическими, а с термодинамическими свойствами кометной пыли – частицы большего размера просто не успевают достаточно разогреться, чтобы внести заметный вклад в данную особенность.

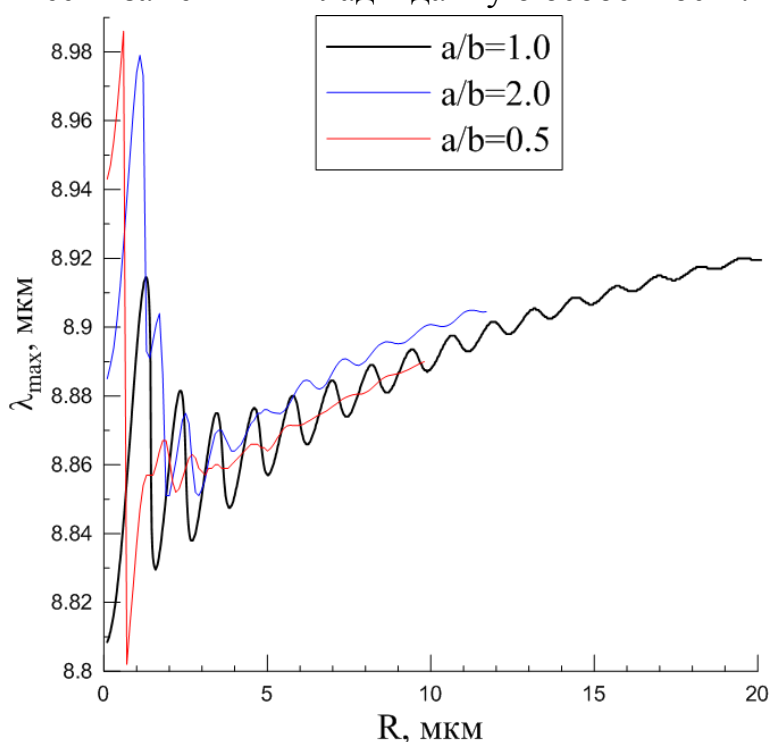


Рис. 9. Длина волны, соответствующей максимуму 10-микронной эмиссионной особенности при различных размерах рассеивающей частицы.

Была рассчитана интенсивность света, рассеянного на частицах кварца различной формы, для разных длин волн и размеров рассеивающей частицы. Рисунок 9 демонстрирует зависимость длины волны  $\lambda_{\text{max}}$ , соответствующей максимуму 10-микронной эмиссионной особенности, от размера рассеивающей частицы. Чёрная линия соответствует сферической частице ( $a/b = 1$ ), синяя линия – сплюснутому сфероиду ( $a/b = 2$ ), и красная линия – вытянутому сфероиду ( $a/b = 0.5$ ). Линии обрываются на том размере рассеивающей частицы, выше которого оказалось невозможно вычислять рассеивающие свойства при данном соотношении осей и показателе преломления.

Однако даже имеющихся данных достаточно для определённых выводов. Во-первых, в случае частиц размером менее 1 мкм, вносящих максимальный вклад в 10-микронные эмиссионные особенности комет, положение максимума спектральной особенности смещено в область больших длин волн. Помимо этого, 10-микронная эмиссионная особенность вытянутого сфероида сильнее отличается от эмиссионной особенности сферической частицы, чем в случае сплюснутого сфероида. При этом на больших размерах любая несферичность приводит к смещению положения максимума спектральной особенности в сторону меньших длин волн.

При помощи метода матриц формы был исследован силикатный состав кометы Икея-Секи (C/1965 S1). Комета Икея-Секи (C/1965 S1) — долгопериодическая комета с периодом обращения 880 лет, принадлежащая к семейству околосолнечных комет. Семейство околосолнечных комет включает кометы, имеющие чрезвычайно малое расстояние в перигелии. Благодаря особенностям своих орбит околосолнечные кометы предоставляют уникальную возможность изучения их химического состава, что, в свою очередь, способно пролить свет на эволюционные процессы, происходящие в Солнечной системе. При приближении к Солнцу на достаточно малое расстояние вещество кометы нагревается до достаточно высоких температур, достигающих 1500 К. Нагрев кометного вещества может привести к морфологическим изменениям кометной пыли, что, в свою очередь, проявляется в особенностях поведения рассеяния света этой пылью.

На рис. 10 представлена фазовая зависимость степени линейной поляризации кометы Икея-Секи, измеренная Вайнбергом и Бисоном (точки, соединенные линиями). Измерения проводились в 1968 г. в фильтре V ( $\lambda = 0.53$  мкм). Полуширина фильтра составляла 30 Å. Такие узкополосные фильтры позволяют практически полностью избежать влияния газовых эмиссий. Наблюдения кометы Икея-Секи проводились в течение четырех ночей в октябре и ноябре 1965 года с помощью фотоэлектрического поляриметра, расположенного на высоте 3052 м на горе Халеакала, Гавайи. Поле зрения имело диаметр 3.2 градуса (8.04 квадратных градуса на небе).

Для сравнения на этом же рисунке показана синтетическая фазовая зависимость степени линейной поляризации 14 комет на аналогичных длинах волн от 0.52 мкм до 0.55 мкм (крестики), взятая из базы данных кометной поляриметрии NASA/PDS. Как видно из рисунка, кривая степени линейной поляризации имеет гораздо более крутой наклон, чем у основной массы комет на тех же длинах волн. При фазовых углах от 45 до 64 градусов степень линейной поляризации варьируется от -45% до +22%. Ни одна из

наблюдаемых комет не проявляет отрицательной поляризации в таком диапазоне фазовых углов. Поэтому данное явление требует объяснения.

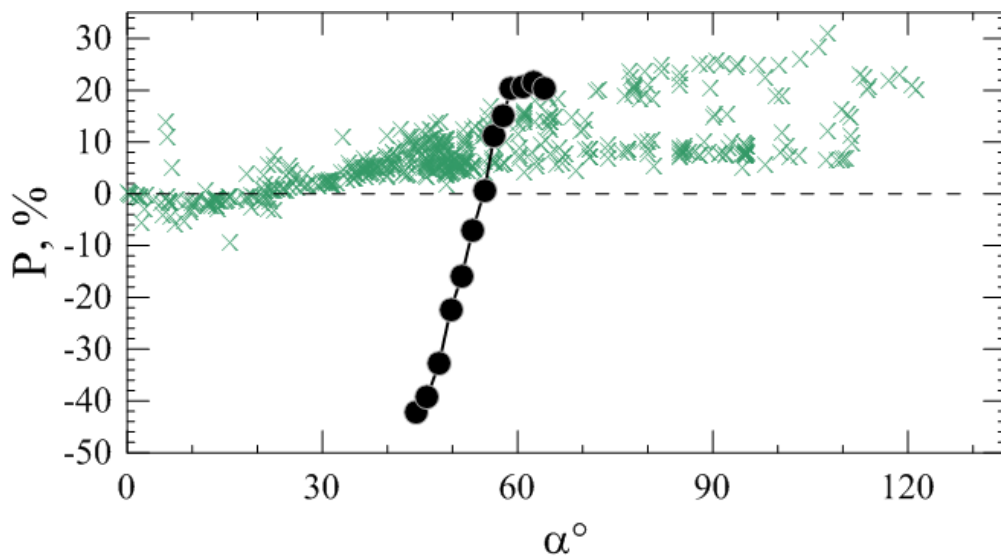


Рис. 10. Фазовая зависимость степени линейной поляризации кометы Икея-Секи (точки), и синтетическая фазовая зависимость степени линейной поляризации 14 комет на длинах волн от 0.52 мкм до 0.55 мкм (крестики).

Существует небольшое количество работ, в которых пытались интерпретировать это явление. Кришна Свами рассчитал с помощью теории Ми степень линейной поляризации света, рассеянного сферическими частицами различных материалов: льда, железа, графита, оливина и андезита, варьируя размер рассеивающих сфер от 1 нм до 10 мкм.

Однако результаты моделирования смогли воспроизвести наблюдаемую кривую лишь качественно. Давно известно, что только силикатные материалы (обладающие высоким значением действительной части показателя преломления и низким значением мнимой части) способны давать отрицательную поляризацию рассеянного света в указанном диапазоне фазовых углов. Также в этой работе было рассчитано соотношение гравитационных сил притяжения и силы давления солнечного излучения. Было обнаружено, что чем больше размер частицы, тем быстрее частица покидает хвост кометы за счет радиационного давления. Таким образом, на момент наблюдения хвост кометы Икея-Секи должен был содержать довольно мелкие частицы.

Густавсон попытался воспроизвести фазовую кривую степени линейной поляризации кометы Икея-Секи, используя лабораторные измерения сильно вытянутых (соотношение сторон составляло 4:1) круглых цилиндров из акрилового (силикатного) материала. Он обнаружил, что качественно аналогичную картину поведения степени линейной поляризации дают круговые цилиндры, площадь поверхности которых эквивалентна

площади поверхности сферы радиусом от 0.34 до 0.51 мкм. Поскольку возможности компьютерной техники на момент создания вышеуказанных статей были весьма ограничены, авторам не удалось добиться количественной интерпретации данных наблюдений. В данной статье мы попытаемся объяснить это явление с помощью компьютерного моделирования, используя все возможности современных компьютеров и методы расчета рассеяния света.

В настоящее время для интерпретации данных кометных поляриметрических наблюдений используются частицы двухкомпонентного химического состава (смесь силикатов и органики). Конечно, некоторые модели учитывают и лед, но на таких малых расстояниях от Солнца наличие льда в кометной пыли крайне маловероятно. Поэтому мы будем рассматривать кометную пыль, состоящую из двух типов вещества - органического вещества и силикатного вещества. Отдельно стоит рассмотреть богатый магнием силикат, называемый форстеритом, и богатый железом оливин, называемый фаялитом. Такой выбор силикатов обусловлен тем, что богатые магнием силикаты, возможно, являются аналогами вещества ранней «солнечной туманности». Поэтому они были обнаружены как в кометах, так и в протопланетных дисках. Однако некоторые образцы кометного материала кометы 81P/Wild 2, доставленные миссией Stardust, содержали значительное количество богатых железом силикатов.

Было проведено компьютерное моделирование характеристик рассеянного света смеси частиц неправильной формы, состоящих из силикатов и органики. Размеры рассеивающих частиц (как силикатных, так и органических) варьировались от 0.01 мкм до 2 мкм. После этого характеристики рассеянного света усреднялись по размерам по степенному закону  $r^{-n}$ , параметры которого (минимальный размер, максимальный размер, показатель степени  $n$ ) варьировались для достижения наилучшего согласия с данными наблюдений. Относительное содержание силикатов и органического вещества также варьировало. На рисунке 11 показано наилучшее соответствие результатов компьютерного моделирования для форстерита (пунктирная линия) и фаялита (сплошная линия). В качестве параметров модели используются эффективный размер  $r_{\text{eff}}$  и эффективная вариация  $v_{\text{eff}}$ .

Параметры, обеспечивающие наилучшее согласие данных наблюдений с результатами моделирования с использованием сопряженных случайных гауссовских частиц, приведены в табл. 2 (верхние строки). В качестве меры качества аппроксимации мы используем коэффициент детерминации, обозначаемый  $R^2$ .  $R^2$  показывает, насколько хорошо наблюдения соответствуют модели. Обычно  $R^2$  находится в диапазоне от 0 до 1. В случае

полного согласия модели и данных наблюдений значение коэффициента детерминации равно 1. Чем хуже модель описывает данные наблюдений, тем меньше значение  $R^2$  становится. В случае сопряженных случайных гауссовских частиц значения  $R^2$  составляют 0,617 для форстерита и 0,648 для фаялита, т.е. они достаточно малы. Поэтому эти модели плохо описывают наблюдательные данные.

Как видно из рисунка 11, частицы неправильной формы не могут обеспечить такой крутой наклон поляриметрической кривой, который наблюдался в случае кометы Икея-Секи. Кроме того, добавка органических частиц для крутого склона должна быть крайне малой. Поэтому были проведены расчеты в предположении, что в кометной пыли присутствуют сферические частицы (которые могли возникнуть, например, под действием высоких температур). Расчет в этом случае производится по известной теории Ми.

**Таблица 2.** Параметры, обеспечивающие наилучшее согласие данных наблюдений с результатами моделирования

Форма частиц	состав	Относительное содержание, %	$\Gamma_{\text{eff}}$ , МКМ	$V_{\text{eff}}$	$R^2$
Сопряженные случайные гауссовские частицы	Форстерит	99.7	0.168	0.381	0.617
	Углерод	0.3	0.359	0.067	
	Фаялит	98	0.248	0.0002	0.648
	Углерод	2	0.31	0.179	
Сфера	Форстерит	100	0.673	0.00032	0.771
	Фаялит	100	0.633	0.00027	0.954

На рис. 12 представлены фазовые кривые степени линейной поляризации сферических частиц форстерита (пунктир) и фаялита (сплошная линия), обеспечивающие наилучшее согласие с данными наблюдений. Параметры, обеспечивающие наилучшее соответствие данных наблюдений результатам моделирования с использованием сферических частиц, приведены в табл. 2 (нижние строки). Как видно из таблицы, фаялит ( $R^2=0.954$ ) лучше соответствует данным наблюдений, чем форстерит ( $R^2 = 0.771$ ). При этом в случае фаялита коэффициент детерминации близок к единице, что указывает на очень хорошее согласие модели с наблюдениями.

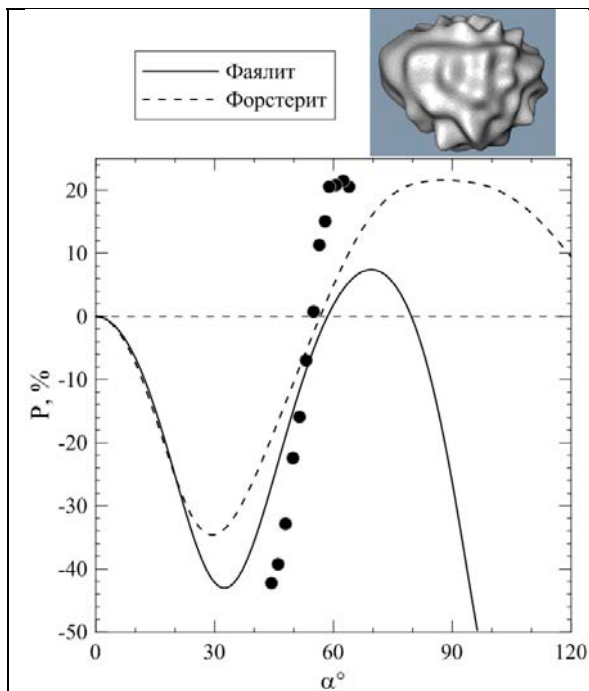


Рис. 11. Наилучшее соответствие наблюдаемой степени линейной поляризации и компьютерному моделированию для частиц неправильной формы форстерита (пунктирная линия) и фаялита (сплошная линия).

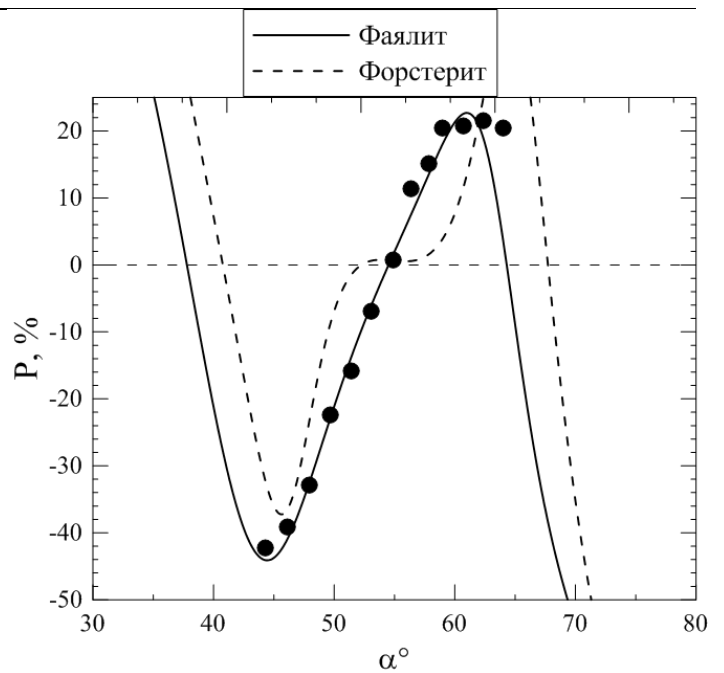


Рис. 12. Наилучшее соответствие наблюдаемой степени линейной поляризации и компьютерному моделированию для сферических частиц форстерита (пунктирная линия) и фаялита (сплошная линия).

Следует отметить, что в большинстве исследованных комет содержание магнезиальных силикатов оказалось выше, чем железистых. Это объясняется тем, что в процессе кометной эволюции при взаимодействии газообразного железа с кристаллическими силикатами при давлении в зоне конденсации пыли выше  $70 \text{ дин/см}^2$  (т.е. плотности  $7 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ), богатые железом силикаты не образуются, поскольку железо может преимущественно конденсироваться в виде металлического железа. Кроме того, при плотностях  $\approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$  образуются мелкие богатые магнием силикаты. Логично предположить, что в этом случае может реализоваться противоположный сценарий, при котором кометное вещество в ходе эволюции имело меньшую плотность, что способствовало образованию богатых железом силикатов и препятствовало образованию богатых магнием силикатов. Другое возможное объяснение состоит в том, что изменения в химическом составе кометы Икея-Секи могли быть связаны с нагревом Солнцем. В любом случае процессы химической эволюции комет до сих пор не до конца ясны и требуют дополнительных исследований, как наблюдений, так и компьютерного моделирования.

Подводя итог, компьютерное моделирование данных наблюдений околосолнечной кометы Икея-Секи (C/1965 S1) подтвердило вывод о том, что крупные частицы должны покидать комету под давлением солнечного излучения, а основной вклад в рассеяние должны вносить частицы, сравнимые или меньшие, чем длина волны. Показано, что ни при каком наборе параметров частицы неправильной формы не могут обеспечить столь крутой наклон фазовой кривой степени линейной поляризации, который получен в ходе поляриметрических наблюдений. В то же время использование сферических частиц фаялита обеспечивает очень хорошее согласие данных наблюдений и компьютерного моделирования. Наилучшее соответствие было достигнуто при размере рассеивающих частиц около  $\approx 0.633$  мкм. Таким образом, при изучении рассеяния света околосолнечными кометами необходимо учитывать наличие частиц правильной формы, образующихся под воздействием высоких температур. Также было показано, что фаялит (силикат, богатый железом) обеспечивает гораздо лучшее приближение к данным наблюдений, чем форстерит (силикат, богатый магнием). Поэтому обязательно следует учитывать присутствие богатых железом силикатов в околосолнечных кометах.

При помощи метода матриц формы было проведено компьютерное моделирование поляриметрических наблюдений комет. Поляриметрические исследования являются важным источником информации о физических свойствах небесных тел. В 2018 году новые двухканальные поляриметры были введены в эксплуатацию в Крымской астрофизической обсерватории и обсерватории Пик Терскол. С помощью этих инструментов в период с 2018 по 2020 год были проведены измерения поляризационных характеристик 19 комет. На основе этих данных были получены фазовые зависимости степени линейной поляризации комет в широкополосных фильтрах R, V и I (рис. 13).

Интересно сравнить результаты аппроксимации данных наблюдений во всех трех фильтрах. Такое сравнение показано на рисунке 14. Здесь кривые, соответствующие разным фильтрам, выделены разными цветами – зеленая кривая соответствует фильтру V, красная кривая соответствует фильтру R, фиолетовая кривая соответствует фильтру I. Как видно из рисунка, степень поляризации в фильтре R заметно больше, чем в фильтре V. Между тем в области отрицательной ветви поляризации все эти три кривые практически совпадают. Было бы интересно исследовать возможность воспроизведения этого эффекта путем компьютерного моделирования рассеяния света частицами неправильной формы.

Хальдер и Ганеш разработали двухуровневую иерархическую модель рассеивающих частиц, которая сочетает в себе твердое ядро, окруженное

пушистыми субъединицами. Частицы этой модели использовались для интерпретации мультиспектральных наблюдений (на длинах волн  $\lambda = 0.3650$  мкм, 0.4845 мкм и 0.6840 мкм) комет С / 1996 В2 (Hyakutake), 1P / Halley и С / 1995 О1 (Hale-Bopp). Смесь силикатных частиц и частиц аморфного углерода со степенным распределением по размерам  $r^{-n}$  использовалась для компьютерного моделирования светорассеяния.

Показатель степени  $n$  варьировался в пределах от 2.0 до 3.0. Лучшее соответствие обеспечивает смесь 32% силикатов и 68% углерода для кометы 1P / Halley, а также 35% силикатов и 65% углерода для комет С / 1996 В2 (Hyakutake) и С / 1995 О1 (Hale-Bopp). Модельные расчеты очень хорошо воспроизводят данные поляриметрических наблюдений в положительной ветви поляризации. Однако результаты компьютерного моделирования не очень хорошо согласуются с данными наблюдений при малых фазовых углах в отрицательной ветви поляризации. Авторы приходят к выводу, что несоответствие данных наблюдений и результатов компьютерного моделирования при малых фазовых углах остается открытой проблемой. Для решения этой проблемы необходимы дополнительные наблюдения за степенью линейной поляризации света, рассеянного кометной пылью. Проведённые мультиспектральные наблюдения большего числа комет открыли дополнительные возможности для интерпретации наблюдательных данных. Далее исследуется вопрос, можно ли воспроизвести отрицательную ветвь поляризации, используя иерархические твердые частицы в том же диапазоне параметров, который определили Хальдер и Ганеш. Размеры рассеивающих частиц брались в интервале 0.1-1.5 мкм. Характеристики рассеяния усреднялись с использованием степенного распределения по размерам  $r^{-n}$ , где  $n$  находится в диапазоне от 2.0 до 3.0. Эффективный размер частицы  $r_{eff} = 0.8$  мкм для  $n = 2$  и  $r_{eff} = 0.52$  мкм для  $n = 3$ ; а эффективная вариация  $v_{eff} = 0.25$  для  $n = 2$  и  $v_{eff} = 0.55$  для  $n = 3$ .

На рисунке 15 представлены результаты компьютерного моделирования фазовой зависимости степени линейной поляризации для смеси 50% силикатов и 50% частиц углерода при разных  $n$  для силикатных и аморфных частиц углерода. Зеленая кривая соответствует фильтру V, красная кривая соответствует фильтру R, фиолетовая кривая соответствует фильтру I. Как видно из рисунка, расчетные кривые качественно воспроизводят положительную ветвь поляризации наблюдаемых данных. Для всех исследованных параметров степень линейной поляризации в фильтре R больше, чем в фильтре V при больших фазовых углах.

В то же время расчетные кривые не показывают столь близкого совпадения ветвей отрицательной поляризации во всех трех фильтрах, как на рис. 14. Максимум, чего можно добиться — это совпадение двух кривых из трех. Отсюда следует довольно важный вывод — для интерпретации данных наблюдений необходимо проводить многоспектральные наблюдения как минимум в трех различных спектральных фильтрах.

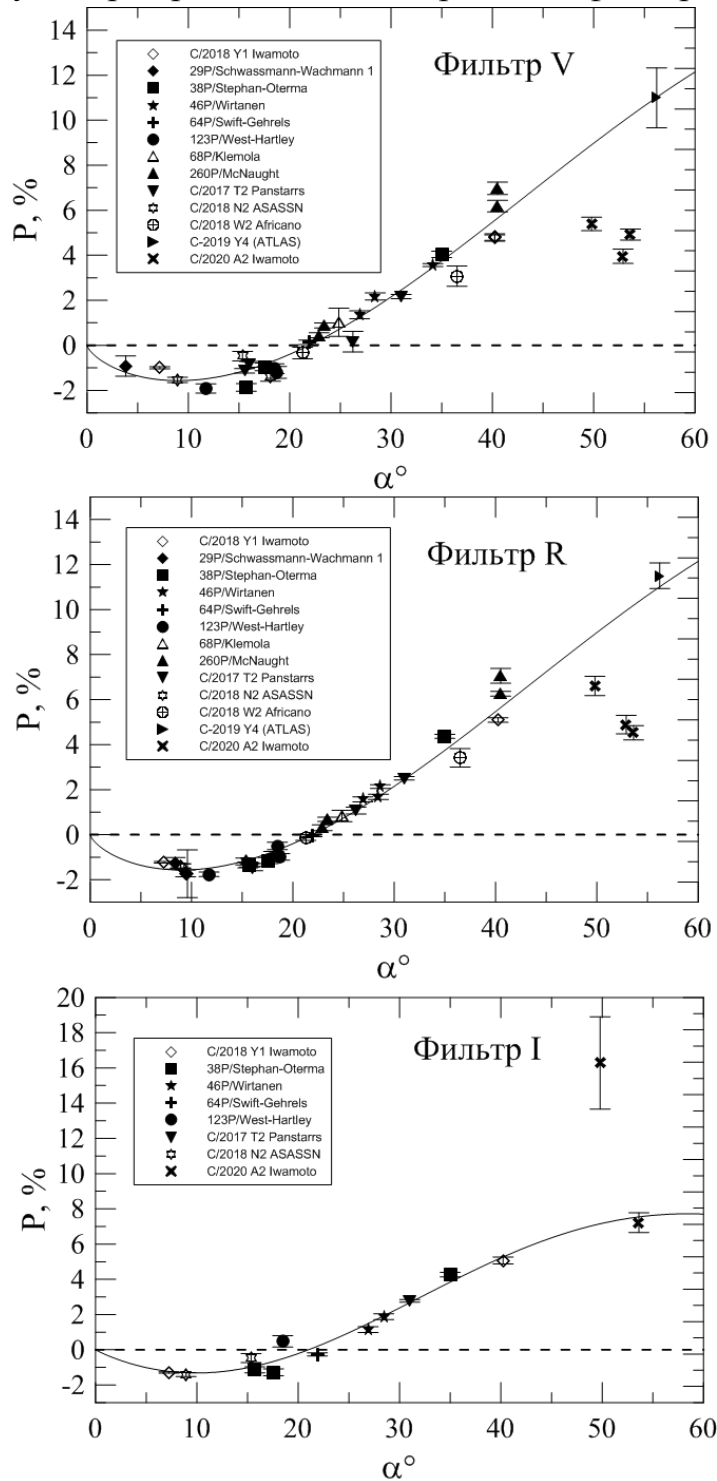


Рис. 13. Фазовые поляризационные зависимости комет, полученные в спектральных полосах V, R и I.

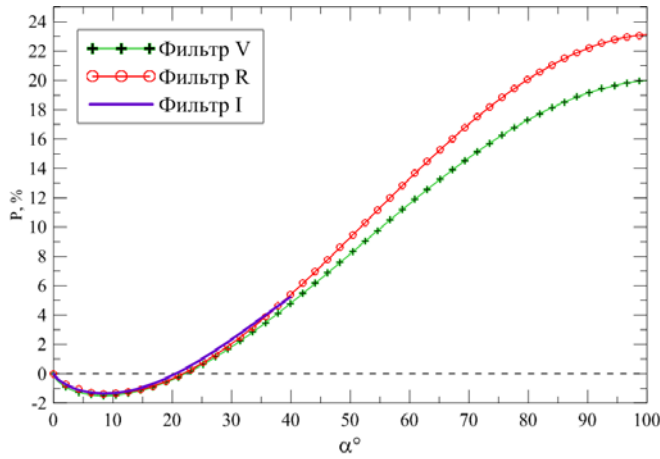


Рис. 14. Фазовые кривые степени линейной поляризации, аппроксимированные тригонометрическим выражением в трех фильтрах: фильтр V (зеленая кривая), фильтр R (красная кривая), фильтр I (фиолетовая кривая).

Несмотря на то, что модельные частицы имеют иерархию шероховатостей на разных масштабах, они имеют прочную внутреннюю структуру. Компьютерное моделирование степени линейной поляризации сопряженными случайными гауссовыми частицами показывает более заметное отличие от наблюдательных данных, чем в случае моделирования, выполненного Хальдером и Ганешем для модели пористых частиц с аналогичным набором параметров.

Чтобы проверить, как пористость влияет на рассеивающие свойства, мы рассчитали рассеивающие свойства пористых сопряженных случайных гауссовских частиц. Для этого использовалось правило смешивания Максвелла-Гарнетта, которое связывает эффективную диэлектрическую проницаемость (и, следовательно, эффективный показатель преломления) этой эквивалентной среды с диэлектрической проницаемостью вещества, а также плотностью упаковки. Использовалось следующее уравнение для случая смеси вещества и вакуума:

$$\varepsilon_{MG} = \frac{1 + 2f \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}}{1 - f \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2}} = \frac{1 + \frac{1 + 2f}{3}(\varepsilon - 1)}{1 + \frac{1 - f}{3}(\varepsilon - 1)}. \quad (6)$$

Здесь  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость вещества в вакууме,  $f$  — объёмная доля вещества. Удобнее использовать параметр  $p = 1 - f$ , определяющий степень пористости данной частицы. Когда  $p = 1$ ,  $\varepsilon_{MG} = 1$ . Когда  $p = 0$ ,  $\varepsilon_{MG} = \varepsilon$ . Мы рассчитали рассеивающие свойства пористых сопряженных случайных гауссовских частиц для случая  $p = 70\%$  (рис. 16) с теми же параметрами, что и на рис. 15. Сравнивая рис. 16 и рис. 14, мы видим качественное согласие поведения модельных кривых с данными

наблюдений. Модельные кривые на рис. 16 для всех трех фильтров практически совпадают в диапазоне фазовых углов до 40 градусов, а затем зеленая кривая (фильтр V) идет ниже красной кривой (фильтр R).

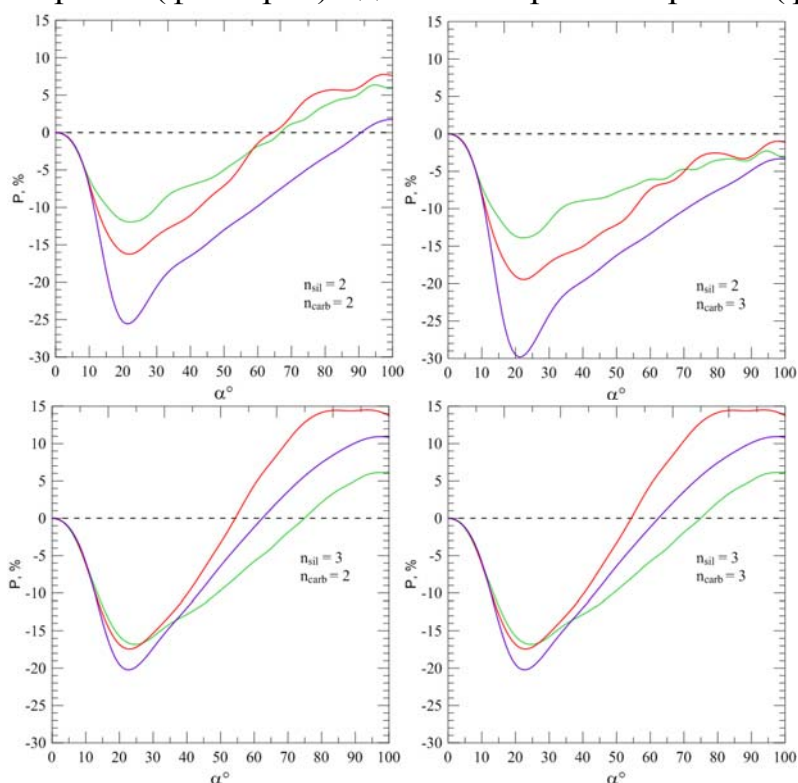


Рис. 15. Фазовые кривые степени линейной поляризации, полученные с помощью компьютерного моделирования для смеси 50% силикатов и 50% частиц углерода при различных  $n$ .

Подводя итог, можно сказать, что, согласно данным наблюдений, в области отрицательной поляризации фазовые кривые степени линейной поляризации во всех трех фильтрах практически совпадают. Проведено компьютерное моделирование рассеяния света сопряженными случайными гауссовыми частицами. Параметры моделирования были выбраны аналогичными параметрам, использованным Хальдером и Ганешем при моделировании рассеяния света пористыми частицами, которые объединяют твердое ядро, окруженное рыхлыми субъединицами. Моделирование позволяет качественно воспроизвести поведение положительной поляризации. Но расчетные кривые не показывают такого близкого совпадения ветвей отрицательной поляризации во всех трех фильтрах, которое наблюдалось у комет. Достигается максимальное совпадение двух кривых. Следовательно, для интерпретации данных наблюдений необходимы мультиспектральные наблюдения как минимум в трех различных спектральных диапазонах. Степень линейной поляризации сопряженных случайных гауссовских частиц сильнее отличается от данных наблюдений,

чем степень линейной поляризации модели пористой частицы с аналогичным набором параметров.

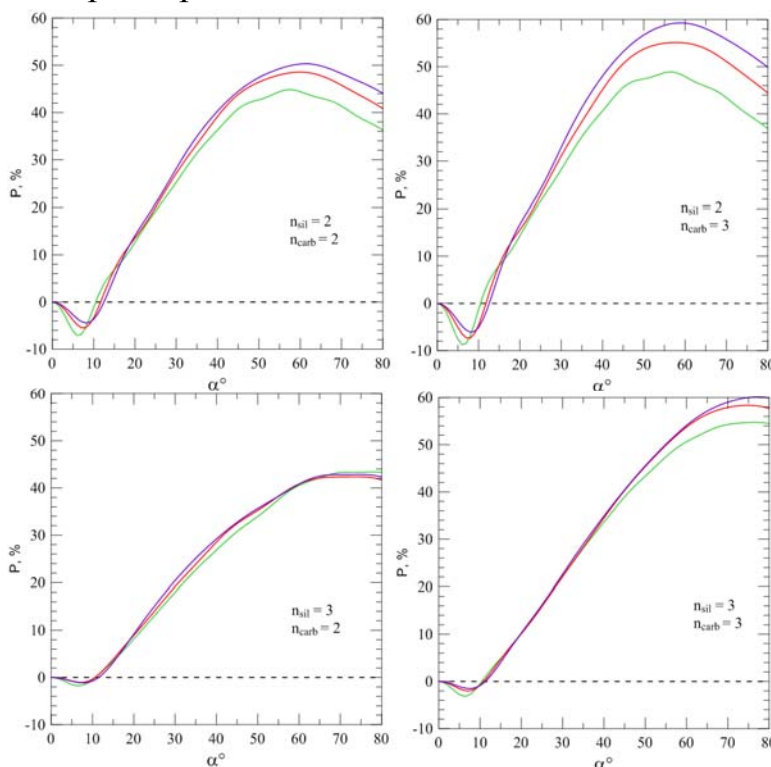


Рис. 16. Фазовые кривые степени линейной поляризации, полученные с помощью компьютерного моделирования для смеси 50% силикатов и 50% углеродных пористых частиц при различных  $n$ . Пористость учитывается путем изменения диэлектрической проницаемости вещества в соответствии с уравнением (6) при пористости  $p = 1 - f = 70\%$ .

Частицы с пористой внутренней структурой являются лучшей моделью для интерпретации данных наблюдений. Поэтому для достоверной интерпретации наблюдений следует использовать модельные частицы с внутренней пористостью.

При помощи метода матриц формы было проведено компьютерное моделирование поляриметрических наблюдений астероидов. Потенциально опасный астероид группы Аполлона (3200) Phaethon (далее Фаэтон), открытый 11 октября 1983 года инфракрасным астрономическим спутником НАСА (IRAS), является одним из самых загадочных объектов среди известных астероидов. Его классифицируют как астероид, но динамически он связан с метеороидным потоком Геминиды, что предполагает, что его источник испытывает значительную потерю массы во время предыдущих прохождений перигелия.

Беспрецедентно близкое сближение Фаэтона с Землей 16 декабря 2017 г. на геоцентрическом расстоянии 0.069 а.е. предоставило хорошую возможность для комплексного мониторинга астероида вплоть до больших

фазовых углов. Наблюдения за астероидом проводились на 6-м телескопе Специальной астрономической обсерватории и 2,6-м и 1,25-м телескопах Крымской астрофизической обсерватории. Основной целью этих наблюдений было получение полной зависимости поляризации от фазового угла, включая максимум поляризации и фазовый угол, при котором он возникает.

Для выявления свойств реголита Фаэтона путем воспроизведения его фазово-угловой кривой поляризации был использован метод матриц формы. Для численного моделирования рассеивающих свойств необходимы комплексный показатель преломления, а также распределение частиц по размерам в доминирующих поверхностных материалах.

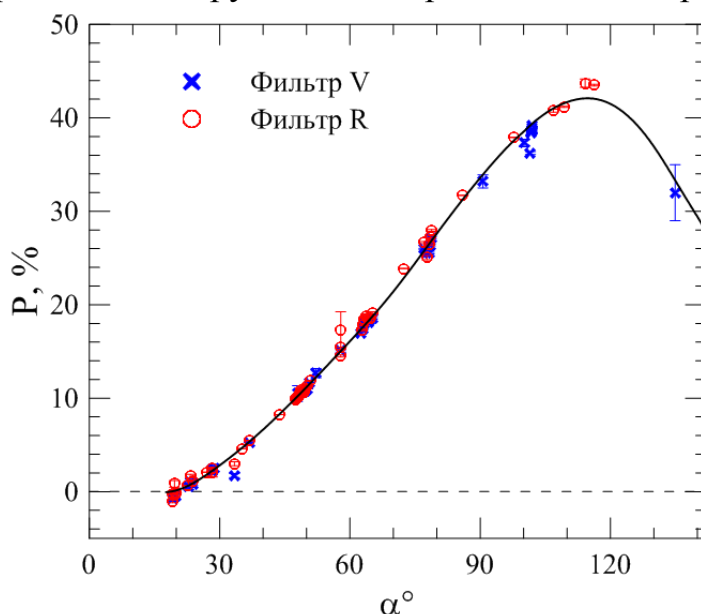


Рис. 17. Фазовая зависимость степени линейной поляризации астероида (3200) Phaethon для фильтра R (кружочки) и фильтра V (крестики). Сплошная линия соответствует наилучшему приближению, достигнутому путем подбора параметров модельных частиц кометной пыли.

В качестве модели состава использовалась смесь богатых магнием частиц силиката (форстерита) и частиц аморфного углерода. В качестве модели нерегулярных частиц использовались сопряженные случайные гауссовы частицы. Основной особенностью этих частиц является наличие как крупномасштабной, так и мелкомасштабной шероховатости поверхности. Параметры рассеивающих частиц, такие как распределение по размерам и соотношение углерод/силикаты, подбирались таким образом, чтобы обеспечить наилучшее приближение к данным наблюдений. Сплошная линия на рис. 17 соответствует однородной смеси, состоящей из 90% богатого магнием силиката и 10% углерода, со следующими параметрами распределения по размерам:  $R_{eff}^{(sil)} = 0.98 \mu m$ ;  $\nu_{eff}^{(sil)} = 0.21$ ;  $R_{eff}^{(carb)} = 0.81 \mu m$ ;

$v_{eff}^{(carb)} = 0.15$ . Отметим, что смесь углей и силикатов, как известно, при размерном параметре больше 25 (что соответствует размеру 2.5 мкм в R-фильтре) не создаёт отрицательной поляризации. Также известно, что вклад крупных частиц в рассеяние света довольно мал. Размер наших частиц, обеспечивающий наилучшее согласие с данными наблюдений, хорошо согласуется с данными результатами.

**В выводах** диссертации автором излагаются основные выводы, результаты, предложения и практические рекомендации.

Метод матриц формы применён к изучению особенностей рассеяния различными объектами, в первую очередь кометами и астероидами. Для воспроизведения неправильной формы рассеивающих частиц комет и астероидов солнечной системы разработана модель сопряжённых случайных гауссовских частиц, обладающих иерархичностью уровней шероховатости – как на крупном, так и на мелком масштабе. Установлены светорассеяния такими частицами трёх типов – ледяных частиц (слабопоглощающих и слабопреломляющих), силикатных (слабопоглощающих и сильнопреломляющих), а также органических (сильнопоглощающих и сильнопреломляющих). С помощью метода матриц формы были проинтерпретированы результаты поляриметрических наблюдений пылевых комет, установлен их химический состав.

Показано, что положительная ветвь степени линейной поляризации астероидов сильно зависит от их типа. При помощи метода матриц формы было доказано, что основным фактором, влияющим на положение и на величину максимума положительной ветви степени линейно поляризации является мнимая часть показателя преломления рассеивающих частиц.

Было определено влияние спектральной зависимости показателя преломления на поляриметрические свойства ледяных частиц. Показано, что при использовании достаточно широкополосных фильтров при наблюдениях объектов, содержащих частицы льда, спектральная зависимость показателя преломления играет существенную роль в рассеянии. Ввиду этого, для ряда фильтров были определены фиксированные показатели преломления льда, которые наилучшим образом воспроизводят характеристики рассеянного света с учётом спектральной зависимости показателя преломления.

Исследовано влияние формы рассеивающих частиц на силикатную особенность  $\text{SiO}_2$ . Показано, что в случае частиц размером менее 1 мкм, вносящих максимальный вклад в 10-микронные эмиссионные особенности комет, положение максимума спектральной особенности смещено в область больших длин волн. Помимо этого, 10-микронная эмиссионная особенность вытянутого сфероида сильнее отличается от эмиссионной особенности

сферической частицы, чем в случае сплюснутого сфероида. При этом на больших размерах любая несферичность приводит к смещению положения максимума спектральной особенности в сторону меньших длин волн.

Определён силикантый состав кометы Ikeya-Seki (C/1965 S1). Показано, что ни при каком наборе параметров частицы неправильной формы не могут обеспечить столь крутой наклон фазовой кривой степени линейной поляризации, который получен в ходе поляриметрических наблюдений. В то же время использование сферических частиц фаялита обеспечивает очень хорошее согласие данных наблюдений и компьютерного моделирования. Наилучшее соответствие было достигнуто при размере рассеивающих частиц около  $\approx 0.633$  мкм. Таким образом, при изучении рассеяния света околосолнечными кометами необходимо учитывать наличие частиц правильной формы, образующихся под воздействием высоких температур. Также было показано, что фаялит (силикат, богатый железом) обеспечивает гораздо лучшее приближение к данным наблюдений, чем форстерит (силикат, богатый магнием). Поэтому обязательно следует учитывать присутствие богатых железом силикатов в околосолнечных кометах.

При помощи компьютерного моделирования поляриметрических наблюдений комет установлено, что для интерпретации данных наблюдений необходимы мультиспектральные наблюдения как минимум в трех различных спектральных диапазонах. Степень линейной поляризации сопряженных случайных гауссовских частиц сильнее отличается от данных наблюдений, чем степень линейной поляризации модели пористой частицы с аналогичным набором параметров. Причиной этого может быть тот факт, что, несмотря на иерархию шероховатостей на разных масштабах сопряженных случайных гауссовых частиц, они имеют прочную внутреннюю структуру. Частицы с пористой внутренней структурой являются лучшей моделью для интерпретации данных наблюдений. Доказано, что для достоверной интерпретации наблюдений следует использовать модельные частицы с внутренней пористостью.

При помощи компьютерного моделирование поляриметрических наблюдений астероидов было доказано, что наилучшее совпадение наблюдательных данных и результатов компьютерного моделирования соответствует однородной смеси частиц, состоящей из 90% богатого магнием силиката и 10% углерода, с размерами частиц порядка длины волны. Сравнение лабораторных поляриметрических наблюдений порошка  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  с результатами моделирования подтверждает известный вывод, что

наибольший вклад в рассеяние вносят частицы размеров порядка длины волны.

Проведена оценка погрешности и чувствительности метода матриц формы. Показано, что при изучении характеристик света, рассеянного сферическими частицами размером до 3 мкм, отличия между методом матриц формы и точным расчётом при помощи теории Ми составляет менее 0.1%. Также показано, что метод обладает исключительной чувствительностью к размерам рассеивающих частиц. Особенно чувствительной к изменению размера является поляризация на больших фазовых углах порядка 90 градусов. Поэтому наблюдения на больших фазовых углах крайне необходимы для их точной интерпретации.

По теме диссертационного исследования автором опубликованы следующие работы:

1. Petrov D., Synelnyk E., Shkuratov Y., Videen G., The T-matrix technique for calculations of scattering properties of ensembles of randomly oriented particles with different size // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2006. – v. 102, № 1. – p. 85–110.

2. Petrov D., Synelnyk E., Shkuratov Y., Videen G., Scotto C., Hart M., Eversole J. Photopolarimetric properties of analytic models of some biological particles with irregular shape // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2006. – v. 102, № 1. – p. 111-120.

3. Petrov D., Videen G., Shkuratov Y., Kaydash M. Analytic T-matrix solution of light scattering from capsule and bi-sphere particles: Applications to spore detection // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2007. – v. 108, № 1. – p. 81–105.

4. Petrov D., Shkuratov Y., Zubko E., Videen G. Sh-matrices method as applied to scattering by particles with layered structure // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2007. – v. 106, № 1–3. – p. 437–454.

5. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Analytical light-scattering solution for Chebyshev particles // *Journal of the Optical Society of America A*. – 2007. – v. 24, № 4. – p. 1103-1119.

6. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Optimized matrix inversion technique for the T-matrix method // *Optics Letters*. – 2007. – v. 32, № 9. – p. 1168–1170.

7. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Reply to comment on "Optimized matrix inversion technique for the T-matrix method" // *Optics Letters*. – 2008. – v. 33, № 12. – p. 1367.

8. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Analytic light-scattering solution of two merging spheres using Sh-matrices // *Optics Communications*. – 2008. – v. 281, № 9. – p. 2411–2423.
9. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Sh-matrices method applied to light scattering by finite circular cylinders // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2008. – v. 109. – p. 1474–1495.
10. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Influence of corrugation on light-scattering properties of capsule and finite-cylinder particles: Analytic solution using Sh-matrices // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2008. – v. 109. – p. 650–669.
11. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. The Sh-matrices method applied to light scattering by small lenses // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2009. – v. 110. – p. 1448–1459.
12. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Light scattering by a finite cylinder containing a spherical cavity using Sh-matrices // *Optics Communications*. – 2009. – v. 282, № 2. – p. 156-166.
13. Petrov D. Application of Sh-Matrices in Electromagnetic Wave Scattering by Particles of Irregular Shapes // *Radio Physics and Radio Astronomy*. – 2009. – v. 14. – p. 413.
14. Petrov D., Shkuratov Y., Videen, G. Application of the Sh-matrices method to light scattering by spheroids // *Journal of Optics*. – 2010. – v. 12, № 9. – p. 095701.
15. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. The Sh-matrix method applied to light scattering by two merging spheroids // *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*. – 2010. – v. 111, № 12-13. – p. 1990-1999.
16. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. An analytical solution to the light scattering from cube-like particles using Sh-matrices // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2010. – v. 111. – p. 474–482.
17. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Electromagnetic wave scattering from cuboid-like particles using Sh-matrices // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2011. – v. 112. – p. 155–162.
18. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Electromagnetic wave scattering from particles of arbitrary shapes // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2011. – v. 112. – p. 1636–1645.
19. Petrov D., Shkuratov Y., Videen G. Light scattering by arbitrary shaped particles with rough surfaces: Sh-matrices approach // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2012. – v. 113, № 18. – p. 2406–2418.

20. Petrov D., Kiselev N. Computer simulation of position and maximum of linear polarization of asteroids // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2018. – v. 204. – p. 88–93.
21. Rosenbush V., Ivanova O., Kleshchonok V., Kiselev N., Afanasiev V., Shubina O., Petrov D. Comet 2P/Encke in apparitions of 2013 and 2017: I. Imaging photometry and long-slit spectroscopy // *Icarus*. – 2020. – v. 348. – p. 113767.
22. Kiselev N., Rosenbush V., Ivanova O., Kolokolova L., Petrov D., Kleshchonok V., Afanasiev V., et al. Comet 2P/Encke in apparition of 2017: II. Polarization and color // *Icarus*. – 2020. – v. 348. – p. 113768.
23. Petrov D. Photopolarimetric properties of coronavirus model particles: Spike proteins number influence // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2020. – v. 248. – p. 107005.
24. Petrov D., Zhuzhulina E. Ambiguity of Polystyrene Aerosol Beads Properties Found with Mie Spectra Analysis. // *Spectroscopy and Spectral Analysis*. – 2020. – v. 40, № 1. p. 324-327.
25. Petrov D., Zhuzhulina E. Spectral dependence of quasi-Rayleigh polarization leap of nonspherical particles: polystyrene beads application // *Spectroscopy and Spectral Analysis*. – 2021. – v. 41, № 2. – p. 654-657.
26. Petrov D., Zhuzhulina E. Silicate composition of sungrazing comet C/1965 S1 (Ikeya-Seki) // *Astronomische Nachrichten*. – 2022. – v. 343.
27. Kiselev N., Rosenbush V., Petrov D., Luk'yanyk I., Ivanova O., Pit N., Antoniuk K., et al. Asteroid (3200) Phaethon: results of polarimetric, photometric, and spectral observations // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2022. – v. 514, № 4. – p. 4861–4875.
28. Zhuzhulina E., Petrov D., Kiselev N., Karpov N., Savushkin A. Aperture polarimetry of selected comets in 2018–2020: Observations and computer simulation // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2022. – v. 290. – p. 108321.
29. Ito G., Kolokolova L., Petrov D., Pitman K. Packed media radiative-transfer modeling with Gaussian particles: Application to spectra of icy regolith of Saturnian satellites // *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. – 2022. – v. 291. – p. 108321.
30. Kiselev N., Savushkin A., Petrov D., Antoniuk K., Zhuzhulina E., Karpov N., Afanasiev V. Results of polarimetric and photometric observations of NEAs 162082 (1998 HL1), 163373 (2002 PZ39), 52768 (1982 OR2), and 159402 (1999 AP10) // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2024. – v. 527, № 2. – p. 3174–3182.

31. Shubina O., Ivanova O., Petrov D., Luk'yanyk I., Rosenbush V., Kiselev N., Pre-perihelion observations of long-period comet C/2013 X1 (PANSTARRS) // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2024. – v. 528, № 4. – p. 7027–7036.

32. Петров Д.В., Киселев Н.Н. Положительная ветвь поляризации астероидов: наблюдательные данные и компьютерное моделирование // *Астрономический вестник*. – 2017. – т. 51, № 4. – с. 297–302.

33. Киселев Н.Н., Петров Д.В. О погрешностях построения фазовых зависимостей поляризации излучения тел Солнечной системы // *Астрономический вестник*. – 2018. – т. 52, № 3. – с. 285–288.

34. Петров Д.В., Киселев Н.Н. Модель сопряженных случайных гауссовских частиц и ее применение для интерпретации поляриметрических наблюдений комет // *Астрономический вестник*. – 2019. – т. 53, № 4. – с. 309–320.

35. Петров Д.В., Жужулина Е.А., Киселев Н.Н. Влияние спектральной зависимости показателя преломления на поляриметрические свойства ледяных частиц // *Астрономический вестник*. – 2020. – т. 54, № 1. – с. 81–95.

36. Петров Д.В., Жужулина Е.А. Влияние углеродосодержащего слоя реголита на светорассеивающие свойства астероидов F-типа // *Научные труды Института астрономии РАН*. – 2022. – т. 7, № 2. – с. 132–135.

37. Киселев Н.Н., Жужулина Е.А., Петров Д.В., Карпов Н.В. Синтетические фазовые зависимости поляризации комет в широкополосных и узкополосных кометных фильтрах // *Научные труды Института астрономии РАН*. – 2023. – т. 8, № 6. – с. 273–278.

38. Петров Д.В., Жужулина Е.А. Влияние внутренней структуры частиц на поляризационные свойства кометы 29P/Schwassmann-Wachmann 1 // *Научные труды Института астрономии РАН*. – 2023. – т. 8, № 6. – с. 299–301.