

ISSN 2658-5669

НАУЧНЫЕ ТРУДЫ ИНСТИТУТА АСТРОНОМИИ РАН

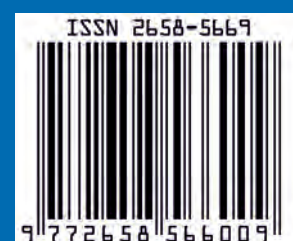
INASAN
SCIENCE
REPORTS

ТОМ
10
ВЫПУСК 2



МОСКВА
2025

В ЖУРНАЛЕ «НАУЧНЫЕ ТРУДЫ ИНСТИТУТА АСТРОНОМИИ РАН» ПУБЛИКУЮТСЯ СТАТЬИ ПО РАЗЛИЧНЫМ АСПЕКТАМ АСТРОНОМИИ, В ТОМ ЧИСЛЕ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ АСТРОФИЗИКЕ, ПЛАНЕТНОЙ АСТРОНОМИИ, ЗВЕЗДНОЙ АСТРОНОМИИ, ФИЗИКЕ СОЛНЦА, НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ АСТРОНОМИЧЕСКИМ МЕТОДАМ И ПРИБОРАМ, КОСМИЧЕСКИМ ИССЛЕДОВАНИЯМ И ИССЛЕДОВАНИЯМ В ОБЛАСТИ КОСМИЧЕСКОЙ ГЕОДЕЗИИ.



УДК 52
ББК 22.6
Н34

Н34 **Научные труды Института астрономии РАН. Том 10(2).** –
М.: Изд-во Янус-К, 2025, 96 с., илл.

ISSN 2658-5669 e-ISSN 2712-8318

Редколлегия

Сачков М.Е. (главный редактор), Вибе Д.З. (зам. главного редактора), Барков М.В.,
Бисикало Д.В., Копылов Е.А., Кохирова Г.И., Кузнецов Э.Д., Малков О.Ю.,
Машонкина Л.И., Нароенков С.А., Шематович В.И., Шустов Б.М., Щербина М.П.,
Золотарёв Р.В. (приглашённый редактор)

Ответственный редактор Исакова П.Б.
Секретарь редколлегии Вибе Е.Д.

«Научные труды Института астрономии РАН» – рецензируемый журнал, публикующий статьи
по различным аспектам астрономии, в том числе по теоретической и наблюдательной
астрофизике, планетной астрономии, звездной астрономии, физике Солнца, небесной
механике, астрономическим методам и приборам, космическим исследованиям и
исследованиям в области космической геодезии.

© ИНАСАН, 2025
© Коллектив авторов, 2025

INASAN Science Reports. Vol 10(2). М.: Janus-K, 2025, 96 pp.

ISSN 2658-5669 e-ISSN 2712-8318

Editorial Board

M.E. Sachkov (Editor-in-Chief), D.S. Wiebe (Deputy Editor-in-Chief), Barkov M.V., D.V. Bisikalo,
E.A. Kopylov, G.I. Kokhirova, E.D. Kuznetsov, O.Yu. Malkov, L.I. Mashonkina, S.A. Naroenkov,
V.I. Shematovich, B.M. Shustov, M.P. Shcherbina, R.V. Zolotarev R.V. (invited editor)

Coordinating Editor Isakova P.B.
Staff Editor E.D. Wiebe

INASAN Science Reports is a peer-reviewed journal that publishes papers in various fields of
astronomy, including theoretical and observational astrophysics, planetary astronomy, galactic
astronomy, solar physics, celestial mechanics, astronomical methods and tools, space research and
studies related to space geodesy.

© INASAN, 2025
© Author team, 2025

Учредитель:
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Института астрономии Российской академии наук

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору
в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций
(Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77-83927 от 16.09.2022)

Научное издание

**Научные труды
Института астрономии РАН.
Том 10 (2)**

Сдано в набор 10.10.2025. Подписано в печать 15.10.2025
Формат 60х90/8. Бумага офсетная.
Уч.-изд. п.л. 12,0. Физ. п.л. 12,0. Тираж 100. Заказ №1267

Издательство «Янус-К»
127411, Москва, Учинская ул., д. 1

Отпечатано в ООО «ИНФОРМ-СОФТ»
119034, Москва, Еропкинский пер., д. 16



Уважаемые коллеги,

Этот выпуск журнала «Научные труды Института астрономии РАН» включает статьи, подготовленные по итогам научно-практической конференции с международным участием «Околоземная астрономия – 2025», состоявшейся 2–4 июня 2025 года в Институте космических исследований РАН (Москва).

Конференция, организованная ИНАСАН и ИКИ РАН, объединила широкий круг специалистов, работающих в области фундаментальных и прикладных исследований околоземного пространства. В рамках научной программы было представлено более 90 докладов, охватывающих широкий спектр тем — от динамики и физики малых тел до вопросов техногенного загрязнения орбитального пространства и разработки методов оценки и парирования рисков. Программа включала четыре ключевых направления:

- физические и динамические характеристики малых тел Солнечной системы;
- наблюдения и анализ движения искусственных объектов;
- методологические и инструментальные подходы к изучению околоземного пространства;
- астероидно-кометная опасность и другие вызовы безопасности космической деятельности.

Редколлегия выражает благодарность всем авторам, представившим статьи в наш журнал.

С уважением,
Редколлегия журнала «Научные труды ИНАСАН»

Сравнительный анализ различных подходов к вскрытию структурных закономерностей некоторых астрономических процессов

Вениаминов С.С., Ремень Б.А.

НИИЦ ЦНИИ ВКС МО РФ, Москва, Россия

Рассматриваются некоторые астрофизические процессы и процессы, связанные с наблюдением небесных тел (в частности, сигнатуры принимаемого сенсором излучаемого ими или отраженного их поверхностью электромагнитного излучения). Однако общность предлагаемых и исследуемых здесь методов позволяет анализировать процессы в самых различных областях человеческой деятельности. На ряде примеров изучаются и демонстрируются возможности выявления элементов структуры процессов наиболее известными методами. На основе критического анализа последних предлагается избавленное от их основных часто весьма существенных недостатков семейство новых методов (т. н. *D*-методов), которое также подробно исследуется.

Поступила в редакцию 26.06.2025 г. Принята в печать 05.08.2025 г.

Ключевые слова: космический объект, отраженный сигнал, процесс, аналитическая структура процесса, периодическая составляющая, непериодическая составляющая, вскрытие (выявление) структуры процесса

Comparative analysis of different approaches to revealing latent patterns in some astronomical processes

Veniaminov S.S., Remen B.A.

Central Research Institute of Aerospace Forces, Ministry of Defense of Russian Federation, Moscow, Russia

Some astrophysical processes and photometric and radar signatures from space objects are considered. Their analytical structures are analyzed. The main known methods apt for solving this problem are investigated and compared, their advantages and disadvantages having been revealed as well. Taking into account the latters, a new family of methods for revealing latent periodicities (the so called *D*-transformations family) is suggested, their efficiency compared with that of the known ones being investigated. Using different methods, revealing latent periodicities in some real processes are demonstrated. The approaches to revealing the non-periodical component in the process are suggested as well.

Received 26.06.2025. Accepted 05.08.2025.

Keywords: space object, reflected signal, process, analytical process structure, periodical component, non-periodical component, revealing latent structure

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.001

1. Введение

В астрономии, астрофизике, контроле движения и состояния искусственных спутников Земли и множестве других областей знаний значительный интерес для анализа представляют процессы, содержащие непериодическую часть и некоторую совокупность периодических компонентов. Здесь основное внимание будет уделено выявлению именно последних, хотя возможности вычленения непериодической части и оценки ее параметров также будут рассмотрены.

Задача эта не новая, и практически все ее исследователи формулировали ее в крайне суженном и упрощенном виде. Анализируемый процесс предполагался заданным своими значениями на довольно протяженном интервале значений аргумента, гармоническим или полигармоническим, содержащим известное конечное число гармоник с неизвестными периодами (частотами) и амплитудами, без непериодической части. Наличие последней редко допускалось и только в виде константы. Во многих случаях требовалось задание априорной информации в виде количества гармонических компонентов и диапазона их частот, отсутствие близких по частоте гармоник и т. д. Иногда допускалось наличие помехи или ошибок измерений $n(t)$:

$$X(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\bar{k}} A_k \sin\left(\frac{2\pi}{T_k} t + \varphi_k\right) + n(t). \quad (1)$$

Для исследования может быть практически доступен весьма ограниченный набор измеренных значений процесса на коротком мерном интервале и с переменным шагом измерений. Фактически это уже другая задача, гораздо более сложная, однако крайне актуальная практически, требующая изыскания новых методов ее решения. Из известных исследователей процессов вида (1) первым был Лагранж. Поскольку с развитием математики, естественных наук, техники, медицины, экономики актуальность этой задачи только возрастала, у Лагранжа появилось множество последователей, либо модернизовавших и упрощавших его методы,

либо предлагавших свои. В конце концов, обилие появившихся более чем за 250 лет методов выявления периодичностей (их не менее 50) потребовало их классификации.

Методы первого класса (это, как раз, методы Лагранжа и его последователей [1–4]) состояли в составлении и решении т. н. частотного уравнения для определения параметров T_k (или эквивалентных частот ω_k) при одновременном определении всех гармонических компонентов и известном их числе в результате решения сложных матричных уравнений, отсутствии помех и ряде других ограничений. Из-за таких ограничений и чрезвычайной сложности предлагавшихся школой Лагранжа вычислительных схем методы первого класса не получили распространения и практического применения и имели только методическое значение.

Необходимость создания практически пригодных и удобных методов привела к развитию нового направления в решении проблемы — к использованию различных преобразований анализируемого процесса, усиливающих роль той или иной гармоник, т. е. позволяющих осуществить ее селекцию. Селективные преобразования распадаются на два класса — линейные и нелинейные. Они имеют общий вид

$$y(t) = \int_{-c}^c g(t)X(t - \tau)dt,$$

где $X(t)$ — анализируемый процесс, $g(\tau)$ — весовая функция. Если g зависит от X , то преобразование становится нелинейным. Из последних наиболее распространено корреляционное преобразование, имеющее вид

$$y(t) = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L X(\tau)X(t - \tau)dt.$$

После ряда преобразований исходного процесса из него выделяют и удаляют один из периодических компонентов, а остаток процесса подвергают дальнейшим (повторным) преобразованиям с другими значениями параметров — т. н. пробного периода и т. п. Процедура сводится практически к «слепому нащупыванию» неизвестного периода с помощью пробного. Тут же возникает проблема выбора шага и пределов изменения пробного периода, не имеющая четких ориентиров. Из-за сокращения интервала обработки после каждого преобразования и фильтрации на величину периода для дальнейших операций образуется дефицит измерений, особенно большой, если гармоник несколько. Этим недостатком страдают практически все известные методы. Вот почему они требуют задания процесса на значительном мерном интервале, что практически доступно далеко не всегда.

Третий класс методов составляют такие преобразования, которые с обращением к теории статистической оценки параметров позволяют построить т. н. периодограмму — кривую отклонений от пробного периода [5, 6]. Пики периодограммы соответствуют возможным (!) значениям периодов компонентов процесса, но далеко не всегда, и часто появляются по другим причинам (см, например, рис. 4 и 5). Перечисленные с теоретической и практической точки зрения недостатки известных методов служили стимулом для разработки все новых и новых методов. Этим объясняется такое их обилие.

2. О проблеме выявления периодичностей в процессах

Эта проблема во все времена привлекала большое внимание исследователей ввиду ее значимости в самых разных областях знаний — как в самой математике, так и в астрономии, астрофизике, машиностроении, экономике, биологии, медицине и многих других. Ее актуальность подтверждается и тем, что за ее решение брались такие корифеи как Лагранж, Лаплас, Крылов А. Н., Ланцош К. С XIX в. этой проблеме и ее решению посвящено не менее 100 научных публикаций.

Вместе с тем, печально то, что современные исследователи очень часто, столкнувшись с данной задачей, для ее решения прибегают к гармоническому анализу Фурье, разработанному совершенно для других целей. И это несмотря на то, что автор гармонического анализа никогда не предлагал использовать его для выявления периодичностей, на отказ Лагранжа (учителя Фурье) использовать гармонический анализ с этой целью, разработавшего два своих весьма сложных специальных метода выявления периодичностей [1, 3, 4]. Ряд других известных математиков (К. Ланцош, М. Серебrenников, А. Первозванский и др.) резко возражали против применения гармонического анализа для решения этой задачи. Кстати, громоздкость и трудоемкость подавляющего большинства предложенных методов также явились одной из причин легкомысленного обращения (как уже было сказано, неправомерного) многих исследователей к довольно простому в применении преобразованию Фурье.

Возникновению подобных заблуждений способствовало и то, что исторически сложившаяся терминология этого аппарата не совсем точна.

Во-первых, гармонический «анализ» Фурье применительно к аддитивному представлению функций — это по существу не анализ, а совсем наоборот. Это синтез, причем искусственный (как, например, «лего»).

Преобразование Фурье любого заданного процесса представляет его аддитивно в искусственном тригонометрическом функциональном базисе, который строится очень жестко и не имеет ничего общего с истинными периодическими составляющими исследуемого процесса. А только истинная аналитическая структура, органически связанная с процессом, отражает механизмы его формирования, установление которых обычно и представляет главную цель его исследования.

Во-вторых, так называемое разложение Фурье — это не разложение в естественном смысле, т. е. на ее реальные составляющие, а аддитивное представление ее в искусственном, «фейковом» базисе [7]. Стоит изменить длину мерного интервала и тригонометрический базис станет совершенно другим и породит абсолютно другой состав якобы «выявленных» гармоник. В этой связи известные математики призывали обращаться к специализированным методам, общий обзор которых был дан во введении.

На основе результатов исследования известных методов ([2, 8–10] и др.) можно заключить, что они непригодны для анализа процессов, заданных на коротких мерных интервалах (во всяком случае, содержащих менее двух-трех колебаний самой низкочастотной гармоники), при наличии относительно близких значений периодов, в случае негармонической формы периодичностей, в присутствии отличной от константы непериодической составляющей, при наличии заметных ошибок измерений и шумов, при неравномерности по аргументу следования замеров процесса. А встречающимся в современной практике требующим анализа процессам чаще всего свойственны именно эти особенности.

Авторы настоящего доклада тщательно проанализировали большинство известных методов и, учитывая их недостатки, предложили новый метод, точнее, семейство т. н. D -преобразований [8, 9, 11].

3. D -преобразования процессов

Первоначально ограничимся анализом процессов вида

$$X(t) = A(t) + \sum_{r=1}^{\bar{r}} A_r \sin\left(\frac{2\pi}{T_r}t + \varphi_r\right), \quad (2)$$

где $A(t)$ — непериодическая составляющая процесса, имеющая вид алгебраического полинома:

$$A(t) = \sum_{k=0}^{\bar{k}} a_k t^k.$$

Таким образом,

$$X(t) = \sum_{k=0}^{\bar{k}} a_k t^k + \sum_{r=1}^{\bar{r}} \left(B_r \sin \frac{2\pi}{T_r} t + C_r \cos \frac{2\pi}{T_r} t \right), \quad (3)$$

что равносильно (2).

Это позволит выявить основные принципиальные возможности D -преобразований по сравнению с другими методами.

Параметры $\bar{k}$, $\bar{r}$, φ_n , T_r , a_k , A_k , B_r , C_r , неизвестны. В нашей задаче достаточно определить только параметры T_r и, естественно, $\bar{r}$.

Оригинальное D -преобразование [11] имеет вид

$$D_X^n(\tau) = \frac{1}{\bar{t}} \int_0^{\bar{t}} \left| \zeta^{(n)}(t, \tau) \right| dt, \quad \bar{t} = \bar{t} - \tau,$$

$$\zeta^{(n)}(t, \tau) = X^{(n)}(t + \tau) - X^{(n)}(t).$$

Здесь $X(t)$ — анализируемый процесс, заданный на отрезке $[0, \bar{t}]$, τ — независимая переменная размерности t , принимающая неотрицательные действительные значения, $X^{(n)}$ — n -я производная функции X по t , причем $X^{(0)} \equiv X(t)$ по определению. Величина τ изменяется от 0 и далее насколько позволяет интервал задания процесса. Практически это преобразование обычно используется в дискретном виде [8, 10].

Дифференцирование в преобразовании выполняет две важные функции:

1. уменьшает, а в случае достаточно большого n устраняет влияние непериодической полиномиальной составляющей,
2. увеличивает отношение значений амплитуд высших периодик к низшим, то есть «подчеркивает» более высокие периодики на фоне низких и тем самым подавляет негативное влияние последних на процесс выявления высших гармоник.

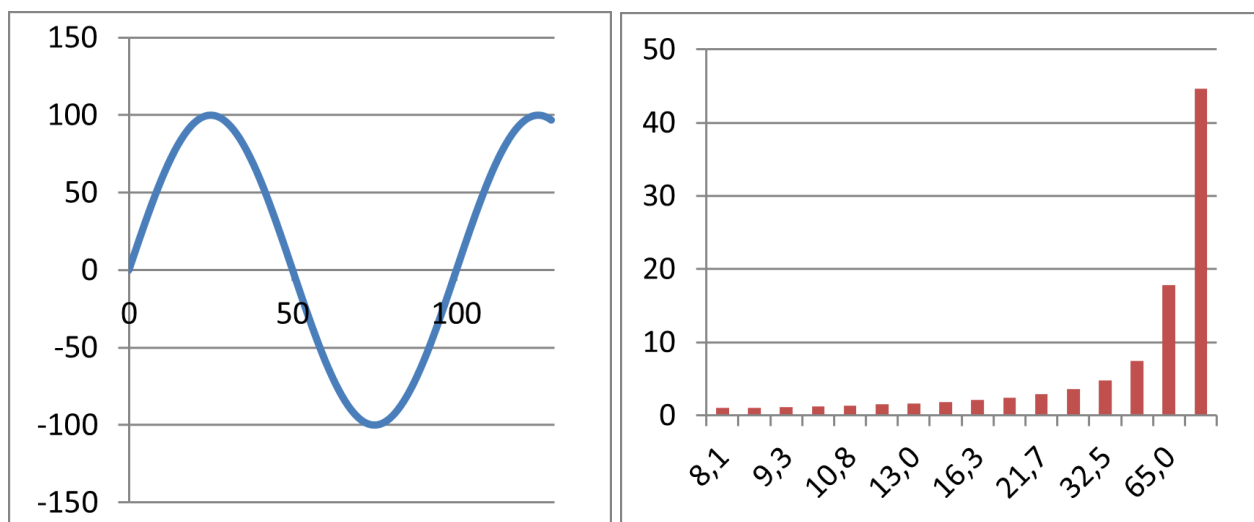


Рис. 1: Процесс $X(t) = \sin \frac{2\pi}{100}t$ (а) и спектральная характеристика преобразования Фурье (б).

Второе свойство D -образа чрезвычайно важно в случае присутствия в процессе близких по периоду периодических составляющих, которые не допускают разрешения другими методами. Есть и негативная сторона дифференцирования. Оно «усиливает» шумовую составляющую. Поэтому в некоторых случаях лучшие результаты могут быть получены при $n = 0$, например, при отсутствии в процессе непериодической составляющей, периодических компонентов с близкими периодами и при высоком уровне шумовой составляющей. Можно также рекомендовать избавиться от шума или заметно снизить его мощность предварительной фильтрацией процесса (например, используя самый простой фильтр — усреднения процесса на коротком скользящем интервале [10]). При этом длина интервала фильтрации (усреднения) должна быть заметно меньше наименьшего искомого периода.

Операция взятия модуля тоже очень важна. Она придает минимумам функции $D_X(\tau)$ характерную острую форму, легко идентифицируемую и позволяющую локализовать минимум функции с высокой точностью, что особенно ценно при дискретном задании процесса. А практически у всех известных методов, у которых для выявления периодичностей используется анализ экстремумов преобразований, эти экстремумы имеют гладкую форму, снижающую точность локализации экстремумов.

4. Сравнительный анализ различных методов выявления периодичностей

Проведем сравнение возможностей различных методов сначала на контрольных примерах (моделях процессов с наиболее типичными для практики исследований свойствами). Это позволит наиболее ярко и показательно выявить их достоинства и недостатки. Начнем с самого простого примера:

Пример 1. Процесс $X(t) = \sin \frac{2\pi}{T}t$, $T = 100$ условных единиц, задан на мерном интервале $(0; 130)$, вмещающем немного больше одного колебания гармоник (рис. 1а). На рис. 1б показана спектральная характеристика его преобразования Фурье. Истинный период отличается от длины мерного интервала, служащего базовым периодом преобразования Фурье. Для компенсации этой несоизмеримости Фурье-преобразование вынуждено набирать довольно много гармоник из своего случайного базиса, среди которых нет искомой. Селективное преобразование (СП) требует протяженного мерного интервала и в данном случае оказалось неработоспособным.

D -преобразование (рис. 2а) без проблем, несмотря на короткий по сравнению с периодом гармоник мерный интервал, определяет истинный период с абсолютной точностью: $\hat{T} = 100$. Автокорреляционное преобразование определяет период несколько грубее (рис. 2б): $\hat{T} = 100.1$ (в данном примере тоже неплохо).

Пример 2. Рассмотрим более сложный процесс, содержащий три очень близкие по значениям периодов гармоник (рис. 3):

$$X(t) = 30 \sin\left(\frac{2\pi}{155}t\right) + 30 \sin\left(\frac{2\pi}{160}t\right) + 30 \sin\left(\frac{2\pi}{165}t\right).$$

По внешнему виду процесса не скажешь, что он состоит из трех гармоник, а преобразование Фурье утверждает, что в нем 1499 (sic!) гармоник, из которых на рис. 3 (справа) показаны только 11 самых мощных и ни одна из них не совпадает ни с одной истинной. D -преобразование определяет значения всех трех периодов, близкие к истинным: 155.93, 160.62, 165.43. Один из лучших специализированных методов автокорреляционный все же выявляет периодичности, но значительно грубее, чем D -преобразование: 153.0, 157.0, 160.0.

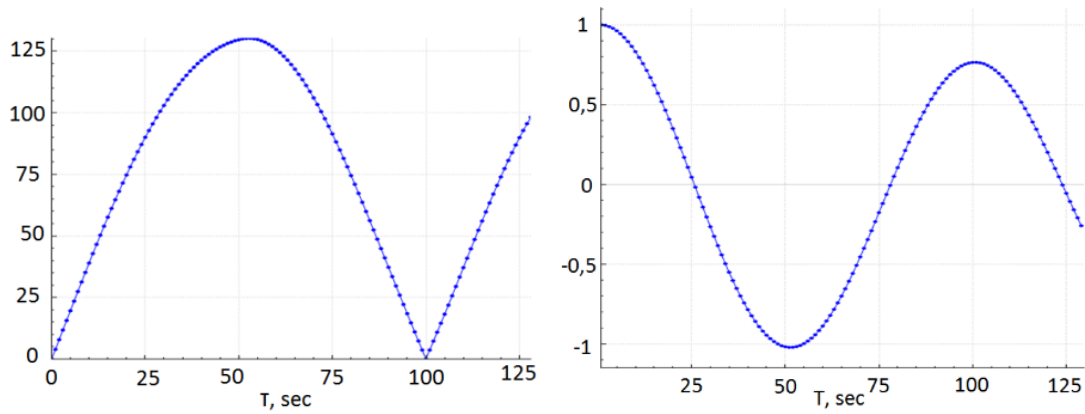


Рис. 2: D -преобразование (а) и автокорреляционное преобразование (б).

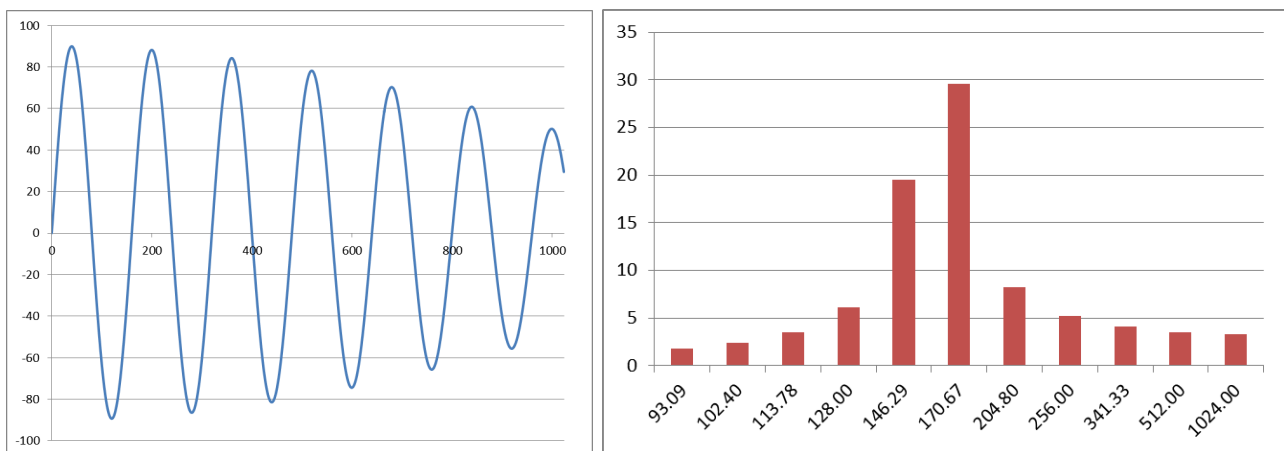


Рис. 3: Процесс $X(t) = 30 \sin\left(\frac{2\pi}{155}t\right) + 30 \sin\left(\frac{2\pi}{160}t\right) + 30 \sin\left(\frac{2\pi}{165}t\right)$ (слева) и спектральная характеристика преобразования Фурье (справа).

Далее процесс был подвергнут преобразованию по схеме Бюй-Балло (рис. 4). Ее максимумы указывают на значения 160.0, 320.0, 479.0, ... (и еще три максимума по возрастающей). Таким образом, результаты анализа по схеме Бюй-Балло не согласуются с известными истинными значениями периодов. И это притом, что анализируемый процесс задан идеально точно. Следовательно, наблюдаем еще один существенный недостаток схемы Бюй-Балло — плохая разрешающая способность по отношению к близким по частоте периодическим составляющим.

Пример 3. До сих пор были приведены примеры, в которых отсутствовала непериодическая составляющая процесса. Как сейчас увидим, это была большая форла для традиционных методов. Это «щадящее условие» нереально в случае наблюдения подвижных относительно средства наблюдения (СН) объектов, например, ИСЗ, заметно изменяющих расстояние до СН в процессе наблюдения. Известно, что мощность (уровень) принимаемого сигнала существенно зависит от расстояния до наблюдаемого объекта (для оптических средств обратно пропорционально квадрату расстояния, а для радиолокационных обратно пропорционально 4-й степени). Поэтому рассмотрим простейший процесс $X(t) = t + \sin\left(\frac{2\pi}{100}t\right)$ (рис. 5).

Периодограмма Бюй-Балло демонстрирует множество максимумов, ни один из которых не совпадает с периодом истинной гармоник в нашем процессе. Корреляционный метод, который тоже «болезненно» реагирует на наличие непериодической составляющей, не выявляет ни одной гармоник. Методы Лагранжа-Дейла и Лапласа-Глоговского вообще не применимы из-за наличия непериодической составляющей, а метод Крылова еще и из-за короткого мерного интервала.

В то же время, D -преобразование, которому непериодическая составляющая не помеха, без проблем выявляет период истинной гармоник, причем дает его точное значение $T = 100$. Более того, оно позволяет определить и порядок непериодической составляющей, в данном случае линейный, что выясняется сразу после фильтрации выявленной гармоник.

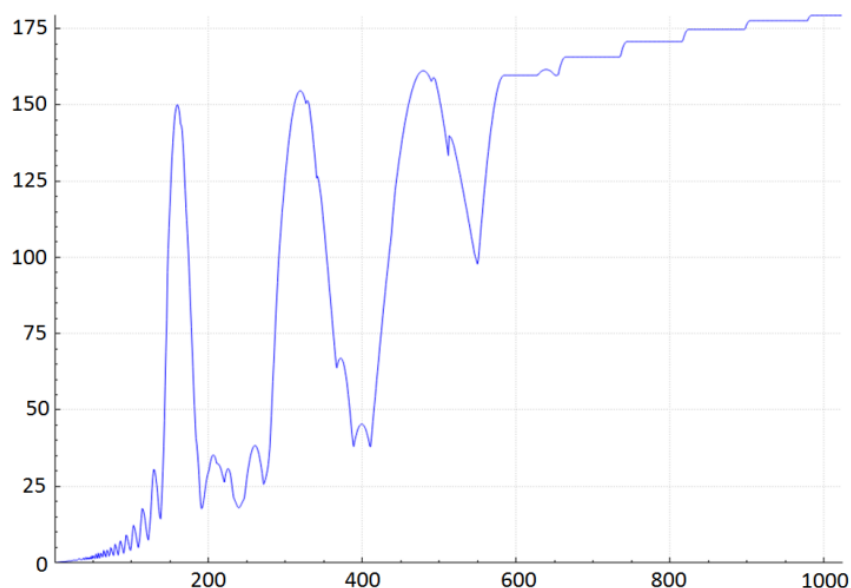


Рис. 4: Периодограмма Бюй-Балло процесса на рис. 3.

Пример 4. Рассмотрим пример, предложенный самим Бюй-Балло для демонстрации возможностей своего метода [7, 12]. Разумеется, что он вряд ли выбрал бы неудачный для своего метода пример. Исходным для анализа явился астрофизический процесс, а именно фотометрическая сигнатура яркости переменной звезды, заданная в 600 точках на мерном интервале в 599 суток (рис. 6). Периодограмма Бюй-Балло приведена на рис. 7.

По периодограмме определяются значения периодов 24 и 29 суток с точностью до величины шага задания процесса (!). Схема Бюй-Балло выявила (использовав для анализа весь интервал) две гармоники с приближенной оценкой периодов 24 и 29 суток, поскольку схема дает результат, только кратный шагу задания процесса, в данном случае целочисленный. Так что оценки Бюй-Балло обоих периодов оказались кратными периоду вращения Земли вокруг своей оси. Нелепость!

Тот же процесс был подвергнут D -преобразованию, которое определило значение периода высшей гармоники, равное 24.1, а низшей — 28.96. Пока хорошо то, что оценки периодов не кратны периоду вращения Земли. Но ничего нельзя сказать о точности оценок. Поэтому можно поступить следующим образом. Оставляем для анализа часть заданного процесса на отрезке $[0; \dots t^*]$, а остаток $[t^*; \dots 600]$ используем для контроля. Результат экстраполяции покажет, какие оценки периодов точнее.

Еще подозрительно следующее. Бюй-Балло привел в своей статье регистрацию процесса светимости переменной звезды, заданного в 600 точках на мерном интервале протяженностью в 599 суток с ежедневными измерениями. Сомнение вызывает факт якобы наличия в месте посадки телескопа 599 ясных ночей подряд без пропусков.

Пример 5. Исследуем возможности высоко оцениваемого ранее метода Лапласа-Глоговского [2, 13], использующего дискретное преобразование Лапласа нечетной функции

$$L(\tau) = \sum_{j=1}^{\nu} \frac{B_j \sin \omega_j}{2 (\operatorname{ch} \tau - \cos \omega_j)}.$$

Анализировать будем процесс, выбранный одним из авторов метода — Гловским,

$$X(t) = 8 \sin 0.63t - 5 \sin 0.15t,$$

заданный в 120 точках на мерном интервале. Метод Лапласа-Глоговского сводится к решению двух уравнений

$$\left(2 \sin \frac{\omega_1}{2}\right)^2 = 0.36, \quad \left(2 \sin \frac{\omega_2}{2}\right)^2 = 0.02,$$

решение которых, к тому же, неоднозначно относительно ω_1 и ω_2 . В интервале от 0 до 2π имеем $\omega_1 = 0.63$ и $\omega_2 = 0.17$ против действительных значений 0.63 и 0.15. Степень округления не указана в первоисточнике [2, 13], поэтому невозможно судить об истинной точности вычисления первой частоты.

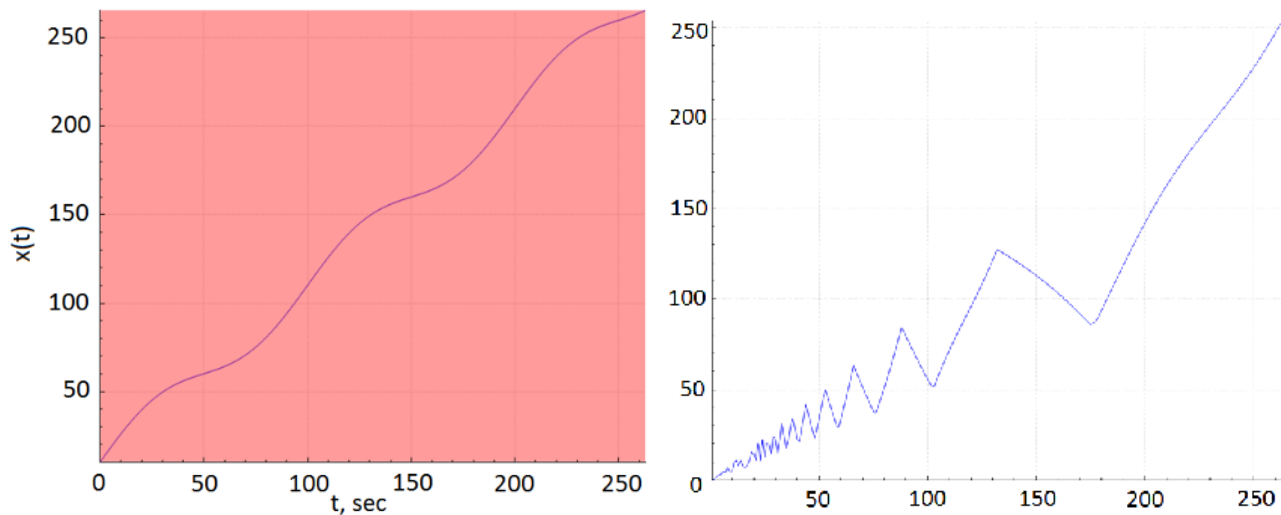


Рис. 5: Процесс $X(t) = t + \sin(\frac{2\pi}{100}t)$ и его периодограмма Бюй-Балло.

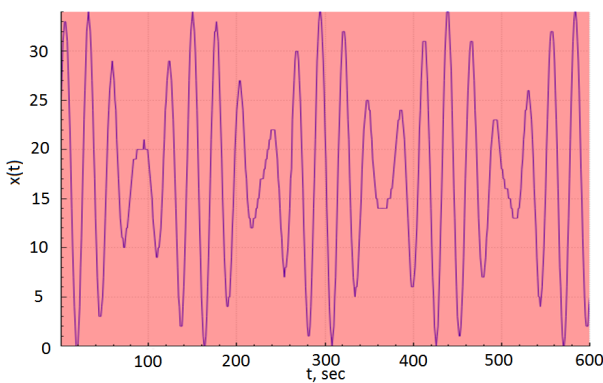


Рис. 6: Процесс, выбранный Бюй-Балло для анализа.

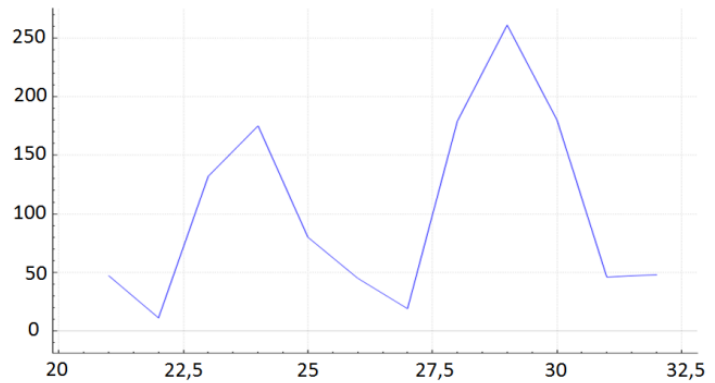


Рис. 7: Периодограмма преобразования Бюй-Балло.

Рассмотрим теперь результаты анализа указанного процесса D_1 -методом. При сохранении длины интервала задания процесса прежней (120 точек) были получены следующие оценки частот:

$$\hat{\omega}_1 = 0.630(\hat{T}_1 = 9.980), \hat{\omega}_2 = 0.1537(\hat{T}_2 = 40.8),$$

что опять-таки существенно точнее, чем по Лапласу-Глоговскому. Тем более, точность его заметно падает при сокращении мерного интервала.

Но этого мало. Решение получилось однозначным, для решения задачи не требовалось предварительного задания числа гармонических компонентов в процессе. Кроме того, для демонстрации стольких недостатков метода Лапласа-Глоговского достаточно оказалось такого простенького примера, да еще выбранного самим Глоговским.

Пример 6. Теперь приведем весьма показательный пример, демонстрирующий важную способность D -преобразования (и только его!) вскрывать структуру неперiodической составляющей процесса при отсутствии в нем периодических составляющих вообще (что он тоже устанавливает). Пусть процесс имеет вид

$$X(t) = (t - 2)^3 \quad (4)$$

(аргумент t дан в секундах).

Вид процесса представлен на рис. 8. На первый взгляд создается впечатление, что он состоит из линейной неперiodической составляющей с наложенной на нее гармоникой. Подобное явление в сигнатуре имеет место при переходе через параметр ИСЗ, при котором симметрично изменяется его ракурс относительно оси визирования СН. И это вполне правдоподобное сходство может ввести в опасное заблуждение исследователя.

Подвергнем процесс анализу четырьмя методами с целью выявления периодичностей. Преобразование Фурье (рис. 9) ошибочно, но уверенно указывает на якобы наличие в процессе довольно мощной гармоники с периодом около 0.1 с и, возможно, еще других. Но мы-то знаем, что периодических составляющих там нет.

На рис. 10 показан результат автокорреляционного преобразования (АКП), которое оказалось малоинформативным и лишь намекает на якобы присутствие периодической составляющей с периодом около 2 с, которой в действительности нет.

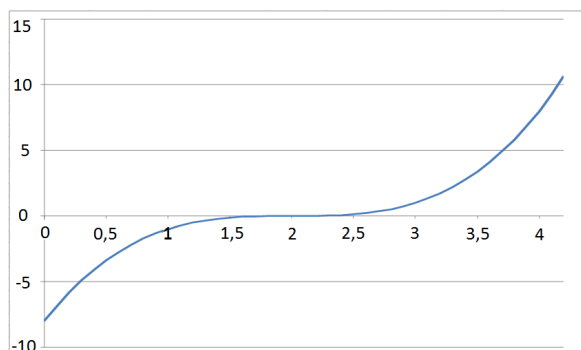


Рис. 8: Процесс вида (4) на интервале (0; 4).

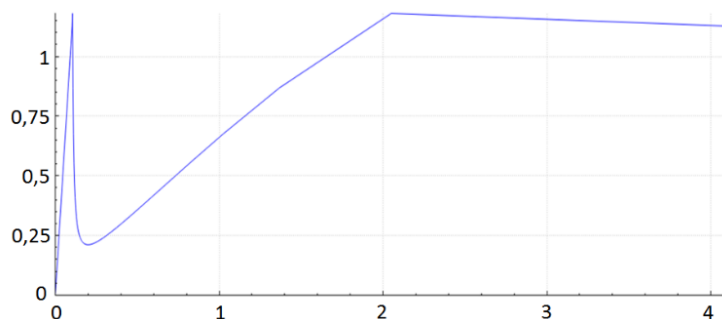


Рис. 9: Спектрограмма Фурье процесса (4).

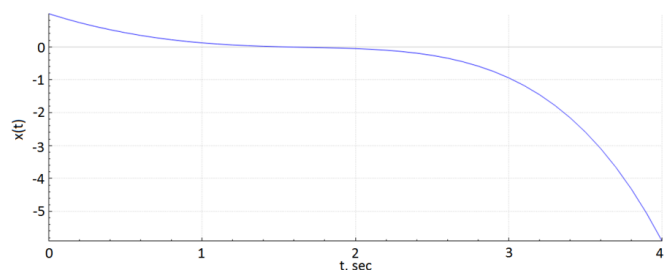


Рис. 10: Корреляционное преобразование процесса (4).

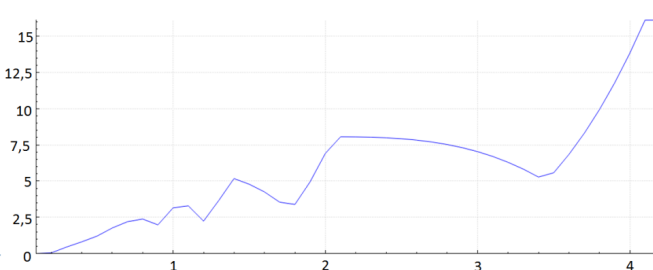
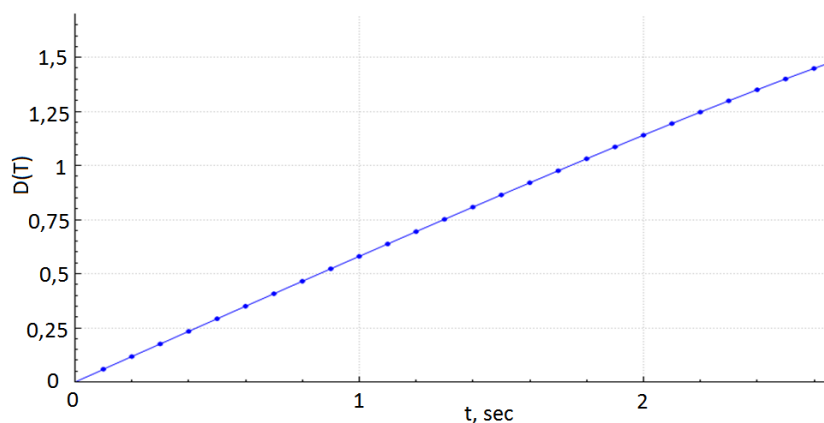


Рис. 11: Периодограмма Бюй-Балло процесса (4).

Периодограмма Бюй-Балло (рис. 11) указывает на якобы наличие в процессе 5 периодических компонентов. И это наиболее ошибочный результат.

Рис. 12: D_2 -преобразование (4).

Наконец, D_2 -преобразование (рис. 12) указывает на полное отсутствие периодических составляющих в процессе. А присущее преобразованию двойное дифференцирование оставляет после себя только линейный тренд. Это говорит о том, что процесс представляет собой кубическую параболу, что совершенно справедливо. При использовании D_3 -преобразования мы получили бы на рис. 12 константу. И это единственный правильный результат. Пример показывает, как легко можно обмануть известные классические методы и что с D -преобразованием такой обман не проходит.

Еще один важный вывод: на данном примере D -преобразование продемонстрировало свою уникальную возможность выявлять не только периодические составляющие (или их отсутствие), но также непериодическую и устанавливать ее аналитическую структуру. Этим свойством не обладают никакие другие известные методы.

Пример 7. Для демонстрации общности нового подхода рассмотрим реальный процесс изменения светимости звезды HV-2063 в Малом Магеллановом Облаке. Его измерения показаны на рис. 13 темно-синей кривой (точнее, это переломы кривой вследствие дискретности измерений).

В каталоге переменных звезд Payne-Gaposhkin & Gaposhkin [14] указана одна гармоническая составляющая процесса с периодом 11.2 суток.

D_1 -метод выявил две периодичности с периодами, соответственно, 2.74 суток и 11.5 суток. Среднеквадратическое выравнивание ряда измерений процессом выражением

$$\Phi(a, \varphi) = a_0 + a_1 \sin\left(\frac{2\pi}{2.74}t + \varphi_1\right) + a_2 \sin\left(\frac{2\pi}{11.5}t + \varphi_2\right)$$

показано красной кривой на рис. 13. Очевидно, что выявленная D_1 -методом дополнительная гармоника явно уместна и улучшает приближение. Были построены также среднеквадратические приближения процесса тем же выражением, но с периодами, выявленными другими методами — корреляционным и схемой Бью-Балло, а также с периодом, указанным в каталоге (табл. 1).

Таблица 1: СКО при аппроксимации на полном интервале.

Предполагаемые периоды (T), сутки	СКО на интервале (σ), зв. в.	Δ от min
11.5	0.1109	+9.3%
11.2, 3.73	0.1116	+9.95%
11.5, 2.74	0.1015	min
11.2	0.1145	+12.81%
2.45, 5.89, 11.3	плохо	

Схема Бью-Балло построила периодограмму со многими максимумами (рис. 14), и этого, пожалуй, было бы достаточно для признания его негодным в данном случае. Все же, дадим ему фору и, привлекая интуицию, выберем из них два-три наиболее «выразительных» максимума и примем значения их абсцисс за предполагаемые периоды — 2.45, 5.89, 11.3.

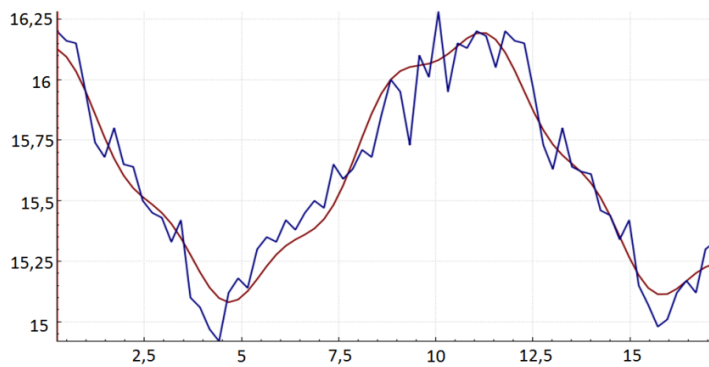


Рис. 13: Яркость звезды HV-2063 в Малом Магеллановом облаке. Измерения показаны экстремумами синей кривой. (Для удобства программной обработки сигнатура повернута на 180° .)

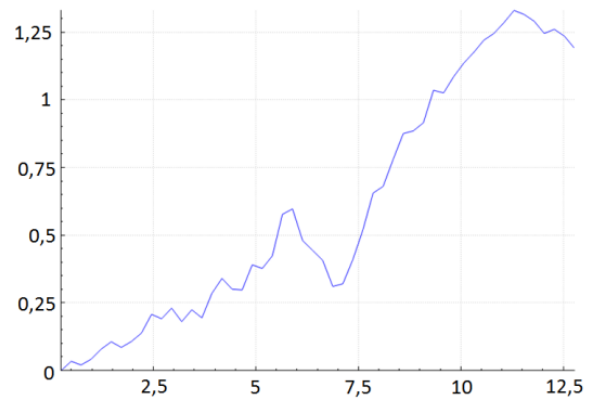


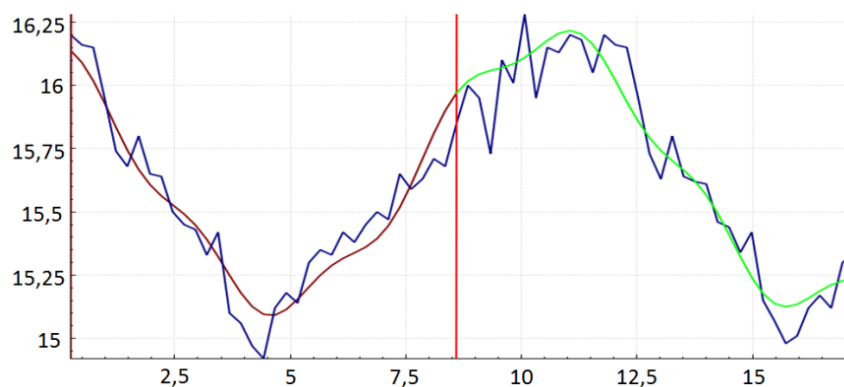
Рис. 14: Периодограмма схемы Бью-Балло.

Результаты сравнения методов по СКО на интервале аппроксимации приведены в табл. 1, из которой видно, что наилучшее выравнивание измерений дает выражение с периодами, выявленными D_1 -преобразованием. Но эту характеристику нельзя назвать надежным показателем правильности выявления структуры процесса. Надежнее и корректнее будет следующая процедура. В исходном мерном интервале слева выделяем подынтервал, скажем $(0; 8.5)$, который будем рассматривать в качестве нового условного временного мерного интервала, а оставшийся подынтервал $(8.5; 17)$ будет контрольным. На интервале $(0; 8.5)$ аппроксимируем процесс обобщенными полиномами, построенными по результатам сравниваемых методов, и экстраполируем значения выравнивающих полиномов на контрольный интервал. Качество экстраполяции

Таблица 2: СКО при аппроксимации на 1-й половине интервала и экстраполяции на 2-й половине интервала.

Предполагаемые периоды (T), сутки	1-я половина интервала: аппроксимация		2-я половина интервала: экстраполяция	
	СКО (σ), зв. в.	Δ от min	СКО (σ), зв. в.	Δ от min
11.5	0.1056	+13.18%	0.1183	+7.16%
11.2, 3.73	0.0933	min	0.1482	+34.24%
11.5, 2.74	0.0968	+3.54%	0.1104	min
11.2	0.1062	+13.83%	0.1287	+16.58%
2.45, 5.89, 11.3	0.0744		0.1520	

и является более надежным показателем. Результаты сравнения приведены в табл. 2, согласно которой схема Буй-Балло дала худшие результаты. Т. о., и этот показатель оказался лучшим для D_1 -преобразования, и качество экстраполяции на основе его данных иллюстрирует рис. 15.

Рис. 15: Аппроксимация процесса по данным D_1 -метода на интервале (0; 8.5), экстраполяция — на интервале (8.5; 17).

Построим более изощренный показатель. Выделим в середине исходного мерного интервала условный временный мерный интервал (4; 13.5), оставив справа и слева два контрольных интервала (рис. 16). Экстраполяцию выполним влево и вправо и вычислим среднее СКО на контрольных интервалах. Результаты сравнения приведены в табл. 3.

И этот (наиболее убедительный) показатель для схемы Буй-Балло оказался намного хуже, чем для всех остальных методов. Легко объяснить неплохое качество аппроксимации процесса (хотя это не показатель правильности решения) полиномом с гармониками, предлагаемыми схемой Буй-Балло. Причины этого: 1) короткие условные мерные интервалы (интервалы аппроксимации), 2) большее число степеней свободы у аппроксимирующего выражения (из-за большего числа гармоник). А экстраполяция на основе данных D_1 -метода показала наилучшие результаты. Ее качество иллюстрирует также рис. 16.

Таблица 3: СКО при аппроксимации на средней части интервала и экстраполяции влево и вправо.

Предполагаемые периоды (T), сутки	левая часть: экстраполяция		средняя часть: аппроксимация		правая часть: экстраполяция	
	СКО (σ), зв. в.	Δ от min	СКО (σ), зв. в.	Δ от min	СКО (σ), зв. в.	Δ от min
Ф:11.5	0.1006	+10.31%	0.1186	+4.96%	0.0975	+18.04%
АК:11.2, 3.73	0.1146	+25.66%	0.1214	+7.43%	0.0864	+4.6%
D: 11.5, 2.74	0.0912	min	0.1130	min	0.0826	min
Гал.:11.2	0.1028	+12.72%	0.1236	+9.38%	0.0998	+20.82%
ББ:2.45, 5.89, 11.3	0.1847	+102.5% худший	0.1134		0.1675	+102.8% худший

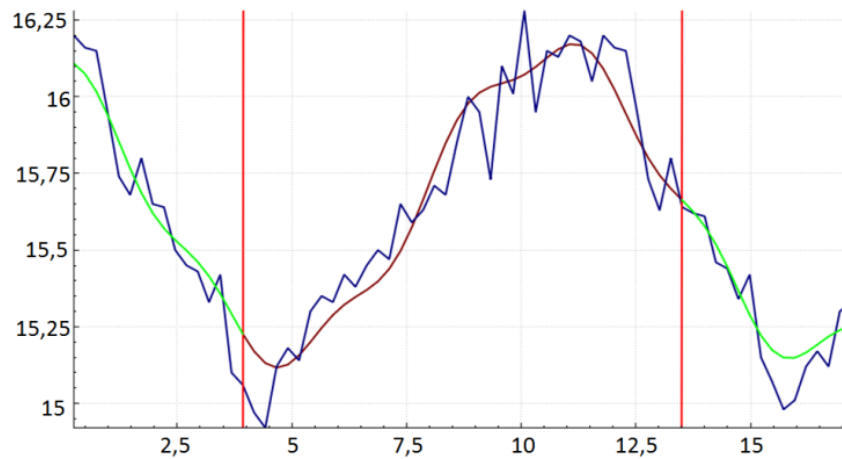


Рис. 16: Аппроксимация процесса по данным D_1 -метода на интервале $(4; 13.5)$, экстраполяция — на интервалах $(0; 4)$ и $(13.5; 17)$.

Для анализа процесса методами Лагранжа-Дейла, Лапласа-Глоговского, А.Н. Крылова, всеми селективными и другими традиционными методами в каталоге Раун-Gaposhkin & Gaposhkin [14] данных оказалось недостаточно.

Пример 8. Проведем анализ радиолокационной сигнатуры американского спутника (рис. 17), стабилизированного вращением с заранее известным периодом вращения (он равен 1.2 с), что важно для объективной оценки качества работы различных методов:

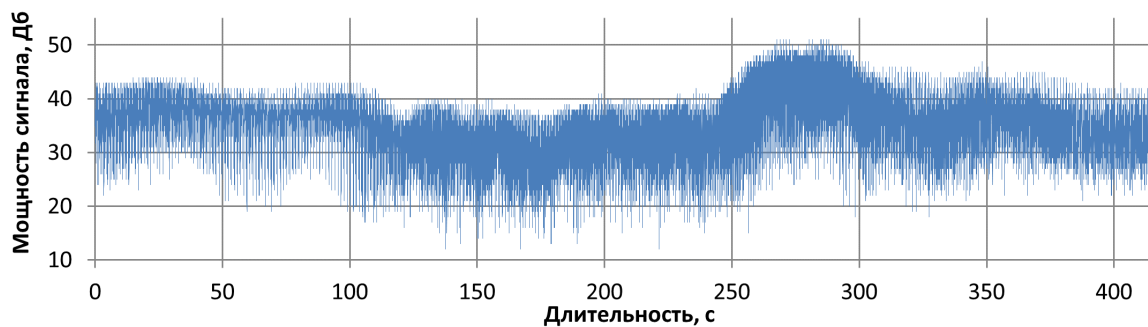


Рис. 17: Радиолокационная сигнатура спутника, стабилизированного вращением.

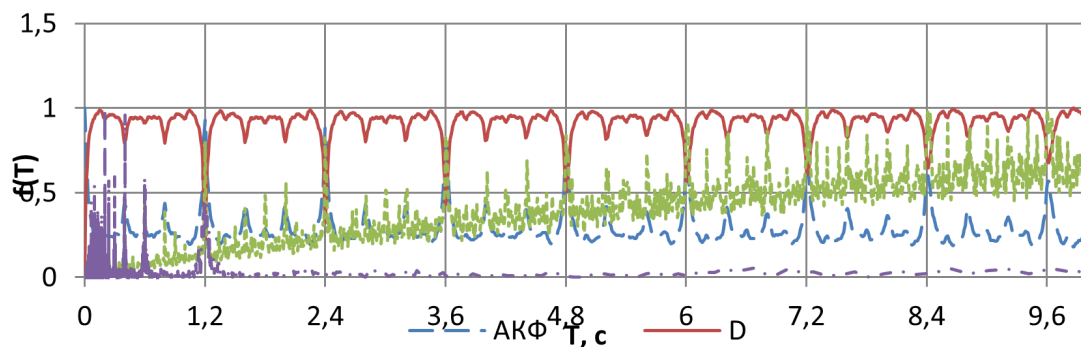


Рис. 18: Результаты преобразования сигнала четырьмя методами.

По внешнему виду сигнатуры вряд ли можно предположить наличие в ней периодических компонентов. Очевидно только, что характер изменения уровня сигнала (прежде всего, непериодической составляющей) зависит от ракурса наблюдения спутника.

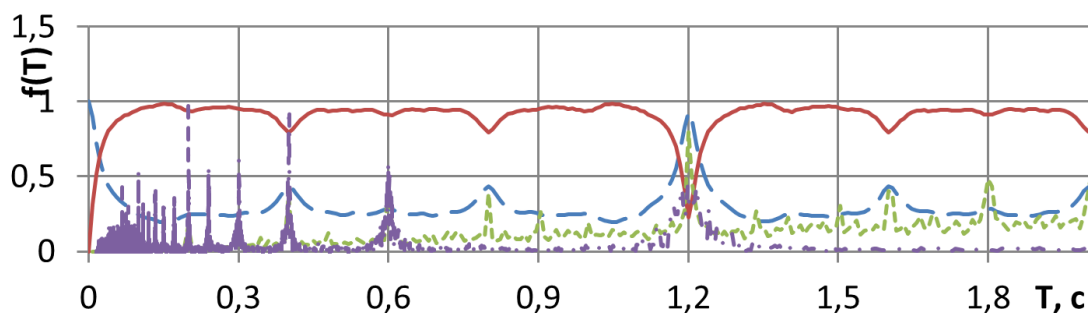


Рис. 19: Результаты преобразования сигнала четырьмя методами.

Чем короче мерный интервал (при сохранении дискретности измерений и при наличии ошибок измерений и шумов), тем меньше информации о процессе, что, в принципе, должно затруднять анализ. Поэтому оставим для анализа короткий отрезок сигнатуры длительностью в 10 с и подвергнем его анализу четырьмя методами — с использованием преобразования Фурье, АКП, схемы Бью-Балло и D -преобразования. Результаты анализа показаны на рис. 18: (сверху вниз) D -преобразование, автокорреляционное преобразование, периодограмма Бью-Балло, спектрограмма Фурье.

Сразу видно, что наиболее внятные и однозначны результаты D -преобразования. Характерные острые и глубокие минимумы четко указывают на значение выявленного периода и кратные ему значения. Остальные преобразования не отличаются такой однозначностью и выразительностью. Из них в этом отношении к D -преобразованию ближе метод АКП.

Теперь возьмем более короткий отрезок сигнатуры — длительностью в 2 с. Результаты его анализа представлены на рис. 19.

Здесь преимущество D -преобразования еще более очевидно. Причем для сравнения с ним были выбраны 3 самых популярных преобразования. АКП показало неплохой результат, однако ему сильно подыграло отсутствие непериодической составляющей на таком коротком мерном интервале.

Пример 9. Наконец, рассмотрим оптическую сигнатуру, причем от КА с характерной формой — многогранной. Таковы, например, стабилизированные вращением чешский КА серии Magion, японский КА GMS и ряд других [15]. Такая форма создает дополнительные сложности реализации функции распознавания КА. В гипотетическом идеальном случае, когда формы всех граней аппарата абсолютно идентичны, выявить истинный период его вращения по сигнатуре не удастся, если заранее не знать количества граней, а их количество по сигнатуре не удастся определить. Да и вообще, собственно период вращения КА как бы теряет смысл в определенном отношении, и характерным признаком его распознавания остается период смены положения его граней относительно СН. Однако у реальных КА абсолютно одинаковых граней практически не бывает. На каждой грани или непосредственно рядом с ней могут быть свои структурные элементы, навесные конструкции и т. п. В этом случае при прохождении каждой грани перед лучом РЛС или осью визирования телескопа будет по-своему изменяться уровень отраженного сигнала, что соответствующим образом и сформирует сигнатуру. А это уже принципиально дает возможность выявить и количество граней, и период вращения такого КА.

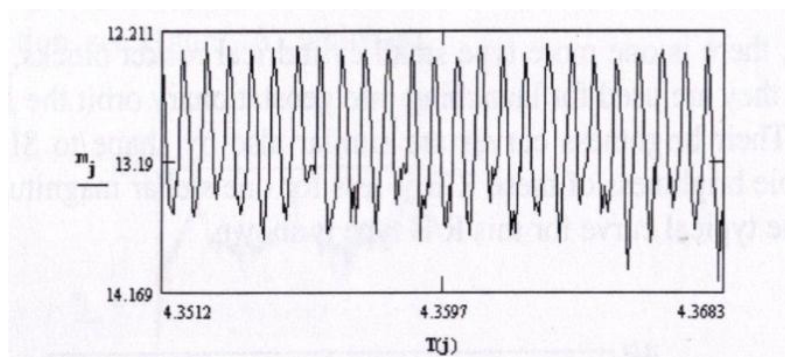


Рис. 20: Фотометрическая сигнатура функционирующего ИСЗ типа DSP.

Ограничимся для примера 4-гранной формой (точнее, формой, имеющей две плоскости симметрии, содержащие ось вращения) и проведем анализ фотометрической сигнатуры стабилизированного вращением

ИСЗ серии DSP (рис. 20). По оси абсцисс — время в долях часа от начала суток наблюдения, по оси ординат — яркость в звездных величинах. Результаты анализа полной сигнатуры четырьмя методами представлены на рис. 21.

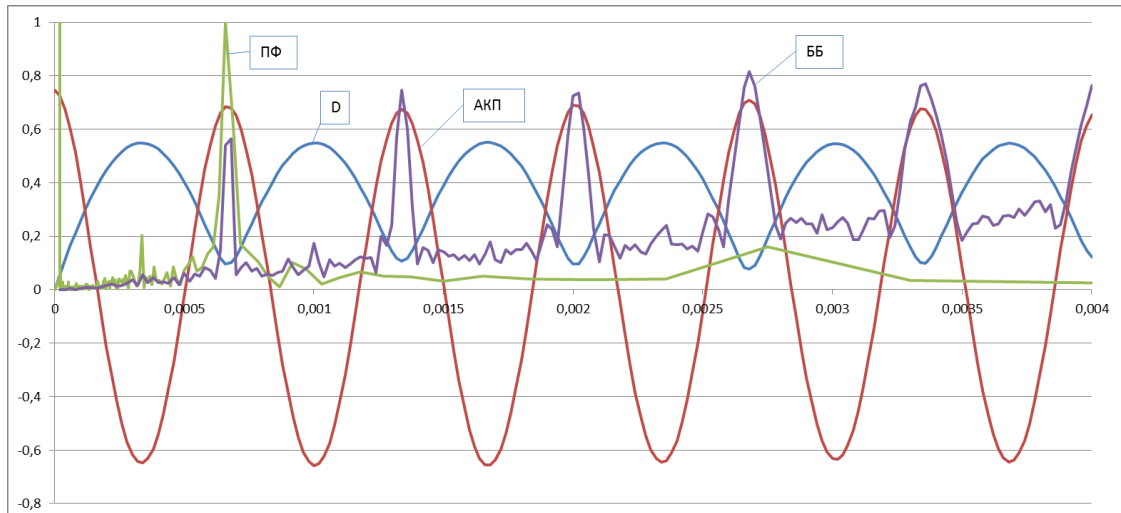


Рис. 21: Результаты анализа сигнатуры ИСЗ типа DSP четырьмя методами — с помощью D -преобразования (D), преобразования Фурье (ПФ), метода АКП и схемы Бюй-Балло (ББ) (показана только важная для анализа часть).

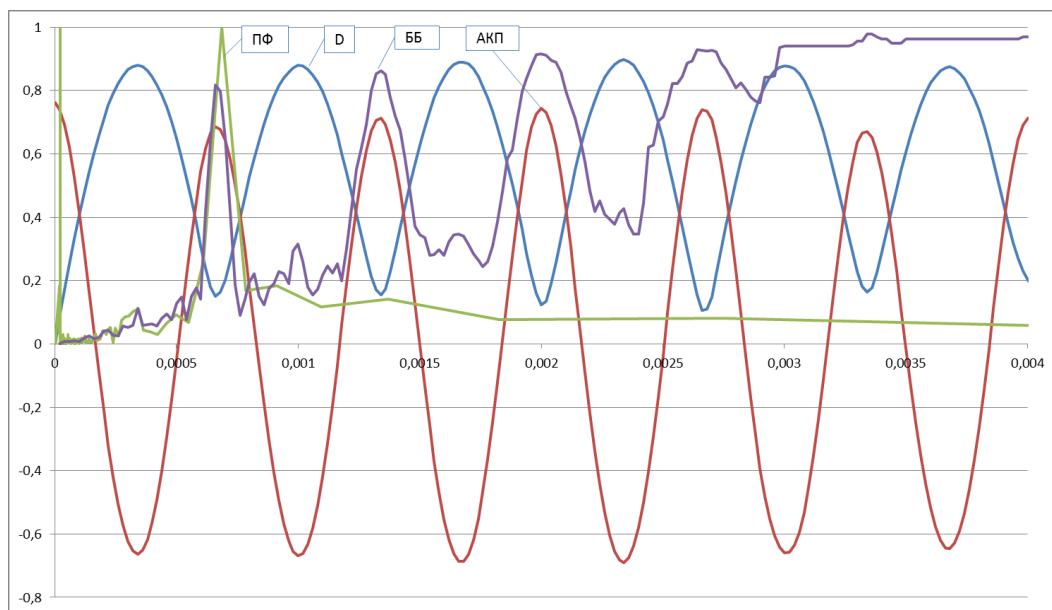


Рис. 22: Результаты анализа первой трети сигнатуры ИСЗ типа DSP четырьмя методами.

Зная форму КА, можно предположить наличие в сигнатуре двух периодик — одна отражает период следования граней относительно линии визирования СН, вторая — период вращения КА. D -преобразование выявило 2 периодичности с периодами $T_1 = 2.376$ с и $T_2 = 9.648$ с. Метод АКП дал $T_1 = 2.376$ с и $T_2 = 9.648$ с. Т. е. их результаты совпали. Преобразование Фурье дало ложное значение периода 1.213 с, период $T_1 = 2.376$ с и $T_2 = 9.9$ с. Если учесть совпадение оценок периода T_2 первыми двумя методами, следует признать оценку его преобразованием Фурье менее точным. Схема Бюй-Балло выявила два периода $T_1 = 2.448$ с и $T_2 = 9.648$ с. Оценка периода вращения КА совпала с оценками первых двух методов, что подтверждает наше предположение о меньшей точности оценки по Фурье. Однако оценка T_1 заметно отличается от оценок всех трех предыдущих методов.

Теперь сократим втрое мерный интервал (что актуально во многих практических обстоятельствах) и построим график аналогичный графику на рис. 21. Результат показан на рис. 22.

D -преобразование выявило 2 периодичности с периодами $T_1 = 2.376$ с и $T_2 = 9.576$ с. **Важно: сокращение мерного интервала втрое практически не повлияло на работоспособность D -метода, причем в этом коротком интервале укладывается всего полтора периода вращения КА.** Разделив T_2 на T_1 , можно определить количество граней КА, т. е. 4.

Метод АКП правильно оценил меньший период ($T_1 = 2.376$ с), однако второй период оценил с очень большой ошибкой ($T_2 = 7.2$ с), а точнее, указал на ложный период. Преобразование Фурье выявило только одну периодику с несколько меньшей точностью ($T_1 = 2.466$ с). Вторая периодика была потеряна. Схема Бюй-Балло выявила также только высшую периодику с точностью первых двух методов, но вторую (с периодом вращения КА) потеряла.

Вывод: при недостаточной длительности мерного интервала (недостаточном числе колебаний на нем) три последних из сравниваемых методов утрачивают способность выявления низшей, причем самой главной периодики, т. е. не выявляют период вращения ИСЗ. D -преобразование сохраняет работоспособность и в этом случае.

5. Заключение

В докладе был предложен новый подход к выявлению аналитической структуры процессов и проведен сравнительный анализ его возможностей и возможностей ряда известных методов, применяемых с этой целью, в том числе и на контрольных примерах. Их полученных результатов ясно, что D -преобразование свободно от существенных недостатков традиционных методов. Последние часто дают ошибочные результаты.

Список литературы

1. O. Y. Aksenov, S. S. Veniaminov, and B. A. Remen', *Bezopasnost' v kosmose (MAK «Vympel»)*, **2**, 34, 2023.
2. M. G. Serebrennikov and A. A. Pervozvansky, *Vyyavleniye skrytykh periodichnostey* (Nauka, 1965).
3. J. B. Dale, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.*, **74**, 628, 1914.
4. J. L. Lagrange, *Oeuvres VI*, 507–627, 1837.
5. A. Schuster, *Terrestrial Magnetism*, **3**, 13, 1898.
6. A. Schuster, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, **77**, 136, 1906.
7. L. Buys-Ballot, *Annalen der Physik*, **147**, 177, 1847.
8. S. Veniaminov, in B. Kaldeich-Schuermann, ed., *Second European Conference on Space Debris*, **393**, 159 (1997).
9. S. S. Veniaminov and B. A. Remen', Ob'yedinenny seminar INASAN «Malye tela Solnechnoy sistemy», URL {<http://www.inasan.ru/21062023>}.
10. S. S. Veniaminov, *Vyyavleniye skrytykh strukturnykh zakonov v protsessakh i signalakh* (M.: URSS, 2016).
11. S. S. Veniaminov, *Tsifrovaya vychislitel'naya tekhnika i programmirovaniye. «Sov. Radio»*, **5**, 1969.
12. L. Buys-Ballot, *Les changements periodiques de Temperature, Utrecht* (1847).
13. A. Glogowsky, *Beitrag zur Auffindung verborgenen Periodizitäten* (Helios Verlag, 1929).
14. C. Payn-Gaposhkin and S. Gaposhkin, *Smithsonian Contribution to Astrophysics*, **9**, 1966.
15. N. Johnson and D. Rodvold, *Europe and Asia in Space* (Kaman Sciences Corporation, Alexandria, USA, 1995).

Видимая звездная величина астероидов, определяемая разными обсерваториями

Виноградова Т.А.

Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

В работе показано, что отмечаемая рядом авторов систематическая ошибка абсолютной звездной величины астероидов из каталога Центра малых планет (МПП), вызвана несогласованностью видимых звездных величин, определяемых разными обсерваториями. В работе использовался метод построения усредненных фазовых кривых блеска для астероидов отдельных таксономических типов. Кроме абсолютных звездных величин метод использует видимые звездные величины, публикуемые в каталоге наблюдений МПП. Для астероидов типа S были отобраны наблюдения, произведенные двумя разными обсерваториями (703 Catalina Sky Survey и 691 Steward Observatory, Kitt Peak-Spacewatch). По наблюдениям каждой из обсерваторий по отдельности были построены усредненные фазовые кривые блеска. При построении кривых использовался один и тот же список астероидов и одни и те же абсолютные звездные величины, опубликованные для них в МПП. Тем не менее фазовые кривые оказались значительно смещены друг относительно друга. Такое расхождение может быть объяснено только несоответствием систем видимых звездных величин, используемых разными обсерваториями. Следствием этого будет невозможность вычислить абсолютную звездную величину астероида, которая соответствовала бы наблюдениям всех обсерваторий.

Поступила в редакцию 26.06.2025 г. Принята в печать 02.08.2025 г.

Ключевые слова: астероиды, фотометрия, видимая звездная величина

Apparent asteroid's magnitude determined by different observatories

Vinogradova T.A.

Institute of Applied Astronomy of RAS, St. Petersburg, Russia

The paper shows that the systematic error in the absolute magnitude of asteroids from the Minor Planet Center (MPC) catalog, noted by a number of authors, is caused by the inconsistency of the apparent V-band magnitudes determined by different observatories. The paper used a method for constructing averaged phase light curves for asteroids of the same taxonomic type. In addition to absolute magnitudes, the method uses apparent V-band magnitudes published in the MPC observation catalog. For S-type asteroids, observations made by two different observatories (703 Catalina Sky Survey and 691 Steward Observatory, Kitt Peak-Spacewatch) were selected. Averaged phase curves were constructed based on the observations of each observatory separately. When constructing the curves, the same list of asteroids and the same absolute magnitudes published for them in the MPC were used. However, the phase curves were significantly shifted relative to each other. Such a discrepancy can only be explained by the discrepancy between the systems of apparent V-band magnitudes used by different observatories. As a consequence, it will be impossible to calculate the asteroid's absolute magnitude, which would correspond to the observations of all observatories.

Received 26.06.2025. Accepted 02.08.2025.

Keywords: asteroids, photometry, apparent magnitude

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.002

1. Введение

В работах [1, 2] был предложен метод построения усредненных фазовых кривых блеска для отдельных групп астероидов. Метод использует большое количество опубликованных в каталоге Центра малых планет (МПП) астрометрических наблюдений, для которых одновременно была измерена также видимая звездная величина астероида в визуальной полосе спектра V. В работе [2] такие фазовые кривые были построены для трех таксономических типов астероидов S, C и E. На рис. 1 показаны эти кривые. Поведение усредненных фазовых кривых хорошо согласуется с результатами, полученными для отдельных астероидов соответствующих типов обычными методами.

В качестве важного результата работы [2] был отмечен сдвиг полученных фазовых кривых относительно нулевого значения при нулевом угле фазы. Наличие такого сдвига говорит о систематической ошибке в публикуемой в МПП абсолютной звездной величине астероидов H . Подобное несоответствие между публикуемыми в МПП H отдельных астероидов и своими результатами отмечалось ранее в работах других авторов [3, 4], но величина обнаруженного смещения была другой. Сравнивая свои результаты вычисления H для большого количества астероидов с данными МПП H_{MPC} , эти авторы обнаружили, что средняя величина разности $H - H_{\text{MPC}}$ положительна и может достигать значения $+0.5^m$.

Усредненные фазовые кривые позволили получить близкий результат, касающийся величины сдвига в абсолютной звездной величине, только для астероидов типа E. Для других таксономических типов результат оказался противоположным, для них получено отрицательное среднее значение разности $H - H_{\text{MPC}}$. Это

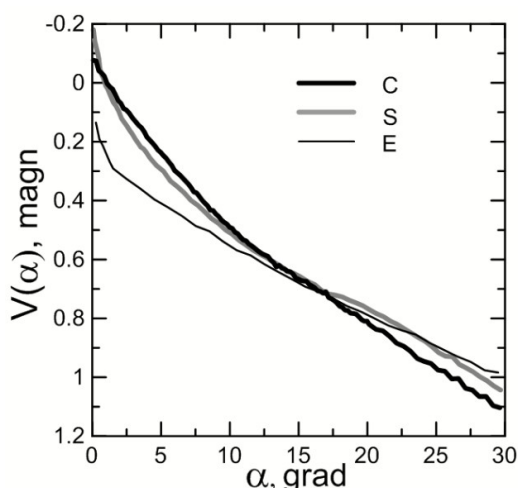


Рис. 1: Усредненные фазовые кривые для астероидов таксономических типов C, S, E.

показывают графики на рис. 1. Здесь смещение кривых относительно нуля соответствует средней разности $H - H_{\text{MPC}}$.

Было высказано предположение, что возможной причиной такого расхождения результатов является различие в методах исследования. Авторы упомянутых работ использовали наблюдения астероидов, произведенные в рамках отдельных наблюдательных программ, тогда как метод построения усредненных фазовых кривых использует все наблюдения из каталога МПЦ, произведенные на разных обсерваториях.

2. Метод

Для проверки этого предположения был использован метод построения усредненных фазовых кривых, но при этом каждая кривая строилась с использованием наблюдений, произведенных только одной обсерваторией. Для сравнения были выбраны две обсерватории, которые производят большое количество наблюдений астероидов: 703 Catalina Sky Survey и 691 Steward Observatory, Kitt Peak-Spacewatch.

Поскольку фазовые кривые для разных таксономических типов различаются, для исследования были выбраны только астероиды типа S. Были отобраны более 19 тысяч астероидов этого типа. Для каждого из них были считаны из каталога наблюдений МПЦ все наблюдения, которые произведены этими обсерваториями, и для которых была определена видимая звездная величина в визуальной полосе спектра. Было найдено более 1.6 млн. наблюдений обсерватории 703 и более 500 тыс. — обсерватории 691. После этого было произведено численное интегрирование уравнений движения астероидов.

В процессе интегрирования для каждого наблюдения были вычислены фазовый угол α и величина V_α — составляющая наблюдаемой видимой звездной величины V , зависящая от угла фазы. $V_\alpha = V - H - 5 \lg(rd)$, где H — абсолютная звездная величина, r , d — расстояния от астероида до Солнца и до Земли.

Затем произведено усреднение всех полученных для каждой обсерватории значений V_α по углу фазы. Для получения одного среднего значения были использованы тысячи наблюдений. При таком большом числе наблюдений на длительном интервале времени вариации блеска астероидов, вызванные их вращением, можно рассматривать как случайные. Их действие сводится до минимума при усреднении. Можно сказать, что таким способом исключаются световые кривые.

Усредненная фазовая кривая строится без каких-либо предварительных предположений относительно ее формы. Предполагается только, что фазовые кривые одинаковы или близки по форме для астероидов одного таксономического типа. Кроме того, предполагается, что колебания блеска, вызванные вращением астероидов, в данной задаче можно рассматривать как случайные величины.

Если эти предположения верны, а абсолютная звездная величина H для каждого астероида вычислена правильно, то полученная при усреднении V_α фазовая функция $V(\alpha)$ должна быть равна нулю при нулевой фазе $V(0) = 0$. Это следует из определения абсолютной звездной величины: $H = V - 5 \lg(rd)$ при $\alpha = 0^\circ$. Любое заметное отклонение от нулевого значения будет говорить о несоответствии между абсолютной звездной величиной астероидов, публикуемой в МПЦ, и наблюдаемой видимой звездной величиной.

3. Результаты

В соответствии с процедурой, описанной в предыдущей главе, для обсерваторий 703 и 691 были получены две фазовые кривые (рис. 2а). Форма полученных кривых практически одинакова и хорошо согласуется с извест-

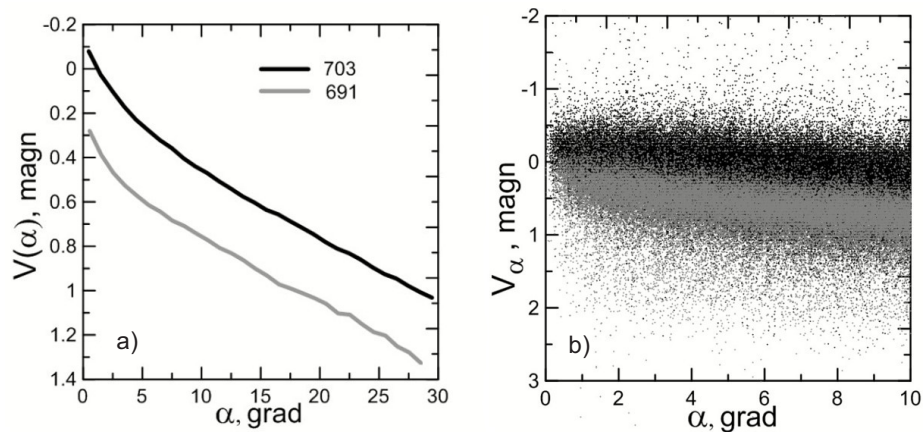


Рис. 2: а) Усредненные фазовые кривые для S-астероидов, построенные по наблюдениям обсерваторий 703 и 691. б) Вычисленные значения V_α по наблюдениям этих обсерваторий без усреднения. Серыми точками показаны значения V_α , вычисленные для наблюдений обсерватории 691, черными — обсерватории 703.

ными фазовыми кривыми для отдельных S-астероидов. Хорошо видно, что блеск S-астероидов ослабевает не по линейному закону, при малых углах хорошо заметен оппозиционный эффект — нелинейное усиление блеска при уменьшении угла фазы.

При этом обе построенные фазовые кривые оказались смещены относительно нуля при нулевой фазе, а также показали заметное смещение друг относительно друга на величину 0.4^m . При построении кривых использовался один и тот же список астероидов и одни и те же абсолютные звездные величины, опубликованные для них в МПЦ. Поэтому такое расхождение может быть объяснено только несоответствием систем видимых звездных величин, используемых разными обсерваториями.

Сдвиг между кривыми настолько значителен, что может быть наблюдаем на распределении значений V_α , вычисленных по наблюдениям этих обсерваторий, без усреднения, как показывает рис. 2б. На рисунке черные точки представляют значения V_α , полученные по наблюдениям обсерватории 703, а серые — обсерватории 691. Явное несоответствие видимых звездных величин легко обнаруживается на данном рисунке благодаря множеству наблюдений большого количества астероидов. Для одного астероида заметить такой сдвиг между видимыми звездными величинами, полученными разными обсерваториями, трудно из-за недостаточного количества наблюдений.

4. Заключение

Усредненные фазовые кривые, построенные для астероидов таксономического типа S по наблюдениям обсерваторий 703 (Catalina Sky Survey) и 691 (Steward Observatory, Kitt Peak-Spacewatch), позволили показать несогласованность видимых звездных величин, используемых этими обсерваториями. Сдвиг между полученными фазовыми кривыми оказался равным приблизительно 0.4^m . Это настолько значительная величина, что несоответствие видимых звездных величин может наблюдаться на распределении вычисленных значений V_α по наблюдениям этих обсерваторий без усреднения.

Следствием такой несогласованности видимых звездных величин будет систематическое расхождение значений абсолютных звездных величин, определенных для одного и того же астероида по наблюдениям разных обсерваторий. Авторы [3, 4] были склонны объяснять такое расхождение систематической ошибкой H , опубликованной в МПЦ. В действительности же такое расхождение вызвано только несогласованностью видимых звездных величин, используемых разными обсерваториями и, как следствие, невозможностью вычислить H , которая удовлетворяла бы наблюдениям всех обсерваторий.

Только приведение видимых звездных величин, используемых разными обсерваториями, к общему стандарту позволит правильно вычислять такую важную физическую характеристику астероидов как абсолютная звездная величина.

Список литературы

1. Т. А. Виноградова, *INASAN Science Reports*, **7**, 2, 2022.
2. Т. А. Виноградова, Conference “Modern astronomy: from the early Universe to exoplanets and black holes - 2024”, SAO RAS, Abstract Book, p.161 (2024).
3. P. Pravec, A. W. Harris, P. Kušnirák, A. Galád, and K. Hornoch, *Icarus*, **221**, 365, 2012.
4. P. Veres, R. Jedicke, A. Fitzsimmons, L. Denneau, et al., *Icarus*, **261**, 34, 2015.

Исследование астероидов, сближающихся с Землей, по наблюдениям на телескопах Пулковской обсерватории

Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Петрова С.Н., Мартюшева А.А., Наумов К.Н., Русов С.А., Алиев А.Х.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

Представлены результаты наблюдений семи астероидов, сближающихся с Землей: 2020 XR, 2024 PT5, 1999 TB10, 2003 MX2, 2005 AY28, 2005 EK70, 2006 AT2. Получены их астрометрические положения и значения блеска. Для астероидов 2020 XR, 2024 PT5, а также для 2024 YR4, произведено улучшение орбит и сделаны оценки давления солнечного излучения и эффекта Ярковского. Построены кривые блеска и определены (уточнены) периоды осевого вращения. Сделаны предположения о двойственности астероида 2005 AY28 и о нахождении астероидов 2005 EK70 и 2006 AT2 в режиме вращения с кувырканием.

Поступила в редакцию 26.06.2025 г. Принята в печать 31.07.2025 г.

Ключевые слова: астероиды, сближающиеся с Землей, астрометрия, фотометрия, улучшение орбит, негравитационные эффекты, кривые блеска

Investigations of near Earth asteroids using observations of Pulkovo Observatory telescopes

Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Petrova S.N., Martiyusheva A.A., Naumov K.N., Rusov S.A., Aliev A.Kh.

Central Astronomical Observatory of the RAS at Pulkovo, Saint-Petersburg, Russia

The paper presents the results of observations of seven near-Earth asteroids: 2020 XR, 2024 PT5, 1999 TB10, 2003 MX2, 2005 AY28, 2005 EK70, 2006 AT2. Their astrometric positions and brightness values are obtained. For asteroids 2020 XR, 2024 PT5, and 2024 YR4, the orbits are refined and the solar radiation pressure and Yarkovsky effect are estimated. Light curves are constructed and the periods of axial rotation are determined (refined). Assumptions are made about the binarity of asteroid 2005 AY28 and tumbling rotation of asteroids 2005 EK70 and 2006 AT2.

Received 26.06.2025. Accepted 31.07.2025.

Keywords: near-Earth asteroids, astrometry, photometry, orbit refining, non-gravitational effects, light curves

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.003

1. Введение

В Пулковской обсерватории (ГАО РАН) ведутся исследования астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ), в том числе потенциально опасных (ПОА). Основой для исследований являются ПЗС-наблюдения на двух автоматизированных телескопах. Зеркальный астрограф ЗА-320М ($D = 320$ мм, $F = 3200$ мм) расположен на территории Пулковской обсерватории (Санкт-Петербург) [1]. Менисковый телескоп Максудова МТМ-500М ($D = 500$ мм, $F = 4100$ мм) находится на Горной астрономической станции ГАО РАН на северном Кавказе на высоте 2100 м над уровнем моря [2]. Телескопы оборудованы ПЗС-камерами. Наблюдения выполнялись без светофильтров. Астрометрическая и фотометрическая обработка ПЗС-кадров выполнялась с помощью программного пакета (ПП) Алекс-П [3]; в качестве опорного использовался каталог Gaia DR3. Эфемеридное обеспечение наблюдений, их обработки и интерпретации производилось с помощью ПП ЭПОС [4]. Частотный анализ для поиска периодов в рядах наблюдений выполнялся методом Скаргла [5].

Здесь мы кратко указываем некоторые наиболее интересные результаты, полученные нами в последнее время для нескольких АСЗ.

2. Астероид 2020 XR (792156)

Этот астероид является потенциально опасным для Земли; 4 декабря 2024 г. произошло его тесное сближение с Землей до расстояния 0.01477 а. е.; существует оценка его абсолютного блеска: $H = 19.68^m$ [6]. Кроме того, он является двойным с периодом обращения около 0.5 сут [7].

На телескопе МТМ-500М были проведены наблюдения астероида 2020 XR в ночь с 3 на 4 декабря 2024 г. (перед его максимальным сближением с Землей). Было получено 228 астрометрических положений. По ним с добавлением данных с сайта MPC и использованием орбиты, приведенной на этом же сайте, в качестве начальной [8] было произведено улучшение орбиты с помощью ПП ЭПОС (см. табл. 1). В процессе улучшения часть входных данных отсеялась — из 616 осталось 547 наблюдений. Значение среднеквадратичного $O-C$ уменьшилось с $5.40''$ до $0.47''$.

В работе [9] была сделана попытка определения периода осевого вращения астероида 2020 XR: $P = 10.70 \pm 0.04$ ч при амплитуде $A \approx 1.42^m$. Наблюдения МТМ-500М длительностью 2.3 ч (189 значений блеска)

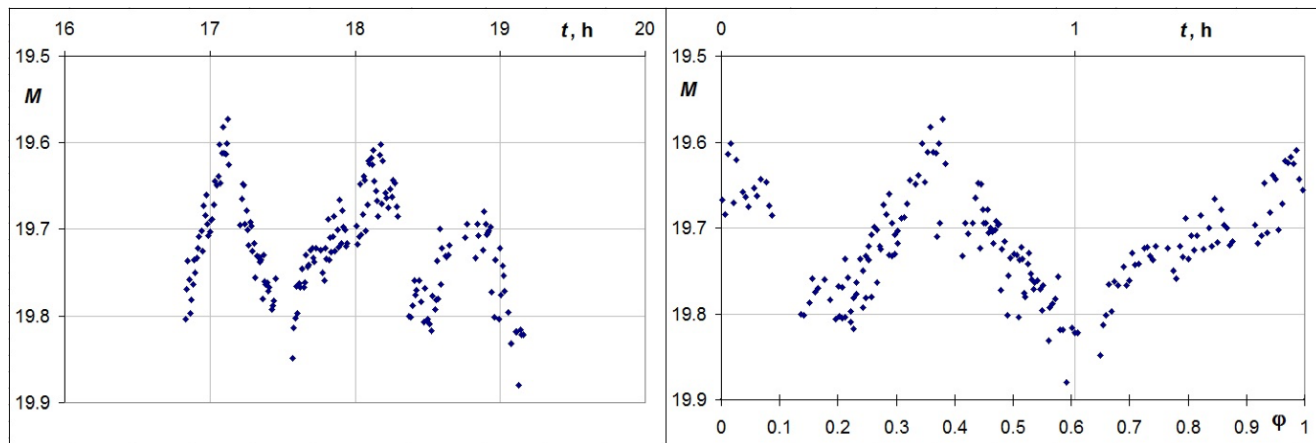


Рис. 1: Кривая блеска астероида 2020 XR (см. пояснения в тексте).

позволили оценить период осевого вращения предположительно главного компонента: $P = 1.65 \pm 0.02$ ч при полной амплитуде колебаний блеска $A = 0.19^m \pm 0.04^m$. На левой панели рис. 1 приведены указанные значения блеска после редукции за расстояния астероида от Земли и Солнца и за угол фазы (оценки абсолютного блеска); на правой панели — эти же значения, собранные с найденным периодом (фазированная кривая блеска).

Основываясь на найденном значении периода и приняв для астероида орбитальные элементы [6] и физические параметры (альбедо δ , равное 0.12, вычислялось по формуле [10]:

$$\lg \delta = (3.122 - \lg D - 0.2H)/0.5, \quad (1)$$

где H — абсолютная звездная величина, а D — диаметр, равный 450 м; остальные параметры были выбраны средними: плотность 3000 кг/м^3 , коэффициент излучения 0.9, теплоемкость $500 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$, теплопроводность $10^{-2} \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$), используя методику [11, 12], была сделана оценка величины эффекта Ярковского за один оборот вокруг Солнца в зависимости от (неизвестного) угла наклона оси вращения (см. табл. 2). Кроме того, была сделана оценка величины отклонения астероида от номинального положения под действием светового давления за 3 года (до следующего тесного сближения с Землей в 2028 г.): $\approx 11 \text{ км}$.

Таблица 1: Улучшение орбиты астероида 2020 XR.

Элементы	Начальные	Улучшенные	Поправка	Дисперсия
M , ($^\circ$)	41.239810	41.239779	0.000031	0.0000011
ω , ($^\circ$)	163.162500	163.162551	0.000051	0.0000060
Ω , ($^\circ$)	249.679980	249.680074	0.000094	0.0000018
i , ($^\circ$)	13.928420	13.928380	0.000040	0.0000042
e	0.61415290	0.61415290	0.00000000	0.000000004
a , (а. е.)	2.507941900	2.507941666	0.000000234	0.0000000084

Таблица 2: Величина эффекта Ярковского для астероида 2020 XR в астрономических единицах за 1 оборот вокруг Солнца в зависимости от угла наклона оси вращения.

0°	45°	90°	135°	180°
$1.1324 \cdot 10^{-12}$	$0.7887 \cdot 10^{-12}$	$-2.4012 \cdot 10^{-14}$	$-0.8128 \cdot 10^{-12}$	$-1.1324 \cdot 10^{-12}$

3. Астероид 2024 PT5

Был открыт 29 сентября 2024 г. южноафриканским телескопом системы ATLAS в Сазерленде за сутки до сближения с Землей. Этот астероид был захвачен земной гравитацией и до 25 ноября 2024 г. находился на геоцентрической орбите 57 суток. 9 января 2025 г. он вновь перешел на гелиоцентрическую орбиту до своего очередного сближения с Землей 8 ноября 2055 г. Результаты его исследования по наблюдениям 10.4-метрового телескопа GTC были опубликованы в работе [13], включая оценку периода осевого вращения: $P = 21 \pm 2$ мин (по одному часу наблюдений).

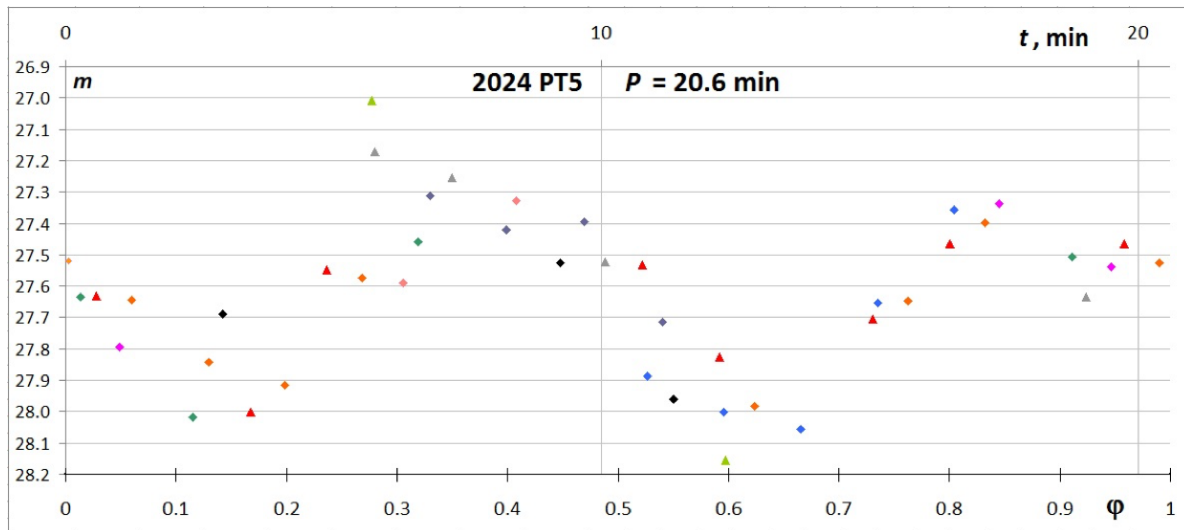


Рис. 2: Кривая блеска астероида 2024 PT5, приведенная к периоду 20.6 мин.

На телескопе МТМ-500М в течение 13 ночей с 25 декабря 2024 г. по 28 января 2025 г. были проведены наблюдения 2024 PT5. Удалось получить 26 надежных астрометрических положений. По ним с привлечением 376 положений, взятых с сайта MPC, и использованием орбиты, приведенной на этом же сайте, в качестве начальной [14] было произведено улучшение орбиты с помощью ПП ЭПОС (см. табл. 3). В результате улучшения орбиты значение среднеквадратичного О–С уменьшилось с $2.''49$ до $0.''54$.

Используя 45 наиболее надежных определений блеска астероида, распределенных в течение 37 суток, нами была сделана оценка периода его осевого вращения. Периодограмма Скаргла, построенная по этому ряду, имеет 5 пиков, соответствующих периодам, которые показывают приемлемый вид фазированной кривой блеска (20.30, 20.45, 20.60, 20.75 и 20.90 мин). Таким образом, можно принять значение периода вращения 2024 PT5 $P = 20.6 \pm 0.3$ мин (см. рис. 2).

Основываясь на найденном значении периода и приняв для астероида физические и теплофизические параметры, соответствующие лунному базальту [13], была сделана оценка величины эффекта Ярковского за один оборот вокруг Солнца в зависимости от (неизвестного) угла наклона оси вращения (см. табл. 4). Также была сделана оценка величины отклонения астероида от номинального положения под действием светового давления за 31 год (до следующего тесного сближения с Землей в 2055 г.): ≈ 960 км.

Таблица 3: Улучшение орбиты астероида 2024 PT5.

Элементы	Начальные	Улучшенные	Поправка	Дисперсия
M , ($^{\circ}$)	323.677260	323.677291	0.000031	0.0000089
ω , ($^{\circ}$)	116.248430	116.248410	-0.000020	0.0000149
Ω , ($^{\circ}$)	305.572350	305.572352	0.000002	0.0000066
i , ($^{\circ}$)	1.520520	1.520516	-0.000004	0.0000003
e	0.02147670	0.02147675	0.00000005	0.000000002
a , (а. е.)	1.012305100	1.012305106	0.000000006	0.0000000023

Таблица 4: Величина эффекта Ярковского для астероида 2024 PT5 в астрономических единицах за 1 оборот вокруг Солнца в зависимости от угла наклона оси вращения.

0°	45°	90°	135°	180°
$8.5082 \cdot 10^{-11}$	$5.9508 \cdot 10^{-11}$	$-1.3085 \cdot 10^{-12}$	$-6.0817 \cdot 10^{-11}$	$-8.5082 \cdot 10^{-11}$

4. Астероид 2024 YR4

Потенциально опасный астероид 2024 YR4 был открыт 27 декабря 2024 г. в обсерватории ATLAS в Чили. Первые определения его орбиты показали, что он может столкнуться с Землей в 2032 г. Затем уточнение ор-

биты показало, что с большей вероятностью может произойти столкновение с Луной. Дальнейшие уточнения орбиты астероида показали низкую вероятность столкновений с Землей и Луной [15–17].

На основании наблюдений, представленных в базе данных MPC, включая последние наблюдения Космического телескопа Джеймса Уэбба и 10-метрового телескопа обсерватории Серго Раданал [18], мы с помощью ПП ЭПОС провели улучшение элементов его орбиты (см. табл. 5). В процессе улучшения часть входных данных отсеялась — из 505 осталось 491 наблюдение; значение среднеквадратичного О–С уменьшилось с $0.82''$ до $0.20''$. Вычисленные по этой орбите эфемериды показали, что 22 декабря 2032 г. астероид 2024 YR4 сблизится с Землей в $08^{\text{h}} 11^{\text{m}} 00^{\text{s}}$ UTC на минимальное расстояние ≈ 286 тысяч км, а в $14^{\text{h}} 46^{\text{m}} 38^{\text{s}}$ UTC — с Луной на ≈ 31 тысячу км.

Приняв для астероида орбитальные элементы [19] и физические параметры (абсолютная звездная величина 23.92 [19], диаметр 60 м, альбедо 0.13, вычисленное по формуле (1), а также среднее значение плотности 3000 кг/м^3 , коэффициента излучения 0.9, теплоемкости $500 \text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$, теплопроводности $10^{-2} \text{ Вт/м}\cdot\text{К}$) и период осевого вращения $P = 0.32440 \pm 0.00002$ ч, была сделана оценка величины эффекта Ярковского за один оборот вокруг Солнца в зависимости от угла наклона оси вращения (см. табл. 6). Также была сделана оценка величины отклонения астероида от номинального положения под действием светового давления за 7 лет (до 2032 г.): ≈ 282 км.

Таблица 5: Улучшение орбиты астероида 2024 YR4.

Элементы	Начальные	Улучшенные	Поправка	Дисперсия
$M, (^{\circ})$	40.402740	40.402760	0.000020	0.0000097
$\omega, (^{\circ})$	134.361370	134.361352	−0.000018	0.0000115
$\Omega, (^{\circ})$	271.365630	271.365621	−0.000009	0.0000112
$i, (^{\circ})$	3.408170	3.408171	0.000001	0.0000034
e	0.66154720	0.66154717	−0.00000003	0.000000014
$a, (\text{а. е.})$	2.515860699	2.515860258	−0.000000441	0.0000003021

Таблица 6: Величина эффекта Ярковского для астероида 2024 YR4 в астрономических единицах за 1 оборот вокруг Солнца в зависимости от угла наклона оси вращения.

0°	45°	90°	135°	180°
$5.6055 \cdot 10^{-12}$	$3.8738 \cdot 10^{-12}$	$-1.7969 \cdot 10^{-13}$	$-4.0535 \cdot 10^{-12}$	$-5.6055 \cdot 10^{-12}$

5. Астероид 1999 TB10 (152787)

Этот астероид был удобен для наблюдения в марте 2024 г. В статье [20] приводится определение его периода осевого вращения, выполненное по наблюдениям 25–28 марта: $P = 2.876 \pm 0.001$ ч при амплитуде кривой блеска $A = 0.29^{\text{m}} \pm 0.05^{\text{m}}$.

На телескопах ЗА-320М и МТМ-500М этот астероид наблюдался с 6 марта по 1 апреля 2024 г. Было получено 8 отрезков кривой блеска длительностью от 0.6 до 6.2 часа — всего 631 значение блеска. Применение метода частотного анализа к этому ряду значений блеска, полученному на большем временном интервале наблюдений, позволило уточнить период: $P = 2.8758 \pm 0.0002$ ч; полная амплитуда колебаний блеска $A = 0.32^{\text{m}} \pm 0.06^{\text{m}}$ (см. рис. 3).

6. Астероид 2003 MX2 (154589)

Определение периода осевого вращения этого астероида, опубликованное в 2018 г. с оговоркой о его ненадежности, [21] дало очень малое значение $P = 1.611 \pm 0.002$ ч при большой амплитуде $A = 0.63^{\text{m}} \pm 0.06^{\text{m}}$. При этом автор работы отмечает, что, учитывая оценку диаметра астероида $D = 1.11\text{--}1.41$ км, тот попадает на диаграмме «диаметр — частота вращения» в область выше границы вращательного распада, не занятую другими астероидами. В недавней работе [22], выполненной по наблюдениям 29 октября — 5 ноября 2024 г., приведено совсем другое значение периода: $P = 42.6 \pm 0.1$ ч при такой же амплитуде $A = 0.59^{\text{m}} \pm 0.03^{\text{m}}$.

В результате наблюдений на двух наших телескопах, выполненных с 20 августа по 30 ноября 2024 г., было получено 24 отрезка кривой блеска длительностью от 0.1 до 6.3 часа — всего 1307 значений блеска. Частотный анализ этого ряда дал значение периода, совпадающее с последним из приведенных выше: $P = 42.519 \pm 0.013$ ч. Полная амплитуда колебаний блеска получилась даже несколько большей: $A = 0.73^{\text{m}} \pm 0.05^{\text{m}}$. При этом наши наблюдения покрывают почти всю длинную кривую блеска астероида с небольшими пропусками (рис. 4). Поиск более коротких периодов на кривой блеска результатов не дал.

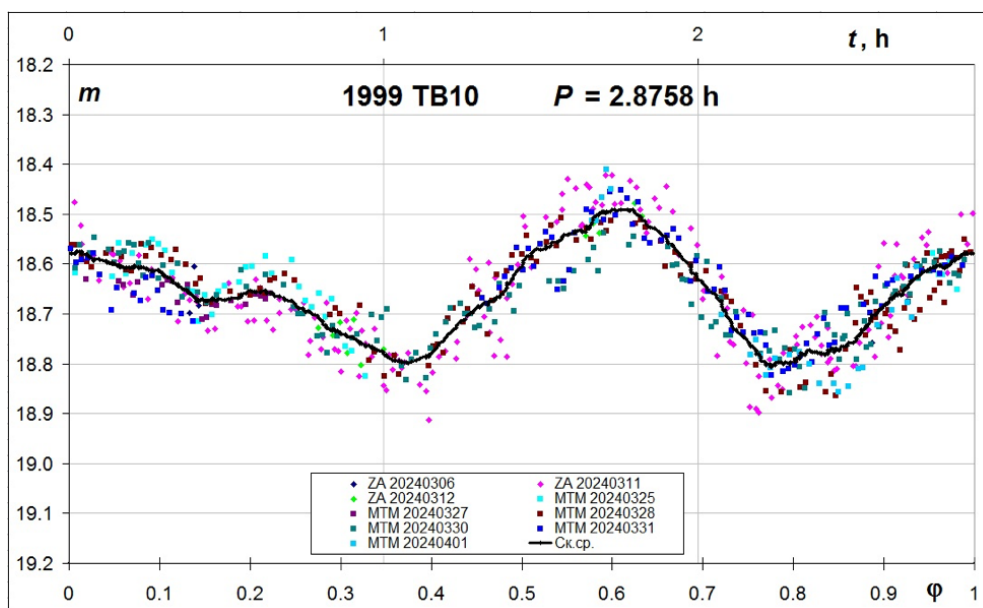


Рис. 3: Кривая блеска астероида 1999 TB10, приведенная к периоду 2.8758 ч.

Таким образом, на вышеупомянутой диаграмме астероид 2003 MX2 ложится не в пустую, а в заполненную другими астероидами область.

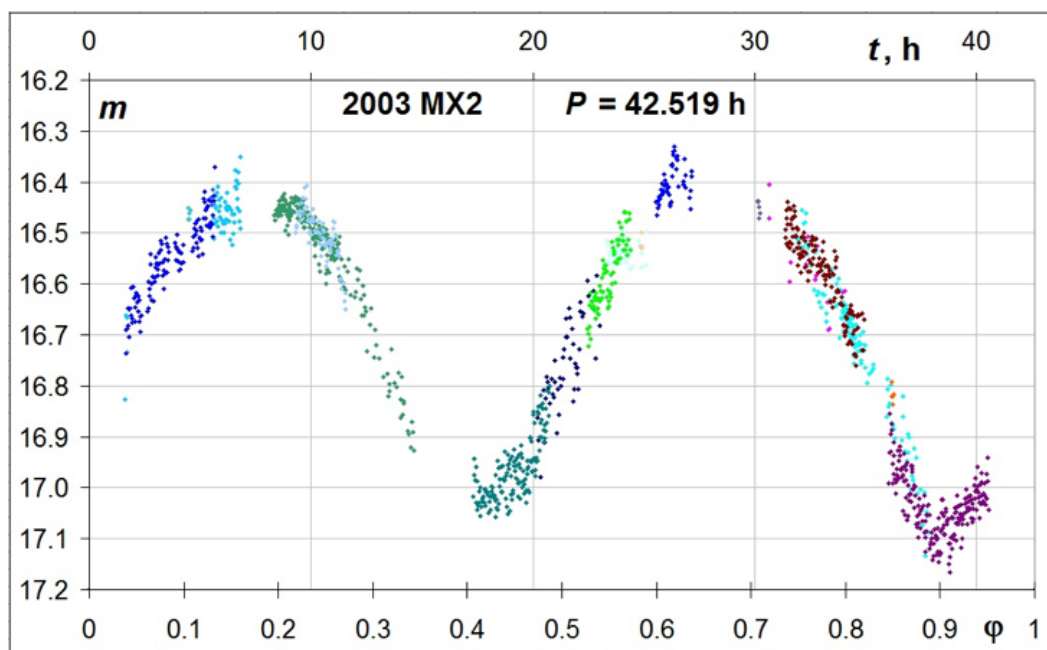


Рис. 4: Кривая блеска астероида 2003 MX2, приведенная к периоду 42.519 ч.

7. Астероид 2005 AY28 (348306)

Этот астероид является потенциально опасным для Земли. В работе [23] приведено определение периода его осевого вращения, выполненное по наблюдениям на обсерватории Терскол вблизи тесного сближения с Землей в 2014 г. (3 и 5 февраля): $P = 6.292 \pm 0.020$ ч, $A > 1.3^m$.

По наблюдениям астероида 2005 AY28 на телескопе МТМ-500М, выполненным с 1 по 6 февраля 2014 г., мы получили 5 отрезков кривой блеска длительностью от 0.3 до 3.8 часа — всего 737 значений блеска. Применение частотного анализа к этому ряду позволило определить период осевого вращения, который совпал с вышеуказанным: $P = 6.297 \pm 0.002$ ч при амплитуде $A \approx 1.25^m$ (см. рис. 5). Обращает на себя

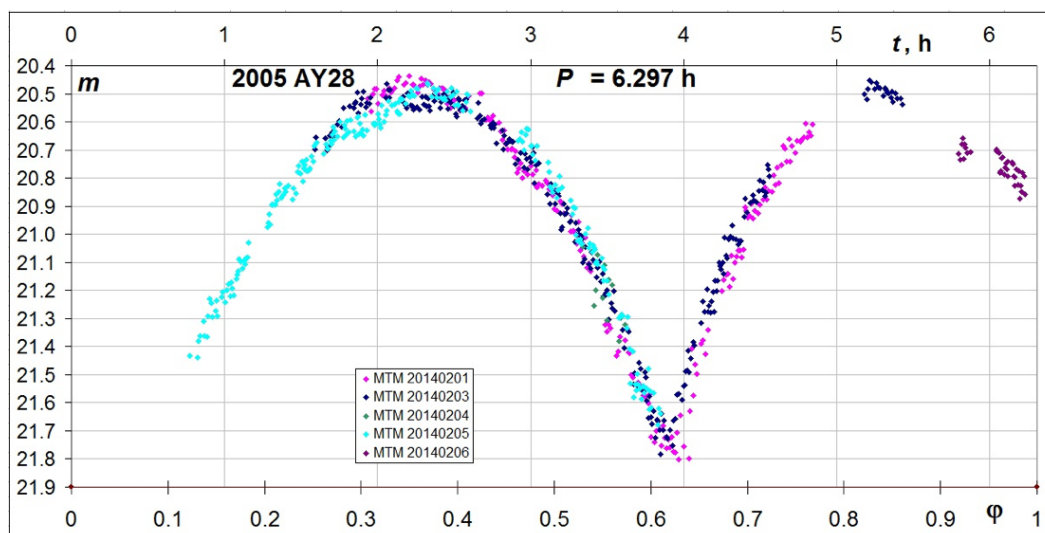


Рис. 5: Кривая блеска астероида 2005 AY28, приведенная к периоду 6.297 ч.

внимание характерная форма полученной кривой блеска, имеющая очень глубокие и острые минимумы. Она позволяет предположить, что астероид либо очень вытянутый, либо является двойным, состоящим из компонентов близкого размера при относительно малом расстоянии между ними. Радарное изображение этого астероида, полученное радиотелескопом Goldstone [24], как минимум не противоречит предположению о его двойственности.

8. Астероид 2005 EK70 (187026)

Три определения периода осевого вращения этого астероида дали противоречивые результаты. В работе [25] по наблюдениям, выполненным 28 января — 1 февраля 2024 г., определен период $P = 3.464 \pm 0.003$ ч, в работе [26] по наблюдениям 13–14 февраля 2024 г. — $P = 4.9 \pm 0.1$ ч, а в работе [20] по наблюдениям 28–29 февраля 2024 г. — $P = 6.966 \pm 0.001$ ч. Как можно заметить, последнее значение равняется удвоенному первому. Кроме того, авторы последней работы отмечают, что отрезки кривой блеска, собранной (фазированной) с этим периодом, иногда плохо совпадают друг с другом, и авторы относят это на счет изменения угла фазы астероида в течение интервала наблюдений.

Наши наблюдения астероида 2005 EK70 выполнялись на телескопах ЗА-320М и МТМ-500М с 30 января по 29 февраля 2024 г., т. е. охватывали почти все интервалы наблюдения других авторов. Было получено 12 отрезков кривой блеска длительностью от 0.5 до 6.4 часа — всего 1303 значения блеска. Широкий диапазон значений фазового угла, захватывающий значения менее 7° , (3° – 54°) позволил сделать оценку параметра наклона фазовой зависимости $G = 0.289 \pm 0.003$ (см. левую панель рис. 6). Частотный анализ полученного фотометрического ряда показал, что период осевого вращения составляет $P = 6.960 \pm 0.004$ ч (при полной амплитуде $A = 0.24^m \pm 0.04^m$), что почти совпадает с определением в работе [20]. Как видно на графике кривой блеска, собранной с этим периодом, (правая панель рис. 6) отдельные ее отрезки также плохо совпадают друг с другом; более того, на некоторых из них видны детали, отсутствующие на других. Широкий диапазон изменения угла фазы может приводить к изменению амплитуды кривой блеска, но значительные отличия в ее форме и в определяемых значениях периода, возможно, указывают на то, что астероид 2005 EK70 находится в состоянии вращения не вокруг главной оси инерции (NPAR, «вращение с кувырканием»).

9. Астероид 2006 AT2 (417264)

В списке параметров астероидов, поддерживаемом П. Правецом [27], указано значение периода осевого вращения астероида 2006 AT2, определенное по наблюдениям 1.5-м телескопа на Майданаке 11–14 июня 2024 г.: $P = 9.415$ ч.

Наши наблюдения на ЗА-320М и МТМ-500М проводились с 8 февраля по 31 марта 2024 г. и позволили получить 14 отрезков кривой блеска длительностью от 0.5 до 7.2 часа — всего 859 значений блеска. На периодограмме Скаргла, построенной по этому ряду, выделяются два пика одинаковой высоты, у которых удвоенные значения периодов соответствуют периодам осевого вращения: $P_1 = 9.418$ ч (близок к вышеуказанному) и $P_2 = 7.873$ ч. Однако кривая блеска, собранная с этими значениями периода, в обоих случаях складывается одинаково плохо: различные отрезки кривой блеска показывают разную глубину минимумов

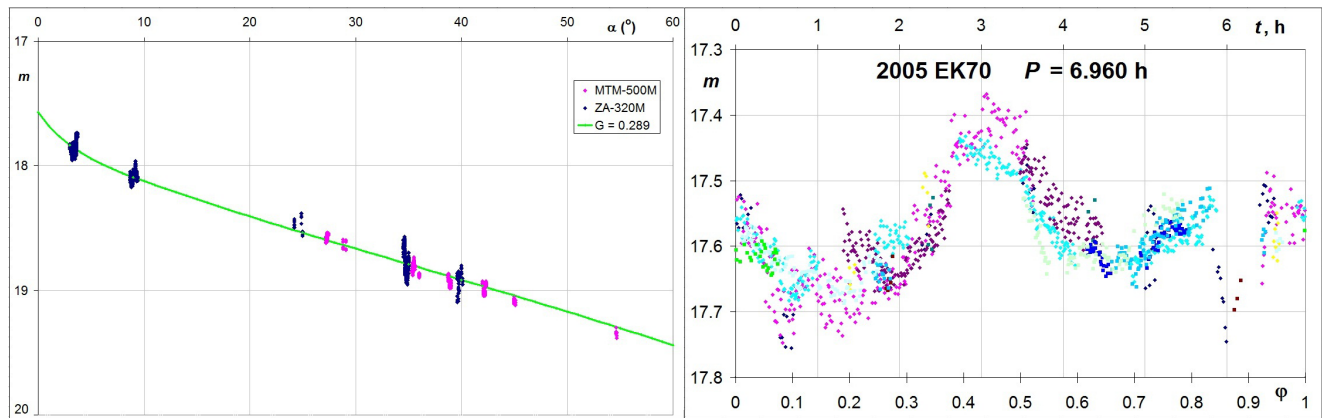


Рис. 6: Фазовая кривая астероида 2005 EK70 (левая панель) и его кривая блеска, приведенная к периоду 6.960 ч (правая панель).

(см. рис. 7). Это может указывать на вращение астероида не вокруг главной оси инерции (NPAR, «вращение с кувырканием»), хотя в каталоге [27] для 2006 AT2 указан параметр PAR от +2 до +3.

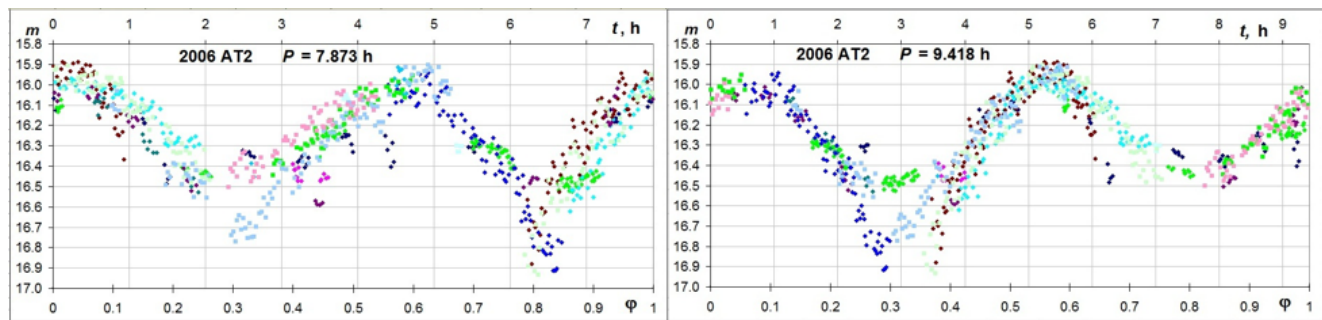


Рис. 7: Кривая блеска астероида 2006 AT2, приведенная к периодам 7.873 ч (левая панель) и 9.418 ч (правая панель).

Работа выполнена в рамках государственного задания 075-03-2025-080, утвержденного Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 125021201995-7 «КОСМОМЕТРИЯ»).

Список литературы

1. A. V. Devyatkin, I. I. Kanaev, A. P. Kulish, V. B. Rafalskiy, A. V. Shumacher, V. V. Kouprianov, and A. S. Bekhteva, *Izvestia GAO*, **217**, 505, 2004, URL http://www.gaoran.ru/russian/publ-s/izv_217/izv_217.pdf.
2. A. P. Kulish, A. V. Devyatkin, V. B. Rafalskiy, F. M. Ibragimov, V. V. Kouprianov, I. A. Vereshchagina, and A. V. Shumacher, *Izvestia GAO*, **219-1**, 192, 2009, URL http://www.gaoran.ru/russian/publ-s/izv_gao/izv_gao_219_1.pdf.
3. A. V. Devyatkin, D. L. Gorshanov, V. V. Kouprianov, and I. A. Verestchagina, *Solar System Research*, **44**, 68, 2010.
4. V. N. L'vov and S. D. Tsekmeister, *Solar System Research*, **46**, 177, 2012.
5. J. D. Scargle, *ApJ*, **263**, 835, 1982.
6. NASA, Small-body database lookup, URL https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=2020%20XR&view=OPC.
7. W. R. Johnston, Asteroids with satellites database, URL <https://johnstonsarchive.net/astro/astmoons/am-792156.html>.
8. MPC, URL https://minorplanetcenter.net/db_search/show_object?object_id=792156.
9. G. Nobre, *Minor Planet Bulletin*, **52**, 101, 2025.
10. T. A. Vinogradova, N. B. Zhelezov, V. B. Kuznetsov, Y. A. Chernetenko, and V. A. Shor, *Tr. Inst. Prikl. Astron. Ross. Akad. Nauk*, **9**, 43, 2003.
11. D. Vokrouhlický, A. Milani, and S. R. Chesley, *Icarus*, **148**, 118, 2000.
12. A. I. Panasenkov and Y. A. Chernetenko, *Tr. Inst. Prikl. Astron. Ross. Akad. Nauk*, **31**, 59, 2014.
13. R. de la Fuente Marcos, J. de León, M. Serra-Ricart, C. de la Fuente Marcos, et al., *A&A*, **694**, L5, 2025.
14. MPC, URL https://minorplanetcenter.net/db_search/show_object?utf8=%E2%9C%93&object_id=2024+PT5.
15. NASA, Planetary defense, URL <https://science.nasa.gov/blogs/planetary-defense/2025/06/05/nasas-webb-observations-update-asteroid-2024-yr4s-lunar-impact-odds/>.

16. NASA, Center for near earth object studies, URL <https://cneos.jpl.nasa.gov/sentry/details.html#des=2024%20YR4>.
17. P. Wiegert, P. Brown, J. Lopes, and M. Connors, *arXiv e-prints*, arXiv:2506.11217, 2025.
18. MPC, URL https://minorplanetcenter.net/db_search/show_object?utf8=%E2%9C%93&object_id=2024+YR4.
19. NASA, Small-body database lookup, URL https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=2024%20YR4.
20. L. J. Hutton, S. Fieber-Beyer, T. R. Linder, D. E. Reichart, J. B. Haislip, V. V. Kouprianov, and J. P. Moore, *Minor Planet Bulletin*, **52**, 148, 2025.
21. B. D. Warner, *Minor Planet Bulletin*, **45**, 138, 2018.
22. L. Franco, G. Scarfi, G. B. Casalnuovo, A. Marchini, et al., *Minor Planet Bulletin*, **52**, 146, 2025.
23. V. Godunova, V. Reshetnyk, B. Zhilyaev, and M. Andreev, in *European Planetary Science Congress*, **9**, EPSC2014-797 (2014).
24. NASA, Goldstone radar observations planning, URL https://echo.jpl.nasa.gov/asteroids/2006DP14/2006DP14_planning.html.
25. V. Benishek, *Minor Planet Bulletin*, **51**, 239, 2024.
26. L. Franco, A. Marchini, R. Papini, N. Ruocco, et al., *Minor Planet Bulletin*, **51**, 289, 2024.
27. P. Pravec, 2025, URL <https://www.asu.cas.cz/~ppravec/newres.txt>, last accessed 02.04.2025.

Потенциал крупноапертурного широкоугольного телескопа АЗТ-33ВМ в решении задачи обнаружения и мониторинга МНТ

Еселевич М.В., Коробцев И.В., Караваев Ю.С.

Институт солнечно-земной физики СО РАН, Иркутск, Россия

В статье рассматривается вопрос совершенствования фотоприемной части широкоугольного телескопа АЗТ-33ВМ для участия в задачах обнаружения и мониторинга малых небесных тел. Приводятся характеристики инструмента и астроклимата в месте его установки — Саянской солнечной обсерватории. Показаны результаты поисковых наблюдений астероидов на телескопе АЗТ-33ВМ в предыдущие годы. Разработаны предложения по составу фотоприемного оборудования, необходимого для более эффективного использования обзорных возможностей телескопа.

Поступила в редакцию 30.06.2025 г. Принята в печать 31.07.2025 г.

Ключевые слова: мониторинг, астероид, широкоугольный телескоп

Opportunities of the large-aperture wide-field telescope AZT-33VM for detection and monitoring of small celestial bodies

Eselevich M.V., Korobtsev I.V., Karavayev Yu.S.

Institute of solar-terrestrial physics SB RAS, Irkutsk, Russia

The issue of improving the photodetector of the wide-field telescope AZT-33VM for participation in the problem of detecting and monitoring of small celestial bodies is considered. The characteristics of the instrument and astroclimate in the its site are given. The results of survey observations of asteroids from past years are presented. A concept of a new photodetector camera is developed, which is necessary for more efficient use of the telescope's survey capabilities.

Received 30.06.2025. Accepted 31.07.2025.

Keywords: monitoring, asteroid, wide-field telescope

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.004

1. Введение

С каждым годом увеличивается количество обнаруженных околоземных астероидов, среди которых свыше 11200 объектов с размерами более 140 метров в диаметре [1], а общее число превысило 38000 (по состоянию на апрель 2025 г.). Объекты даже небольших и средних размеров (< 140 метров) могут нанести серьезный ущерб населению Земли. В качестве примера можно привести событие входа в атмосферу Земли небольшого астероида (около 20 метров в диаметре) 13 февраля 2013 года недалеко от г. Челябинск, которое привело к повреждениям более 1000 зданий [2]. Возможность принятия мер, направленных на минимизацию негативных последствий, связанных с астероидно-кометной опасностью, напрямую зависит от осведомленности о параметрах движения тел, представляющих потенциальную угрозу, и их физических характеристиках. В течение последнего десятилетия основной вклад в поиск и обнаружение малых небесных тел (МНТ) осуществляют широкоугольные светосильные астрономические системы в режиме обзоров неба с проникающей способностью до 21–22 звездной величины. Как правило, это телескопы умеренного диаметра (1.5–2 метра), установленные в обсерваториях с хорошим качеством астрономического изображения. Наиболее продуктивные из них: Catalina Sky Survey [3], Pan-STARRS [4], ATLAS [5]. В ближайшие годы будут запущены несколько обзорных проектов: Flyeye [6], LSST [7], WFST [8], которые позволят обеспечивать полные обзоры неба ежедневно. В России в работах по обнаружению и мониторингу МНТ может быть задействован широкоугольный телескоп АЗТ-33ВМ [9].

В разделе 2 приводятся характеристики телескопа АЗТ-33ВМ, в разделе 3 — особенности астроклимата Саянской солнечной обсерватории. Результаты обзорных наблюдений астероидов в предыдущие годы показаны в разделе 4. В разделе 5 обсуждается вопрос дооснащения телескопа широкоформатным фотоприемным устройством для использования полного поля зрения.

2. Обзорно-поисковый телескоп АЗТ-33ВМ

В 2016 г. в Саянской солнечной обсерватории Института солнечно-земной физики СО РАН (ИСЗФ СО РАН) был введен в эксплуатацию 1.6-метровый широкоугольный телескоп АЗТ-33ВМ, предназначенный для обзорно-поисковых наблюдений околоземного космического пространства с высокой проникающей способностью. Телескоп АЗТ-33ВМ (рис. 1, слева) построен по оптической системе «квази-Ричи-Кретьена» с предфокальным линзовым корректором поля, имеет диаметр главного зеркала 1.6 метра, фокусное расстояние

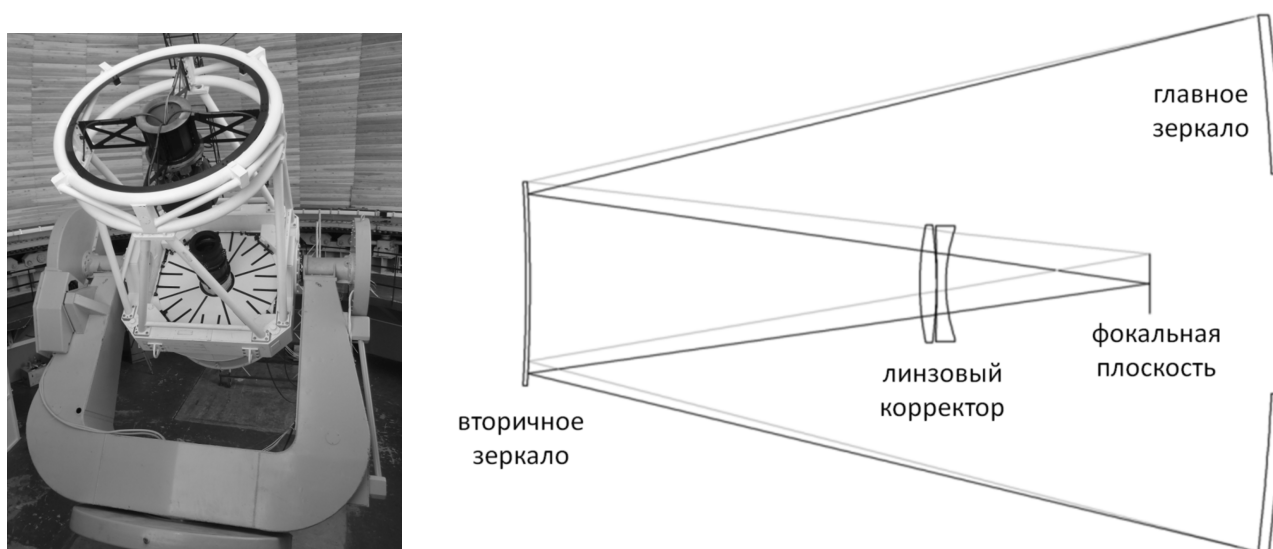


Рис. 1: Телескоп АЗТ-33ВМ внутри купола (слева); оптическая схема телескопа (справа).

5.6 метра, угловое поле зрения 2.8° . Системы типа Ричи-Кретьена, широко используемые в современной астрономии, обеспечивают высокое качество изображения, но в «классическом» виде не позволяют обеспечить требуемой величины поля зрения. Практически все крупные телескопы Ричи-Кретьена, построенные за последние 30 лет, имеют в своем составе предфокальные корректоры, устраняющие астигматизм и кривизну поля присущие этой оптической схеме. Технологический задел, достигнутый при изготовлении главного гиперболического зеркала диаметром 1.7 метра и относительным отверстием 1:2.3 телескопа АЗТ-33ИК [10], был успешно реализован при создании телескопа АЗТ-33ВМ.

Для уменьшения диаметра линз корректора в телескопе АЗТ-33ВМ применено внутреннее расположение фокуса, как показано на рис. 1, справа. Одновременно такое решение существенно снижает параметр центрального экранирования (0.4 по диаметру). Оптическая схема состоит из зеркальной части (каскагренновской двухзеркальной системы) и предфокального двухлинзового корректора.

Особенностью зеркальной части является малое увеличение на вторичном зеркале, что с учетом конического отсекаателя для поля зрения 2.8° приводит к экранированию 40% по диаметру и внутреннему расположению фокальной плоскости, на расстоянии около 560 мм впереди вершины главного зеркала. Световой диаметр вторичного зеркала составляет 630 мм. Световой диаметр двухлинзового компонента преломляющего корректора — 390 мм. За счет достаточно большой апертуры телескоп АЗТ-33ВМ позволяет проводить наблюдения слабых небесных тел и имеет предельную чувствительность на уровне 22 звездной величины.

Угловое поле зрения телескопа АЗТ-33ВМ в настоящее время ограничено размерами применяемого фотоприемника ($0.62^\circ \times 0.62^\circ$). Проектные параметры телескопа позволяют увеличивать линейные размеры фотоприемной поверхности до 195 мм по стороне. Разработка современного большеформатного фотоприемного устройства и оснащение им телескопа может увеличить обзорную способность почти в десять раз.

3. Особенности астроклимата в Саянской солнечной обсерватории

Саянская солнечная обсерватория ИСЗФ СО РАН расположена в горах Восточного Саяна на границе с Монголией. Высота обсерватории — 2000 м над уровнем моря. Особенности климата в обсерватории во многом определяются расположением в непосредственной близости большого водоема — озера Хубсугул (на территории Монголии).

Как видно на рис. 2, продолжительность ночных наблюдений в Саянской солнечной обсерватории сильно меняется. В целом количество ночей с наблюдениями в обсерватории достаточно велико: например, в 2024 г. наблюдения проводились в течение 271 ночи, т. е. в 74% ночей.

В тоже время продолжительность наблюдений в течение каждой ночи редко достигает продолжительности всего темного времени. Например, в 2024 г. наблюдения проводились в течение 1435 часов, при полной за год продолжительности темного времени (высота Солнца $< -12^\circ$) — 3245 часов. В среднем, в 2023–2025 гг. наблюдения проводились в течение 41% темного времени.

Условие астрономической ночи (высота Солнца $< -18^\circ$) на широте обсерватории выполняется не круглый год — с конца мая до середины июля наступают только астрономические сумерки (сплошная и пунктирная кривые на рис. 2). В среднем, в 2023–2025 гг. наблюдения проводились в течение 43% времени, соответствующего астрономической ночи.

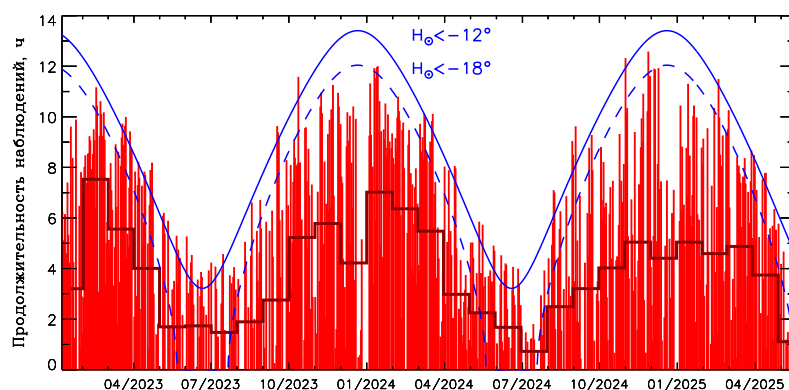


Рис. 2: Красные бары — продолжительность наблюдений в каждую ночь в Саянской солнечной обсерватории в 2023–2025 гг. Усредненная за месяц продолжительность наблюдений за одну ночь показана ломаной линией. Сплошная синяя линия — продолжительность темного времени для высоты Солнца $< -12^\circ$, пунктирная синяя линия — для высоты Солнца $< -18^\circ$.

Другим важным параметром, влияющим на эффективность проводимых в обсерватории наблюдений, является атмосферное качество изображений. Соответствующие исследования в Саянской солнечной обсерватории проводились неоднократно и последнее в 2013–2015 гг. с помощью прибора DIMM [11]. Распределение атмосферного качества изображения (*seeing*), измеренное с помощью прибора DIMM, представлено на рис. 3.

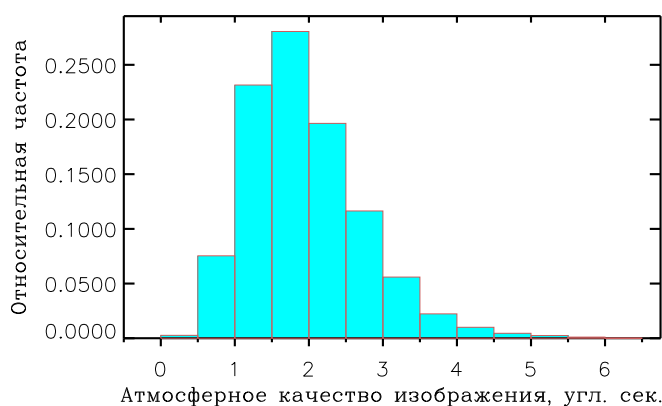


Рис. 3: Частотное распределение атмосферного качества изображения в Саянской солнечной обсерватории по измерениям на приборе DIMM в 2013–2015 гг.

За время измерений медианное значение *seeing* составило 1.8 угл. сек. В целом за время измерений *seeing* < 1 угл. сек. наблюдался в течение 8% времени, < 1.5 угл. сек. — в течение 31% и < 2 угл. сек. — в течение 59%.

4. Обзорные наблюдения астероидов на телескопе АЗТ-33ВМ

В 2016–2019 гг. на телескопе АЗТ-33ВМ проводились обзорные наблюдения астероидов. Наблюдения астероидов проводились не регулярно, первые измерения были получены 7 февраля 2016 г., последние — 22 сентября 2019 г. Всего наблюдения на этом интервале проводились в течение 47 ночей с общей продолжительностью 96 часов. Максимальное количество измерений было получено в первые три месяца 2018 г., с максимальным количеством > 2000 измерений/месяц.

Основная стратегия наблюдений астероидов заключалась в проведении обзоров неба с высоким прониканием в области эклиптики вблизи противосолнечной точки (рис. 4).

Обзор осуществлялся автоматически с помощью программного обеспечения, разработанного для поддержки обзорных наблюдений на телескопе АЗТ-33ВМ. Для обнаружения астероидов был выбран классический подход, используемый многими обзорными проектами, состоящий в получении 3–5 экспозиций одной и той же области неба на часовом ведении. Применяемый метод обнаружения основан на сопоставлении нескольких кадров одного и того же участка неба, полученных в разное время, на которых, в отличие

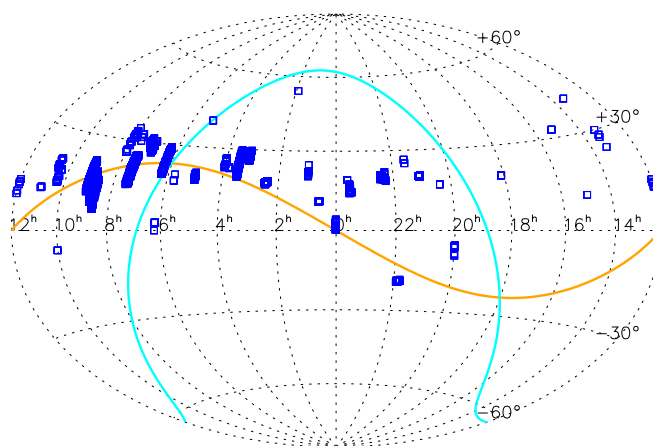


Рис. 4: Положение площадок наведений телескопа при измерениях астероидов на небе в координатах RA — DEC (синие квадратики). Оранжевая кривая — положение эклиптики, голубая кривая — положение галактической плоскости.

от неподвижных звезд, астероиды изменяют свое положение. Для обеспечения достаточного перемещения объектов поиска от одной экспозиции к другой, экспозиции следуют с промежутками в несколько минут.

В проводимых обзорах при 60-секундной экспозиции и 10-минутном интервале между наблюдениями одной и той же области регистрировалась полоса размером 0.5° по прямому восхождению и 4° (8 полей) по склонению. При 5-кратном проходе полное время наблюдения одной полосы составляло ~ 1 час (скорость обзора $2^\circ/\text{час}$). Для предположительно некаталогизированных астероидов проводились дополнительные наблюдения в ту же и последующие наблюдательные ночи для уточнения их орбит.

Для обработки наблюдательного материала, полученного при обзорах астероидов, использовалась программа для автоматизированного открытия астероидов и комет на серии ПЗС-кадров CoLiTec [12]. На рис. 5 показаны фрагменты двух кадров, полученные с интервалом 20 минут, с астероидом 2006 WO156, который имел блеск 20.9 зв. величины.

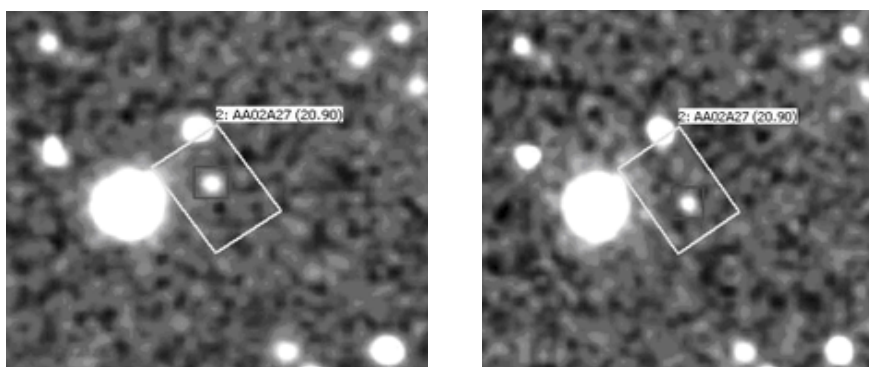


Рис. 5: Фрагменты двух кадров, полученных с интервалом 20 минут, с астероидом 2006 WO156 (блеск 20.9 зв. вел.).

Общее распределение полученных измерений астероидов по наблюдаемому блеску приведено на рис. 6. На рисунке видно, что максимальное количество измерений нумерованных астероидов приходится на 20–21 зв. величину. Количество измерений астероидов с временными обозначениями значительно меньше, и их максимальное количество имеет блеск на одну звездную величину слабее.

Всего за период 2016–2019 гг. были получены наблюдательные данные для 1059 астероидов, имеющих номер в каталоге Центра малых планет (ЦМП) [13], и для 85 астероидов, имеющих временные обозначения. С использованием данных из каталога ЦМП для этих астероидов на рис. 7, слева, приведено распределение по абсолютному блеску, а справа — распределение по диаметру. Оценка диаметра сделана в предположении альбедо равного 0.14 [1].

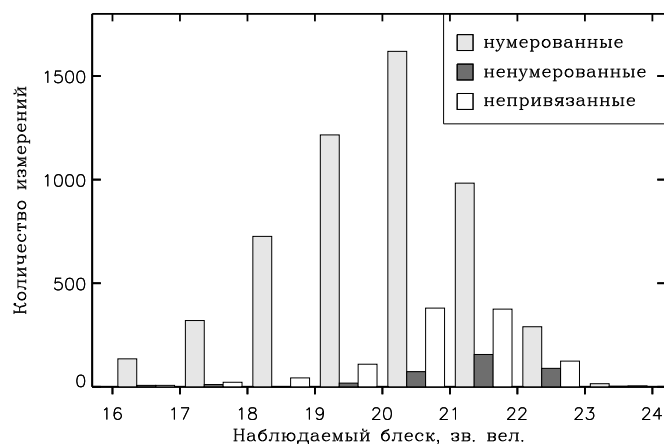


Рис. 6: Распределение измерений астероидов по наблюдаемому блеску. Отдельно приведены распределения для трех категорий измерений: нумерованных астероидов, нумерованных астероидов (имеющих временные обозначения) и непривязанных ни к одному из объектов.

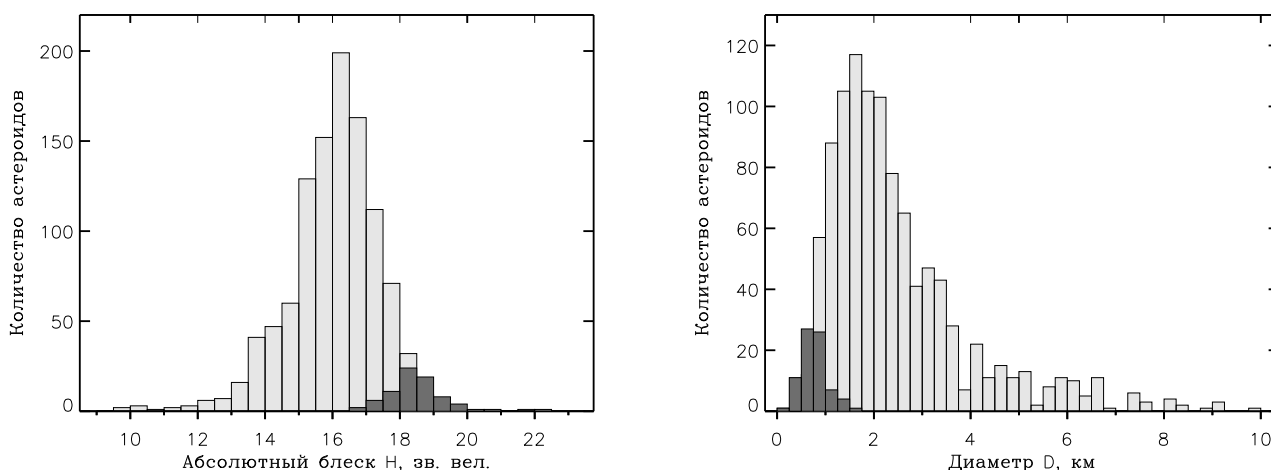


Рис. 7: Распределение наблюдавшихся нами астероидов по абсолютному блеску (слева) и по диаметру (справа). Светло-серым цветом показаны распределения для нумерованных астероидов, темно-серым — для астероидов, имеющих временные обозначения в каталоге Центра малых планет.

Очевидно из рис. 7, что наблюдавшиеся нами астероиды, имеющие временные обозначения, имеют в целом значительно более слабый абсолютный блеск с максимумом > 18 зв. величины, и, соответственно, меньшие размеры с максимумом в области < 1 км. Такие астероиды представляют наибольший интерес для обнаружения.

По данным каталога ЦМП основная масса наблюдавшихся астероидов относится к главному поясу, при этом максимум распределения приходится на $q \sim 2$ а. е., т. е. находится вблизи его внутренней границы. Семь астероидов относятся к астероидам, сближающимся с Землей ($q < 1.3$ а. е.), с абсолютным блеском в диапазоне $H = 21-25$ зв. величины.

5. Мозаичное фотоприемное устройство для широкоугольного телескопа АЗТ-33ВМ

Оптическая схема телескопа АЗТ-33ВМ позволяет использовать приемники изображения с линейными размерами до 195 мм (в случае квадратной формы приемника). Сейчас в наблюдениях используется камера с КМОП-фотоприемником размером 61×61 мм, что обеспечивает поле зрения 0.62×0.62 градуса. Это существенно снижает эффективность использования телескопа для проведения обзорно-поисковых наблюдений, поскольку площадь фотоприемника составляет только 0.38 кв. градуса, т. е. 6% от полной площади поля зрения телескопа, составляющей 6.2 кв. градуса. Поэтому разработка и создание фотоприемной камеры

Таблица 1: Технические характеристики КМОП-сенсора GSENSE1081BSI.

Наименование характеристики	Значение
Фоточувствительная область, мм	89.0×91.2
Формат, пикс.	8900×9120
Размер пикселей, мкм	10
Шум считывания (СКО), $\bar{e}$	5.45
Полная емкость ячейки, $\bar{e}$	90680
Разрядность встроенного АЦП, бит	16
Темновой ток при -70°C , $\bar{e}/\text{пикс.}/\text{сек}$	0.00373
Спектральный диапазон, мкм	0.4-0.75
Пиковый квантовый выход на 610 нм, %	97
Кадровая частота, кадров/с	0.34
Тип засветки	обратная (BSI, back-side illuminated)
Тип затвора	строковый (rolling)

для телескопа АЗТ-33ВМ на основе мозаики большеформатных матричных детекторов является первым важным шагом к увеличению обзорной способности.

В последние годы в производстве фотоприемных детекторов по технологии CMOS (КМОП — комплементарная структура металл-оксид-полупроводник) достигнуты большие успехи. Такие ключевые параметры современных КМОП-детекторов как: шум чтения, динамический диапазон и линейность сопоставимы или превосходят традиционные ПЗС-матрицы. Кроме того, применительно к задачам, связанным с измерениями космических объектов в околоземном космическом пространстве, КМОП-камеры имеют ряд преимуществ благодаря быстрому считыванию полного кадра, минимальной межкадровой задержке, высокому динамическому диапазону и электронному затвору. Электронный затвор позволяет избежать эффекта неравномерности экспозиции, связанной с инерционностью деталей большого механического затвора.

В качестве одного из вариантов для разработки проекта широкоформатной мозаичной камеры предлагается использовать сенсор GSENSE1081BSI фирмы GPiXEL. Новые КМОП-сенсоры формата 9K×9K, производимые китайской компанией GPiXEL, являются одними из самых больших коммерчески доступных научных КМОП-чипов размером 90 мм. Сенсор GSENSE1081BSI [14, 15] с разрешением 8900×9120 и размером пикселя 10 мкм обладает широким динамическим диапазоном (84.5 дБ) и низким уровнем шума считывания, не превышающим 5.45 $\bar{e}$. Сенсор поддерживает 16-битный АЦП с цифровым каналом LVDS, который работает на частоте 250 МГц. Особая конструкция корпуса из карбида кремния с одним гибким кабелем позволяет использовать GSENSE1081BSI в системах, требующих мозаики из нескольких сенсоров. Технология засветки через подложку (back-side illuminated) в комбинации с малощумящим усилителем делает этот сенсор весьма подходящим для задач поиска слабосветящихся космических объектов. Основные технические характеристики КМОП-сенсора GSENSE1081BSI приведены в табл. 1. На рис. 8 приведены габаритные характеристики (слева) и зависимость квантовой эффективности от длины волны (справа).

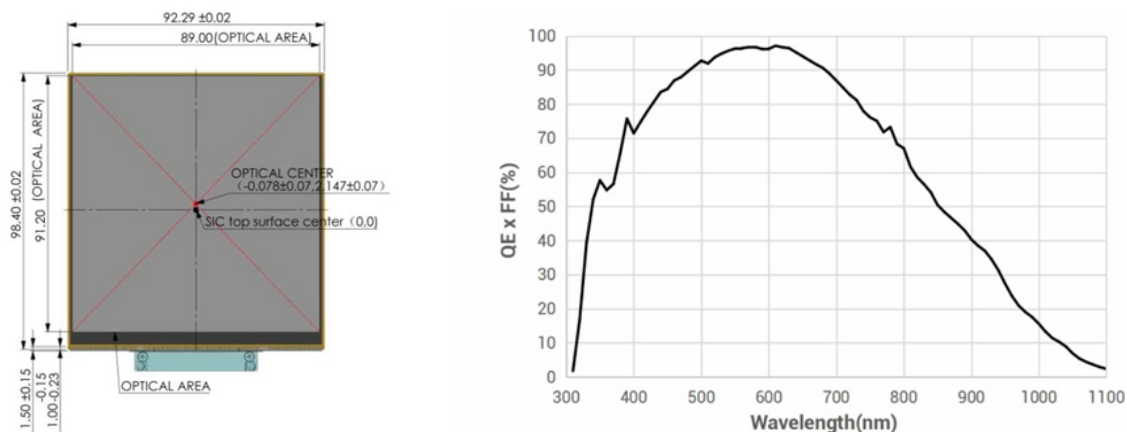


Рис. 8: Габаритные характеристики (слева) и квантовая эффективность в зависимости от длины волны (справа) для сенсора GSENSE1081BSI [15].

При разработке фотоприемной камеры для телескопа АЗТ-33ВМ на основе мозаики оптимальным вариантом будет размещение четырех КМОП-сенсоров GSENSE1081BSI, как показано на рис. 9. При такой компоновке сенсоров в мозаику размер фотоприемной области составит примерно 180×190 мм и будет покрывать более 50% площади поля зрения телескопа АЗТ-33ВМ с масштабом 0.37 угл. сек./пиксель.

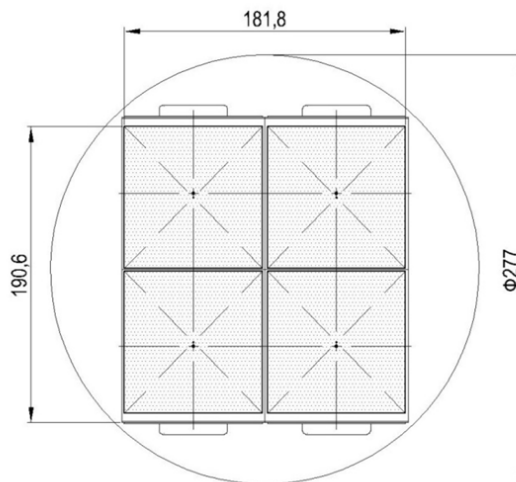


Рис. 9: Вариант размещения КМОП-сенсоров GSENSE1081BSI в мозаику.

В настоящее время камеры на основе сенсоров серии GSENSE производят фирмы в разных странах: FLI (США), QHY (Китай), PixelX (Китай), XIMEA GmbH (Германия), НПК «Фотоника» (РФ), САО РАН (РФ) [16]. Ввиду санкционных ограничений, сотрудничество по разработке и созданию широкоформатной камеры возможно только с отечественными и китайскими производителями.

6. Заключение

Широкоугольные астрономические телескопы с высокой проникающей способностью (до 21–22 звездной величины) в настоящее время вносят основной вклад в поиск и обнаружение МНТ. В статье приведены характеристики российского широкоугольного телескопа АЗТ-33ВМ и астроклиматические условия Саянской солнечной обсерватории. Сообщается о результатах обзорных наблюдений астероидов на телескопе в предыдущие годы. Исходя из анализа возможностей обнаружения и мониторинга МНТ телескопом АЗТ-33ВМ, можно сделать вывод о том, что увеличение площади фотоприемника существенно повысит эффективность его использования в обзорно-поисковом режиме. Обсуждается вариант оснащения телескопа современной широкоформатной мозаичной фотоприемной камерой на базе КМОП-сенсоров. Телескоп АЗТ-33ВМ, оснащенный современной широкоформатной мозаичной фотоприемной камерой, может быть использован в качестве базового элемента отечественной системы обнаружения и мониторинга МНТ.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России. Результаты получены с использованием оборудования Центра коллективного пользования «Ангара» <http://ckp-rf.ru/ckp/3056/>.

Список литературы

1. Center for Near-Earth Object Studies, 2025, URL <https://cneos.jpl.nasa.gov/stats/totals.html>, accessed: 2025-04-15.
2. O. P. Popova, P. Jenniskens, V. Emel'yanenko, A. Kartashova, et al., *Science*, **342**, 1069, 2013.
3. E. Christensen, B. Africano, G. Farneth, C. Fuls, et al., in *EPSC-DPS Joint Meeting 2019*, **2019**, EPSC-DPS2019-1912 (2019).
4. R. Wainscoat, K. Chambers, E. Lilly, R. Weryk, S. Chastel, L. Denneau, and M. Micheli, in S. R. Chesley, A. Morbidelli, R. Jedicke, and D. Farnocchia, eds., *Asteroids: New Observations, New Models*, **318**, 293 (2016).
5. A. N. Heinze, L. Denneau, J. L. Tonry, S. J. Smartt, et al., *The Planetary Science Journal*, **2**, 12, 2021.
6. O. Ramírez Torralba, R. Jehn, D. Koschny, M. Frühauf, L. S. Jehn, and A. Praus, in *1st NEO and Debris Detection Conference ESA2019*, 1 (2019).
7. R. L. Jones, M. Jurić, and Ž. Ivezić, in S. R. Chesley, A. Morbidelli, R. Jedicke, and D. Farnocchia, eds., *Asteroids: New Observations, New Models*, **318**, 282 (2016).
8. Y.-P. Chen, J.-A. Jiang, W.-T. Luo, X.-Z. Zheng, M. Fang, C. Yang, Y.-Y. Hong, and Z.-F. Lü, *Research in Astronomy and Astrophysics*, **24**, 015003, 2024.
9. S. A. Denisenko, S. F. Kamus, Y. D. Pimenov, V. I. Tergoev, and P. G. Papushev, *Opticheskij zhurnal*, **79**, 48, 2009.

10. S. F. Kamus, V. I. Tergoev, P. G. Papushev, S. A. Druzhinin, Y. S. Karavaev, Y. M. Palachev, S. A. Denisenko, and N. A. Lipin, *Opticheskij zhurnal*, **69**, 84, 2002.
11. A. Tokovinin, *PASP*, **114**, 1156, 2002.
12. CoLiTec – Collection Light Technology: Software for automated asteroids and comets discoveries, 2025, URL <http://neoastrosoft.com/>, accessed: 2025-06-18.
13. Minor Planet Center, 2025, URL <https://www.minorplanetcenter.net/iau/mpc.html>, accessed: 2025-06-18.
14. NPK «Fotonika», 2025, URL <https://npk-photonica.ru/product/23577/>, accessed: 2025-01-15.
15. Gpixel GSENSE1081BSI, 2025, URL https://www.gpixel.com/en/pro_details_11108.html, accessed: 2025-01-15.
16. V. V. Vlasyuk, I. V. Afanasieva, V. I. Ardilanov, V. A. Murzin, N. G. Ivaschenko, M. A. Pritychenko, and S. N. Dodonov, *Physics Uspekhi*, **67**, 405, 2024.

Оценка особенностей геометрии околоземных объектов сложной формы на основе дробного дифференцирования доплеровского сигнала

Захарченко В.Д., Коваленко И.Г., Бондарь Ю.А.

Волгоградский государственный университет, Волгоград, Россия

Повышение быстродействия алгоритма оценивания асимметрии спектра доплеровских частот при радиолокационном зондировании движущихся и вращающихся космических объектов (астероидов, ядер комет и объектов космического мусора) достигается путем использования дробного дифференцирования сигнала без спектральной обработки. Под сложной формой объектов понимается отличная от сферы форма, имеющая больше одного локального участка отражения. К таким объектам «неправильной» формы относятся, например, вытянутые объекты, объекты V-образной формы или объекты, образованные из слипшихся фрагментов (контактно-двойные астероиды). «Неправильность» формы объекта проявляется в асимметрии спектра радиосигнала, отраженного от поверхности объекта. Точная оценка коэффициента асимметрии спектра доплеровских сигналов может быть получена во временной области по мере поступления сигнала практически сразу после его прихода. Это реализуется путем вычисления производной порядка $3/2$ от сигнала. Рассмотрена реализация дробно-дифференцирующего фильтра порядка $3/2$ совокупностью астатических звеньев, что значительно упрощает его практическую реализацию. Использовано понятие предпроизводной порядка $3/2$, для которой построена структура соответствующего дробно-дифференцирующего фильтра.

Поступила в редакцию 30.06.2025 г. Принята в печать 31.07.2025 г.

Ключевые слова: околоземные объекты, асимметричные доплеровские спектры, измерения в реальном масштабе времени, дробная производная, дробно-дифференцирующий фильтр

Estimation of the geometric features of NEO's of complex shape based on fractional differentiation of the Doppler signal

Zakharchenko V.D., Kovalenko I.G., Bondar Yu.A.

Volgograd State University, Volgograd, Russia

An increase in the performance of the algorithm for estimating the asymmetry of the Doppler frequency spectrum during radar sounding of moving and rotating space objects (asteroids, comet nuclei and space debris) is achieved by using fractional signal differentiation without spectral processing. By complex shape of objects we mean a shape different from a sphere, having more than one local reflection area. Such objects of “irregular” shape include, for example, elongated objects, V-shaped objects or objects formed from stuck together fragments (contact-binary asteroids). The “irregularity” of the object’s shape manifests itself in the asymmetry of the spectrum of the radio signal reflected from the surface of the object. An accurate estimate of the asymmetry coefficient of the spectrum of Doppler signals can be obtained in the time domain as the signal arrives almost immediately after its arrival. This is implemented by calculating the derivative of order $3/2$ from the signal. The implementation of a fractional-differentiating filter of order $3/2$ by a set of astatic links is considered, which significantly simplifies its practical implementation. The concept of a pre-derivative of order $3/2$ is used, for which the structure of the corresponding fractional-differentiating filter is constructed.

Received 30.06.2025. Accepted 31.07.2025.

Keywords: near-Earth objects, asymmetric Doppler spectra, real-time measurements, fractional derivative, fractional differentiating filter

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.005

1. Введение

Развитие мониторинга околоземного пространства привело к осознанию и формулировке астероидно-кометной опасности, связанной с угрозой столкновения Земли с космическими телами, способными нанести существенный ущерб человеческой цивилизации [1]. Существование такой угрозы требует совершенствования методов и средств обнаружения и изучения малых небесных тел в Солнечной системе. Речь идет о космических телах, которые достаточно велики в размерах, чтобы не сгореть в верхних слоях атмосферы, и при этом представляют потенциальную опасность столкновения с планетой. Вследствие существования реальных космических угроз возникла необходимость совершенствования методов и средств обнаружения и изучения небольших небесных тел в Солнечной системе.

Оптические средства астрономических наблюдений малых небесных тел с угловыми размерами на пределе разрешающей способности традиционно включают в себя возможности получения информации о позиционировании, характеристиках движения и, косвенно, о размерах исследуемых тел путем определения их фотометрических характеристик. Развивается отдельное направление — оценивание форм космических объектов по их оптическим характеристикам. Возможности активной радиолокации (радиолокационная астрономия) могут значительно расширить арсенал методов и средств распознавания малых небесных тел. Так,

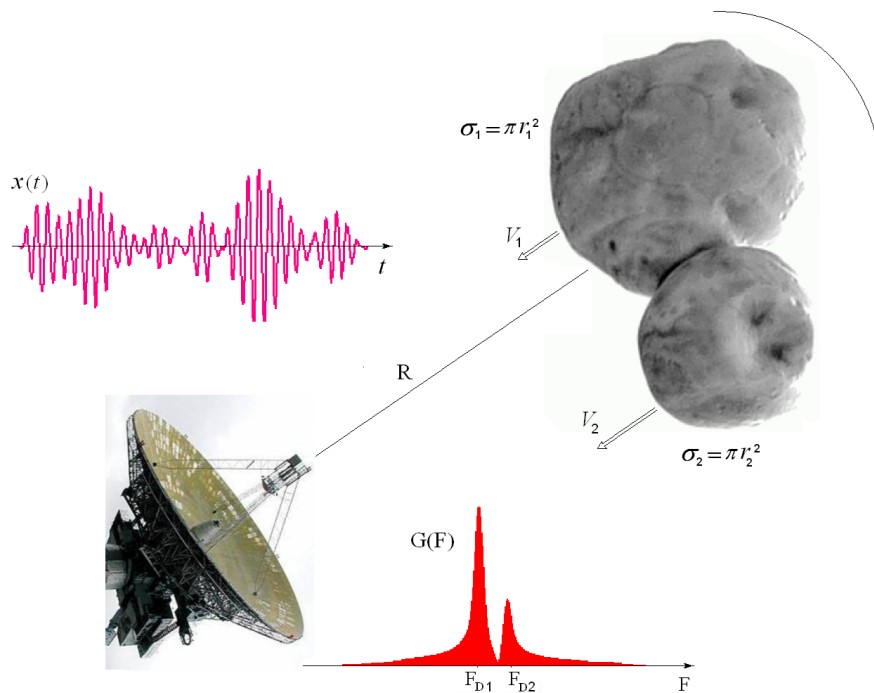


Рис. 1: Спектр мощности $G(F)$ отраженного сигнала $x(t)$. Здесь V_1, V_2 — скорости точек поверхности объекта в проекции на линию визирования R ; σ_1, σ_2 — эффективные площади рассеяния (ЭПР) — радиолокационное поперечное сечение (Radar cross-section). Для сферического объекта (при $r \gg \lambda$ и без учета радиолокационного альбедо) $\sigma = \pi r^2$, где r — радиус кривизны отражающей поверхности, λ — длина волны излучения [2].

например, анализ спектра мощности (квадрат модуля спектральной плотности) доплеровского сигнала, отраженного космическим объектом, позволяет оценить характеристики движения объекта по спектру скоростей точек на его поверхности. При радиолокационном зондировании спектр скоростей будет адекватен спектру доплеровского сигнала. При этом использование высокоразрешающих сигналов дает возможность получения радиолокационного портрета объекта (отклик на сверхкороткий радиоимпульс). По радиолокационному портрету можно судить о распределении отражающих элементов (блестящих точек) на поверхности объекта. Как правило, такими элементами являются участки поверхности двойной кривизны. Например, при вращении астероида, имеющего форму «груши» или «снеговика», характеризующуюся двумя участками локального отражения (блестящими точками), аналогичную показанной на рис. 1, из-за различного расстояния от блестящих точек до центра вращения (центра масс объекта) проекции линейных скоростей на линию визирования R будут различны. Это приведет к расщеплению доплеровского спектра $G(F)$, который будет концентрироваться в окрестности частот F_{D1} и F_{D2} (см. рис. 1). Распределение и интенсивность блестящих точек для каждого объекта уникальны и могут быть использованы при решении задачи распознавания.

2. Дробное дифференцирование сигнала в режиме реального времени как алгоритм определения центра тяжести и асимметрии доплеровского спектра

Ключевым требованием для кинетического воздействия на астероид является попадание импактора в центр масс астероида. В радиолокации принято считать, что центр тяжести спектра отраженного доплеровского сигнала соответствует центру масс объекта [3]. В работах [4–6] вводится понятие дробной производной и рассматривается альтернативная спектральному преобразованию методика определения положения центра тяжести спектра с использованием половинной производной сигнала. В теории сигналов оценка частотных параметров спектра основывается на применении метода моментов [7]. Так, например, средняя частота спектра сигнала на положительной полуоси частот ω_0 определяется как центр тяжести его энергетического спектра $E(\omega)$:

$$\omega_0 = \frac{\int_0^\infty \omega E(\omega) d\omega}{\int_0^\infty E(\omega) d\omega} \equiv \frac{1}{E_0} \int_0^\infty \omega E(\omega) d\omega. \quad (1)$$

Для оценки параметров спектра отраженного сигнала при традиционном подходе необходимо применение спектрального анализа, что не всегда отвечает требованию оперативности, поскольку получение спектра и его характеристик с использованием вычислительных устройств необходимо вести не в режиме реального

времени, а после получения сигнала за пределами интервала наблюдения $[0; T]$ [4–6]. В работах [4, 8] показано, что альтернативно положение центра тяжести энергетического спектра доплеровского сигнала ω_0 можно вычислить, интегрируя квадрат модуля половинной производной сигнала:

$$\omega_0 = \frac{1}{E_0} \int_0^\infty \omega E(\omega) d\omega = \frac{\int_0^\infty |D^{1/2}x(t)|^2 dt}{\int_0^T |x(t)|^2 dt}, \quad (2)$$

здесь $E(\omega) = |x(\omega)|^2$ — энергетический спектр доплеровского сигнала, а оператор $D^{1/2}x(t)$ называется дробной производной Лиувилля порядка $1/2$ и имеет вид [9]:

$$D^{1/2}x(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^t \frac{x(t')}{(t-t')^{1/2}} dt', \quad (3)$$

также предполагается, что $x(t) \neq 0$ при $t \in [0; T]$, а при $t < 0$ и $t > T$ сигнал отсутствует.

Процедура вычисления дробной производной порядка $1/2$ представляет собой интегральное преобразование сигнала. Любую линейную операцию, выполняемую над функцией, можно представить как интегральное преобразование через интеграл Дюамеля, которое применимо и к дробной производной

$$D^{1/2}x(t) = \int_{-\infty}^t h^{(1/2)}(t-t')x(t')dt' \quad (4)$$

с импульсной характеристикой вида [4]

$$h^{(1/2)}(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\delta(t-t')}{\sqrt{\varepsilon}} - \frac{\sigma(t-t')}{2(t-t'+\varepsilon)^{3/2}} \right), \quad (5)$$

где $\delta(t)$, $\sigma(t)$ — дельта-функция и функция Хевисайда, соответственно.

Здесь следует заметить, что импульсная характеристика оператора дробной производной принципиально отличается от импульсной характеристики оператора целочисленной производной: последняя имеет локальный характер, так как она задается в виде конечного набора дельта-функций, расположенных в бесконечно малой окрестности друг друга. В свою очередь, импульсная характеристика оператора дробной производной нелокальна, поскольку она отлична от нуля на полубесконечном интервале, который является областью определения сигнала. Таким образом, производная целого порядка — это локальная процедура, результат выполнения которой зависит от поведения функции в окрестности точки, в то время как дробная производная определяется поведением функции во всей ее области определения.

Процедуру дробного дифференцирования в режиме реального времени на борту космического аппарата может выполнять специальное устройство — цифровой (ЦДДФ) [10, 11] или аналоговый дробно-дифференцирующий фильтр (АДДФ) [12, 13].

При проведении численных расчетов, в отличие от строгого определения (4), приходится ограничиваться выражениями, близкими к предельным. В работе [13] вводится понятие *предпроизводной*:

$$D_\varepsilon^{1/2}x(t) = \int_{-\infty}^t h_\varepsilon^{(1/2)}(t-t')x(t')dt' = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^t \left(\frac{\delta(t-t')}{\sqrt{\varepsilon}} - \frac{\sigma(t-t')}{2(t-t'+\varepsilon)^{3/2}} \right). \quad (6)$$

Дискретизация ядра оператора предпроизводной приводит к искомой процедуре построения ЦДДФ [10]. С другой стороны, аппроксимация ядра набором затухающих экспонент позволяет построить АДДФ, построенный на основе астатических звеньев первого порядка [12, 13].

В качестве единицы временного масштаба ε естественно считать время задержки сигнала в фильтре, которое обычно имеет порядок ~ 1 мкс.

Первая часть подынтегрального выражения (5) является локальной, она задействует при подсчете только текущий отсчет, а вторая — нелокальной частью, которая учитывает память о сигнале. Можно сказать, что дробная производная Лиувилля имеет физический смысл скорости стирания памяти о сигнале.

3. Малые небесные тела асферической формы

Популяция известных астероидов и ядер комет, существенно выросшая за последние годы, вызывает необходимость систематизации их описания и каталогизации объектов по геометрическим характеристикам. Значительную ценность представляет определение принадлежности космических объектов к некоторым уже сложившимся классам. Для решения задач космогонии Солнечной системы важно селективировать объекты на имеющие простую, близкую к сферической, форму и объекты сложной формы. Под сложной формой объектов понимается отличная от сферы форма, имеющая больше одного локального участка отражения.

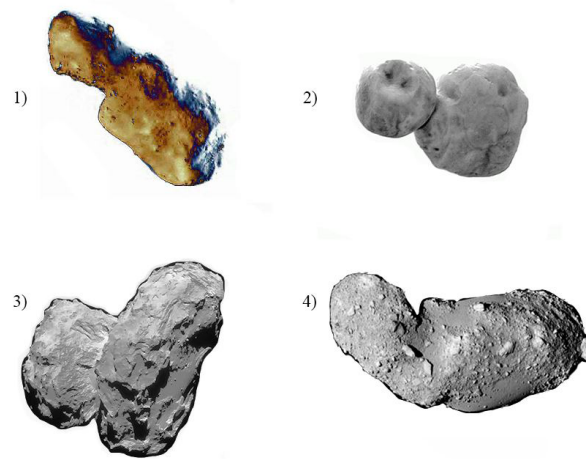


Рис. 2: Небесные тела с формой, далекой от сферической: 1) астероид Таутатис; 2) контактно-двойной астероид 2014MU; 3) ядро кометы Чурюмова-Герасименко; 4) астероид Итокава.

К таким объектам «неправильной» формы относятся, например, вытянутые космические объекты, объекты V-образной формы или объекты, образованные из слившихся фрагментов (контактно-двойные астероиды), представленные на рис. 2. «Неправильность» формы объекта проявляется в асимметрии спектра радиосигнала, отраженного от поверхности объекта.

Если зондировать такой вращающийся асимметричный астероид, то спектр будет также асимметричным. Асимметрия доплеровского спектра свидетельствует либо о несферической форме астероида, либо (или одновременно с этим) о смещении его центра тяжести. Последнее, в частности, предполагает, что форма может быть и в точности сферической, но из-за неравномерно распределенной массы внутри объекта центр тяжести объекта не совпадает с его геометрическим центром.

4. Метод моментов, расчет дробной производной порядка $3/2$ и структура дробно-дифференцирующего фильтра

Для задач распознавания в радиолокации широко используются в качестве признаков сигналов функционалы от их спектральной плотности мощности — спектральные моменты [14]. Так, например, первый начальный момент M_1 распределения определяет среднюю скорость движения центра масс астероида и может служить для прогноза его траектории.

В работах [6, 13] было показано, что для быстрой оценки момента M_1 спектра

$$M_1 = \langle \omega \rangle = \omega_0 = \frac{1}{E_0} \int_0^\infty \omega E(\omega) d\omega = \frac{1}{E_0} \int_0^\infty |\sqrt{i\omega} S(\omega)|^2 d\omega = \frac{\|D^{1/2}x\|^2}{\|x\|^2} \quad (7)$$

следует использовать дробную производную Лиувилля порядка $1/2$ доплеровского сигнала. Преимущество метода дробного дифференцирования состоит в том, что сигнал подвергается обработке непосредственно в ходе приема, а не после получения всего сигнала, как в стандартном методе преобразования Фурье; это потенциально дает возможность ускорить процесс обработки на несколько порядков [4–6].

Моменты четного порядка, такие как

$$M_2 = \langle \omega^2 \rangle = \frac{1}{E_0} \int_0^\infty \omega^2 E(\omega) d\omega = \frac{1}{E_0} \int_0^\infty |i\omega S(\omega)|^2 d\omega = \frac{\|D^1x\|^2}{\|x\|^2}, \quad (8)$$

вычисляются с помощью производных целого порядка; их расчет аппаратными средствами сложности не представляет.

Третий центральный момент

$$M_3 = \langle \omega^3 \rangle = \frac{1}{E_0} \int_0^\infty \omega^3 E(\omega) d\omega = \frac{1}{E_0} \int_0^\infty |(i\omega)^{3/2} S(\omega)|^2 d\omega = \frac{\|D^{3/2}x\|^2}{\|x\|^2} \quad (9)$$

определяется асимметрией распределения скоростей точек поверхности при вращении и может служить показателем смещения центра масс астероида или степени отличия формы астероида от сферической. Во всех формулах i — мнимая единица, $S(\omega)$ — спектральная плотность амплитуды сигнала.

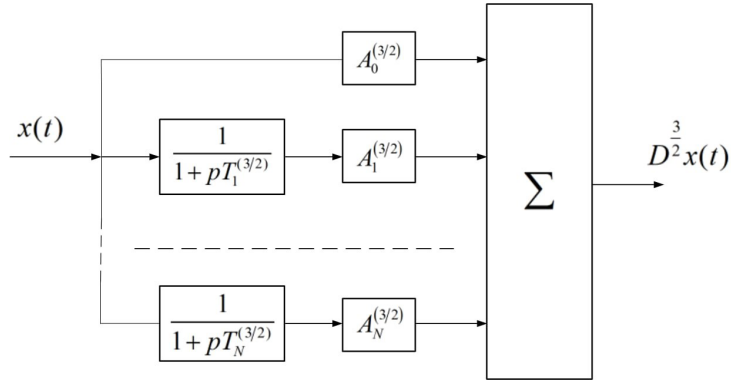


Рис. 3: Структура аналогового дробно-дифференцирующего фильтра для вычисления дробной производной порядка $3/2$.

Аналогично дробной производной порядка $1/2$ в численных расчетах приходится ограничиваться выражениями, близкими к предельным, но не предельной точности, поэтому также вводится предпроизводная вида

$$D_\varepsilon^{3/2}x(t) = \int_{-\infty}^t h_\varepsilon^{(3/2)}(t-t')x(t')dt' = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^t \left(-\frac{2}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{d\delta(t-t')}{d(t-t')} + \frac{\delta(t-t')}{\varepsilon^{3/2}} - \frac{3\sigma(t-t')}{2(t-t'+\varepsilon)^{5/2}} \right) x(t')dt'. \quad (10)$$

На рис. 3 представлена схема структуры АДДФ для вычисления дробной производной порядка $3/2$. Данная схема подобная схеме, которая была приведена в работах [11, 13] для вычисления дробной производной порядка $1/2$. Для сокращения аппаратных затрат можно было бы предложить объединенную структуру, которая позволит в два раза сократить число астатических звеньев по сравнению с независимым вычислением производных порядка $1/2$ и $3/2$.

5. Пример: расчет дробной производной порядка $3/2$ модельного сигнала

Рассмотрим вычисление дробной производной порядка $3/2$ на примере модельного сигнала.

Наложим на модельный сигнал следующие ограничения:

- (1) сигнал должен быть задан в аналитическом виде и иметь аналитическое выражение для дробной производной;
 - (2) сигнал имеет конечную длительность, т. е. отличен от нуля на интервале $[0; T]$, $T = 2\pi$; вне этого интервала сигнал тождественно равен нулю;
 - (3) сигнал обращается в ноль вместе со своей первой производной на концах интервала $[0; T]$;
 - (4) сигнал осциллирует, т. е. график сигнала хотя бы один раз пересекает ось абсцисс на интервале $[0; T]$.
- Сигналы, удовлетворяющие трем последним требованиям, наиболее характерны для радиолокационных задач. Первое требование принято из соображений удобства проведения расчетов.

Требованию (1) можно удовлетворить, если использовать комбинацию из тригонометрической функции и степенной функции. Требования (3) и (4) удовлетворяются, если в качестве степенной функции используется функция с порядком степени не ниже трех, например, кубическая. Граничные условия из требования (3) обеспечивают гладкую сшивку со значением $x(t) = 0$ вне интервала $[0; T]$, тем самым приближают модельный сигнал к реализуемому и автоматически обеспечивают выполнение требования (2).

В качестве сигнала нами была выбрана нечетная функция вида

$$\begin{aligned} x(t) &= (1 - \cos t)t(t - \pi)(t - 2\pi), & t \in [0; 2\pi], \\ &= 0, & t \notin [0; 2\pi]. \end{aligned} \quad (11)$$

График функции (11) представлен на рис. 4 синей штриховой линией.

Производная порядка $3/2$ от функции (11) выражается через интегралы Френеля $C(t)$ и $S(t)$. Внутри интервала $[0; T]$ производная выглядит следующим образом:

$$D^{3/2}x(t) = -\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \left[C\left(\sqrt{\frac{2t}{\pi}}\right) g_{12} + S\left(\sqrt{\frac{2t}{\pi}}\right) g_{11} + g_{10} \right], \quad t \in [0; 2\pi], \quad (12)$$

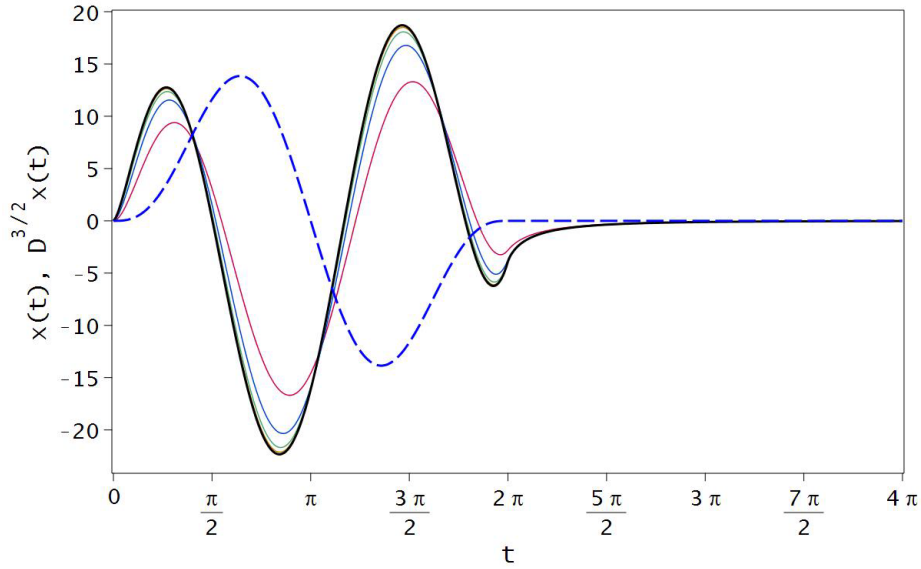


Рис. 4: Профиль сигнала $x(t)$ (синяя штриховая линия), профиль дробной производной сигнала $D^{3/2}x(t)$ (точное аналитическое решение, толстая сплошная черная линия), а также графики предпроизводных $D_\epsilon^{3/2}x(t)$ (тонкие сплошные линии): $\epsilon = 10^{-1}$ — фиолетовая кривая, $\epsilon = 10^{-2}$ — сине-зеленая кривая. $\epsilon = 10^{-3}$ — бледно-зеленая кривая, $\epsilon = 10^{-4}$ — оранжевая кривая. Оранжевая кривая практически сливается со сплошной черной кривой.

$$\begin{aligned}
 g_{10} &= 9\pi t^{1/2} - 8t^{3/2}, \\
 g_{11} &= 4\sqrt{2\pi} \left((\pi - t) \left(\frac{1}{2}t^2 - \pi t - \frac{9}{8} \right) \cos t - \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2}t^2 - 3\pi t + \pi^2 + \frac{1}{8} \right) \sin t \right), \\
 g_{12} &= 4\sqrt{2\pi} \left((\pi - t) \left(\frac{1}{2}t^2 - \pi t - \frac{9}{8} \right) \sin t + \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2}t^2 - 3\pi t + \pi^2 + \frac{1}{8} \right) \cos t \right).
 \end{aligned} \tag{13}$$

Вне интервала производная имеет вид

$$\begin{aligned}
 D^{3/2}x(t) &= 0, \quad t < 0, \\
 D^{3/2}x(t) &= -\frac{1}{\sqrt{\pi t(t-2\pi)}} \left[C \left(\sqrt{\frac{2t}{\pi}} \right) g_{24} + S \left(\sqrt{\frac{2t}{\pi}} \right) g_{23} \right] - \\
 &\quad - \frac{1}{\sqrt{\pi t(t-2\pi)}} \left[C \left(\sqrt{\frac{2(t-2\pi)}{\pi}} \right) g_{22} + S \left(\sqrt{\frac{2(t-2\pi)}{\pi}} \right) g_{21} + g_{20} \right], \quad t > 2\pi,
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 g_{20} &= \frac{1}{2}\sqrt{t}(8t-7\pi)(t-2\pi), \\
 g_{21} &= 2\sqrt{2\pi t(t-2\pi)} \left((t-\pi) \left(\frac{1}{2}t^2 - \pi t - \frac{9}{8} \right) \sin t - \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2}t^2 - 3\pi t + \pi^2 + \frac{1}{8} \right) \cos t \right), \\
 g_{22} &= 2\sqrt{2\pi t(t-2\pi)} \left((t-\pi) \left(\frac{1}{2}t^2 - \pi t - \frac{9}{8} \right) \cos t + \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2}t^2 - 3\pi t + \pi^2 + \frac{1}{8} \right) \sin t \right), \\
 g_{23} &= -g_{21}, \\
 g_{24} &= -g_{22}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

График производной на рис. 4 представлен толстой сплошной черной линией.

Особенностью дробных производных является наличие эффекта памяти. На рис. 4 эффект памяти проявляется отрицательным всплеском на графике дробной производной, продолжающимся за пределами интервала (назовем этот участок производной *поствестником*¹ сигнала). Этот эффект не вынуждает принимать сигнал за пределами интервала $[0; T]$, однако вклад поствестника необходимо учитывать при расчете момента (вклад составляет порядка нескольких процентов).

¹В англоязычной литературе общепринят соответствующий термин postcursor.

Таблица 1: Нормализованные абсолютная Δ_ε и среднеквадратическая r_ε погрешности аппроксимации функции $D^{3/2}x(t)$ (см. формулы (12)–(15)) на интервале $0 \leq t \leq T$, $T = 2\pi$. Под ε понимается параметр, определяющий степень близости предпроизводной (10) к точному значению производной. Числовые значения округлены до трех значащих цифр.

	ε				
	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}
Δ_ε	0.324	0.120	0.0400	0.0129	0.00408
r_ε	0.349	0.131	0.0438	0.0141	0.00449

Предпроизводные с разными значениями параметра ε рассчитывались численным интегрированием согласно формуле (10). Рис. 4 демонстрирует быструю монотонную сходимость предпроизводной к точному значению производной. Табл. 1 количественно подтверждает сходимость.

Под нормализованными абсолютной и среднеквадратической погрешностями в табл. 1 понимаются следующие величины

$$\Delta_\varepsilon = \frac{\sup_{0 \leq t \leq T} |y_\varepsilon(t) - y(t)|}{\sup_{0 \leq t \leq T} |y(t)|}, \quad r_\varepsilon = \left[\frac{\int_0^T (y_\varepsilon(t) - y(t))^2 dt}{\int_0^T y^2(t) dt} \right]^{1/2}, \quad (16)$$

где

$$y_\varepsilon(t) = D_\varepsilon^{3/2}x(t), \quad y(t) = D^{3/2}x(t). \quad (17)$$

6. Заключение

В работе предложен алгоритм определения асимметрии доплеровского спектра. Алгоритм реализован на основе дробного дифференцирования сигнала, которое предложено осуществлять с помощью аналогового и цифрового фильтров. Рассмотрена схема аналогового дробно-дифференцирующего фильтра порядка $3/2$, с помощью которого вычисляются моменты доплеровского спектра третьего порядка. Моменты позволяют определить асимметрию распределения скоростей точек поверхности при вращении, что может служить показателем смещения центра масс астероида или степени отличия его формы от сферической. Предложена структура аналогового дробно-дифференцирующего фильтра, позволяющего одновременно вычислять производные порядка $1/2$ и $3/2$ сигнала с высокой скоростью по сравнению со стандартной процедурой спектральной обработки.

Исследования выполнены за счет средств РНФ совместно с грантом Администрации Волгоградской области, номер проекта 25-22-20082.

Список литературы

1. B. M. Shustov and M. E. Prokhorov, *Opasnosti i ugrozy iz kosmosa* (2024).
2. M. I. Skolnik, *Radar Handbook* (2008).
3. L. E. Franks, *Signal Theory* (1969).
4. V. D. Zakharchenko, *Fizika volnovykh protsessov i radiotekhnicheskiye sistemy*, **2**, 39, 1999.
5. V. D. Zakharchenko and I. G. Kovalenko, in *23rd Int. Crimean Conference "Microwave & Telecommunication Technology" (CriMiCo'2013). 8-14 September, 2013* (2013).
6. V. D. Zakharchenko and I. G. Kovalenko, *Acta Astronautica*, **98**, 158, 2014.
7. L. Rabiner and B. Gould, *Teoriya i primeneniye tsifrovoy obrabotki signalov* (1978).
8. V. D. Zakharchenko, Sposob otsenki sredney chastoty shirokopolosnykh doplerovskikh signalov, Patent na izobreteniya (RF) №2114440. Opubl. 27.06.1998. Izobreteniya. Zayavki i patenty, 1998.
9. S. G. Samko, A. A. Kilbas, and O. I. Marichev, *Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications* (1993).
10. Y. A. Levchuk (Bondar'), I. G. Kovalenko, and V. D. Zakharchenko, *Izvestiya Glavnoy astronomicheskoy observatorii v Pulkove*, 32–34, 2018.
11. Y. A. Bondar, V. D. Zakharchenko, I. A. Karlikova, P. I. Kivokurtseva, and I. G. Kovalenko, *INASAN Science Reports*, **5**, 153, 2020.
12. V. D. Zakharchenko, E. V. Verstakov, and I. G. Kovalenko, Drobno-differentsiruyushchiy elektricheskiy fil'tr poryadka $1/2$ po metodu Proni, Patent na izobreteniya (RF) №2645445 ot 26.02.2015. Byull. №6, 2018.
13. V. D. Zakharchenko and I. G. Kovalenko, *Mathematics*, **6**, 1, 2018.
14. G. J. Hahn and S. S. Shapiro, *Statistical Models in Engineering* (1994).

Поляриметрия — эффективный метод дистанционного зондирования безатмосферных тел Солнечной системы и комет

Киселев Н.Н.^{1,2}

¹Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Научный, Крым, Россия

²Институт астрономии РАН, Москва, Россия

Рассеянное излучение, возникающее при взаимодействии неполяризованного излучения с различными частицами и средами, обладает рядом свойств. Одним из важных свойств является линейная поляризация, характеристики которой — степень P и положение плоскости поляризации θ — зависят от физических свойств рассеивающей среды. На примерах рассеяния света на простейшем осцилляторе, на отдельных больших частицах и в средах, состоящих из дискретных случайных частиц, продемонстрировано возникновение поляризованного излучения и ее различные формы зависимости от фазового угла. Вследствие этого поляриметрические наблюдения могут предоставить ценную информацию о природе рассеивающих частиц и физических процессах, которую невозможно получить из других видов наблюдений. Приведены примеры результатов поляриметрических исследований астероидов, спутников больших планет и комет, выполненных в Крымской астрофизической обсерватории и в обсерватории Пик Терскол.

Поступила в редакцию 30.06.2025 г. Принята в печать 31.07.2025 г.

Ключевые слова: поляриметрия, астероиды, спутники планет, кометы

Polarimetry — an effective method of remote sensing of atmosphereless bodies of the Solar System and comets

Kiselev N.N.^{1,2}

¹Crimean Astrophysical Observatory, Nauchny, Crimea, Russia

²Institute of Astronomy of the RAS, Moscow, Russia

Scattered radiation, arising from the interaction of unpolarized radiation with various particles and media, has a number of properties. One of the important properties is linear polarization, the characteristics of which — the degree P and the position of the plane of polarization θ depend on the physical properties of the scattering medium. The occurrence of polarized radiation and its various forms of dependence on the phase angle are demonstrated using examples of light scattering on a simple oscillator, on individual large particles and in media consisting of discrete random particles. As a result, polarimetric observations can provide valuable information about the nature of scattering particles and physical processes that cannot be obtained from other types of observations. Examples of the results of polarimetric studies of asteroids, satellites of major planets and comets, carried out at the Crimean Astrophysical Observatory and the Peak Terskol Observatory, are given.

Received 30.06.2025. Accepted 31.07.2025.

Keywords: polarimetry, asteroids, planetary satellites, comets

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.006

1. Введение

Основные физические механизмы возникновения рассеянного поляризованного излучения хорошо известны. Поляризация возникает при взаимодействии *поперечных* электромагнитных волн с рассеивающей средой. В настоящее время хорошо известны морфологические формы фазовых кривых поляризации основных таксономических классов астероидов Главного пояса и их связь с альбедо [1, 2]. Точные формы фазовых кривых поляризации и их параметры получены для некоторых спутников больших планет [3, 4]. Различие физических свойств реголитовых поверхностей (размеры и форма частиц, химический состав, геометрическое альбедо, плотность упаковки и другое) влияют на наблюдаемые формы кривых поляризации. Относительный вклад разных механизмов в формирование наблюдаемых фазовых кривых поляризации также не до конца изучен. Поэтому одной из задач поляриметрического метода исследований является определение точных характеристик фазовых зависимостей поляризации излучения безатмосферных тел и комет и их моделирование.

2. Механизмы образования поляризации рассеянного излучения

Электромагнитное излучение (свет) описывается определенным пространственным распределением векторов напряженности электрического $\mathbf{E}$ и магнитного $\mathbf{H}$ полей. Они взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости распространения волны. Для простоты будем рассматривать поведение вектора напряженности электрического поля $\mathbf{E}$. В этом обзоре не рассматривается вращение вектора напряженности электрического $\mathbf{E}$ в картинной плоскости относительно направления движения ЭМ волны.

В единичном акте излучения атома колебания ЭМ происходят в каком-то одном направлении в картинной плоскости. Для разных атомов эти направления колебаний не совпадают. Обычно тепловые источники света обладают одинаковым количеством колебаний во всех направлениях, как это показано на рис. 1 (левая панель). Для анализа свойств света достаточно рассмотреть амплитуды колебаний электрических векторов в двух взаимно перпендикулярных направлениях в картинной плоскости (рис. 1, центральная и правая панели).

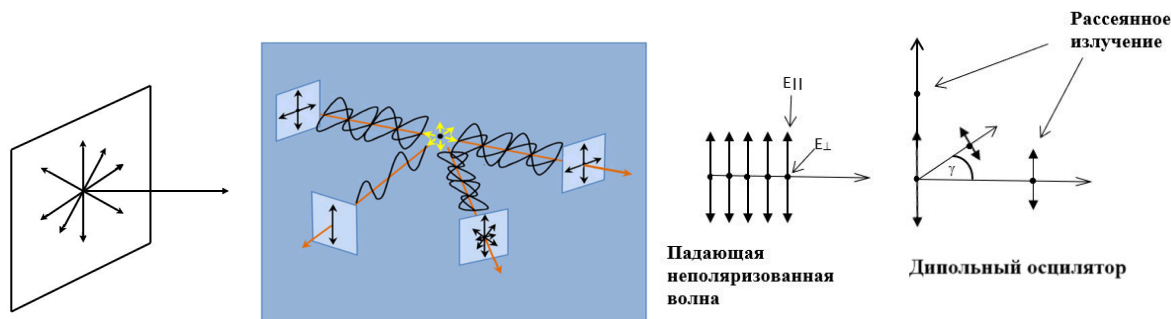


Рис. 1: Левая панель: схема распределения амплитуд колебаний электрических векторов $\mathbf{E}$ неполяризованного излучения в картинной плоскости. Центральная и правая панели: схематическое представление рассеяния света на маленькой частице (Релеевское рассеяние), согласно [5].

На рис. 1 представлена схема образования поляризации излучения, рассеянного на маленькой частице (Релеевское рассеяние). Для падающего неполяризованного излучения амплитуды равны: $E_{\perp} = E_{\parallel}$. В результате взаимодействия световой волны с веществом возникает асимметрия в распределении колебаний электрических векторов рассеянного излучения в картинной плоскости, что продемонстрировано на рис. 1 (центральная панель). Для наблюдателя, находящегося на фазовом угле $\alpha = 180^{\circ} - \gamma$ (где γ — угол рассеяния), амплитуды рассеянного излучения $E_{\perp}^s$ и $E_{\parallel}^s$ меньше амплитуд падающего излучения $E_{\perp}$ и $E_{\parallel}$ за счет потери энергии на дипольном осцилляторе, но равны. Наблюдатель, находящийся на фазовом угле $\alpha = 90^{\circ}$, может видеть колебания, перпендикулярные плоскости рассеяния с амплитудой $E_{\perp}^s \propto E_{\perp}$, в то время как колебания в плоскости рассеяния не видны и $E_{\parallel}^s = 0$. Для промежуточных фазовых углов $0^{\circ} < \alpha < 90^{\circ}$, $E_{\perp}^s \propto E_{\perp}$ и $E_{\parallel}^s \propto E_{\parallel} \cos \alpha$.

Рассеяние на большой частице также приводит к возникновению поляризации, как это представлено на рис. 2 из-за дифракции лучей ($\ell = 0$), Френелевского отражения лучей от поверхности ($\ell = 1$), одно- или многократного рассеяния света внутри частицы ($\ell = 2, 3, 4$).

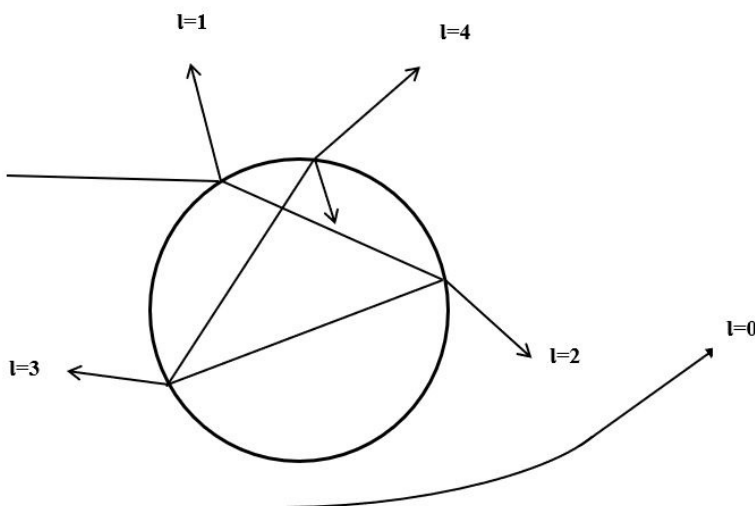


Рис. 2: Схема рассеяния света на большой частице, в рамках модели геометрической оптики. Показан разный ход лучей по отношению к частице: дифракция $\ell = 0$, Френелевское отражение $\ell = 1$, одно- или многократное рассеяние света внутри частицы $\ell = 2, 3, 4$ [5].

Такие же эффекты возникают в результате многократного рассеяния света на частицах полидисперсных сред. В общем случае колебания электрических векторов в каком-то направлении в картинной плоскости могут быть преимущественными, а в перпендикулярном направлении — минимальными. Распределение векторов $\mathbf{E}$ в таком случае имеет форму эллипса, как показано на рис. 3.

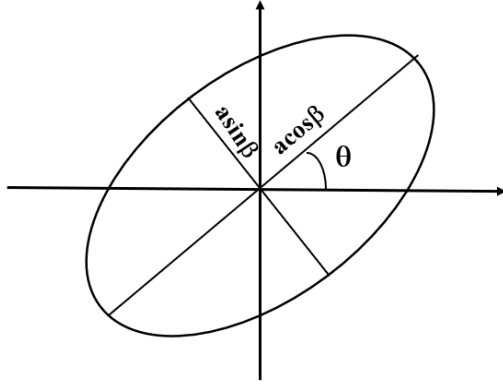


Рис. 3: Эллипс поляризации, создаваемый множеством рассеянных лучей в картинной плоскости, и его параметры.

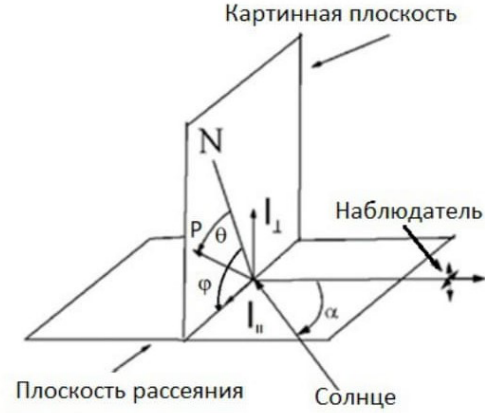


Рис. 4: Схематическое представление основных характеристик поляризованного рассеянного излучения. P и θ — степень и позиционный угол плоскости линейной поляризации. α — фазовый угол, ϕ — позиционный угол плоскости рассеяния. $I_{||}$ и $I_{\perp}$ — интенсивности излучения параллельно и перпендикулярно к плоскости рассеяния.

Асимметрия в распределении квадратов амплитуд (интенсивностей) векторов $\mathbf{E}$ в картинной плоскости является численной характеристикой поляризации, ее степенью $P = I_p/I = (I_{\max} - I_{\min})/(I_{\max} + I_{\min})$, где I_p и I — интенсивность поляризованного компонента и полная интенсивность, соответственно; $I_{\max}$ и $I_{\min}$ — максимальная и минимальная интенсивности излучения в картинной плоскости. Степень поляризации может меняться в пределах $0 \leq P \leq 1$. Угол преимущественных колебаний θ определяет угол плоскости поляризации. Геометрические параметры эллипса удобно связать с параметрами линейно поляризованного излучения посредством параметров вектора Стокса (см., например, [6]):

$$\begin{aligned} I &= a^2 & \text{или} & & I &= E_x^2 + E_y^2 \\ Q &= a^2 \cos 2\beta \cos 2\theta & & & Q &= E_x^2 - E_y^2 \\ U &= a^2 \cos 2\beta \sin 2\theta & & & U &= 2E_x E_y \cos \varepsilon, \end{aligned} \quad (1)$$

где a , β и θ — параметры эллипса поляризации, $E_x = E_{x0} \cos(2\pi\nu t + \delta_x)$, $E_y = E_{y0} \sin(2\pi\nu t + \delta_y)$ — ортогональные компоненты электрического вектора по осям x и y , перпендикулярных направлению распространения излучения, ν — частота излучения, t — время, E_{x0} и E_{y0} — амплитуды колебаний, δ_x и δ_y — начальные фазы колебаний, а ε — их разность.

Выражения для степени и угла плоскости поляризации зависят от выбора референтной системы. Две референтные системы, применяемые на практике, показаны на рис. 4. В звездной поляриметрии угол плоскости поляризации θ отсчитывается от направления на север в сторону востока (против часовой стрелки), как показано на рис. 5. Соответственно, в экваториальной системе $P = \sqrt{Q^2 + U^2}/I$, $\theta = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{U}{Q}\right)$, $Q = P \cos 2\theta$, $U = P \sin 2\theta$.

В планетной поляриметрии угол плоскости поляризации θ привязан к позиционному углу плоскости рассеяния φ . Соответственно, $\theta_r = \theta - (\varphi \pm 90^\circ)$, $P_r \equiv Q_r = P \cos 2\theta_r$, $U = P \sin 2\theta_r$. Знак в скобках $\pm$ выбирается так, чтобы значение $(\varphi \pm 90^\circ) \leq 180^\circ$. В референтной системе, привязанной к плоскости рассеяния, для степени поляризации можно записать:

$$P_r = \frac{I_{\perp} - I_{||}}{I_{\perp} + I_{||}} = \frac{I_{\perp} - I_{||}}{I}. \quad (2)$$

Как отмечалось выше, степень поляризации P не отрицательная величина, но, согласно (2), если $I_{\perp} < I_{||}$, формально, степень поляризации P_r может быть отрицательной. Такое имеет место для безатмосферных тел

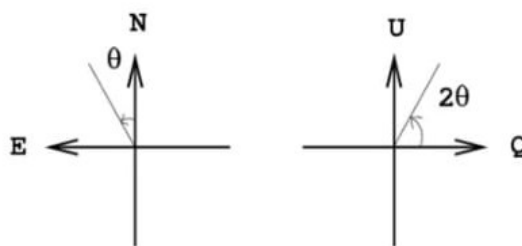


Рис. 5: Левая панель — степень P и позиционный угол плоскости поляризации θ в экваториальной системе координат. Правая панель — часто используемая схема для временного анализа взаимного поведения параметров Стокса Q и U .

(БТСС) и комет. Это означает, что преимущественные колебания векторов поляризации лежат в плоскости рассеяния. Общий вид фазовой зависимости поляризации, параметры отрицательной ветви поляризации (ОВП) ($P_{\min}$, $\alpha_{\min}$, угол инверсии α_{inv} , поляриметрический наклон h) и параметры положительной ветви поляризации ($P_{\max}$, $\alpha_{\max}$) безатмосферных тел и комет показаны на левой панели рис. 6. На правой панели показан типичный вид фазовой зависимости блеска БТСС и ее параметры: фотометрический наклон линейной части изменения блеска с фазовым углом ($\beta = \Delta m / \Delta \alpha$), нелинейное изменение блеска на углах $\alpha < \alpha_{\text{opp}}$ — так называемый фотометрический опозиционный эффект (ФОЭ, или BOE) и Δm — разницу блеска между наблюдаемой звездной величиной объекта на $\alpha = 0^\circ$ и звездной величиной объекта на продолжении линейной части фазовой зависимости блеска до $\alpha = 0^\circ$. Оба наблюдаемых явления — отрицательная ветвь поляризации и фотометрический опозиционный эффект, зависят от оптических свойств рассеивающей среды. Для их объяснения рассматривалось много механизмов [7]. В настоящее время принято считать, что ФОЭ и отрицательная поляризация имеют общее происхождение [8, 9],

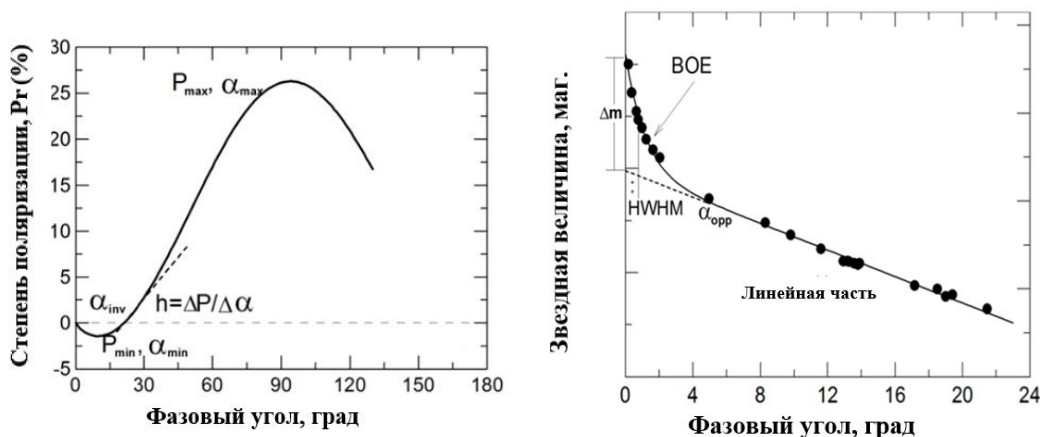


Рис. 6: Левая панель — характерный вид фазовой зависимости поляризации безатмосферных тел и комет Солнечной системы и ее параметры. Правая панель — характерный вид фазовой зависимости блеска безатмосферных тел и комет Солнечной системы и ее параметры.

Рис. 7 демонстрирует возникновение ФОЭ и ПОЭ на частицах полидисперсных сред. На левой панели показан ход прямых лучей в направлении $n_{\text{ill}} - n_{\text{obs}}$ и лучей, идущих в обратном направлении по тем же самым частицам в реголитовом слое. Из-за разности хода возникает интерференция выходящих лучей, которая максимальна на нулевом фазовом угле. На правой панели показано, как лучи, идущие в прямом и обратном направлениях между частицами 1 и 2 в плоскости рассеяния, создают положительную поляризацию выходящего излучения под углом α . Между ними возникает разность фаз. При нулевом фазовом угле разности фаз между лучами нет, поэтому положительная поляризация максимальна, но она быстро уменьшается с увеличением α . В то же время лучи между частицами 3 и 4, расположенных в перпендикулярном направлении к плоскости рассеяния, создают отрицательную поляризацию. Однако из-за отсутствия разности фаз между лучами отрицательная поляризация не зависит от фазового угла.

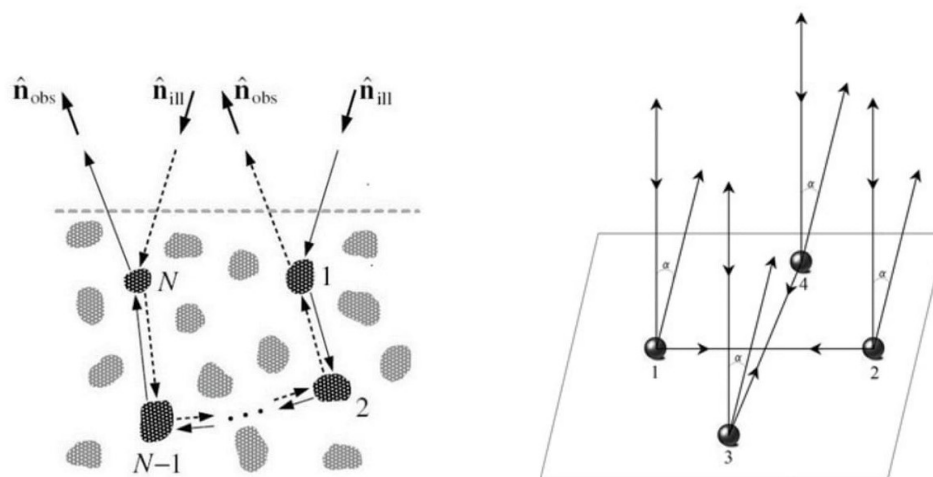


Рис. 7: Левая панель демонстрирует эффект когерентного усиления интенсивности обратного рассеяния. Правая панель демонстрирует возникновение отрицательной поляризации в результате когерентного усиления интенсивности обратного рассеяния.

3. Результаты наблюдений фазовых зависимостей поляризации безатмосферных тел Солнечной системы и комет

В 2018 г. в КрАО были построены два апертурных двухканальных поляриметра «POLSHAKH» [10]. Поляриметры предназначены для измерения параметров линейной и круговой поляризаций как в широкополосных фильтрах UVBRI, так и в специальных узкополосных фильтрах различных небесных тел. В основу принципа измерения параметров поляризации положена схема, состоящая из непрерывно вращающейся с высокой частотой четвертьволновой (или полуволновой) пластинки, с последующим расщеплением света на два ортогонально поляризованных компонента с помощью призмы Волластона. Основные различия поляриметров 2.6-м телескопа КрАО и 2-м телескопа обсерватории Пик Терскол связаны с разными относительными отверстиями $f/16$ и $f/8$, соответственно. Параметры инструментальной поляризации обоих поляриметров не превосходят 0.04% в BVRI фильтрах, они мало меняются от сезона к сезону, что делает возможным, после их исключения, изучать тонкие поляриметрические эффекты небесных тел. Представленные ниже результаты измерений поляризации безатмосферных тел Солнечной системы и комет получены с помощью этих поляриметров в период 2018–2025 гг.

3.1. Фазовые зависимости поляризации больших спутников Юпитера и Сатурна

Спутники Юпитера и Сатурна могут наблюдаться в диапазоне фазовых углов $\alpha \leq 12^\circ$ и $\alpha \leq 6^\circ$, соответственно, что позволяет определить только параметры отрицательных ветвей поляризации ($P_{\min}$, $\alpha_{\min}$, α_{inv} , h). Отсутствие плотного покрытия наблюдений даже в этом диапазоне фазовых углов и низкая точность прежних наблюдений препятствовали установлению точных форм и параметров ОВП спутников несмотря на их большую яркость.

Спутники Юпитера. На рис. 8 (левая панель) представлены наблюдения А. Дольфюса [11] спутника Европа и аппроксимация ОВП параболой. На рис. 8 (правая панель) — наблюдения А. Дольфюса дополнены данными работы [3], включая наблюдения на фазовых углах $\alpha < 2^\circ$. Результатом стало точная форма ОВП Европы и подтверждение поляриметрического оппозиционного эффекта на фазовых углах $\alpha < 1^\circ$.

Точные формы ОВП Ганимеда и Ио, полученные в работе [4], показаны на рис. 9.

ОВП Ганимеда (геометрическое альbedo $\rho_v = 0.44$) морфологически похожа на ОВП Европы ($\rho_v = 0.68$), несмотря на заметное различие альbedo, но она описывается другими значениями параметров ($P_{\min}$, $\alpha_{\min}$, α_{inv} и h). Геометрическое альbedo Ио $\rho_v = 0.62$ близко к альbedo Европы, в то время как параметры ОВП этих спутников отличаются значительно. Поверхность Европы состоит из водного льда, поверхность Ганимеда — из льда H_2O и силикатов, а в состав поверхности Ио входят соединения продуктов серы и силикатов. Следовательно, разнообразие форм ОВП связано не только с альbedo, но и с составом их поверхностей. Точные параметры отрицательных ветвей поляризации Европы, Ганимеда и Ио были использованы для компьютерного моделирования [3, 4] и определения свойств их реголитовых поверхностей. Наилучшее совпадение расчетных и наблюдаемых ОВП Европы, Ганимеда, Ио получено для значений альbedo однократного рас-

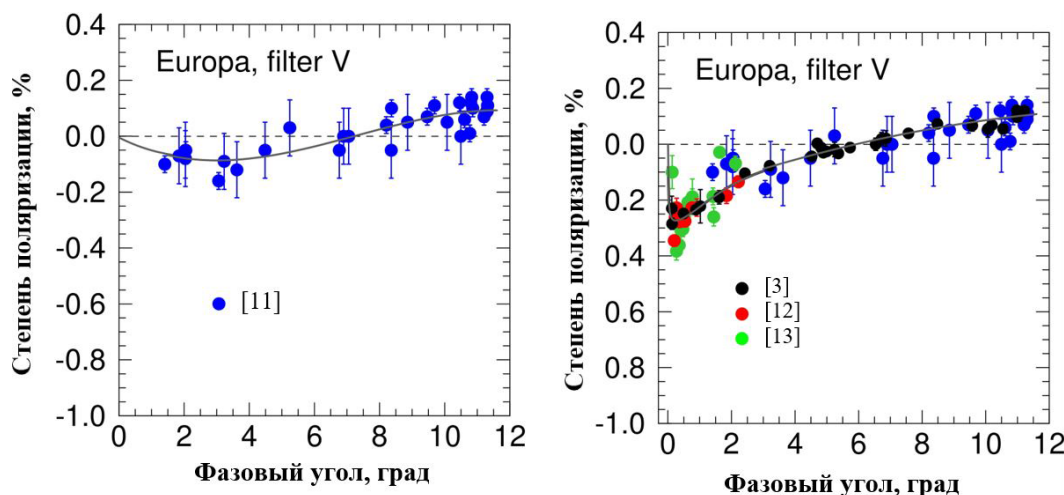


Рис. 8: Слева — результаты наблюдений поляризации Европы и их аппроксимация полиномом второй степени (синяя кривая, Дольфус [11]). Справа — сравнение новых измерениями (черные кружочки) [3], с данными Дольфуса (синие кружочки) [11], с данными Розенбуш и Киселева [12] (красные кружочки) и с измерениями Зайцева [13] (зеленые кружочки). Аппроксимация всех данных показана сплошной кривой.

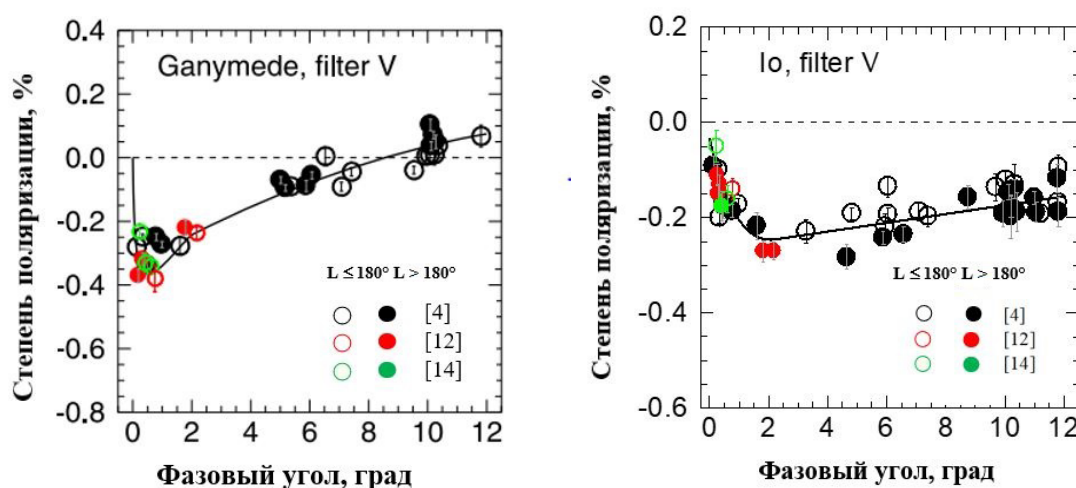


Рис. 9: Фазовые зависимости поляризации Ганимеда (левая панель) и Ио (правая панель) в полосе V, полученные в 2019–2023 гг. (черные символы) [4]. Результаты наблюдений Розенбуш и Киселева [12] и Киселева и др. [14] показаны красными и зелеными символами соответственно. Открытые кружочки обозначают данные, относящиеся к ведущим полушариям спутников (долготы $L \leq 180^\circ$), заполненные кружочки — к ведомым полушариям (долготы $L > 180^\circ$).

сеяния $\approx 0.985, \approx 0.943, \approx 0.979$ и длин свободного пробега фотонов $k_l = 2\pi l / \lambda_{\text{eff}}$, равных $\approx 150, \approx 100, \approx 40$, соответственно.

Спутники Сатурна. На рис. 10 представлены результаты наблюдения спутников Сатурна Дионы ($\rho_v = 0.55$), Реи ($\rho_v = 0.95$), Энцелада ($\rho_v = 1.38$) и Гипериона ($\rho_v = 0.25$) с хорошим покрытием фазовых углов в диапазоне $(0 - 6)^\circ$. Последние два спутника наблюдались впервые.

У высокоальбедных спутников Дионы, Реи, Энцелада наблюдается резкое уменьшение степени поляризации до минимальных значений $\approx -0.7\%, \approx -0.6\%, \approx -0.4\%$ соответственно, в диапазоне фазовых углов $\approx (0 - 1)^\circ$. Резкое уменьшение степени поляризации характерно для поляриметрического опозиционного эффекта (ПОЭ), наблюдаемого у светлых объектов, например у Европы, как было показано выше. Интересно отметить, что у Энцелада — объекта с самым большим геометрическим альбедо среди тел Солнечной системы — амплитуда ПОЭ небольшая.

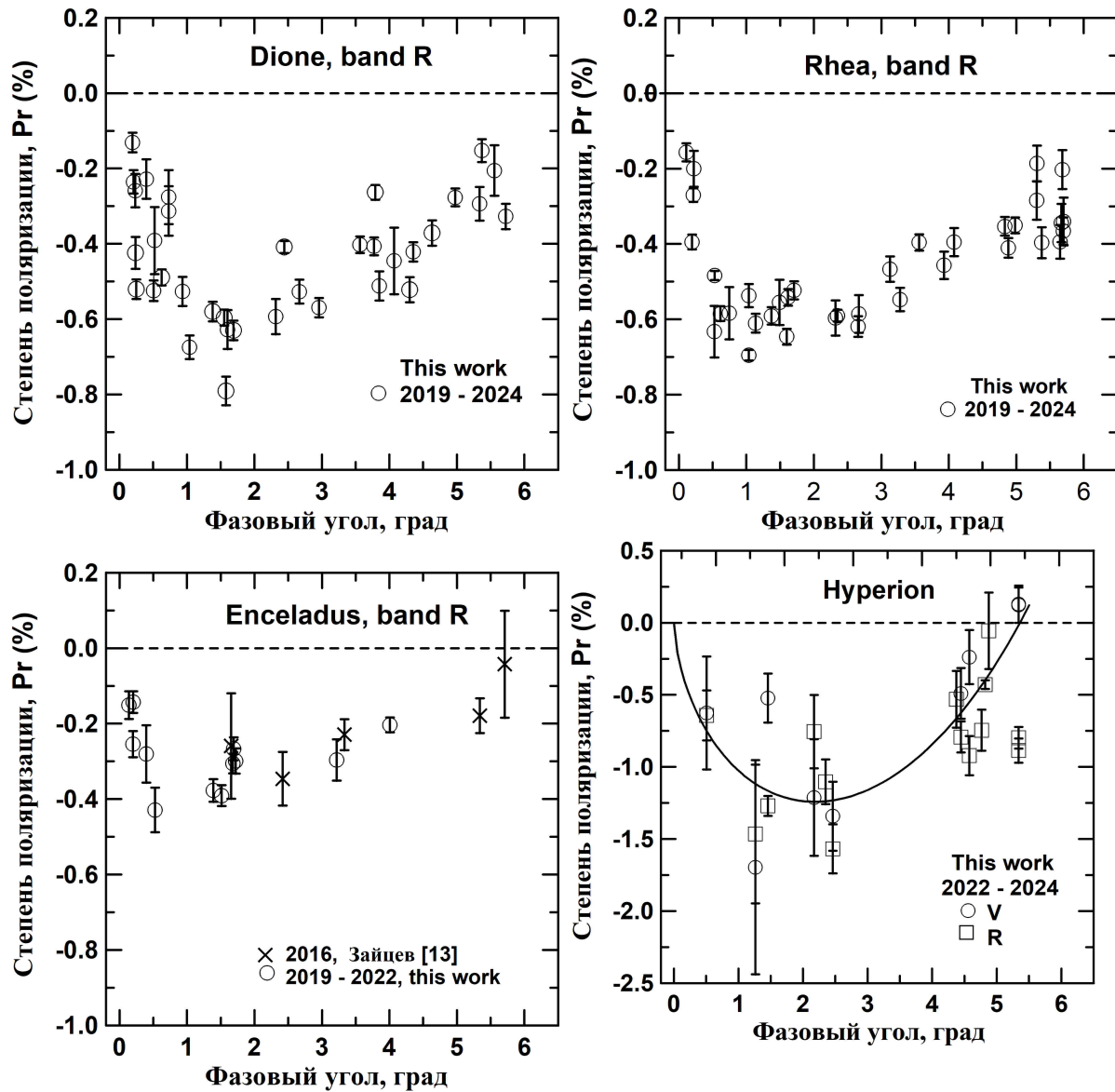


Рис. 10: Отрицательные ветви фазовых зависимостей поляризации (ФЗП) спутников Сатурна и их параметры: **Диона** ($P_{\min} \approx -0.7\%$, $\alpha_{\min} \approx 1.5^\circ$), **Рея** ($P_{\min} \approx -0.6\%$, $\alpha_{\min} \approx 1.5^\circ$), **Энцелад** ($P_{\min} \approx -0.4\%$, $\alpha_{\min} \approx 1.0^\circ$), **Гиперион** ($P_{\min} \approx -1.2\%$, $\alpha_{\min} \approx 2.0^\circ$).

3.2. Фазовые зависимости поляризации избранных астероидов Главного Пояса

Фазовые зависимости поляризации основных таксономических классов астероидов Главного Пояса хорошо изучены [1, 2]. Диапазоны параметров ОВП астероидов Главного пояса лежат в пределах: $P_{\min} = -(0.3 \div 2.0)\%$, $\alpha_{\min} \approx (5 \div 10)^\circ$, $\alpha_{\text{inv}} = (14 \div 30)^\circ$, $h = (0.04 \div 0.3)\%/\text{deg}$. Вместе с тем, разные таксономические С-, S-, E- классы астероидов имеют различные ОВП и их морфологический вид зависит от геометрического альбедо, как показано на рис. 11 (левая панель). В большинстве случаев кривые поляризации можно представить в виде парабол разной степени асимметрии.

Наибольшая асимметрия ОВП наблюдается у высокоальбедных астероидов E-типа. Для E астероидов (44) Ница и (64) Ангелина обнаружен фотометрический оппозиционный эффект в виде спайк-эффекта — резкого увеличения блеска на малых фазовых углах [16]. Mishchenko [17] показал, что проявление ФОЭ и ПОЭ у высокоальбедных объектов может быть свидетельством когерентного механизма рассеяния. Поэтому выявление точной фазовой зависимости поляризации светлых астероидов на малых фазовых углах является одной из приоритетных задач. Основываясь на всех имеющихся наблюдениях [18, 19], ФЗП E астероидов Ница и Ангелина представлялись в виде бимодальных кривых, состоящих из регулярных ветвей поляризации (парабол) и поляриметрических оппозиционных эффектов. Belskaya et al. [2], используя наблюдения Ангелины с ошибками $\sigma_p \leq 0.05\%$, пришли к заключению об отсутствии бимодальной формы

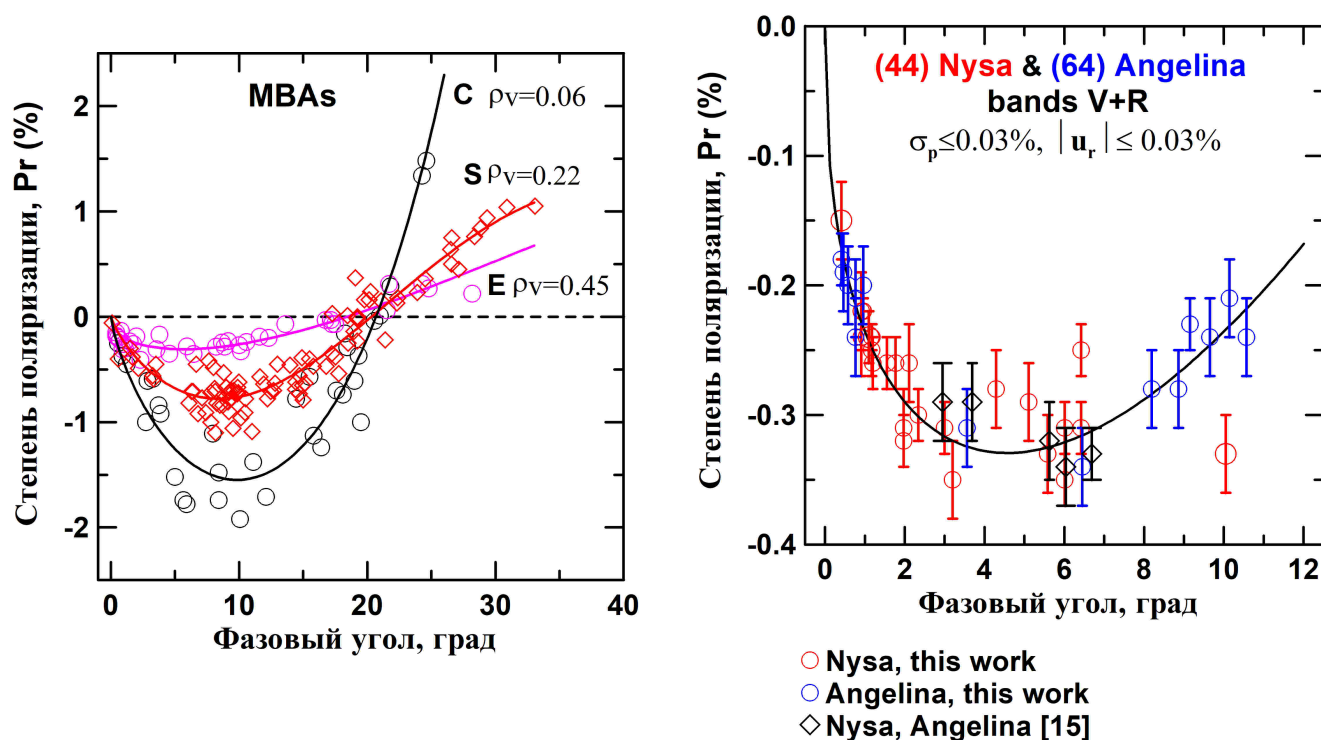


Рис. 11: Левая панель: синтетические (средние) ФЗП C-, S-, E- таксономических типов астероидов Главного пояса, построенные по данным APDB [15]. Правая панель: ФЗП астероидов E- типов (44) Низы (красные символы) и (64) Ангелины (синие символы) в V и R полосах, измеренные в 2024 г., и дополненные данными [15].

ФЗП астероида и что ее форма близка к параболической. Однако рассеяние данных в области оппозиции оставалось большим. Для выявления точной формы ОВП Низы и Ангелины в 2024 были проведены наблюдения астероидов на 2.6-м телескопе КрАО и 2-м телескопе обсерватории Пик Терскол. Итоговые ФЗП астероидов в диапазоне фазовых углов $0.4^\circ \leq \alpha \leq 11^\circ$ по данным с ошибками $\sigma_p \leq 0.03\%$ и $|u_r| \leq 0.03\%$ представлены на рис. 11 (правая панель). Там же приведены данные (ромбы) согласно APDB [15]. Условие $|u_r| \leq 0.03\%$ отражает реальную ошибку наблюдений, поскольку с точностью до ошибок наблюдений параметр Стокса u_r должен быть равен нулю [20]. Данные аппроксимированы тригонометрической функцией $P(\alpha) = a (\sin \alpha)^b (\cos \frac{\alpha}{2})^c \sin(\alpha - \alpha_{inv})$ [21]. Наблюдаемая ОВП резко уменьшается от -0.15% до -0.3% с увеличением фазового угла от 0.4° до $\approx 2^\circ$. Затем степень поляризации изменяется более плавно, по параболе, в диапазоне углов $\approx (2 - 12)^\circ$ с минимумом около -0.33% на фазовом угле $\approx 6^\circ$. Таким образом ОВП астероидов Низы и Ангелины не является бимодальной. Тем не менее, резкое уменьшение степени поляризации в диапазоне углов $\approx (0.4 - 2)^\circ$ подобно ПОЭ и может свидетельствовать о когерентном механизме рассеяния света у высокоальбедных астероидов.

3.3. Фазовые зависимости поляризации объектов, сближающихся с Землей

Изучение объектов, сближающихся с Землей (ОСЗ), важны по ряду причин. Часть их представляют потенциальную угрозу для Земли. Поэтому сведения об их физических свойствах имеют первостепенное значение для разработки эффективных стратегий защиты Земли от столкновений. ОСЗ по составу на $\approx 95\%$ являются астероидами (АСЗ) и на $\approx 5\%$ кометами. АСЗ дают возможность наблюдать объекты в широком диапазоне фазовых углов, что дополняет данные, получаемые для астероидов Главного пояса. Большинство ОСЗ являются реликтовыми образованиями, сохранившими материал самых ранних стадий возникновения Солнечной системы.

С 2019 по 2025 гг. были проведены поляриметрические наблюдения 32 АСЗ, 28 из которых были измерены впервые. На рис. 12 показаны составные кривые поляризации АСЗ E, S, и C таксономических классов в полосах R и V, по результатам наших наблюдений и по данным для АСЗ и астероидов ГП разных авторов, опубликованных в APDB 2019 [15]. На левой панели рис. 12 приведены наши данные 2010 XC15 (красные

кружочки). Это третий редкий тип высокоальбедных АСЗ, что позволило вместе с данными для 33342 [22] и 144898 [23] оценить $P_{\max} \approx 1.82\%$ и $\alpha_{\max} \approx 72^\circ$.

На центральной панели рис. 12 представлены данные среднеальбедных астероидов (черные кружочки) вместе с данными для АСЗ и астероидов ГП разных авторов, опубликованных в APDB 2019 [15]. До фазовых углов $\approx 100^\circ$ все данные образуют единую ФЗП. Новые поляризационные данные 2201 Oljato, 163373, 2020 XR, 30825, 1685 Toro, 6037, 2020 XR, 2212 Hephaistos дополнили ФЗП астероидов S-типа между фазовыми углами $100^\circ - 120^\circ$, что повышает точность определения максимальной степени и позиционного угла поляризации среднеальбедных астероидов.

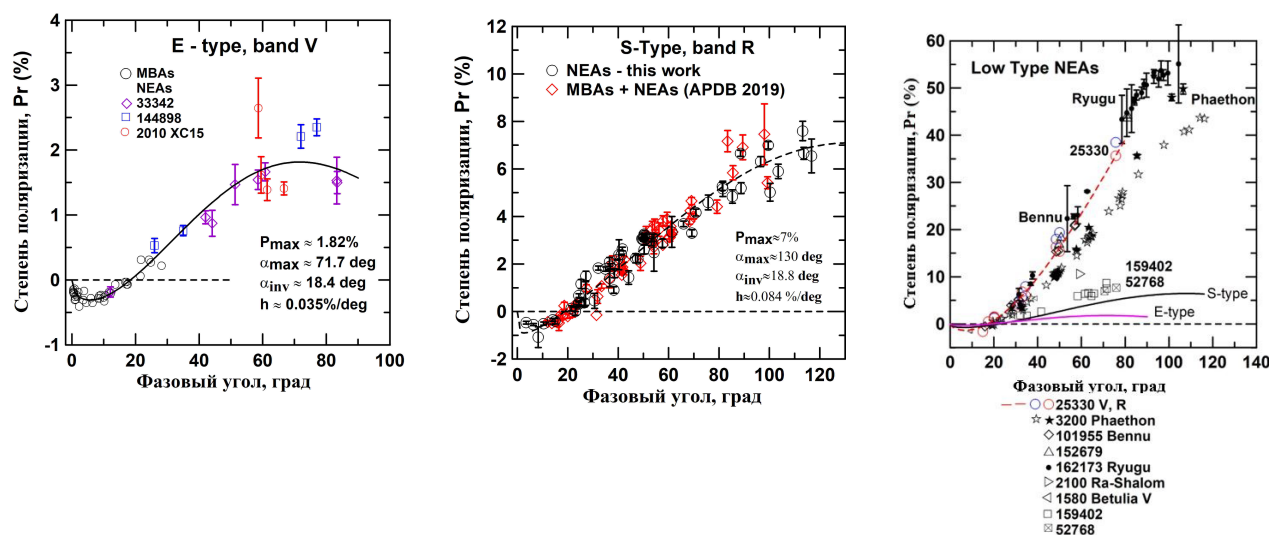


Рис. 12: Фазовые зависимости поляризации избранных АСЗ в полосах R и V, полученные в 2019–2025 гг. Левая панель: синтетическая ФЗП астероидов ГП и АСЗ E- типа и их аппроксимация тригонометрическим выражением [21]. Центральная панель: синтетическая ФЗП астероидов ГП и АСЗ S- типа и их аппроксимация тригонометрическим выражением. Правая панель: синтетическая ФЗП астероидов ГП и низкоальбедных АСЗ и аппроксимация данных АСЗ E- и S- типа.

Еще одним примечательным результатом стало обнаружение высокой степени поляризации 38.5% на фазовом угле 75.7° для АСЗ 25330 (1999 KV4) (рис. 12, правая панель). Его кривая поляризации похожа на фазовые кривые поляризации низкоальбедных АСЗ 101955 (Bennu) [24], 152679 (1998 KU2) [25] и 162173 (Ryugu) [26]. Более подробные данные о наших наблюдениях АСЗ приведены в работе Щербины и др. [27].

3.4. Фазовые зависимости комет разных динамических групп

Поляриметрические наблюдения комет и их интерпретация представляют большую сложность по сравнению с безатмосферными телами из-за ряда причин. Среди них — сложный состав излучения комет, включающий рассеянный свет от пылинок; излучение газовых эмиссий; в некоторых случаях — отраженное излучение от ядра. В каждом случае механизмы рассеяния света и их фазовые зависимости различны. Так, максимальная степень поляризации континуума, как результат рассеяния солнечного света на частицах пыли, составляет $P_{\max} \approx 28\%$ на фазовом угле $\alpha_{\max} \approx 95^\circ$. Максимальная степень поляризации молекулярных эмиссий, обусловленная механизмом резонансной флуоресценции, составляет $P_{\max} = 7.8\%$ на фазовом угле $\alpha_{\max} = 90^\circ$. Кроме того, соотношение потоков пыль/газ меняется как по комете, так и с изменением расстояния кометы от Солнца. В большинстве случаев кометы наблюдаются в ограниченном диапазоне фазовых углов. Поэтому приходится изучать синтетические (средние) фазовые зависимости поляризации.

На рис. 13 (левая панель) представлены ФЗП комет в красной области спектра (менее подверженной влиянию газовых эмиссий, согласно [28, 29]).

На левой панели представлены данные большинства пылевых комет, которые образуют среднюю ФЗП (кривая 1) с небольшими отклонениями. ФЗП молекулярных эмиссий двухатомных молекул C_2 , CN показана в виде кривой 2. Кривые 3 и 4 представляют ФЗП комет C/1995 O1 (Hale-Bopp) и 21P/Gacobini-Zinner с особенностями ФЗП. Правая панель представляет ФЗП комет, у которых наблюдаются сильные молекулярные эмиссии. Рассеяние данных значительное. Пыль в атмосферах комет концентрируется ближе к ядрам, поэтому наблюдаемая степень поляризации сильно зависит от наблюдаемой области комы, как это видно по данным для кометы 2P/Encke (правая панель).

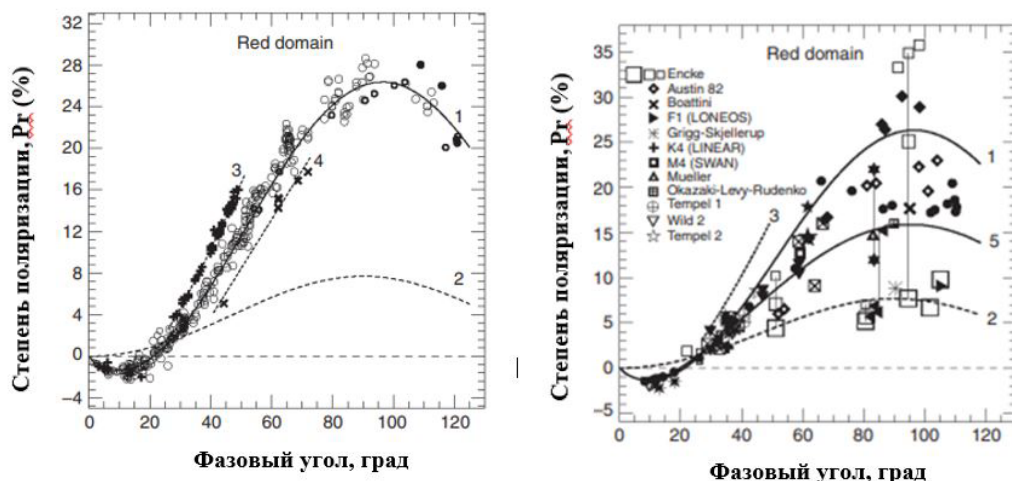


Рис. 13: Левая панель: средняя ФЗП большинства комет с сильными непрерывными спектрами, т. н. пылевые кометы (кривая 1); кривая 2 — ФЗП двухатомных молекул C2, CN; кривая 3 — ФЗП кометы C/1995 O1 (Hale-Bopp); кривая 4 — ФЗП кометы 21P/Giacobini-Zinner. Правая панель: средняя ФЗП комет со слабыми непрерывными спектрами и сильными молекулярными полосами, т. н. газовые кометы (кривая 5); кривые 1 и 2 — повторяют кривые на левой панели. Рисунки взяты из обзора [29].

Кометная поляриметрическая база данных CPBD 2019 [29] содержит 3441 измерение поляризации 95 комет, полученные в период с 1881–2016 гг., однако она неоднородна, многие данные получены для широких несистемных фотометрических полос. Поэтому, начиная с 2018 г., на поляриметрах «POLSHAKH» КрАО и обсерватории Пик Терскол проводятся систематические наблюдения поляризации комет в основном в красной области спектра (фильтр R). Яркие кометы наблюдаются с узкополосными фильтрами, выделяющими области континуума и молекулярные эмиссии. К началу 2025 г. были проведены наблюдения 50 комет, из них 45 комет наблюдались впервые. Одной из задач является поиск различий поляризации коротко- и долгопериодических комет.

Используя все доступные данные, в работе Жужулиной и др. [30] были построены синтетические кривые поляризации комет в широкополосной красной области спектра (5907–7640 Å) с минимальным вкладом молекулярных излучений (рис. 14, левая панель), а также в областях континуума 6840/90 Å и 7128/65 Å (рис. 14, правая панель). На рисунках видно небольшое различие синтетических поляризационных кривых короткопериодических и долгопериодических комет на фазовых углах больших 50° в широкополосной красной области спектра (5907–7640 Å).

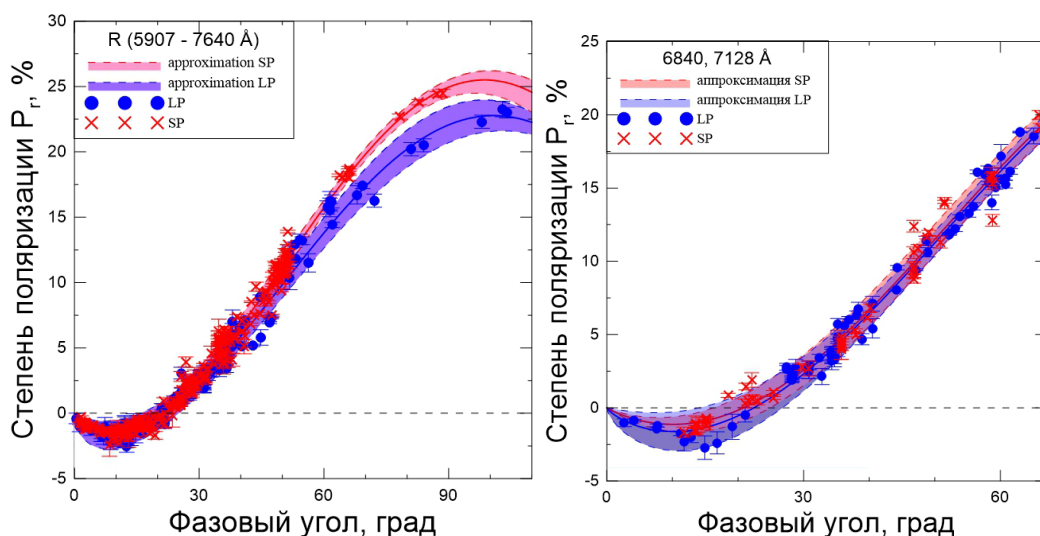


Рис. 14: Синтетические кривые поляризации короткопериодических (красные символы) и долгопериодических комет (синие символы), согласно [30].

Область сравнения синтетических фазовых зависимостей поляризации долгопериодических и короткопериодических комет ограничена из-за отсутствия наблюдений короткопериодических комет на фазовых углах более 80° . Однако для областей континуума 6840/90 Å и 7128/65 Å таких различий не обнаружено. Поэтому вопрос о различии или подобии поляризации короткопериодических и долгопериодических комет остается открытым.

4. Заключение

Поляризация является фундаментальным физическим свойством, обусловленным электромагнитной природой света, а ее измерение с последующей теоретической интерпретацией оказываются мощным инструментом диагностики частиц. Представлен краткий обзор механизмов образования поляризованного излучения, рассеянного на отдельных частицах и в полидисперсных средах.

Приведены примеры различных морфологических форм фазовых зависимостей поляризации безатмосферных тел Солнечной системы и комет, что является определяющим для дальнейшего развития и уточнения механизмов возникновения поляризованного излучения и определения физических характеристик частиц и сред.

Благодарности

Автор выражает благодарность Е. Жужулиной, Г. Дьяченко, М. Щербине, Н. Карпову, А. Шеину, И. Соколову и А. Салахотдиновой за помощь в проведении наблюдений.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

1. A. Cellino, R. Gil-Hutton, and I. N. Belskaya, in *Polarimetry of Stars and Planetary Systems* (2015).
2. I. Belskaya, S. Fornasier, G. Tozzi, R. Gil-Hutton, et al., *Icarus*, **284**, 30, 2017.
3. N. Kiselev, V. Rosenbush, K. Muinonen, L. Kolokolova, A. Savushkin, and N. Karpov, *The Planetary Science Journal*, **3**, 134, 2022.
4. N. Kiselev, V. Rosenbush, A. Leppälä, K. Muinonen, L. Kolokolova, A. Savushkin, and N. Karpov, *The Planetary Science Journal*, **5**, 10, 2024.
5. D. L. Coffeen and J. H. Hansen, in *Planets, Stars and Nebulae Studied with Photopolarimetry* (1974).
6. D. Clarke, *Stellar Polarimetry* (2010).
7. Y. G. Shkuratov, N. V. Opanasenko, and L. A. Melkumova, *Model' otritsatel'noj polarizatsii sveta, rasseyannogo neprozrachnymi sherohovatyimi poverkhnostyami*, Technical Report 366, Academy of Sciences of Ukraine, Institute of Radio Engineering and Electronics, Kharkov, 1988.
8. Y. G. Shkuratov, *Astronomicheskii Tsirkulyar*, **1400**, 3, 1985, in Russian.
9. K. Muinonen, *Light scattering by inhomogeneous media: Backward enhancement and reversal of linear polarization.*, Ph.D. thesis, University of Helsinki, Helsinki, 1990.
10. D. N. Shakhovskoy, N. N. Kiselev, A. V. Dolgoplov, K. A. Antonyuk, et al., *Nauchnye trudy INASAN*, **9**, 165, 2024.
11. A. Dollfus, *Icarus*, **25**, 416, 1975.
12. V. K. Rosenbush and N. N. Kiselev, *Icarus*, **179**, 490, 2005.
13. S. Zaitsev, *Dissertation, topic and full title unknown*, Ph.D. thesis, Kiev, 2016, referenced in other works; full bibliographic details not available.
14. N. Kiselev, V. Rosenbush, F. Velichko, and S. Zaitsev, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, **110**, 1713, 2009.
15. D. Lupishko, Asteroid polametric database (apd) bundle v2. 0, NASA Planetary Data System, 2022, URL <https://sbn.psi.edu/pds/resource/apd.html>.
16. A. Harris, J. Young, L. Contreiras, T. Dockweiler, et al., *Icarus*, **81**, 365, 1989.
17. M. I. Mishchenko, *Astrophys. J.*, **411**, 351, 1993.
18. V. K. Rosenbush, N. N. Kiselev, V. G. Shevchenko, K. Jockers, N. M. Shakhovskoy, and Y. S. Efimov, *Icarus*, **178**, 222, 2005.
19. V. K. Rosenbush, V. G. Shevchenko, N. N. Kiselev, A. V. Sergeev, N. M. Shakhovskoy, F. P. Velichko, S. V. Kolesnikov, and N. V. Karpov, *Icarus*, **201**, 655, 2009.
20. N. Kiselev and D. Petrov, *Solar System Research*, **52**, 282, 2018.
21. K. Lumme and K. Muinonen, in *Proceedings of the IAU Symposium 160 on Asteroids, Comets, Meteors* (1993).
22. N. Kiselev, V. Rosenbush, K. Jockers, F. Velichko, N. Shakhovskoj, Y. S. Efimov, D. Lupishko, and V. Rumyantsev, in *Asteroids, Comets, and Meteors: ACM 2002*, **500**, 887 (2002).
23. F. De Luise, D. Perna, E. Dotto, S. Fornasier, et al., *Icarus*, **191**, 628, 2007.
24. A. Cellino, S. Bagnulo, I. N. Belskaya, and A. A. Christou, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc. Lett.*, **481**, L49, 2018.
25. D. Kuroda, M. Ishiguro, M. Watanabe, S. Hasegawa, et al., *Astron. and Astrophys.*, **611**, A31, 2018.
26. H. Miura, E. Nakamura, and T. Kunihiro, *Astrophys. J. Lett.*, **925**, L15, 2022.

27. M. Shcherbina, N. Kiselev, N. Karpov, and E. Zhuzhulina, *Solar System Research*, **59**, 1, 2025.
28. N. N. Kiselev, V. K. Rosenbush, A.-C. Levasseur-Regourd, and L. Kolokolova, in *Polarimetry of Stars and Planetary Systems* (2015).
29. N. Kiselev, E. Shubina, S. Velichko, K. Jockers, V. Rosenbush, and S. Kikuchi, Compilation of comet polarimetry, NASA Planetary Data System, 2017, URL <https://pdssbn.astro.umd.edu/holdings/pds4-compil-comet:polarimetry-v1.0/SUPPORT/dataset.html>, urn:nasa:pds:compil-comet:polarimetry::1.0.
30. D. Petrov, E. Zhuzhulina, and N. Kiselev, in *Modern Astronomy: From the Early Universe to Exoplanets and Black Holes (VAK2024)*, 697–701 (2024).

Байесовский подход и метод обобщенного отношения правдоподобия в задаче идентификации оптических треков космических объектов

Колесса А.Е.^{1,2}, Колесса Е.А.^{1,2}

¹Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет), Москва, Россия

²ПАО «МАК «Вымпел», Москва, Россия

В работе рассматривается задача проверки двух сложных альтернативных статистических гипотез совместно с оценением характеризующих их параметров в условиях отсутствия априорных данных. Приводится синтез альтернативных алгоритмов принятия статистических решений с помощью байесовского подхода и с помощью метода обобщенного отношения правдоподобия, а также демонстрируется их применение на примере задачи идентификации оптического трека с орбитами известных космических объектов из базы орбитальных данных.

Поступила в редакцию 30.06.2025 г. Принята в печать 31.07.2025 г.

Ключевые слова: обобщенное отношение правдоподобия, байесовский подход, средний риск, идентификация треков, инварианты движения

Bayesian approach and generalized likelihood ratio in the problem of identification of optical tracks of space objects

Kolessa A.E.^{1,2}, Kolessa E.A.^{1,2}

¹Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russia

²PJSC "IJS "Vympel", Moscow, Russia

The paper considers the problem of testing two complex alternative statistical hypotheses together with the evaluation of the parameters characterizing them in the absence of a priori data. A synthesis of alternative algorithms for making statistical decisions using the Bayesian approach and the generalized likelihood ratio method are presented, and their application is demonstrated using the example of the problem of identifying an optical track with the orbits of known space objects from an orbital database.

Received 30.06.2025. Accepted 31.07.2025.

Keywords: generalized likelihood ratio, Bayesian method, average risk, track identification, motion invariants

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.007

1. Введение

В работе рассматриваются теоретические аспекты решения частных задач, возникающих при решении проблемы идентификации треков околоземных космических объектов (КО), наблюдаемых оптическими телескопами. Рассматриваемые частные задачи формулируются в рамках задачи различения сложных альтернативных статистических гипотез совместно с оценением неизвестных параметров, характеризующих эти гипотезы. Дается два способа решения этой задачи с помощью обобщенного отношения правдоподобия и байесовского подхода. Показывается взаимосвязь этих способов. В качестве примера рассматривается задача принятия решения об отсутствии в базе орбитальных данных информации о космическом объекте, трек которого выделен телескопом попутно, или в режиме обзора, при отсутствии целеуказания.

2. Проверка двух сложных альтернативных гипотез совместно с оценением параметров

Пусть гипотеза H_i , $i = 0, 1$ предполагает, что l -мерный случайный вектор Y статистически связан условной плотностью вероятности (функцией правдоподобия)

$$p_{Y|X_i}(y|x_i, H_i) \quad (1)$$

с параметром $X_i \in E_{k_i}$. На основании измерения y вектора Y требуется принять решение в пользу одной из альтернативных гипотез, например H_i ($i = 0, 1$), совместно с определением оценки $\hat{x}_i$ соответствующего этой гипотезе параметра X_i .

2.1. Метод обобщенного отношения правдоподобия

В соответствии с методом обобщенного отношения правдоподобия [1, 2] решение в пользу гипотезы H_1 принимается при выполнении неравенства

$$s(y) = \frac{\max_{x_1} p_{Y|X_1}(y|H_1, x_1)}{\max_{x_0} p_{Y|X_0}(y|H_0, x_0)} \geq h, \quad (2)$$

в котором порог h выбирается из условия обеспечения требуемой величины вероятности ложного решения на основе распределения вероятности решающей статистики $s(y)$. В противном случае гипотеза H_1 отвергается в пользу гипотезы H_0 . Если в качестве верной принимается гипотеза H_i , ($i = 0, 1$), то оценка $\hat{x}_i$ вектора X_i вычисляется по формуле

$$\hat{x}_i = \arg \max_{x_i} p_{Y|X_i}(y|H_i, x_i). \quad (3)$$

2.2. Байесовский подход

Байесовское решающее правило [1, 2] предполагает, что параметры X_0, X_1 являются случайными и для описания их статистических свойств требуются априорные плотности вероятности $p_{X_i}(x_i)$, $i = 0, 1$. Кроме того, байесовский подход формально требует задания априорной вероятности P_1 того, что гипотеза H_1 является правильной. Потери от принятия решения в пользу гипотезы H_j с построением оценки $\hat{x}_j$ в ситуации, когда на самом деле верна гипотеза H_i и параметр X_i имеет значение x_i , будем характеризовать функцией потерь $L_{j,i}(\hat{x}_j|x_i)$, которая не предполагает потерь из-за ошибок оценивания при ошибке в определении номера правильной гипотезы, т. е. $L_{j,i}(\hat{x}_j|x_i) = c_{j,i}$ при $j \neq i$. Решение принимается в пользу той гипотезы, для которой величина среднего риска (функция потерь, усредненная по всем случайным факторам) минимальна. Как известно [1], в принятых условиях оптимальное байесовское решение состоит в проверке неравенства

$$R_a(\hat{x}_1|H_1, y) \leq R_a(\hat{x}_0|H_0, y), \quad (4)$$

где апостериорный риск для $j = 0, 1$ определяется соотношением

$$R_a(\hat{x}_j|H_j, y) = \begin{cases} P_0 c_{0,0} J_0(\hat{x}_0) + P_1 c_{0,1} \pi_1 & j = 0 \\ P_1 c_{1,1} J_1(\hat{x}_1) + P_0 c_{1,0} \pi_0 & j = 1 \end{cases}, \quad (5)$$

в котором для $i = 0, 1$

$$J_i(\hat{x}_i) = \int L_{i,i}(\hat{x}_i|x_i) p_{Y|X_i}(y|H_i, x_i) p_{X_i}(x_i) dx_i, \quad (6)$$

$$\pi_i = \int p_{Y|X_i}(y|H_i, x_i) p_{X_i}(x_i) dx_i, \quad (7)$$

$$\hat{x}_i = \arg \min_{\vartheta_i} R_a(\vartheta_i|H_i, y) = \arg \min_{\vartheta_i} J_i(\vartheta_i). \quad (8)$$

Если (4) выполняется, то принимается решение в пользу гипотезы H_1 и $\hat{x}_1$ принимается в качестве оценки параметра X_1 .

В противном случае гипотеза H_1 отвергается в пользу гипотезы H_0 и в качестве оценки параметра X_0 принимается $\hat{x}_0$.

В предположении об отсутствии априорной информации о параметрах X_i , $i = 0, 1$ воспользуемся моделью равномерной на некоторой области $\Omega_i \subset E_{k_i}$ с объемом V_i априорной плотности вероятности

$$p_{X_i}(x_i) = I_{\Omega_i}(x_i)/V_i \quad (9)$$

с последующим расширением Ω_i на все E_{k_i} ($\Omega_i \rightarrow E_{k_i}$).

Подстановка (9), (6) в (8) в пределе по $\Omega_j \rightarrow E_{k_j}$ при простой функции потерь

$$L_{i,i}(\hat{x}_i|x_i) = \begin{cases} c_{i,i} [1 - \delta(x_i - \hat{x}_i)] & j = i \\ c_{j,i} & j \neq i, i, j = 0, 1, \end{cases} \quad (10)$$

дает

$$\hat{x}_j = \arg \max_{\vartheta_i} p_{Y|X_i}(y|H_i, \vartheta_i). \quad (11)$$

Таким образом, при простой функции потерь с произвольными коэффициентами $c_{0,0}, c_{0,1}, c_{1,0}, c_{1,1}$ и равномерной на всем пространстве априорной плотности вероятности параметра X_i , его байесовская оценка (11), минимизирующая средний риск, совпадает с оценкой максимального правдоподобия (3).

Подстановка (5) в неравенство (4) приводит его к следующему эквивалентному виду

$$P_1 c_{1,1} J_1(\hat{x}_1) + P_0 c_{1,0} \pi_0 \leq P_0 c_{0,0} J_0(\hat{x}_0) + P_1 c_{0,1} \pi_1. \quad (12)$$

Без ограничения общности будем считать, что коэффициенты потерь $c_{0,1}, c_{1,0}$, связаны некоторым коэффициентом пропорциональности $c_{0,1} = c \cdot c_{1,0}$, т. е. потери при ошибочном принятии гипотезы H_0 в ситуации, когда правильной является гипотеза H_1 , отличаются в c раз от потерь при ошибочном принятии гипотезы H_1 в случае, когда правильной является гипотеза H_0 .

Получим решающее правило для случая бесконечно больших потерь при ошибочных решениях о номере правильной гипотезы. Подстановка (9), (7) в неравенство (12), деление его обеих частей на $c_{1,0}$ и переход к пределу по $c_{1,0} \rightarrow \infty$ приводит его к следующему виду

$$\frac{\int_{\Omega_1} p_{Y|X_1}(y|H_1, x_1) dx_1}{\int_{\Omega_0} p_{Y|X_0}(y|H_0, x_0) dx_0} \geq \frac{(1 - P_1) V_1}{P_1 c V_0} = h. \quad (13)$$

Для любых Ω_0, Ω_1 порог h будем выбирать из условия обеспечения требуемого уровня вероятности ложного решения. Тогда в пределе по $\Omega_0 \rightarrow E_{k_0}, \Omega_1 \rightarrow E_{k_1}$ (соответственно, $V_0 \rightarrow \infty, V_1 \rightarrow \infty$) неравенство (13) приобретает следующий асимптотический вид:

$$\frac{\int p_{Y|X_1}(y|H_1, x_1) dx_1}{\int p_{Y|X_0}(y|H_0, x_0) dx_0} \geq h. \quad (14)$$

Таким образом, байесовское решающее правило (14) определения номера правильной гипотезы, вообще говоря, отличается от решающего правила (2), основанного на обобщенном отношении правдоподобия.

Пусть при гипотезе H_i ($i = 0, 1$) вектор Y связан с параметром X_i линейным уравнением

$$Y = B_i X_i + b_i + G_i \varepsilon, \quad (15)$$

в котором матрица B_i имеет ранг k_i , $[l \times l]$ матрица G_i имеет ранг l , ε — нормально распределенная случайная величина с нулевым средним $M\varepsilon = 0$ и единичной ковариационной матрицей. Величины ε и X_i статистически независимы, $W_i = G_i G_i^T$.

В соответствии с (15) и принятыми условиями

$$p_{Y|X_i}(y|H_i, x_i) = N_y\{B_i x_i + b_i, W_i\}, W_i = G_i G_i^T. \quad (16)$$

$$\hat{x}_i = (B_i^T W_i^{-1} B_i)^{-1} B_i^T W_i^{-1} (y - b_i), \quad (17)$$

$$\Gamma_i = (B_i^T W_i^{-1} B_i)^{-1}. \quad (18)$$

Подстановка (16) в (14) и применение тождества

$$N_y\{b_i + B_i x, W_i\} = \sqrt{(2\pi)^{k_i} |\Gamma_i|} N_y\{b_i + B_i \hat{x}_i, W_i\} N_{x_i}\{\hat{x}_i, \Gamma_i\},$$

в котором $\hat{x}_i, \Gamma_i$ вычисляются по формулам (17), (18), с учетом обозначения $h' = h \sqrt{(2\pi)^{k_1} |\Gamma_1|} / \sqrt{(2\pi)^{k_0} |\Gamma_0|}$ приводит к решающему правилу

$$\frac{N_y\{b_1 + B_1 \hat{x}_1, W_1\}}{N_y\{b_0 + B_0 \hat{x}_0, W_0\}} \leq h', \quad (19)$$

которое с учетом (16) и условия $\max_{x_i} N_y\{b_i + B_i x_i, W_i\} = \hat{x}_i$ эквивалентно обобщенному отношению правдоподобия (2).

Теорема 1. В принятых условиях и при линейной связи (15) вектора Y с параметром X_i решение в пользу гипотезы H_1 принимается при выполнении неравенства

$$s(y) = r_0(y) - r_1(y) \geq \hat{h}, \quad (20)$$

в котором для $i = 0, 1$

$$r_i = (y - b_i)^T \left[W_i^{-1} - W_i^{-1} B_i (B_i^T W_i^{-1} B_i)^{-1} B_i^T W_i^{-1} \right] (y - b_i). \quad (21)$$

Оценка $\hat{x}_i$ вектора X_i и ковариационная матрица ошибок оценивания Γ_i для принятой гипотезы H_i , ($i = 0, 1$), вычисляются по формулам (17), (18). Порог $\hat{h}$ выбирается, исходя из требуемой вероятности ложного решения.

Доказательство. В соответствии с (16)

$$p_{Y|X_i}(y|x_i, H_i) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^l |W_i|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} J(x_i) \right\}, \quad (22)$$

$$J(x_i) = (y - b_i - B_i x_i)^T W_i^{-1} (y - b_i - B_i x_i). \quad (23)$$

Вектор $\hat{x}_i$, который максимизирует функцию правдоподобия (22), определяется по формуле (17), подстановка которой в (23) дает

$$r_i(y) \triangleq J(\hat{x}_i) = \min_{x_i} J(x_i) = \quad (24)$$

$$(y - b_i)^T \left(E_i - B_i (B_i^T W_i^{-1} B_i)^{-1} B_i^T W_i^{-1} \right)^T W_i^{-1} \left(E_i - B_i (B_i^T W_i^{-1} B_i)^{-1} B_i^T W_i^{-1} \right) (y - b_i),$$

откуда следует формула (21) для $r_i(y)$. С учетом (22), (24) выполняется соотношение $\max_{x_i} p_{Y|X_i}(y|H_i, x_i) = \exp \left\{ -\frac{1}{2} r_i(y) \right\} / \sqrt{(2\pi)^l |W_i|}$, подстановка которого в (19) и логарифмирование обеих частей получившегося неравенства приводит его к виду (20) с учетом обозначения $\hat{h} = 2 \ln \left(h \sqrt{|W_0|/|W_1|} \right)$.

Теорема доказана.

3. Идентификация и объединение двух независимых измерений

Пусть имеются k -мерные измерения (или оценки) y_1, y_2 с ковариационными матрицами ошибок измерения W_1, W_2 . Ошибки измерения предполагаются некоррелированными, нормальными, с нулевыми средними.

Рассматриваются две альтернативные гипотезы H_i , $i = 0, 1$. Гипотеза H_0 предполагает, что y_1, y_2 являются измерениями случайного k -мерного вектора состояния X_0 одного и того же объекта. Гипотеза H_1 предполагает, что y_1, y_2 являются измерениями разных случайных векторов θ_1, θ_2 , которые характеризуют состояние разных объектов. Предполагается, что X_0, θ_1, θ_2 соответствуют одному и тому же моменту времени. Требуется принять решение о том, какая из гипотез правильная совместно с построением на основе обоих измерений y_1, y_2 оценки $\hat{x}_0$ параметра X_0 и ковариационной матрицы Γ_0 ошибок оценивания, если правильной признана гипотеза H_0 , или оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ параметров θ_1, θ_2 и соответствующих ковариационных матриц Γ_1, Γ_2 ошибок оценивания, если гипотеза H_0 отвергается в пользу гипотезы H_1 (ожидаемый для этого случая результат $\hat{\theta}_1 = y_1, \hat{\theta}_2 = y_2, \Gamma_1 = W_1, \Gamma_2 = W_2$ очевиден, тем не менее, он будет получен формально).

Теорема 2. В принятых предположениях алгоритм принятия решения в пользу гипотезы H_1 (измерения относятся к разным объектам) совместно с оцениванием параметра, характеризующего гипотезу, состоит в проверке выполнения неравенства

$$s(y) \geq h, \quad (25)$$

$$s(y) = (y_1 - y_2)^T (W_1 + W_2)^{-1} (y_1 - y_2), \quad (26)$$

при этом оценки $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ совпадают с соответствующими измерениями

$$\hat{\theta}_1 = y_1, \hat{\theta}_2 = y_2, \quad (27)$$

а ковариационные матрицы ошибок оценивания совпадают с ковариационными матрицами ошибок измерения:

$$\Gamma_1 = W_1, \Gamma_2 = W_2. \quad (28)$$

Если же неравенство (25) не выполняется, гипотеза H_1 отвергается в пользу гипотезы H_0 , оценка $\hat{x}_0$ параметра X_0 и ковариационная матрица ошибок оценивания Γ_0 вычисляются по формулам

$$\hat{x}_0 = (W_1^{-1} + W_2^{-1})^{-1} (W_1^{-1} y_1 + W_2^{-1} y_2), \quad (29)$$

$$\Gamma_0 = (W_1^{-1} + W_2^{-1})^{-1}. \quad (30)$$

Для желаемой вероятности P_F ложного решения величина порога h определяется из соотношения

$$P_F = P(S \geq h) = \int_h^\infty p_S(s) ds, \quad (31)$$

где $p_S(s) = s^{\frac{k}{2}-1} e^{-\frac{s}{2}} / \left[2^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{k}{2}\right) \right]$, $\Gamma(k)$ — гамма-функция.

Доказательство.

Измерения y_1, y_2 можно интерпретировать, как реализацию случайных векторов Y_1, Y_2 , которые при гипотезе H_0 удовлетворяют уравнениям

$$Y_1 = X_0 + \varepsilon_1, Y_2 = X_0 + \varepsilon_1, \quad (32)$$

а при гипотезе H_1 — уравнениям

$$Y_1 = \theta_1 + \varepsilon_1, Y_2 = \theta_2 + \varepsilon_2, \quad (33)$$

в которых нормированные ошибки измерения ε_i нормальные, с нулевым средним и ковариационными матрицами W_i , $i = 1, 2$. Параметры $X_0, X_1 = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}$ и $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ независимы в совокупности.

Для гипотезы H_i ($i = 0, 1$) уравнения (32), (33) можно представить в виде

$$Y = B_i X_i + \varepsilon, \quad (34)$$

где

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} E \\ E \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} E & \emptyset \\ \emptyset & E \end{bmatrix}, \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} W_1 & \emptyset \\ \emptyset & W_2 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

Таким образом, рассматриваемая задача приведена к задаче проверки двух альтернативных сложных гипотез H_i , $i = 0, 1$, совместно с оценкой параметров X_i при линейной связи (34) (при $b_i = 0$) наблюдения Y с вектором параметров для фиксированной гипотезы H_i . В соответствии с теоремой 1 решение в пользу гипотезы H_1 принимается при выполнении неравенства (25). Можно показать, что с учетом (35) формулы, преобразуются к виду (27)–(30).

Представим статистику (20) с учетом (21) в виде

$$s(y) = y^T (Q_1 - Q_0) y, \quad (36)$$

где $Q_i = W^{-1} B_i (B_i^T W^{-1} B_i)^{-1} B_i^T W^{-1}$.

Принимая во внимание (35), можно привести матрицы Q_0, Q_1 к следующему виду:

$$Q_0 = \begin{bmatrix} (W_1 + W_1 W_2^{-1} W_1)^{-1} & (W_1 + W_2)^{-1} \\ (W_1 + W_2)^{-1} & (W_2 + W_2 W_1^{-1} W_2)^{-1} \end{bmatrix}, \quad Q_1 = \begin{bmatrix} W_1^{-1} & \emptyset \\ \emptyset & W_2^{-1} \end{bmatrix}, \quad (37)$$

а их разность с учетом матричного тождества Вудбери

$$(W_1 + W_2)^{-1} = W_1^{-1} - (W_1 + W_1 W_2^{-1} W_1)^{-1} \equiv W_2^{-1} - (W_2 + W_2 W_1^{-1} W_2)^{-1}$$

представить в виде:

$$Q_1 - Q_0 = \begin{bmatrix} (W_1 + W_2)^{-1} & -(W_1 + W_2)^{-1} \\ -(W_1 + W_2)^{-1} & (W_1 + W_2)^{-1} \end{bmatrix}. \quad (38)$$

С учетом (38) формула (36) преобразуется к виду (26). Найдем вероятность ложного решения, т. е. вероятность превышения порога h статистикой

$$s(Y) = Y^T (Q_1 - Q_0) Y \quad (39)$$

в ситуации, когда правильной является гипотеза H_0 , при которой

$$Y = B_0 X_0 + G = \begin{bmatrix} E \\ E \end{bmatrix} X_0 + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ X_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Подстановка (40) в (39) позволяет получить формулу

$$s(y)|_{y=Y} = Y^T (Q_1 - Q_0) Y = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^T (W_1 + W_2)^{-1} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2). \quad (41)$$

Рассмотрим случайную величину

$$\eta = (W_1 + W_2)^{-\frac{1}{2}} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2). \quad (42)$$

Можно показать, что $M\eta = 0$, $M\eta\eta^T = E$. Следовательно,

$$s(Y) = \eta^T \eta. \quad (43)$$

Искомая вероятность ложного решения совпадает с вероятностью превышения порога h случайной величиной $s(Y) = \eta^T \eta$, где η — нормальная случайная величина с нулевым средним и единичной ковариационной матрицей. Величина $s(Y)$ имеет χ^2 распределение с k степенями свободы. Поэтому величина порога h определяется из условия (31) обеспечения желаемой вероятности ложного решения, которая совпадает с вероятностью наступления события

$$\eta^T \eta > h. \quad (44)$$

Теорема доказана.

Алгоритм (25)–(30) синтезирован в соответствии с байесовским подходом минимизации среднего риска. К этому же алгоритму можно прийти с помощью обобщенного отношения правдоподобия.

Полученные результаты могут применяться для широкого круга задач идентификации данных, алгоритмы решения которых рассмотрены в [3], где дана также библиография публикаций по этой проблеме. В данной работе демонстрируется применение разработанных методов к решению следующей задачи, возникающей при мониторинге космических объектов, обнаруживаемых в условиях отсутствия о них априорных данных.

4. Принятие решения об обнаружении нового КО, отсутствующего в базе орбитальных данных

При обнаружении и выделении оптического трека некоторого КО без целеуказания (при полном отсутствии априорной информации о КО) возникает задача идентификации этого трека с космическими объектами, оценки орбитальных параметров которых вместе с ковариационными матрицами ошибок оценивания присутствуют в имеющейся базе данных и регулярно обновляются по данным оптического мониторинга космического пространства. Задача идентификации состоит в принятии решения об отсутствии (или наличии) в базе орбитальных данных космического объекта, оценка вектора параметров орбиты которого соответствует (или не соответствует) в статистическом смысле треку обнаруженного КО. Ограничимся при идентификации рассмотрением только тех КО из базы данных, по которым накопилась и поддерживается высокая точность определения их орбитальных параметров, которая обеспечивает правомерность использования линеаризации относительно имеющейся оценки параметров орбиты. Итак, пусть некоторый новый трек $y = [\hat{\alpha}_1, \hat{\delta}_1, \dots, \hat{\alpha}_n, \hat{\delta}_n]^T$ содержит независимые измерения $\hat{\alpha}_t = \hat{\alpha}(\tau_t)$, $\hat{\delta}_t = \hat{\delta}(\tau_t)$ соответственно углов прямого восхождения $\alpha_t = \alpha(\tau_t)$ и склонения $\delta_t = \delta(\tau_t)$ в моменты времени τ_t , $t = 1, \dots, n$, и $\Lambda = [\alpha_1, \delta_1, \dots, \alpha_n, \delta_n]^T$ — вектор действительных угловых координат некоторого КО. Ошибки измерения некоррелированные, с нулевым средним и характеризуются дисперсией σ^2 ошибок измерения. Таким образом, ковариационная матрица ошибок имеет диагональный вид

$$W = M(\Lambda - y)(\Lambda - y)^T = \sigma^2 E. \quad (45)$$

Рассмотрим задачу идентификации трека с орбитой некоторого произвольного КО из базы данных. Орбита КО характеризуется оценкой $\hat{x}_0$ его вектора состояния $X_0 = X(\tau_0)$ и ковариационной матрицей ошибок оценивания $\Gamma_0 = \Gamma(\tau_0)$, соответствующих некоторому моменту времени τ_0 . С помощью определенных преобразований оценка $\hat{x}_0$ пересчитывается в угловые координаты для моментов времени τ_t , $t = 1, \dots, n$ по формулам

$$\alpha_t^* = \alpha^*(\tau_t) = \varphi_t^E \{\hat{x}_0\}, \delta_t^* = \delta^*(\tau_t) = \psi_t^E \{\hat{x}_0\}. \quad (46)$$

Из этих величин составляется вектор «модельных» измерений

$$y^* = [\alpha_1^*, \delta_1^*, \dots, \alpha_n^*, \delta_n^*]^T. \quad (47)$$

Рассматриваются две альтернативные гипотезы: гипотеза H_0 предполагает, что y и y^* являются измерениями одного и того же вектора Λ , т. е. соответствуют одной и той же орбите, а гипотеза H_1 предполагает, что y и y^* являются измерениями векторов Λ, Λ^* , соответствующих разным орбитам. В предположении, что верна гипотеза H_0 , применение линеаризации

$$\alpha_t - \varphi_t^E \{ \hat{x}_0 \} = \varphi_t^E \{ X_0 \} - \varphi_t^E \{ \hat{x}_0 \} = \varphi_t^E \{ \hat{x}_0 + (X_0 - \hat{x}_0) \} - \varphi_t^E \{ \hat{x}_0 \} \approx \left. \frac{\varphi_t^E \{ x \}}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_0} (X_0 - \hat{x}_0),$$

$$\delta_t - \psi_t^E \{ \hat{x}_0 \} = \psi_t^E \{ X_0 \} - \psi_t^E \{ \hat{x}_0 \} = \psi_t^E \{ \hat{x}_0 + (X_0 - \hat{x}_0) \} - \psi_t^E \{ \hat{x}_0 \} \approx \left. \frac{\psi_t^E \{ x \}}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_0} (X_0 - \hat{x}_0)$$

дает

$$\alpha_t - \alpha_t^* \approx \Phi_t (x_0 - \hat{x}_0), \delta_t - \delta_t^* \approx \Psi_t (x_0 - \hat{x}_0), \quad (48)$$

где

$$\Phi_t = \Phi_t (\hat{x}_0) = \left. \frac{\varphi_t^E \{ x \}}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_0}, \Psi_t = \Psi_t (\hat{x}_0) = \left. \frac{\psi_t^E \{ x \}}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}_0}. \quad (49)$$

Ковариационная матрица ошибок вектора модельных измерений имеет вид

$$W^* = M (\Lambda - y^*) (\Lambda - y^*)^T = MU (x_0 - \hat{x}_0) (x_0 - \hat{x}_0)^T U^T = U \Gamma_0 U^T, \quad (50)$$

где $[n \times k]$ -мерная матрица U (k — число компонентов вектора состояния) имеет структуру

$$U^T = [\Phi_1^T, \Psi_1^T, \dots, \Phi_n^T, \Psi_n^T]. \quad (51)$$

Таким образом, имеются два независимых измерения y и y^* . Ошибки измерения некоррелированные, нормальные, с нулевыми средними и ковариационными матрицами W, W^* . Воспользуемся теоремой 2, в соответствии с которой оптимальное (в условиях, принятых в теореме 2) байесовское правило принятия решения состоит в следующем.

Решение H_1 (измерения относятся к разным орбитам) принимается при выполнении неравенства

$$s(y) \geq h, s(y) = (y - y^*)^T (W + W^*)^{-1} (y - y^*). \quad (52)$$

Если же неравенство (52) не выполняется, принимается решение в пользу гипотезы H_0 (измерения относятся к одной и той же орбите).

Для желаемой вероятности P_F ложного решения величина порога h определяется из соотношения (31), в котором число степеней свободы $k = 2n$.

Непосредственная реализация алгоритма (52) требует вычислительно емкой процедуры обращения матрицы $(W + W^*)$ размером $[2n \times 2n]$. Однако этой процедуры можно избежать следующим образом. С учетом (45), (50)

$$(W + W^*)^{-1} = (\sigma^2 E + U \Gamma_0 U^T)^{-1}. \quad (53)$$

Применение к (53) тождества Вудбери [4]

$$(A + UCV)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}U(C^{-1} + VA^{-1}U)^{-1}VA^{-1} \quad (54)$$

при $A = \sigma^2 E, C = \Gamma_0, V = U^T$ дает

$$(\sigma^2 E + U \Gamma_0 U^T)^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \left[E - U(\sigma^2 \Gamma_0^{-1} + U^T U)^{-1} U^T \right]. \quad (55)$$

С учетом (53), (55) решающая статистика (52) может быть представлена в виде

$$s = \frac{1}{\sigma^2} (y - y^*)^T \left[E - U(\sigma^2 \Gamma_0^{-1} + U^T U)^{-1} U^T \right] (y - y^*). \quad (56)$$

Матрица, требующая обращения в (56), имеет размер $[k \times k]$, где k — число компонентов вектора состояния X_0 .

5. Заключение

В работе рассмотрены способы синтеза алгоритмов различения двух альтернативных сложных гипотез совместно с оцениванием характеризующих их параметров. Показана взаимосвязь этих способов и найдены условия, при которых метод обобщенного отношения правдоподобия и байесовский подход минимизации среднего риска приводят к одинаковым алгоритмам принятия решения. Приведен пример решения с помощью синтезированных алгоритмов задачи принятия решения об отсутствии в базе орбитальных данных информации о космическом объекте, трек которого выделен телескопом попутно, или в режиме обзора, при отсутствии целеуказания.

Список литературы

1. G. P. Tartakovskij, *Teoriya informacionnyh sistem* (2005).
2. V. G. Repin and G. P. Tartakovskij, *Statisticheskij sintez pri apriornoj neopredelennosti i adaptaciya informacionnyh sistem* (1977).
3. A. E. Kolessa, A. G. Tartakovsky, A. P. Ivanov, and V. A. Radchenko, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **56**, 301, 2020.
4. G. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations* (2013).

Малые возмущения в движении астероидов Главного пояса

Кузнецов В.Б., Чернетенко Ю.А.

Институт прикладной астрономии РАН, Санкт-Петербург, Россия

Целью этой работы было выяснение причин, от которых зависит точность определения орбит астероидов Главного пояса (АГП): наличие негравитационных ускорений, неучтенное в модели движения гравитационное влияние других астероидов, ошибки наблюдений. Безусловный интерес представляет новая группа малых тел — активные астероиды — и возможность выявления их по наличию в движении астероидов негравитационного ускорения. С использованием каталога позиционных наблюдений Центра малых планет для всех астероидов со значениями больших полуосей меньше 3.5 а. е. получены оценки трансверсальной составляющей дополнительного ускорения (A_2) в предположении, что его зависимость от гелиоцентрического расстояния имеет вид $1/r^2$. Значения A_2 оценивались из наблюдений совместно с поправками к параметрам орбит астероидов. Для ~ 50000 астероидов получены значения $|A_2| > 3\sigma_{A_2}$, для $\sim 9000 - |A_2| > 5\sigma_{A_2}$, для $\sim 400 - |A_2| > 10\sigma_{A_2}$. Для последней группы интервал значений A_2 составляет $10^{-11} - 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$. Рассмотрена также группа астероидов, ~ 4000 , с $\sigma_{A_2} < 2 \cdot 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$, для этой группы интервал значений A_2 составляет $10^{-13} - 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$. Значения параметра A_2 и его ошибки заметно возрастают, если интервал наблюдений составляет менее 20 – 30 оппозиций. Особенно это заметно для первых двух групп значений. Показано, что в значительной степени величина A_2 зависит от числа включенных в уравнения движения гравитационных возмущений от других АГП. Поэтому при оценке A_2 и особенно интерпретации необходимо учитывать тот факт, что гравитационные возмущения от АГП могут существенно изменить и сами эти значения, и их ошибки, и необходимо выявление тесных сближений изучаемого астероида с другими астероидами и максимально полная модель движения. Это же необходимо иметь в виду и при поиске потенциально активных астероидов по наличию в их движении значимого A_2 .

Поступила в редакцию 30.06.2025 г. Принята в печать 31.07.2025 г.

Ключевые слова: астероиды, астероиды Главного пояса, активные астероиды, негравитационное ускорение

Small perturbations in the motion of the main-belt asteroids

Kuznetsov V.B., Chernetenko Yu.A.

Institute of Applied Astronomy of the RAS, Saint-Petersburg, Russia

The aim of this work was to clarify the reasons on which the accuracy of determining the orbits of the main-belt asteroids (MBA) depends: the presence of non-gravitational accelerations, the gravitational influence of other asteroids not taken into account in the motion model, and observational errors. Of unconditional interest is the new group of small bodies — active asteroids, and the possibility of identifying them by the presence of non-gravitational acceleration in their motion. Using the catalog of positional observations of the Minor Planet Center, for all asteroids with semi-major axes less than 3.5 AU, the values of the transverse component of the additional acceleration (AA) A_2 were obtained under the assumption that its dependence on the heliocentric distance has the form $1/r^2$. The values of A_2 were estimated from observations together with corrections to the parameters of the asteroid orbits. For $\sim 50,000$ asteroids, the values of $|A_2| > 3\sigma_{A_2}$, for $\sim 9000 - |A_2| > 5\sigma_{A_2}$, for $\sim 400 - |A_2| > 10\sigma_{A_2}$. For the last group, the range of A_2 values is $10^{-11} - 10^{-14}$ AU day $^{-2}$. A group of asteroids (~ 4000) with $\sigma_{A_2} < 2 \cdot 10^{-14}$ AU day $^{-2}$ is also considered. For this group, the range of A_2 values is $10^{-13} - 10^{-14}$ AU day $^{-2}$. The values of the parameter A_2 and its errors increase significantly if the observation interval is less than 20 – 30 oppositions. This is especially noticeable for the first two groups of values. It is shown that the value of the AA largely depends on the number of gravitational perturbations from other MBA included in the equations of motion. Therefore, with a formal assessment of the parameters of AA in the motion of the MBA, such values can be obtained and for a significant part of the asteroids they can be less than their triple errors. However, when assessing and interpreting them, it is necessary to take into account the fact that gravitational perturbations from other MBA can significantly change both these values and their errors. Therefore, it is necessary to identify their close approaches to other asteroids and to use the most complete model of motion. The same is necessary for identifying potentially active asteroids by the presence of significant additional acceleration in their motion.

Received 30.06.2025. Accepted 31.07.2025.

Keywords: asteroids, main-belt asteroids, active asteroids, non-gravitational acceleration

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.008

1. Введение

Для астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ), можно считать установленным фактом наличие в их орбитальном движении негравитационного ускорения (НУ), вызываемого эффектом Ярковского (ЭЯ). При этом, если оценивается параметр A_2 , трансверсальная составляющая негравитационного ускорения, то он может быть суммой ряда составляющих, среди которых: неточности модели движения, ошибки наблюдений, сложный вид зависимости ЭЯ от физических параметров тела, возможная кометная активность. Значения параметра A_2 для АСЗ имеют величину до десятков единиц 10^{-14} а. е. сут $^{-2}$, что соответствует ускорению, вызываемому ЭЯ и оцененному на основании физической теории этого эффекта. Для астероида 523599 $A_2 = (+208 \pm 1.3) \cdot 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$. Предполагается, что он является потенциально активным астероидом.

Безусловно, ЭЯ присутствует и в движении астероидов главного пояса (АГП). Предполагается, что это ускорение может вносить вклад в орбитальную эволюцию некрупных астероидов, способствуя переносу орбит из области ГП в область движения АСЗ, может быть значимым в орбитальной эволюции членов семейств астероидов. Поэтому интересно оценить его величину в движении этих астероидов. В работе [1] такие оценки были получены для некрупных АГП с достаточно продолжительной наблюдательной историей. Для 700 АГП получены значения дополнительного трансверсального ускорения A_2 с ошибкой порядка $1.0\text{--}1.5 \cdot 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$. При этом сами значения A_2 для некоторых АГП по величине оказались сопоставимы со значениями, полученными для АСЗ. Это противоречит тому, что орбиты АГП находятся на существенно более далеком расстоянии от Солнца, чем АСЗ, и, следовательно, ЭЯ должен быть меньше, чем для АСЗ при прочих равных условиях. Было показано, что влияние тесных сближений с другими, возмущающими, астероидами может проявляться в изменениях орбиты того же порядка, что и предполагаемый ЭЯ. Показано также, что в значительной степени это ускорение может быть вызвано случайными и систематическими ошибками фотографических наблюдений, влияние которых на определяемые значения A_2 может быть того же порядка, что и сам ЭЯ.

В работе [2] рассмотрены позиционные наблюдения 134 АГП и не найдены значимые подтверждения действия ЭЯ. С использованием тестовых наблюдений для этих АГП оценено время наблюдений, необходимое для определения ЭЯ, которое превышает имеющиеся интервалы наблюдений. Показано, что ЭЯ может быть обнаружен через пару десятилетий после открытий для АГП диаметром 100 м, при предполагаемой точности их наблюдений 0.1 сек. дуги.

Безусловный интерес представляет новая группа малых тел — активные астероиды, которые в настоящее время обнаруживаются, в основном, по внешним проявлениям активности: вспышки яркости, пылевые хвосты, разрушения тел. Так как такие проявления могут и не наблюдаться, то представляют интерес оценки дополнительного ускорения (ДУ) и выявление тех малых тел, у которых величина ускорения заметна и которые поэтому могут рассматриваться как потенциально активные астероиды.

Поэтому целью нашей работы было рассмотрение всех астероидов (по состоянию на ноябрь 2024 г.) со значениями больших полуосей меньше 3.5 а. е., оценка параметра дополнительного ускорения A_2 и его интерпретация.

2. Вычисления и полученные результаты

Интегрирование уравнений движения и уравнений в вариациях выполнялось методом Эверхарта. В уравнения движения включены возмущения от всех планет, карликовых планет Плутона и Цереры в соответствии с DE440, а также от 14 астероидов с номерами: 2, 3, 4, 10, 15, 31, 48, 52, 65, 87, 88, 451, 511, 704, используемых для учета возмущений астероидов в эфемеридах ЛРД НАСА [3]. Рассматривались также решения, полученные с учетом возмущений только от астероидов Паллада и Веста (модель возмущений, принятая в МПЦ [4]) и с учетом возмущений от 300 астероидов. В уравнениях движения учтены релятивистские члены от Солнца. Решение системы нормальных уравнений проводилось взвешенным методом наименьших квадратов относительно элементов орбит возмущаемых астероидов и параметра A_2 . В ходе исследований использовались наблюдения из каталога Центра малых планет Международного астрономического союза [4] по состоянию на ноябрь 2024 г. Нами использовалась схема назначения весов, предложенная в работе [5] и основанная на анализе наблюдений отдельных обсерваторий. Для отбраковки наблюдений использовался критерий χ^2 [6].

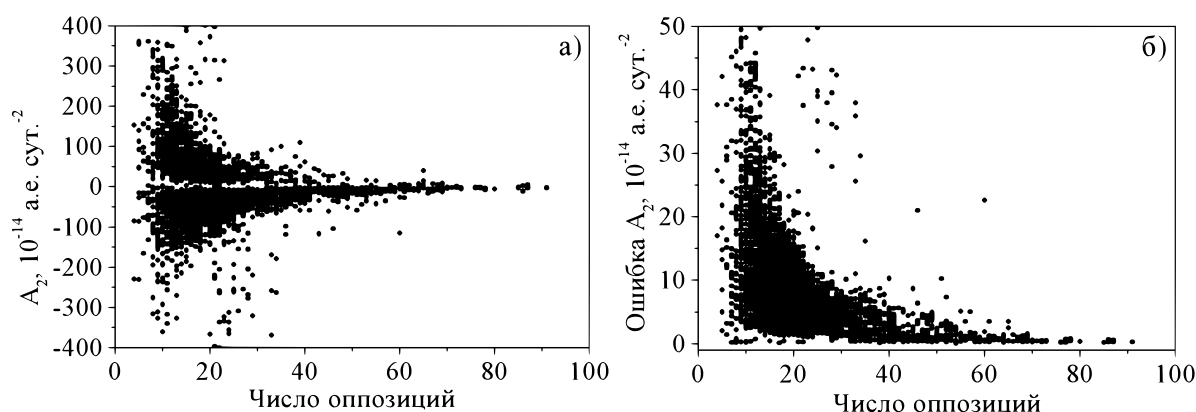


Рис. 1: Зависимость значения A_2 (а) и ошибки A_2 (б) от числа оппозиций для выборки $|A_2| > 5\sigma_{A_2}$.

Предполагалось, что зависимость дополнительного ускорения от гелиоцентрического расстояния имеет вид $1/r^2$, а трансверсальная составляющая ускорения A_2 оценивалась из наблюдений совместно с поправками к параметрам орбиты.

При анализе полученных результатов использовались следующие критерии отбора: $|A_2| > 3\sigma_{A_2}$, $> 5\sigma_{A_2}$, $> 10\sigma_{A_2}$. Этому условию удовлетворяют, соответственно, более 52 000 орбит, 9000 орбит, 400 орбит. Несмотря на формальную значимость этих решений, обнаруживается зависимость значения параметра A_2 и его ошибки от числа оппозиций, числа наблюдений, интервала наблюдений (все это взаимосвязанные величины). Рис. 1 показывает зависимость значения A_2 (а) и его ошибки (б) от числа оппозиций для выборки $|A_2| > 5\sigma_{A_2}$. Видно, что при числе оппозиций меньше 20–30 обе эти величины начинают быстро расти. Этот вывод близок к выводу работы [1] о том, что необходимо не менее 20 оппозиций для уверенного определения параметров негравитационного ускорения.

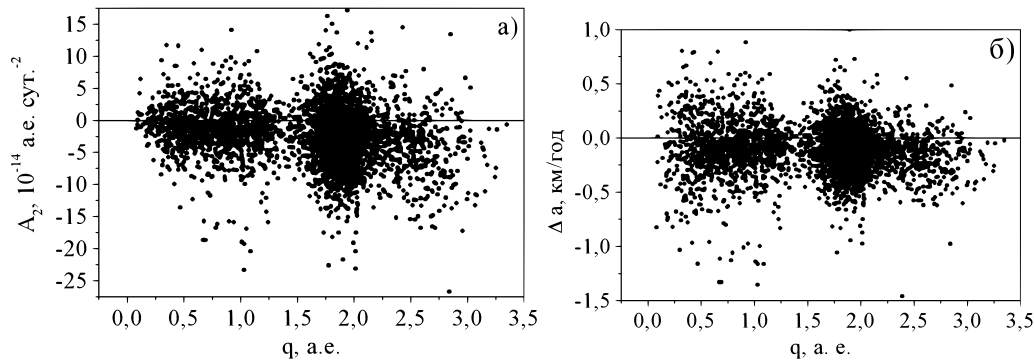


Рис. 2: Значения A_2 (а) и соответствующие изменения большой полуоси Δa (б) в зависимости от перигелийного расстояния q для 4000 астероидов с ошибками $A_2 < 2.0 \cdot 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$.

Основываясь на рис. 1б, можно полагать, что значения A_2 с ошибками $< 2.0 \cdot 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$ не зависят от числа оппозиций. Кроме того, примерно такова величина ЭЯ и ее ошибка в движении АСЗ. Таких астероидов оказалось ~ 4000 (1200 — АСЗ, 2800 — АГП). На рис. 2а показаны значения A_2 из этой выборки в зависимости от перигелийного расстояния, q . Рис. 2б показывает соответствующие этим значениям A_2 изменения большой полуоси, Δa . Видно, что значения Δa для АГП сопоставимы со значениями для АСЗ, что представляется маловероятным с физической точки зрения и может быть объяснимо только тем, что полученные значения A_2 определены для АГП неточно или/и являются результатом действия ряда факторов.

Рассмотрим, какие факторы могут влиять на величину ДУ для АГП. Так, мы оценили влияние на получаемое значение A_2 различного набора возмущаемых астероидов, в качестве примера, для астероидов 61, 87, 208, 229, 465. Это довольно крупные астероиды, для которых ускорение, вызываемое ЭЯ, должно быть пренебрежимо мало. Эти результаты приводятся в табл. 1. Наибольшие изменения можно отметить для астероида 465. Он сближается с астероидом 10 до 0.04 а. е. и 0.09 а. е. и с астероидом 15 — до 0.02 а. е. и 0.04 а. е. Таким образом, неучтенные гравитационные возмущения от АГП могут быть сравнимы по величине с полученными нами оценками ДУ.

Таблица 1: Оценка значений A_2 в зависимости от числа возмущающих астероидов для крупных АГП.

N	D, км	Возмущающие астероиды		
		Паллада, Веста	Паллада, Веста, 12 астероидов	Паллада, Веста, 298 астероидов
		$A_2, 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$		
61	86	-9.0 ± 0.5	-8.0 ± 0.5	-7.8 ± 0.5
87	253	-11.1 ± 1.0	-7.5 ± 1.0	-6.9 ± 1.0
208	40	-13.7 ± 1.3	-14.0 ± 1.3	-11.4 ± 1.3
229	106	-17.3 ± 1.4	-18.5 ± 1.4	-19.7 ± 1.4
465	73	-15.4 ± 0.7	-4.6 ± 0.7	-4.9 ± 0.7

Существенный вклад в получаемые параметры ДУ могут вносить ошибки наблюдений и назначаемые им веса. Так как для оценок ДУ необходим большой интервал наблюдений (более 20 — 30 оппозиций), то в решение включаются фотографические наблюдения, основанные на опорных каталогах прошлого века от-

Таблица 2: Средние значения $(O-C)_\alpha$ для некоторых опорных звездных каталогов [7].

Каталог	Без учета поправок каталогов			С учетом поправок каталогов		
	Число наблюдений	$(O-C)_\alpha$, mas	$(O-C)_\delta$, mas	Число наблюдений	$(O-C)_\alpha$, mas	$(O-C)_\delta$, mas
GSC	249137	-63.8	-63.7	238625	0.2	-35.6
AC	5518	-22.1	166.0	5281	71.8	174.2
SAO 1984	1201	277.2	-169.1	1175	324.8	-117.8
SAO	25478	-187.7	-208.6	24466	-66.0	-188.2
AGK 3	3578	-39.6	-32.6	3345	41.4	-11.7
ACRS	1360	-688.6	-43.8	1278	-518.0	-7.7
Lick Gaspra	221	-44.1	63.5	221	-14.6	20.2
Yale	33492	8.9	-678.3	32199	89.1	-582.2
GSC-2.3	40	249.9	-46.0	41	228.4	-23.5

носительно невысокой точности и с заметными систематическими ошибками. В табл. 2 [7] приведены средние значения $(O-C)_\alpha$ и $(O-C)_\delta$ для некоторых каталогов. Видно, что в результате учета поправок каталогов для наблюдений с 2000 г. [8] уменьшаются только некоторые средние значения $(O-C)$, но они все же остаются заметными.

Кроме систематических ошибок отдельных каталогов можно отметить также недостаточно точное согласование динамической и звездной систем координат для этого периода наблюдений: поправка экватора составляла -0.060 сек. дуги, а скорость движения равноденствия — -0.002 сек. дуги/год, что может проявляться в дополнительном ускорении вдоль орбиты. Так, на расстоянии 2 а. е. это ускорение может составлять величину порядка 10^{-11} а. е. сут $^{-2}$.

Рассмотрим группу 415 АГП с надежными, как мы полагаем, оценками параметра A_2 , превышающими соответствующие ошибки в 10 и более раз. Часть значений A_2 значительно превышает оценки действия ЭЯ и могут рассматриваться как проявления кометной активности. Для них получены четыре варианта решений: без учета ДУ с двумя возмущающими астероидами, с учетом ДУ и возмущений от двух, четырнадцати и трехсот астероидов. На рис. 3 сопоставлены значения A_2 и число оппозиций (рис. 3а), значения A_2 и абсолютная звездная величина H (рис. 3б) — для варианта учета возмущений от двух астероидов, а на рис. 3в и 3г — при учете возмущений от 14 АГП. Важно отметить, что для 381 из них среднеквадратическая ошибка (СКО) уменьшилась в результате учета ДУ, что говорит о значимости этого учета. Для 222 — СКО уменьшилась для варианта с четырнадцатью астероидами по сравнению с учетом возмущений от двух астероидов. Для 281 астероида значения $|A_2|$ уменьшились до незначимого уровня в результате учета возмущений от четырнадцати астероидов. Это можно увидеть на рис. 3в и 3г. В табл. 3 приводятся результаты определения A_2 для разных наборов возмущающих астероидов, иллюстрирующие эти выводы. Отметим также, что для большинства значений уменьшается в том числе и ошибка параметра A_2 при переходе к более точной модели движения.

Таблица 3: Значения A_2 в зависимости от набора возмущающих астероидов.

$A_2, 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$			$A_2, 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$		
N	Паллада, Веста	Паллада, Веста, 12 астероидов	N	Паллада, Веста	Паллада, Веста, 298 астероидов
2302	-116 ± 2.7	-13 ± 2.7	66778	468 ± 9	-153 ± 7
4803	-263 ± 4.9	0 ± 4.7	224995	251 ± 18	-246 ± 16
10018	-155 ± 6.2	-5 ± 6.2	439449	-311 ± 14	-309 ± 14
14094	-456 ± 6.8	-16 ± 6.0	457175	-1021 ± 78	-597 ± 78
48718	-400 ± 9.9	23 ± 9.2	566743	2231 ± 80	-466 ± 28
109781	-593 ± 13.6	2 ± 12.1	568133	-326 ± 12	-107 ± 10
113976	533 ± 11.0	-8 ± 7.3	679918	-1233 ± 103	-121 ± 86
250012	-561 ± 17.0	-31 ± 14.2			
283315	-464 ± 18.3	0 ± 16.0			

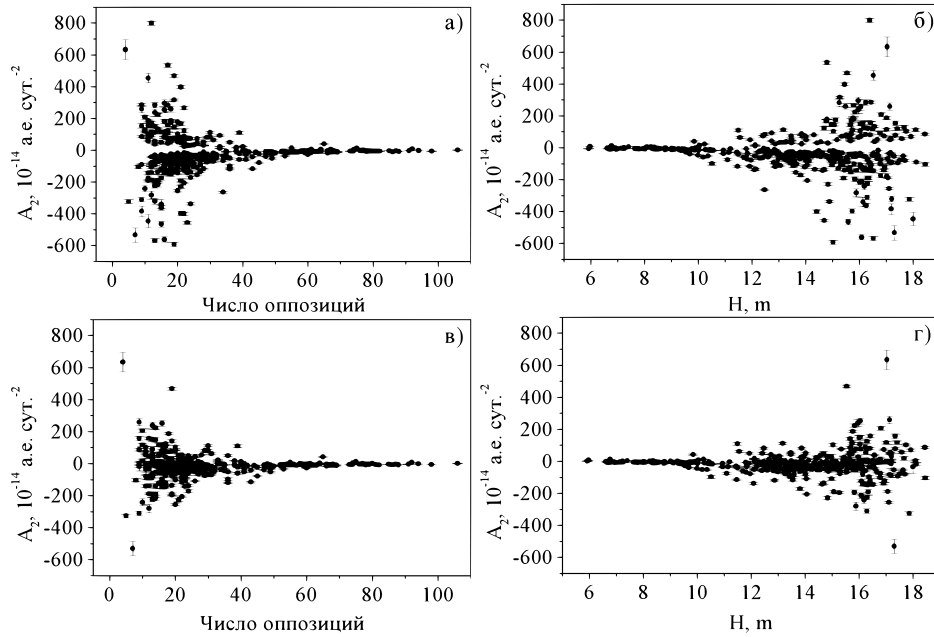


Рис. 3: Сопоставление значений A_2 с числом оппозиций и абсолютной звездной величиной H для варианта отбора решений $|A_2| > 10\sigma_{A_2}$. а) и б) — учет возмущений от двух астероидов, в) и г) — учет возмущений от четырнадцати астероидов.

Покажем в качестве примера влияние учета в уравнениях движения возмущений от разного набора астероидов на представление наблюдений астероида 66778 и определяемые значения A_2 . Этот астероид наблюдался в течение 1993 – 2024 гг. в 20 оппозициях, получено 795 наблюдений. В табл. 4 приводятся результаты четырех решений, а на рис. 4 показаны остаточные разности по прямому восхождению, $(O-C)_\alpha$, для этих решений. Обращает внимание существенное уменьшение значения СКО при переходе от решения а) в табл. 4 к решениям б) и в). Достаточно заметное и уверенно определяемое значение A_2 в решении г) может говорить как о том, что необходимо изучить обстоятельства сближений астероида 66778 с еще большим числом возмущающих астероидов, так и о том, что единственное наблюдение 1993 г. может быть ошибочным. Хотя значение $(O-C)_\alpha$ для него, равное +1.2 сек. дуги в решениях б) и в), не противоречит точности наблюдений этого времени. Незначимое уменьшение СКО для этого варианта также говорит о ненадежности полученной оценки A_2 . Кроме того, нельзя исключить тот факт, что некоторые значения масс из списка 300 астероидов известны недостаточно точно.

3. Выводы и обсуждение

Цель этой работы состояла в повышении точности вычисления параметров орбит АГП и выяснении причин, от которых эта точность зависит: негравитационные ускорения, неучтенное в модели движения гравитационное влияние других астероидов, ошибки наблюдений. Безусловный интерес представляет и новая группа малых тел, активные астероиды, которые в настоящее время обнаруживаются, в основном, по внешним проявлениям активности. Так как такие проявления могут и не наблюдаться, то представляют интерес оценки дополнительного ускорения и выявление тех малых тел, у которых величина ускорения заметна и которые могут рассматриваться как потенциально активные астероиды.

С использованием каталога позиционных наблюдений Центра малых планет [4] для всех астероидов со значениями больших полуосей меньше 3.5 а. е. получены значения трансверсальной составляющей до-

Таблица 4: Значения СКО для астероида 66778 при разном наборе возмущающих астероидов.

Рис. 4	а)	б)	в)	г)
Возмущающие астероиды	Паллада, Веста	Паллада, Веста	Паллада, Веста, 298 астероидов	Паллада, Веста, 298 астероидов
$A_2, 10^{-14}$ а. е. сут. ⁻²	—	468 ± 9	—	-153 ± 7
СКО, сек. дуги	1.0384	0.6155	0.6158	0.6147

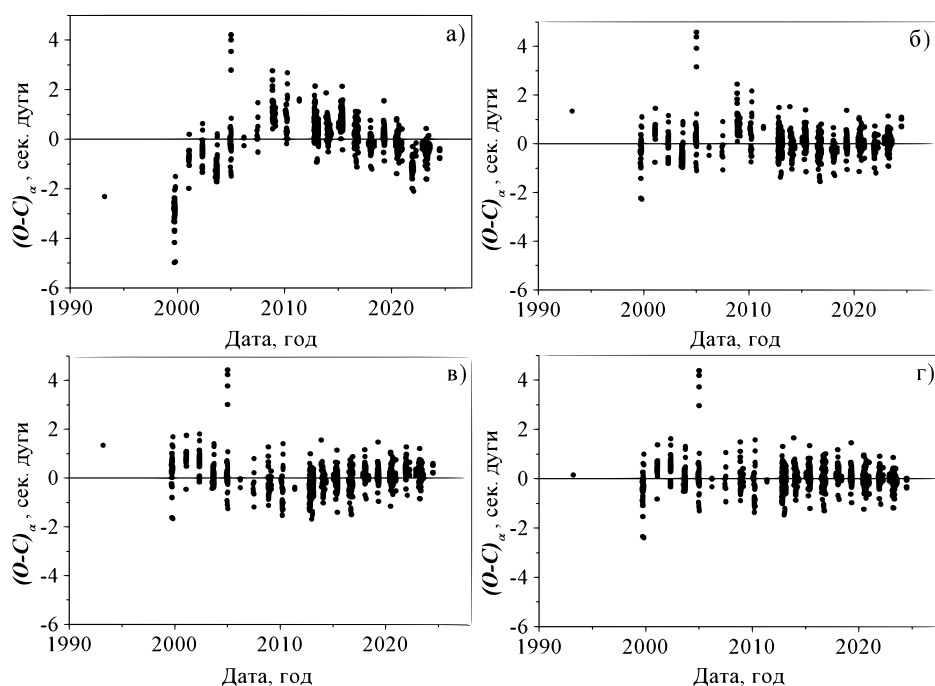


Рис. 4: Остаточные разности по прямому восхождению астероида 66778: а), б), в), г) — описаны в табл. 4.

полнительного ускорения A_2 в предположении, что его зависимость от гелиоцентрического расстояния имеет вид $1/r^2$. Значения A_2 оценивались из наблюдений совместно с поправками к параметрам орбит астероидов.

Для $\sim 50\,000$ астероидов получены значения $|A_2| > 3\sigma_{A_2}$, для ~ 9000 — $|A_2| > 5\sigma_{A_2}$, для ~ 400 — $|A_2| > 10\sigma_{A_2}$. Значения параметра A_2 и его ошибки заметно возрастают, если интервал наблюдений составляет менее 20 — 30 оппозиций. Особенно это заметно для первых двух групп значений. Поэтому, как наиболее точная, была подробно рассмотрена третья группа значений с $|A_2| > 10\sigma_{A_2}$.

Кроме того, выделена группа астероидов, (~ 4000), с $\sigma_{A_2} < 2 \cdot 10^{-14}$ а. е. сут $^{-2}$, это значение соответствует примерно значениям ошибок A_2 для АСЗ. Показано, что значения A_2 для АСЗ и АГП сравнимы по величине, что маловероятно. Если полагать, что A_2 для АСЗ отражают действие ЭЯ, то для АГП это влияние должно быть, по крайней мере, на порядок меньше. Поэтому рассмотрен вклад в значения A_2 для АГП учета в уравнениях движения нескольких наборов возмущающих астероидов, а также систематических ошибок фотографических наблюдений, выполненных с использованием различных опорных звездных каталогов.

Для группы АГП с $|A_2| > 10\sigma_{A_2}$ отметим, что для 381 из них СКО уменьшилась в результате учета ДУ, что говорит о значимости этого учета. Рассмотрено влияние на получаемые значения параметра A_2 набора АГП, являющихся возмущающими: два астероида (модель МПЦ), 14 астероидов (модель НАСА ЛРД), 300 астероидов. Для 222 из них СКО уменьшилась для варианта с четырнадцатью астероидами по сравнению с учетом возмущений от двух астероидов. Для 281 астероида значения $|A_2|$ уменьшились в результате учета возмущений от четырнадцати астероидов до незначимого уровня.

В результате этого исследования можно сделать следующие выводы:

1. При формальной оценке в движении АГП параметров дополнительного ускорения такие значения могут быть получены, и для заметной части астероидов они могут быть меньше своих утроенных ошибок. При их оценке и интерпретации необходимо учитывать тот факт, что гравитационные возмущения от других астероидов могут существенно изменить и сами эти значения, и их ошибки. Важно также учитывать статистическую значимость такого учета по результатам определения орбит и представления наблюдений (соотношение СКО). В связи с этим важной представляется задача уточнения масс как можно большего числа астероидов и создание каталогов тесных сближений астероидов.
2. Для выявления потенциально активных астероидов по наличию в их движении значимого дополнительного ускорения необходима максимально полная модель движения и/или исследование их тесных сближений с другими астероидами.
3. Оценки дополнительного ускорения в движении АГП, при условии их статистической значимости, могут быть полезны с точки зрения характеристики модели движения, исключения ошибочных наблюдений, адекватной схеме назначения весов наблюдениям.

Благодарности

В этом исследовании использовались данные и/или услуги, предоставленные Центром малых планет Международного астрономического союза.

Список литературы

1. O. Kochetova, Y. Chernetenko, and V. Shor, *Izvestiya GAO RAN in Pulkovo*, 259–264, 2013.
2. D. Hung, D. J. Tholen, D. Farnocchia, and F. Spoto, *The Planetary Science Journal*, **4**, 215, 2023.
3. Jet Propulsion Laboratory, Small Body Data Base, 2024, URL <https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdblookup/>.
4. Minor Planet Center, MPC Database Search, 2024, URL <http://minorplanetcenter.net/>.
5. P. Vereš, D. Farnocchia, S. R. Chesley, and A. B. Chamberlin, *Icarus*, **296**, 139, 2017.
6. M. Carpino, A. Milani, and S. R. Chesley, *Icarus*, **166**, 248, 2003.
7. V. Kuznetsov, N. Majgurova, Y. Medvedev, and Y. Chernetenko, *Izvestiya GAO RAN in Pulkovo*, 213–218, 2016.
8. D. Farnocchia, S. R. Chesley, A. B. Chamberlin, and D. J. Tholen, *Icarus*, **245**, 94, 2015.

Управление поиском оптическими средствами низкоорбитальных космических объектов в предположении совершения ими маневров

Лукьянов А.П.^{1,2}, Пругло А.В.¹, Равдин С.С.^{1,2}, Гундрова Е.И.¹

¹ПАО «МАК «Вымпел», Москва, Россия

²Московский физико-технический институт, Москва, Россия

В настоящей работе обосновано упрощающее предположение о незначительности поперечных смещений сманивировавшего космического аппарата относительно исходной орбиты, не приводящее к выходу его за пределы полей зрения телескопов в поперечном направлении. С учетом этого предположения алгоритму поиска достаточно выполнять одномерный просмотр положений объектов в продольном направлении движения объекта. Представлена структура алгоритма поиска низкоорбитальных космических объектов, совершивших маневр, с учетом физических ограничений их наблюдаемости. Разработана программная реализация алгоритма поиска маневрирующих космических аппаратов. Приведены результаты экспериментальных работ, выполненных на оптической сети ПАО «МАК «Вымпел» с применением этого алгоритма, для случаев поиска КА, когда после момента совершения маневра до возможности проведения наблюдений проходило от нескольких дней до месяца. Успешные результаты в десятках случаев поиска демонстрируют то, что заложенная упрощенная модель маневров пригодна для решения поставленной задачи, а реализация алгоритма обеспечивает ее решение в автоматическом режиме. Анализ результатов экспериментов демонстрирует также то, что использование нескольких телескопов, разнесенных на значительное расстояние, позволяет более быстро и эффективно решать задачу поиска маневрирующих аппаратов.

Поступила в редакцию 26.06.2025 г. Принята в печать 23.07.2025 г.

Ключевые слова: маневрирующие космические объекты, поиск космических объектов, управление поиском

Search control of low-orbit space objects by telescopes under the assumption that they are performing maneuvers

Lukyanov A.P.^{1,2}, Pruglo A.V.¹, Ravdin S.S.^{1,2}, Gundrova E.I.¹

¹PJSC "IJSC "Vimpel", Moscow, Russia

²Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russia

In this article, we substantiate a simplifying assumption about the insignificance of transverse displacements of the maneuvered spacecraft relative to the initial orbit, which does not lead to its exit beyond the fields of view of the telescopes in the transverse direction. Considering this assumption, it is sufficient for the search algorithm to perform a one-dimensional scan of object positions in the longitudinal direction of the object's motion. The structure of the searching algorithm of low-orbit space objects that have performed a maneuver is presented, taking into account the physical limitations of their observability. A software implementation of the algorithm has been developed. The results of experimental work performed on the optical network of PJSC "IJSC "Vimpel" using this algorithm are presented for cases of spacecraft search, when from several days to a month passed after the maneuver until the possibility of conducting observations. Successful results in dozens of search cases demonstrate that the proposed simplified model of maneuvers is suitable for solving the problem, and the implementation of the algorithm ensures its solution in automatic mode. Analysis of the experimental results also demonstrates that the use of several telescopes spaced at a considerable distance allows more rapid and effective solution to the problem of searching for maneuvering objects.

Received 26.06.2025. Accepted 23.07.2025.

Keywords: maneuvering space objects, search for space objects, search control

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.009

1. Введение

Наблюдение низкоорбитальных космических объектов оптическими средствами (телескопами) имеет специфику по сравнению с наблюдениями высокоорбитальных космических объектов. Во-первых, космические объекты на низких высотах имеют высокую угловую скорость, при которой они проходят поле зрения телескопа, составляющее единицы градусов, порядка десятка секунд. Во-вторых, интервалы времени физической видимости довольно коротки, так как они ограничены, с одной стороны, условием ночи в месте дислокации телескопа, а с другой — освещенностью космического объекта Солнцем. То есть Солнце должно быть ниже горизонта, но не слишком глубоко под ним. Если исключить приполярные области, то это вечерние и предутренние минуты, в лучшем случае — часы. Вследствие этого существуют периоды времени, когда возможности наблюдения части космических объектов отсутствуют. К концу таких периодов точность прогноза может снизиться настолько, что область неопределенности положения космического аппарата (КА) выйдет за пределы поля зрения телескопа. Третья специфическая черта касается наблюдения активных (работающих) космических аппаратов. Все они вынуждены периодически включать двигатели, чтобы поддерживать высоту орбит, иначе под действием торможения в верхней атмосфере они снизятся и прекратят

свое существование. Такие корректирующие включения двигателей будем называть орбитальными маневрами, как это принято в литературе по баллистике [1]. Кроме маневров по поддержанию орбиты возможны другие типы маневров, в частности, маневры-уклонения от опасных сближений с другими космическими объектами [2], которые могут осуществляться не только за счет ускорения космического аппарата, но и его торможением.

В результате проведения маневров и редкости периодов наблюдения часто складывается ситуация, что в прогнозируемой без учета маневра точке и ее окрестности порядка ширины поля зрения телескопа космического аппарата не оказывается. Таким образом, актуальна задача поиска космического аппарата, совершившего орбитальный маневр.

В литературе, например [3–5], основной акцент делается на задачи обнаружения маневров в предположении, что получены серии измерений как до, так и после маневра, с целью определения параметров маневра и орбитальных параметров после него. Способ получения измерений после совершения маневра в ней не рассматривается. Ниже представлен подход к автоматическому поиску объектов, которые регулярно наблюдались до момента совершения маневра, а после него сместились относительно исходной орбиты на величину, превышающую размер поля зрения.

2. Постановка задачи

В зависимости от предположений о характере маневра область поиска будет различной [6]. В настоящей работе рассматриваются только продольные маневры — то есть маневры, сила тяги при которых приложена коллинеарно вектору скорости космического аппарата. Поперечными маневрами можно пренебречь, так как, в отличие от продольных, они приводят к небольшому периодическому (с периодом один виток) отклонению от исходной орбиты, которое обычно не приводит к отклонениям от исходной орбиты более, чем на половину размера поля зрения типичного телескопа.

Поясним отличие результатов проведения продольного и поперечного маневра на простом примере. Пусть в обоих случаях маневр представляет собой одинаковое по модулю изменение скорости на 1 м/с , которое мало по сравнению со скоростью движения КА (около 7500 м/с) и не может радикально изменить орбиту. При маневре, коллинеарном скорости, положение КА относительно исходной орбиты будет линейно отклоняться. За сутки отклонение составит порядка $86400 \text{ с} \cdot 1 \text{ м/с} = 86400 \text{ м} = 86.4 \text{ км}$. С учетом законов Кеплера [1], оно будет в 3 раза больше, причем смещение произойдет в направлении, противоположном направлению проведения маневра, так как орбита при этом станет выше, и период обращения увеличится.

Поперечный маневр в горизонтальной плоскости может изменить наклонение орбиты, если проведен на экваторе, либо долготу восходящего узла, если проведен в точке с максимальной или минимальной широтой. Для маневра с изменением скорости на 1 м/с изменение плоскости орбиты составит около $1/7500$ радиана и приведет к максимальному боковому отклонению $1/7500 \cdot 7500 = 1 \text{ км}$, в предположении, что радиус орбиты от центра Земли составляет 7500 км . Максимальное отклонение будет иметь место после прохождения КА четверти орбиты. Затем оно уменьшится до нуля в точке, сопряженной с точкой маневра, и на оставшейся части орбиты отклонится максимум на 1 км в другую сторону. Затем эти отклонения будут повторяться и никак не увеличатся.

Таким образом, одинаковые затраты характеристической скорости при маневре в продольном направлении приводят к неизмеримо большим смещениям КА относительно прогнозной траектории, чем при поперечном. Кроме того, предположение о продольном маневре обосновывается основным предназначением маневров — компенсацией атмосферного торможения.

В настоящей работе приведены результаты успешного поиска маневрирующих объектов с помощью управления, базирующегося на выбранном предположении о продольном маневре объекта. За время проведения десятков экспериментов по наблюдению маневров космических аппаратов случаев, противоречащих этому предположению, не выявлено, и все совершавшие маневры объекты были найдены.

3. Описание алгоритма поиска

Рассмотрим алгоритм, реализующий поиск маневрирующего объекта. На рис. 1 представлена его блок-схема. Входными данными алгоритма являются опорная орбита, полученная прогнозом прежних измерений, и диапазон поиска по времени прохождения по ней объекта.

Работа алгоритма начинается с расчета принципиально наблюдаемых траекторий, отличающихся от опорной разными задержками в диапазоне поиска. При этом учитывается одновременное выполнение следующих условий: освещенности КА Солнцем, ночными условиями в точке стояния телескопа и минимальным углом места наблюдений.

По выделенным принципиально наблюдаемым траекториям вычисляются зависимости от времени следующих параметров космического объекта относительно конкретного расположения телескопа:

- дальности,
- угла места,

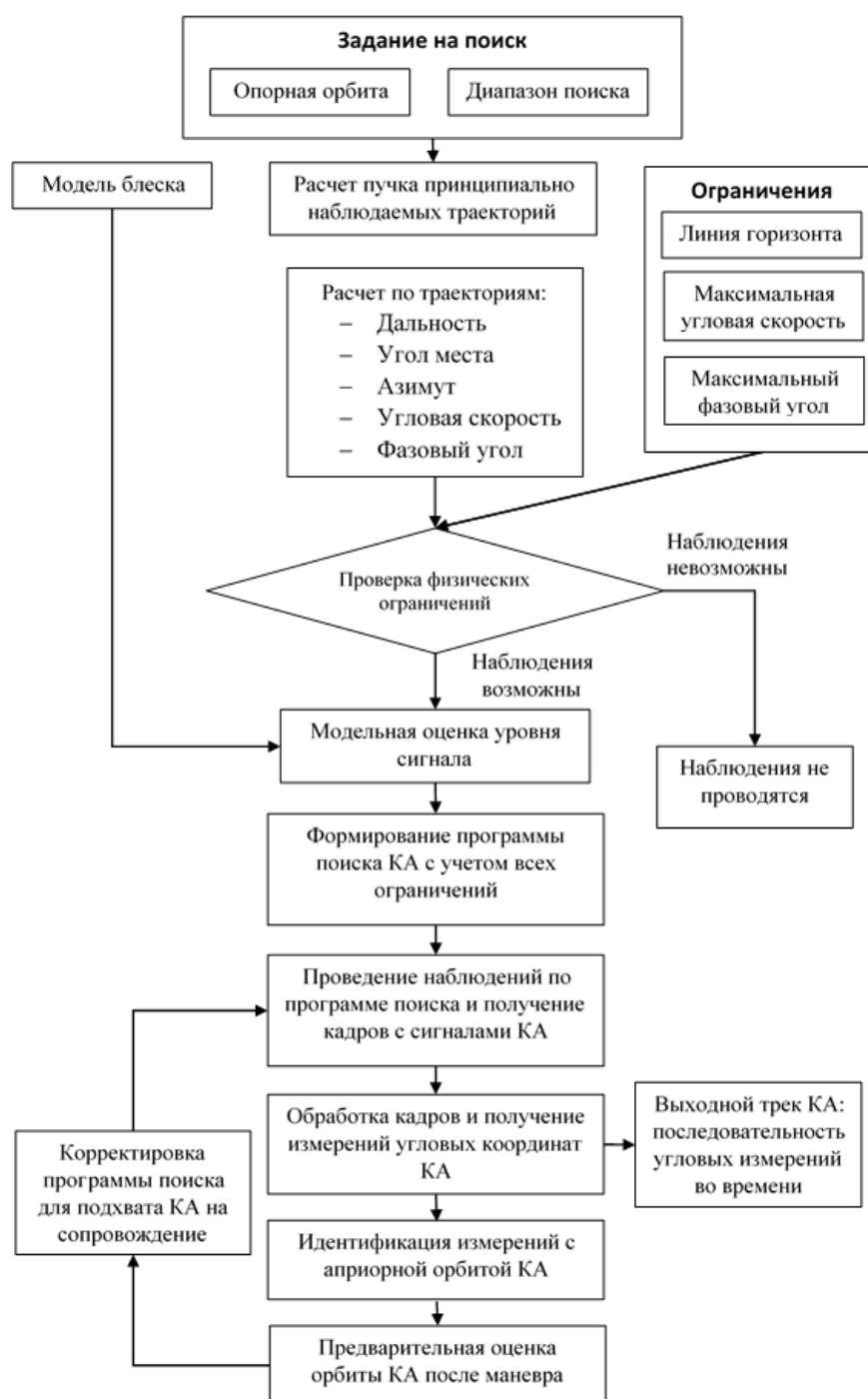


Рис. 1: Блок-схема алгоритма поиска маневрирующих объектов.

- азимута,
- угловой скорости,
- фазового угла рассеяния солнечного излучения.

Зная детальные параметры на траекториях, можно провести учет местных физических ограничений:

- закрытия линии горизонта местными предметами, ограничивающего возможности наблюдения близко к горизонту в части азимутальных направлений;
- максимальной угловой скорости движения, при которой объект будет находиться в поле зрения телескопа столько, чтобы получить достаточное число засечек для его достоверного обнаружения. Кроме того, скорости поворотных устройств монтировок телескопов ограничены, что также может повлиять на ограничения по максимальной скорости;

- максимального фазового угла рассеяния солнечного излучения (0° — благоприятный, когда объект подсвечен идеально сзади; 180° — неблагоприятный, когда подсвечена оборотная сторона объекта). С увеличением фазового угла более 90 градусов сила сигнала существенно снижается, а при фазовых углах больше 130 градусов редко удастся обнаружить хоть какой-то сигнал.

На участках траектории объекта, удовлетворяющих ограничениям, вычисляется сила принимаемого сигнала. Если нет детальных данных об угловой зависимости мощности рассеянного излучения объекта, то часто предполагается, что она подчиняется закону рассеяния диффузно рассеивающей сферы, описываемому формулой [7]:

$$P = W_{\text{Sun}} K_{\text{dif}} \frac{2S}{3\pi^2} (\sin(\psi) + (\pi - \psi) \cos(\psi)).$$

Здесь W_{Sun} — плотность потока солнечного излучения, падающего на космический объект [$\text{Вт}/\text{м}^2$]; K_{dif} — коэффициент диффузного рассеяния; S — площадь миделя космического объекта; ψ — фазовый угол (угол между направлениями объект-Солнце и объект-наблюдатель).

Плотность потока излучения, приходящего к телескопу, находящемуся на расстоянии r , равна

$$W = K_{\text{atm}} P / r^2,$$

где K_{atm} — коэффициент поглощения излучения на пути в атмосфере. В видимом диапазоне это преимущественно аэрозольное поглощение, которое можно считать, например, по моделям [8] или [9].

В астрономии принято выражать величину потока энергии в звездных величинах, связанных с ним логарифмической зависимостью:

$$m = -14.18 - 2.5 \lg(680W).$$

Коэффициент 680 — дань истории, когда измерения освещенности проводились визуально. Световой поток, падающий на единицу поверхности (освещенность), измерялся в люксах, которые примерно в 680 раз меньше Ватт на квадратный метр (для зеленого цвета).

С учетом перечисленных ограничений и оценки силы сигнала объекта, принимаемой телескопом, выбирается управление поиском маневрирующего космического объекта, как будет показано на конкретном примере типичной орбиты с высотой около 550 км и наклоном 45 градусов.

Рассмотрим наблюдение такого объекта телескопом, расположенным в средних широтах (45° с. ш.). Долгота размещения телескопа сама по себе несущественна — важна только разность его долготы и долготы восходящего узла орбиты. Рассмотрим пример задачи поиска КА для случая, когда диапазон поиска по времени составляет 10 минут.

На графиках рис. 2 отображены две траектории КА, соответствующие крайним точкам диапазона поиска, в звездных координатах (прямое восхождение — склонение) с позиции телескопа, для которых выполнены условия принципиальной наблюдаемости. На графиках рис. 3 они отображены в топоцентрических координатах. Графики иллюстрируют, как отличаются звездные координаты на двух траекториях КА, несмотря на то, что в инерциальной системе координат траектории совпадают в пространстве и отличаются только по времени. Это происходит по причине движения телескопа в инерциальной системе координат вследствие вращения Земли.

Поясним обозначения на графиках. Метки на них расставлены через 15 секунд по времени. Начало интервалов наблюдения отмечено крупными квадратными метками. Движение в звездных координатах

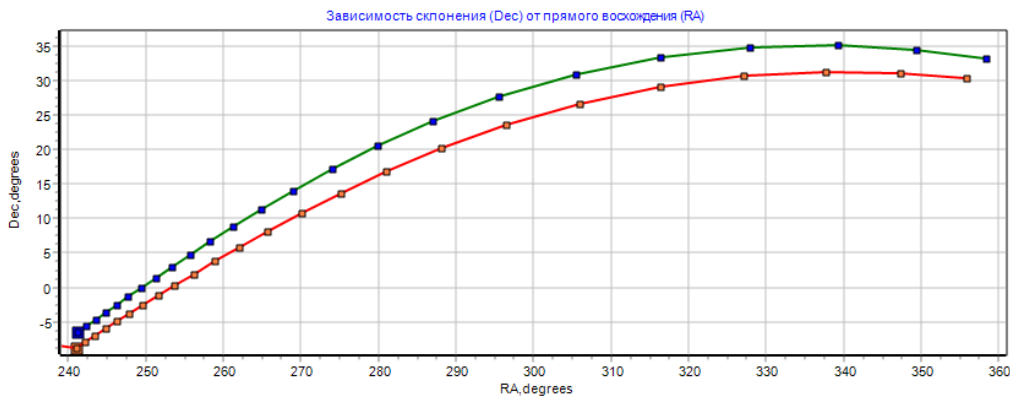


Рис. 2: Зависимость склонения от прямого восхождения для двух траекторий КА.

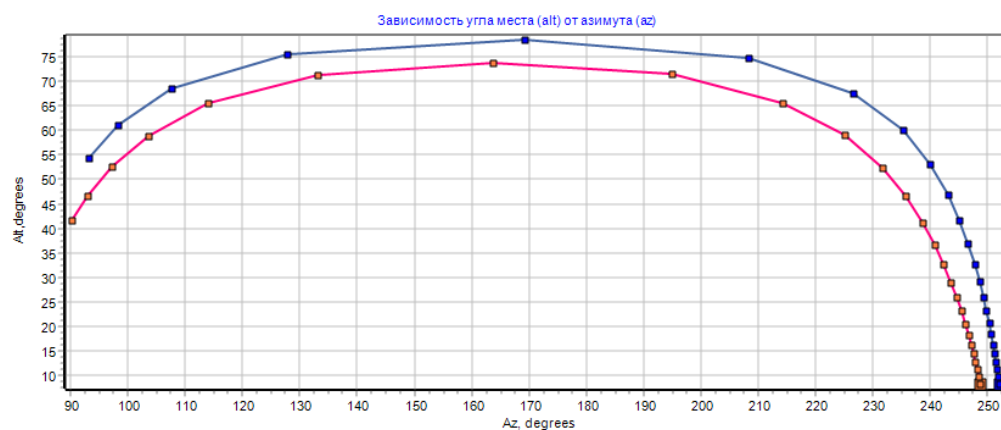


Рис. 3: Зависимость угла места от азимута.

на первом графике (рис. 2) отображается слева направо, а в топоцентрических (рис. 3) — справа налево. Это связано с различием принятых направлений отсчета азимута в географии и прямого восхождения в астрономии. Точно такие же метки будут присутствовать и на следующих рис. 4–6, благодаря которым можно синхронизировать между собой графики, представленные в разных координатах.

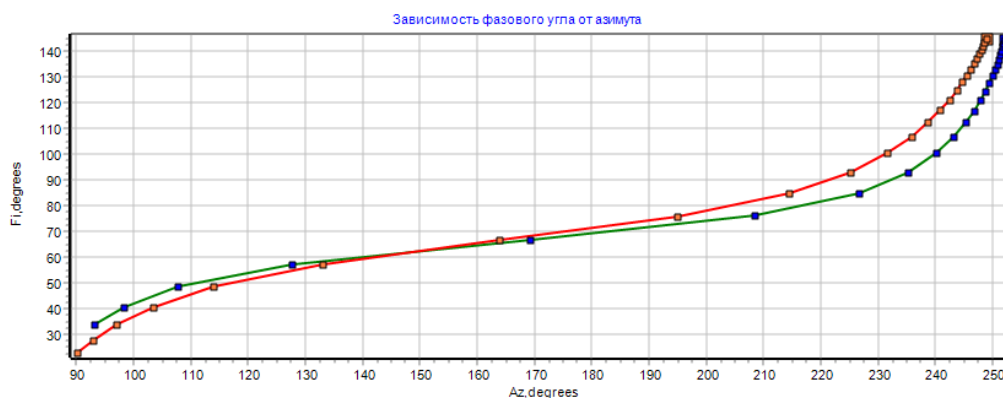


Рис. 4: Зависимость фазового угла от азимута.

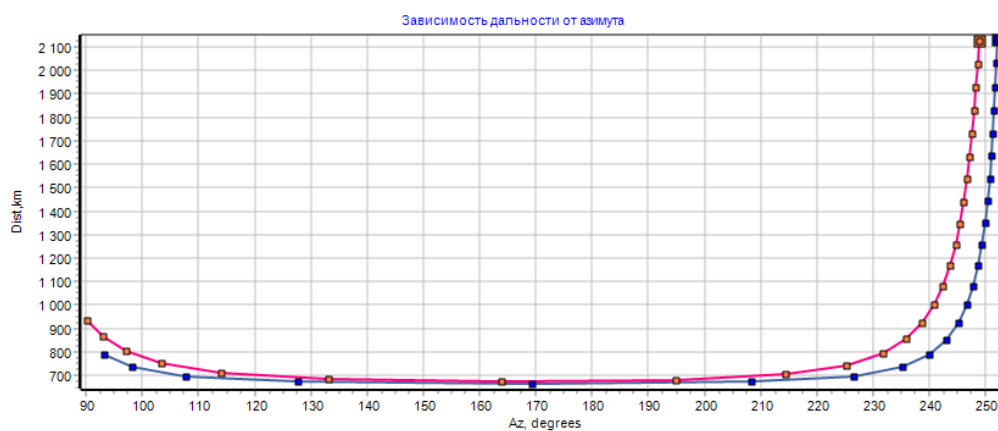


Рис. 5: Зависимость дальности от азимута.

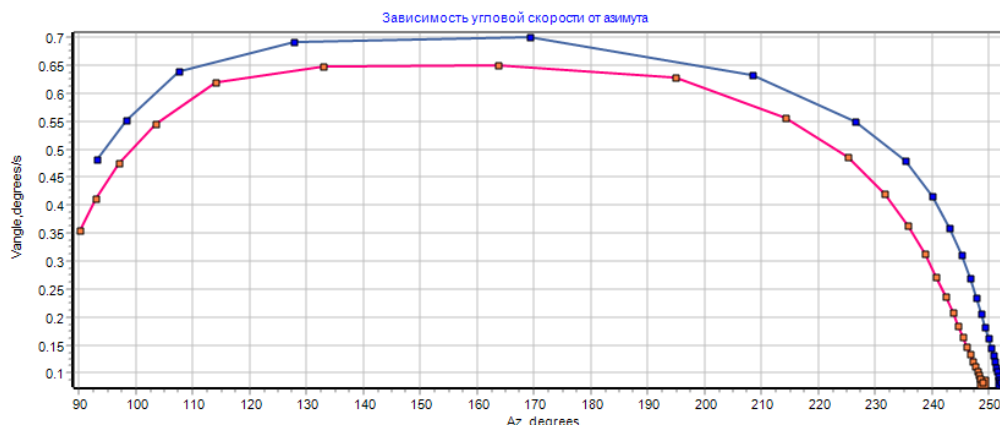


Рис. 6: Зависимость угловой скорости от азимута.

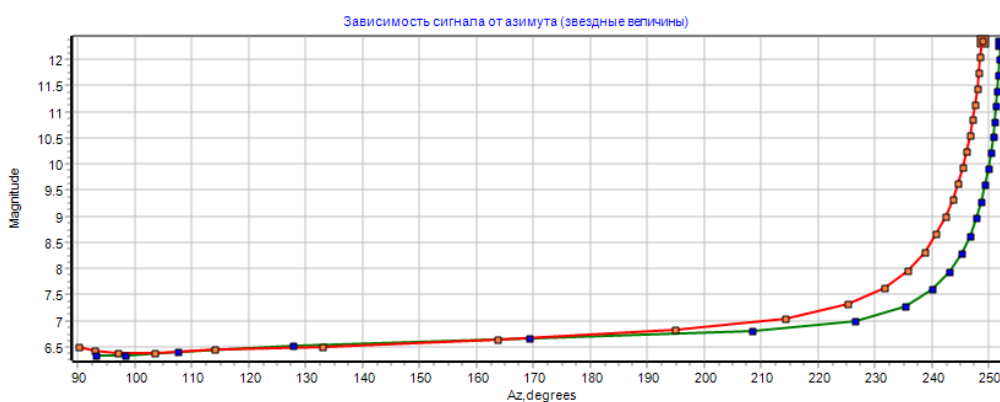


Рис. 7: Зависимость сигнала объекта от азимута.

Рассчитанная азимутальная зависимость сигнала для объекта в виде диффузной сферы диаметром 1 м^2 , представлена на рис. 7 в звездных величинах.

По этой зависимости с учетом ограничений выбирается программа поиска, определяющая зависимость направлений наблюдения в звездных координатах от времени и обеспечивающая успешный поиск КА с учетом физических ограничений для заданного интервала времени поиска.

Выбранная программа определяет управление поисковыми наблюдениями, задавая изменения ориентации оптической оси телескопа и времени экспозиции кадров. Результаты наблюдений (кадры) обрабатываются стандартным способом [10], и полученные по ним измерения передаются на идентификацию и траекторную обработку. Идентификация позволяет подтвердить предположение о том, что обнаруженный сигнал принадлежит искомому объекту и сделать предварительную оценку орбиты после маневра (или отвергнуть его по несоответствию параметрам движения).

4. Экспериментальные результаты поиска КА после маневров

Алгоритм поиска КА, совершивших маневр, успешно работает в оптической сети ПАО «МАК «Вымпел» [10, 11] с 2022 г. Десятки успешных поисков маневрирующих низкоорбитальных КА, проведенных за это время, подтвердили правильность заложенной в алгоритм простой модели маневра.

За это время в его работу были внесены изменения, позволившие:

1. Снизить вероятность пропусков искомых КА, возникавших на интервалах перенаведения телескопов при наблюдении быстро движущихся объектов при больших априорных интервалах поиска;
2. Существенно увеличить длину трека найденного КА благодаря тому, что сразу после обнаружения, используя обработку кадров и идентификацию с априорной орбитой в реальном времени, алгоритм стал переходить в режим сопровождения.

Рассмотрим несколько интересных примеров реальных наблюдений низкоорбитальных маневрирующих КА, осуществленных на телескопах оптической сети ПАО «МАК «Вымпел». Первые примеры поиска от-

носятся к концу 2022 г. На рис. 8 представлена история наблюдения КА OFEQ10 (NORAD ID: 39650) на интервале двух месяцев, на котором он совершил два маневра.

По оси X отложено время в юлианских днях. По оси Y — отклонение времени прихода КА в точку наблюдения: прогнозируемое (оранжевая линия) и измеренное (цветные треугольники и квадраты, относящиеся к разным телескопам оптической сети ПАО «МАК «Вымпел» [12]. Желтые относятся к группировке телескопов в Крыму, красные — к телескопу в Чили).

Как уже отмечалось, условия физической наблюдаемости и ограничения выполняются далеко не всегда. Наблюдение аппарата OFEQ10 показывает это наглядно. Первый маневр (рис. 9) был совершен на интервале отсутствия возможности проведения наблюдений длительностью около 6 дней. За это время движение КА отклонилось от прогноза, сделанного по предыдущим наблюдениям, примерно на 70 с. Это отклонение составляет более 20 градусов по направлению наблюдения с позиции телескопа, что значительно превышает размер его поля зрения. Стандартный режим наблюдения по прогнозируемому целеуказанию не позволил бы его увидеть.

С помощью разработанной программы, реализующей изложенный выше алгоритм поиска, КА был найден телескопом в Крыму, для которого выполнялись условия наблюдаемости. Следующей ночью было получено еще одно измерение, которое позволило оценить орбитальную скорость КА.

Однако после удачного поиска КА наступил длительный интервал невозможности проведения наблюдений, составивший почти 20 дней (рис. 10). Как только появилась возможность проведения наблюдений, была запущена программа поиска, позволившая найти объект. За это время он отклонился от прогноза приблизительно на 350 секунд. Далее условия позволили провести целую серию наблюдений и уточнить орбиту КА.

Следующий интересный маневр (рис. 11) совершил КА OFEQ11 (NORAD ID 41759). Он интересен направлением приложения корректирующего импульса скорости при совершении маневра. В данном случае он имеет другой знак по сравнению с выше рассмотренными маневрами КА OFEQ10, как видно из сравнения направлений изгиба графиков. Изгиб графика вниз соответствует приложению тормозящего импульса, что является довольно редким событием в нижнем космосе хотя бы из соображений экономии горючего на борту.

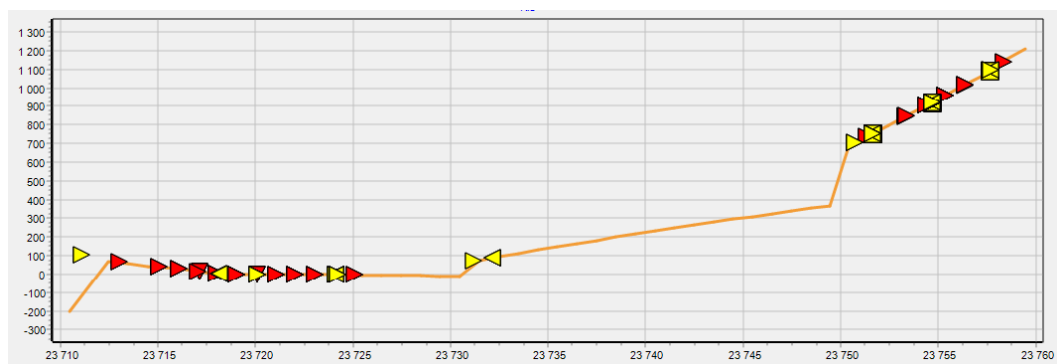


Рис. 8: Маневры КА OFEQ10 (NORAD ID: 39650) на интервале времени с 29 ноября 2022 г. по 19 января 2023 г.

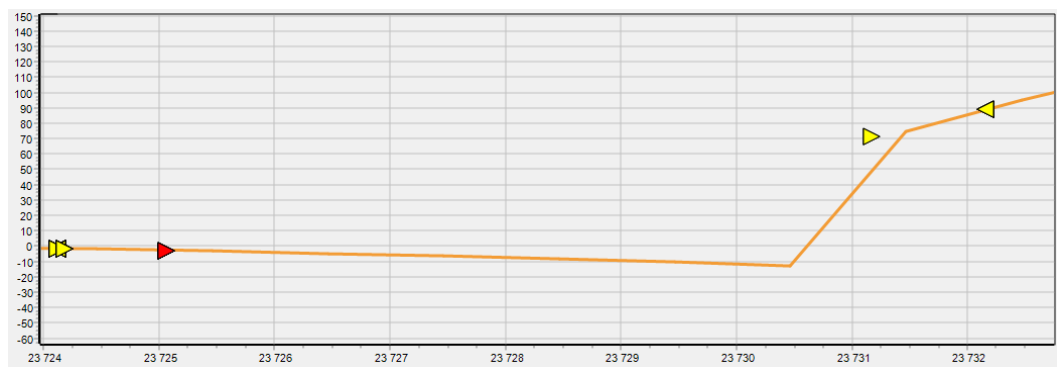


Рис. 9: Первый маневр КА OFEQ10 (NORAD ID: 39650) в укрупненном масштабе.

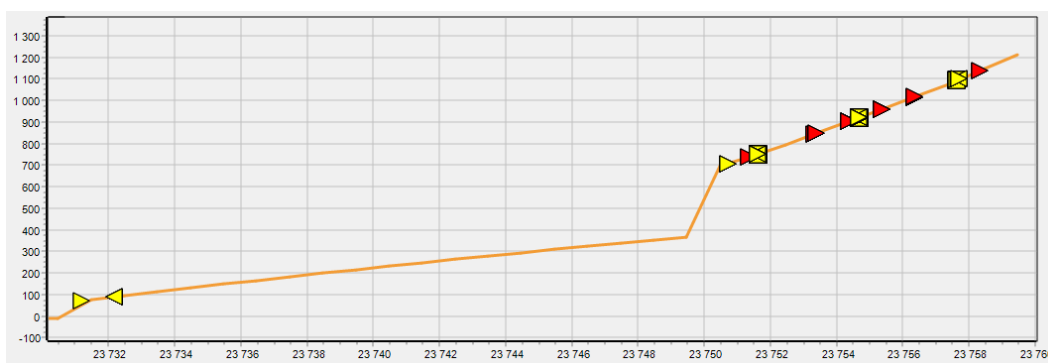


Рис. 10: Второй маневр КА OFEQ10 (NORAD ID: 39650) в укрупненном масштабе.

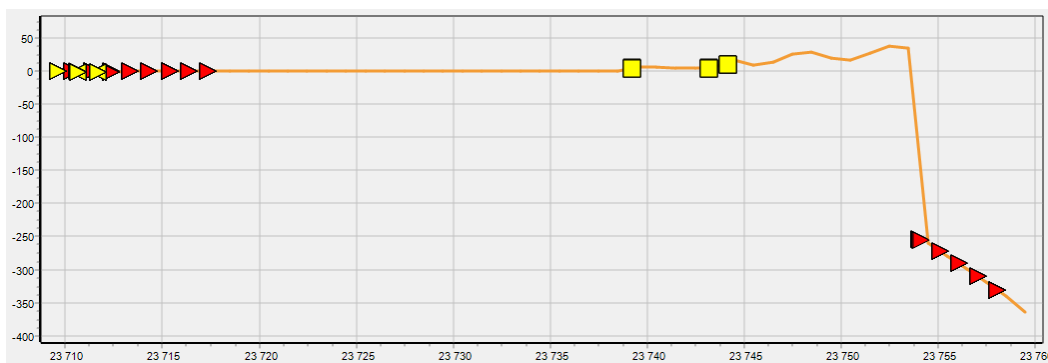


Рис. 11: Маневр КА OFEQ11 (NORAD ID: 41759) на интервале времени с 29 ноября 2022 г. по 19 января 2023 г.

Интересно здесь также то, что первый перерыв в наблюдениях более 20 дней прошел без маневров и наблюдения КА продолжились в стандартном режиме. Затем произошел сильный маневр с торможением — за 8 дней на 250 с.

Стоит отметить, что поддержание орбиты проводилось с помощью телескопа в Крыму (желтые квадраты), а реализовать поиск КА удалось по измерениям телескопа в Чили (красные треугольники). Условий наблюдаемости для поиска в Крыму при этом не было.

Пример маневра (рис. 12) относится к КА OFEQ16 (NORAD ID: 45860). Это типичный маневр с разгоном КА. Несмотря на перерыв более 20 дней, отклонение от прогноза на момент поиска составило всего 50 с.

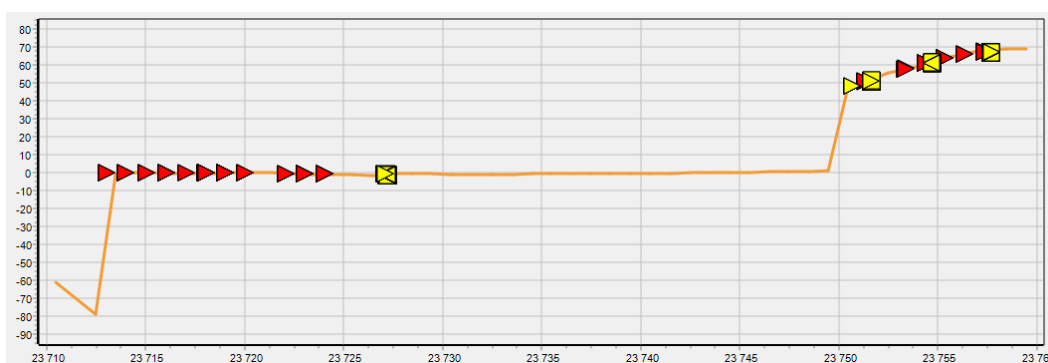


Рис. 12: Маневр КА OFEQ16 (NORAD ID: 45860) на интервале времени с 29 ноября 2022 г. по 19 января 2023 г.

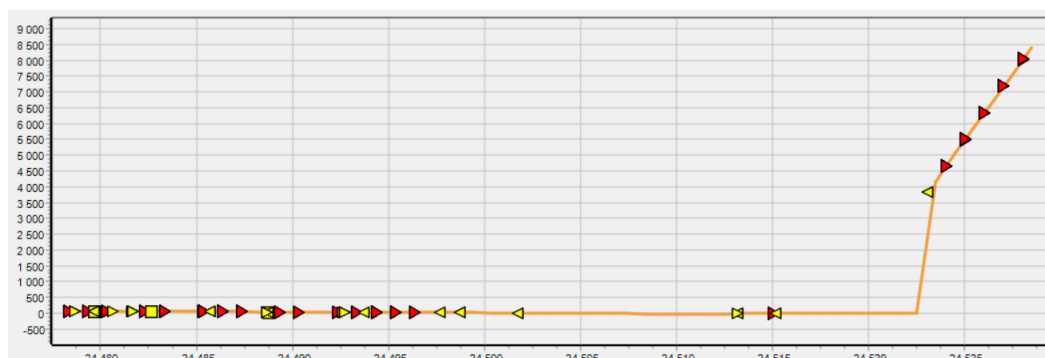


Рис. 13: Наблюдение за движением КА OFEQ16 (NORAD ID: 45860) на интервале времени с 6 января по 25 февраля 2025 г.

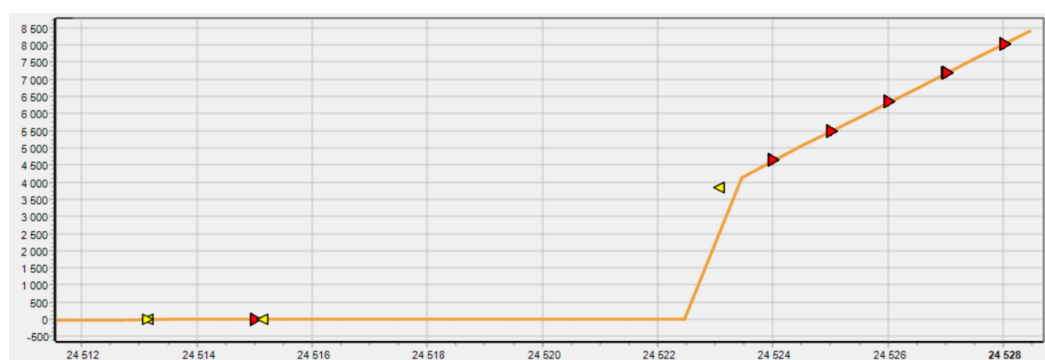


Рис. 14: Фрагмент движения КА OFEQ16 (NORAD ID: 45860) на интервале времени с 9 февраля по 25 февраля 2025 г. Сильный маневр с 12 по 19 февраля (смещение по времени на 750 с в сутки). Полное смещение почти 4000 с.

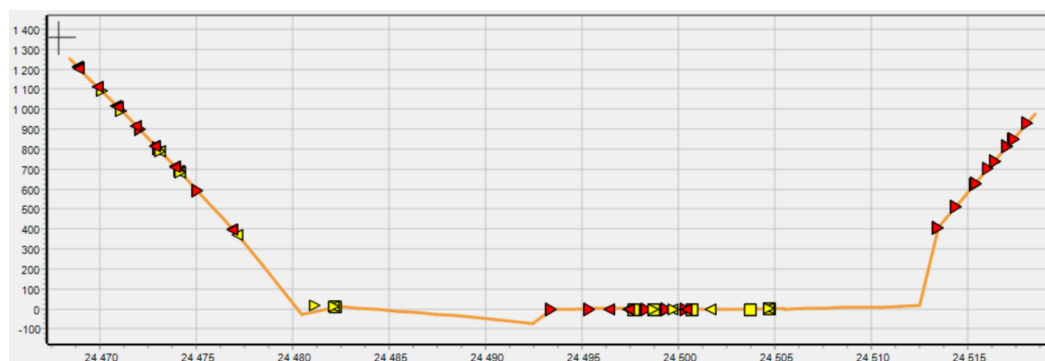


Рис. 15: Наблюдение за движением КА USA 276 (NORAD ID: 42689). Два маневра на интервале времени с 27 декабря 2024 г. по 15 февраля 2025 г.

В течение 2023–2024 гг. первые из рассмотренных выше КА прекратили свое существование. Ниже приведены некоторые результаты успешных поисков других объектов, которые ушли довольно далеко от прогнозной орбиты за время перерыва наблюдений.

Пример маневра (рис. 13 и 14) относится к КА OFEQ16 (NORAD ID: 45860). Объект удалось обнаружить после недельного перерыва в наблюдениях, несмотря на отклонение от прогноза на порядка 4000 с.

Еще один пример (рис. 15 и 16) КА USA276 (NORAD ID: 42689), который совершил два маневра в течение месяца. Оба маневра удалось обнаружить, несмотря на ограничения в условиях наблюдаемости.

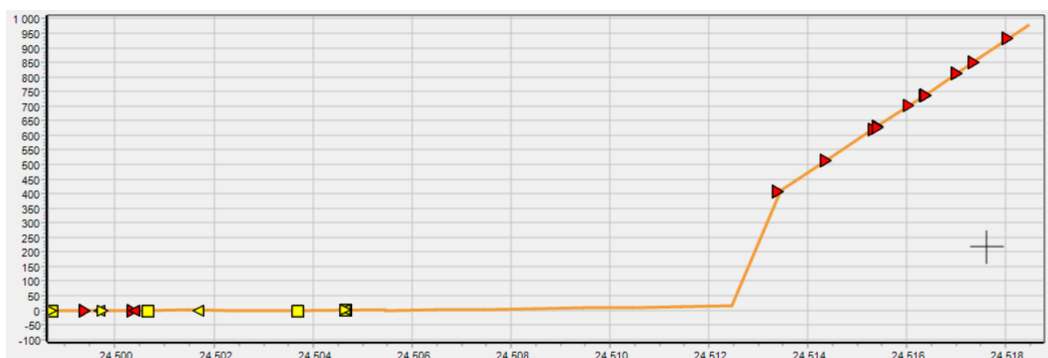


Рис. 16: Второй маневр. Фрагмент движения КА USA 276 (NORAD ID: 42689) на интервале времени с 26 января по 16 февраля 2025 г. Смещение по времени 150 с в сутки. Полное смещение около 400 с.

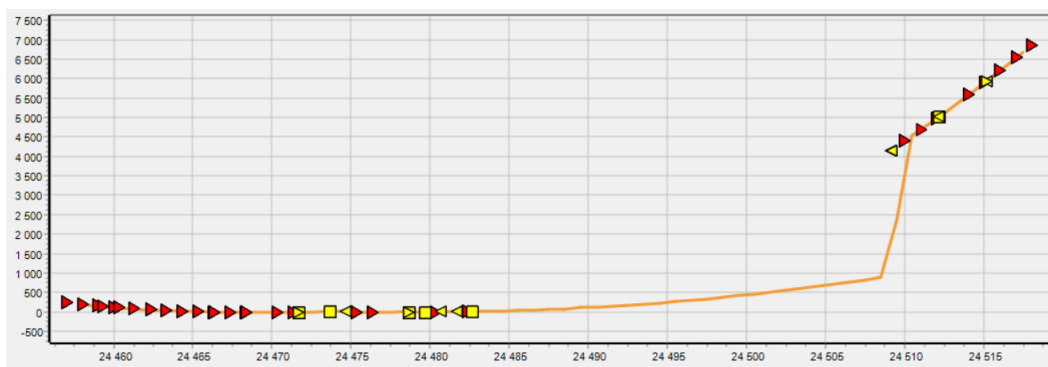


Рис. 17: Наблюдение за движением КА OFEQ7 (NORAD ID: 31601) на интервале времени с 26 декабря 2024 г. по 15 февраля 2025 г. Отсутствие наблюдений в течение 25 дней. Маневр на интервале без наблюдений со смещением по времени на 300 с в сутки. Полное смещение около 4000 с.

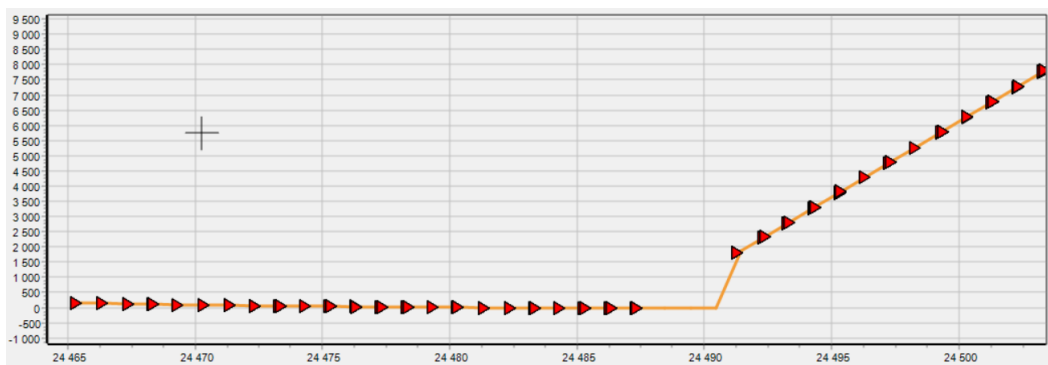


Рис. 18: Наблюдение за движением КА USA 224 (NORAD ID: 37348) на интервале времени с 23 декабря 2024 г. по 30 января 2025 г. Маневр на интервале без наблюдений со смещением по времени на 500 с в сутки. Полное смещение около 1800 с.

На следующем примере (рис. 17) КА OFEQ7 (NORAD ID: 31601) видно, что объект удалось найти даже спустя более чем двадцатидневный перерыв в наблюдениях, за который объект ушел от опорной орбиты на 4000 с.

Далее приведено еще несколько примеров обнаружения КА (рис. 18, 19).

Из представленных результатов экспериментальных наблюдений можно заметить, что во многих случаях обнаружение маневров выполняется разными телескопами сети ПАО «МАК «Вымпел», расположенных

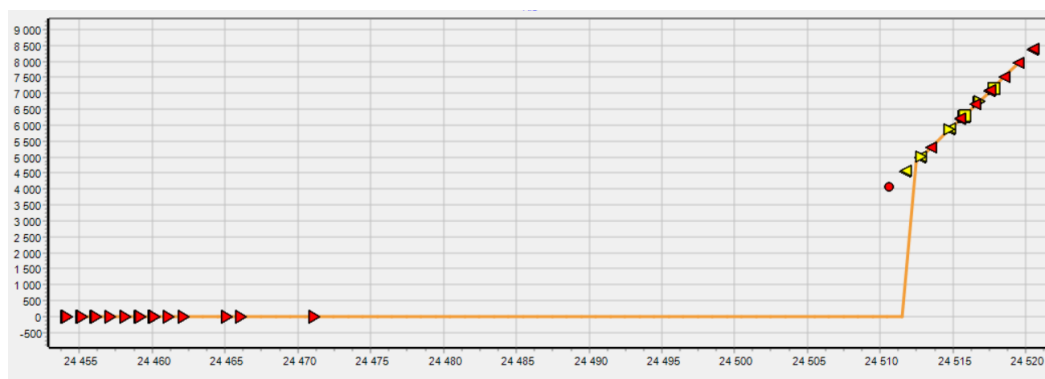


Рис. 19: Наблюдение за движением КА USA 245 (NORAD ID: 39232) на интервале времени с 13 декабря 2024 г. по 18 февраля 2025 г. Отсутствие наблюдений в течение 40 дней. Маневр на интервале без наблюдений со смещением по времени на 450 с в сутки. Полное смещение около 4000 с.

в пространственно разнесенных пунктах. Это позволяет сократить перерывы в наблюдении, что упрощает задачу поиска КА, совершивших маневр.

5. Заключение

1. Обосновано упрощающее предположение о незначительности поперечных смещений сманиеврировавшего космического аппарата относительно исходной орбиты, не приводящее к выходу его за пределы полей зрения телескопов в поперечном направлении. С учетом этого предположения, алгоритму поиска достаточно выполнять одномерный просмотр положений объектов в продольном направлении движения объекта.
2. Представлена структура алгоритма поиска низкоорбитальных космических объектов, совершивших маневр, с учетом физических ограничений их наблюдаемости. Разработана программная реализация алгоритма поиска маневрирующих космических аппаратов.
3. Приведены результаты экспериментальных работ, выполненных на оптической сети ПАО «МАК «Вымпел» с применением этого алгоритма, для случаев поиска КА, когда после момента совершения маневра до возможности проведения наблюдений проходило от нескольких дней до месяца. Успешные результаты в десятках случаев поиска демонстрируют то, что заложенная упрощенная модель маневров пригодна для решения поставленной задачи, а реализация алгоритма обеспечивает ее решение в автоматическом режиме.
4. Анализ результатов экспериментов демонстрирует также, что использование нескольких телескопов, разнесенных на значительное расстояние, позволяет более быстро и эффективно решать задачу поиска маневрирующих аппаратов.

Список литературы

1. D. E. Okhotsimsky and Y. G. Sikharulidze, *Osnovy mekhaniki kosmicheskogo poleta* (1990).
2. A. A. Baranov and M. O. Karatunov, *Inzhenernyy zhurnal: nauka i innovatsii*, **4**, 2016.
3. J. Huang, W. Hu, and L. Zhang, in L. Ouwehand, ed., *6th European Conference on Space Debris*, **723**, 137 (2013).
4. A. Pastor, G. Escibano, M. Sanjurjo-Rivo, and D. Escobar, *Journal of the Astronautical Sciences*, **69**, 879, 2022.
5. A. A. Lace, *Dynamic sensor tasking and IMM EKF estimation for tracking impulsively maneuvering satellites*, Master's thesis, Purdue University, Indiana, 2016.
6. S. S. Veniaminov, *Vvedeniye v teoriyu planirovaniya poiska kosmicheskogo obyektov po netochnoy apriornoy informatsii o yego orbite* (2010).
7. L. S. Fan and C. Zhu, *Principles of Gas-Solid Flows* (1998).
8. S. Y. Zolotov, *Doklady TUSURa. Avtomatizirovannyye sistemy obrabotki informatsii, upravleniya i proyektirovaniya*, 2004.
9. V. E. Zuev and G. M. Krekov, *Sovremennyye problemy atmosferynoy optiki*, volume 2 (1986).
10. A. E. Kolessa, A. V. Pruglo, S. S. Ravdin, A. K. Kim, and A. P. Lukyanov, *Ekologicheskyy vestnik nauchnykh tsentrov chernomorskogo ekonomicheskogo sotrudnichestva*, **4**, 2013.
11. A. P. Lukyanov, A. V. Maltsev, and A. A. Tolstov, *Elektromagnitnyye volny i elektronnyye sistemy*, **2**, 2010.
12. Set' opticheskikh sredstv monitoringa okolozemnykh kosmicheskikh obyektov PAO «MAK «Vypmel», URL macvypmel.ru/projects/diversifikaciya/set-opticheskikh-sredstv-monitoringa-okolozemnykh-kosmicheskikh-obyektov/.

Результаты астероидных исследований в проекте ИСОН в 2024 г.

Молотов И.Е.^{1,2}, Еленин Л.В.^{1,2}, Чжао Х.³, Ли Б.³, Сюй Ч.³, Тянь Ц.³, Ли С.³, Лю Я.³, Абдельазиз А.М.⁴, Мо Ф.³, Эгамбердиев Ш.А.⁵, Назаров С.В.⁶, Одех М.С.⁷, Тилиб С.К.⁴, Тунгалаг Н.⁸

¹ООО «Малое инновационное предприятие «ИСОН Баллистика-Сервис», Москва, Россия

²Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

³Обсерватория Пурпурной горы Китайской академии наук, Нанкин, Китай

⁴Национальный исследовательский институт астрономии и геофизики, Каир, Египет

⁵Астрономический институт им. Улугбека АН РУз, Ташкент, Узбекистан

⁶Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Научный, Крым, Россия

⁷Международный астрономический центр, Абу-Даби, ОАЭ

⁸Институт астрономии и геофизики АН Монголии, Улан-Батор, Монголия

Инициативный проект ИСОН стартовал в 2004 г. при поддержке грантов. В 2008 г. в рамках проекта была организована международная кооперация обсерваторий для наблюдений астероидов. В том числе были произведены новые телескопы апертурой 40–50 см, а также модернизированы или оснащены фотоприемной аппаратурой несколько существующих телескопов апертурой 60 см — 2.6 м. Исследования проводятся в трех основных направлениях — отработка аппаратуры и методики астероидных обзоров с малыми широкоугольными телескопами, регулярные кампании фотометрических наблюдений и сопровождение объектов, обнаруживаемых китайским астероидным обзором CNEOST. В 2025 г. астероидные наблюдения в основном проводились на 1.88 м телескопе египетской обсерватории Коттамия и на 40 см телескопе монгольской обсерватории Хуралтогот.

Поступила в редакцию 30.06.2025 г. Принята в печать 28.07.2025 г.

Ключевые слова: астероиды, оптический телескоп, фотометрические наблюдения, поиск новых объектов

The results of asteroid research in the ISON project in 2024

Molotov I.E.^{1,2}, Elenin L.V.^{1,2}, Zhao H.³, Li B.³, Xu Z.³, Tian J.³, Li X.³, Liu Ya.³, Abdelaziz A.M.⁴, Mo F.³, Ehgamberdiev Sh.A.⁵, Nazarov S.V.⁶, Odeh M.S.⁷, Tealib S.K.⁴, Tungalag N.⁸

¹Small Innovation Enterprise “ISON Ballistics-Service”, Moscow, Russia

²Keldysh Institute of Applied Mathematics of the RAS, Moscow, Russia

³Purple Mountain Observatory of the CAS, Nanjing, China

⁴National Research Institute of Astronomy and Geophysics, Cairo, Egypt

⁵Ulugh Beg Astronomical Institute of the UAS, Tashkent, Uzbekistan

⁶Crimean Astrophysical Observatory of the RAS, Crimea, Russia

⁷International Astronomical Center, Abu Dhabi, UAE

⁸Research Centre of Astronomy and Geophysics of MAS, Ulaanbaatar, Mongolia

The initiative ISON project was started in 2004 with the support of grants. Within the framework of the project, an international cooperation of observatories for asteroid observations was arranged since 2008. In particular, new telescopes with an aperture of 40–50 cm were produced, as well as several existing telescopes with an aperture of 60 cm — 2.6 m were upgraded or equipped with CCD cameras and filter wheels. The researches are carried out in three main directions — the development of equipment and methods of asteroid surveys with small wide-angle telescopes, follow ups of objects detected by the Chinese asteroid survey CNEOST, regular campaigns of photometric observations. In 2025, asteroid observations were mainly carried out on the 1.88 m telescope of the Kottamia Observatory in Egypt and on the 40 cm telescope of the Khuraltogot Observatory in Mongolia.

Received 30.06.2025. Accepted 28.07.2025.

Keywords: asteroids, optical telescope, photometric observations, search for new objects

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.010

1. Введение

Освоение и исследования околоземного космического пространства (ОКП) привели к осознанию т. н. астероидной опасности, порождаемой астероидами, сближающимися с Землей (АСЗ). Задачи обнаружения и каталогизации АСЗ, исследования эволюции их орбит и изучения их физико-минералогических свойств представляются чрезвычайно важными. Для их решения нужен научный инструмент в форме географически разнесенной сети оптических телескопов, перекрывающий все долготы земного шара. Попыткой создать подобный инструмент стал инициативный проект ИСОН [1], реализуемый с 2004 г. за счет грантов и хозяйственных договоров. Результаты наблюдений в 2024 г. представлены в настоящей работе.

2. Проект ИСОН



Рис. 1: 40 см телескоп ОРИ-40 обсерватории Хуралтогот, Монголия.



Рис. 2: 1.88 м телескоп Цейсса обсерватории Коттамия, Египет.

Проект международной научной сети оптических телескопов ИСОН, направленный на наблюдения околоземных космических объектов, начался в 2004 г. в Пулковской обсерватории РАН. Т. о. состоялся уже 20-летний юбилей ИСОН. Основные направления наблюдений: космический мусор (при координации ИПМ им. М.В. Келдыша РАН и ООО МИП «ИСОН Баллистика-Сервис»), астероиды (при координации Обсерватории Пурпурной горы Китайской академии наук), оптическое послесвечение гамма-всплесков (при координации ИКИ РАН). В настоящее время сеть ИСОН составляют 35 собственных телескопов и несколько инструментов обсерваторий-партнеров. В рамках проекта ИСОН с 2008 г. начата организация международной кооперации обсерваторий для фотометрических наблюдений астероидов [2]. С 2010 г. стали проводиться работы по поиску АСЗ и комет [3]. С 2018 г. создается подсистема для оперативного подхвата АСЗ. С этой целью были разработаны новые телескопы апертурой 40–50 см, а также модернизированы или оснащены фотоприемной аппаратурой несколько существующих телескопов апертурой более 60 см. Работы проводились в трех основных направлениях — поиск новых астероидов и комет, подхват новых открываемых астероидов (получение астрометрии для уточнения орбит) и фотометрия астероидов для исследований их физических свойств (определение параметров вращения — периода и направления вращения, координат полюса, оси вращения астероида, построение модели его формы) [4]. Международные кампании фотометрических наблюдений организовывались в интересах изучения недавно обнаруженных АСЗ, в особенности потенциально опасных астероидов, с целью определения размеров, изучения параметров вращения, формы тел и оптических свойств поверхностей. Выполнялись программы исследований АСЗ, орбиты и свойства тел которых предполагают возможность обнаружения ЯОРП-эффекта (влияние негравитационных сил на скорости вращения и наклоны осей вращения астероидов), для обнаружения двойных и кратных астероидов и определения параметров этих систем с акцентом на обнаружение Би-ЯОРП-эффекта. Также в программу наблюдений включаются АСЗ диаметром менее 300 м, которые могут иметь очень быстрое вращение. В наблюдениях ежегодно принимали участие от 10 до 17 телескопов. В течение 500 ночей были проведены наблюдения более 150 АСЗ, в т. ч. 29 вновь открытых, включая более 40 потенциально опасных астероидов. Были определены или подтверждены периоды вращения для 46 АСЗ размером более 500 м и для 22 размером менее 500 м [3]. Проведены интенсивные наблюдения для известных двойных АСЗ: (7088) Ishtar, (31345) 1998 PG, (35107) 1991 VH, (65803) Didymos, (66391) 1999 KW4, (137170) 1999 HF1, (88710) 2001 SL9. С вовлечением данных ИСОН ЯОРП-эффект был обнаружен для (1862) Apollo, (1620) Geographos [5], (3103) Eger и (1685) Того [5], также впервые обнаружен би-ЯОРП-эффект для двойного АСЗ (88710) 2001 SL9 [6]. В рамках отработки аппаратуры астероидных обзоров на телескопах умеренной апертуры — получено 1 млн. 230 тыс. измерений, открыто 1646 астероидов, в том числе, 20 АСЗ и 8 комет [7]. Был отлажен оперативный подхват новых АСЗ на телескопах класса 40-см, в том числе со сложением ПЗС-кадров объектов до 21.2^m. Проведены наблюдения 1490 АСЗ, получено 14334 астрометрических измерений, которые вошли в 2084 циркуляра MPC [8].

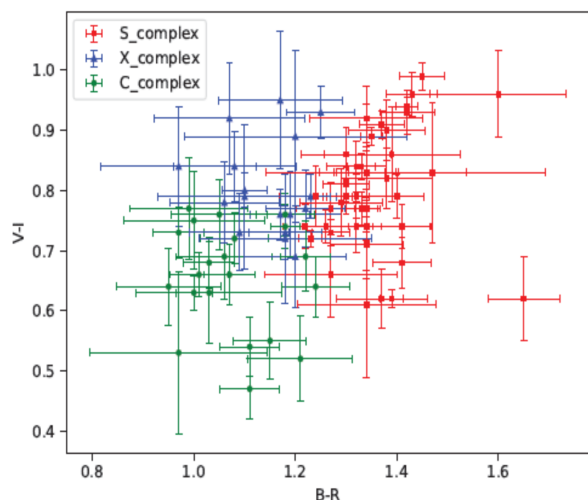


Рис. 3: Распределение выборки околоземных астероидов по индексам цвета B-R и V-I.

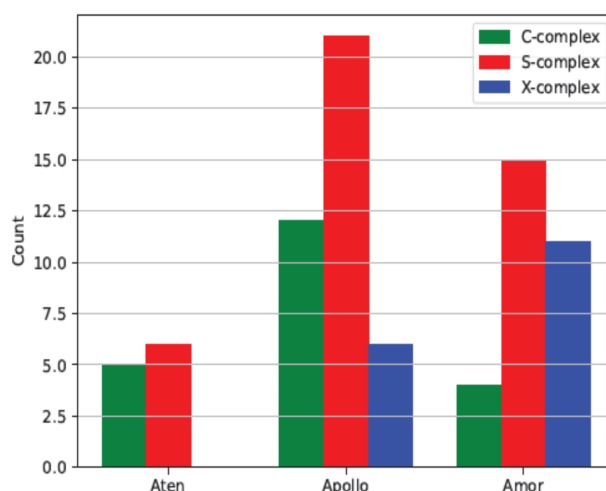


Рис. 4: Распределение выборки околоземных астероидов по спектральным классам и динамическим группам.

3. Наблюдения 2024 г.

В 2024 г. наблюдения АСЗ проводились с помощью двух телескопов проекта ИСОН: 40-см ОРИ-40 (см. на рис. 1) с полем зрения 2.3×2.3 градуса, установленном в обсерватории Хуралтогот, Монголия, код MPC 075 (обсерватория расположена на высоте 1600 м в 15 км от Улан-Батора), и 1.88-м телескопе Цейсс (см. на рис. 2) с полем зрения 8×8 минут, установленном в обсерватории Коттамия, Египет, код MPC 088 (обсерватория находится на высоте 450 м в 80 км к востоку от Каира).

На 40-см телескопе 075 выполнялась обзорная программа поиска АСЗ по новой методике работы с анализом десятков и сотен коротких последовательных экспозиций. Сложение полученных кадров по случайным векторам движения потенциальных АСЗ позволяет увеличить рабочее проникновение обзорного инструмента, что дает возможность использовать для этой задачи телескопы малых и средних апертур. Помимо этого, данная техника позволяет более эффективно обнаруживать быстрые АСЗ с угловыми скоростями движения в десятки угловых секунд за минуту. Астрометрические и фотометрические наблюдения АСЗ выполнялись на 1.88 м телескопе 088 с использованием фильтров BVRI, в том числе проводилась классификация АСЗ по их фотометрическим показателям цвета.

4. Результаты наблюдений

Удаленным астероидным обзором на базе 40-см телескопа 075 в Монголии было открыто 2 новых АСЗ. За хорошую ночь телескоп перекрывает до 200 квадратных градусов неба с прониканием до 19.5^m . Кадры перекачиваются в Москву и здесь на сервере оперативно обрабатываются. В ночь с 10 на 11 марта был открыт околоземный астероид 2024 EB₃ семейства Атон при сложении 30 кадров с экспозицией по 20 с. АСЗ был обнаружен уже на отлетной траектории от Земли. Максимальное сближение произошло 9 марта на расстояние примерно в 4.8 млн. км. В момент обнаружения он имел блеск 17.8^m , что соответствует размеру 30–70 м. При этом орбита 2024 EB₃ обладает нетипичным для астероидов наклоном — более 33 градусов. Среди Атонов подобных объектов с таким большим наклоном менее 100. В ночь с 3 на 4 апреля был открыт АСЗ 2024 GF семейства Аполлона при сложении 30 кадров с экспозицией по 20 секунд. АСЗ был открыт на подлетной траектории за сутки до момента максимального сближения на расстояние в 1.7 млн. км от Земли. Блеск при открытии составлял 19^m , что соответствует размеру 10–20 м, объект двигался с угловой скоростью $22''/\text{мин}$. Это был уже четвертый АСЗ, открытый этим астероидным обзором и 22 АСЗ, обнаруженный в проекте ИСОН.

Астрометрические наблюдения по АСЗ до 22^m , выполняемые на базе 1.88 м телескопа 088 в Египте, проводились по заявкам обсерватории Пурпурной горы Китайской академии наук и Европейского космического агентства. Всего были получены измерения по 18 астероидам и 5 кометам (результаты вошли в 23 циркуляра МРЕС). Также была подтверждена кометная природа объекта X85042, получившего наименование C/2025 A3 (Tsuchinshan).

Фотометрические наблюдения проводились в том числе по заявкам обсерватории Пурпурной горы Китайской академии наук и Астрономического института Академии наук Чешской Республики. В рамках программы классификации АСЗ по их фотометрическим показателям цвета были выполнены наблюдения

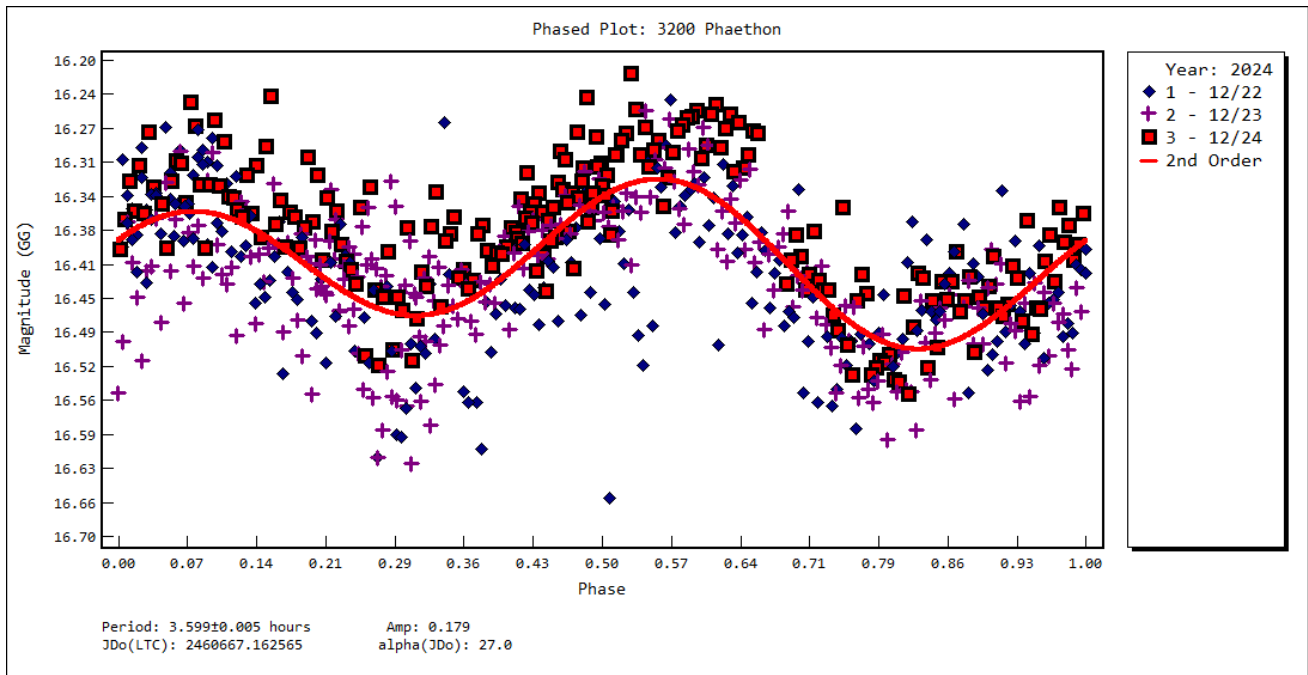


Рис. 5: Кривая блеска астероида 3200 Phaethon.

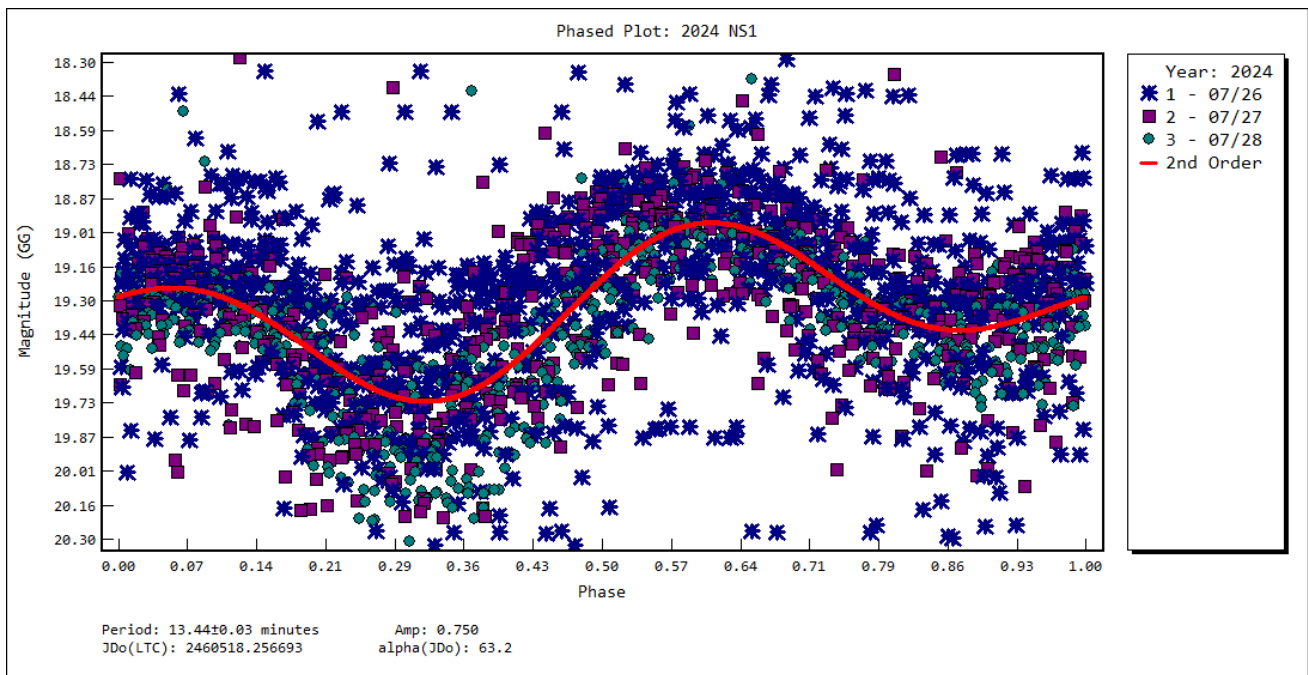


Рис. 6: Кривая блеска для ACЗ 2024 NS1.

86 объектов, из которых удалось классифицировать 75 [9] путем сравнения цветовых индексов со спектрами образцов каждого типа. Большинство из них были отнесены к S-комплексу (38), в то время как на C- и X-комплексы пришлось 20 и 17 объектов соответственно (см. рис. 3 и 4).

Цветовая диаграмма B-R и V-I на рис. 3 показывает, что определенные таксономические комплексы занимают разные регионы. Примеры полученных кривых блеска для ACЗ 3200 Phaethon и 2024 NS1 приведены на рис. 5 и 6. Периоды вращения определены, соответственно, в 3.599 часа и в 13.44 минуты.

5. Заключение

Исполнилось 20 лет проекту ИСОН, который имел несколько этапов своего развития. На текущем этапе, который начался в 2019 г., работы проекта ИСОН дополнительно финансировались за счет грантов

и зарубежных договоров через ООО МИП «ИСОН Баллистика-Сервис» [10]. Из-за отсутствия финансовой поддержки проекта в 2024 г. объем проводимых астероидных наблюдений был резко уменьшен. Основным заказчиком работ стала обсерватория Пурпурной горы Китайской академии наук. Выполнялись поисковые обзоры, астрометрические и фотометрические наблюдения АСЗ. Поиск новых астероидов проводился на телескопе апертурой 40 см в обсерватории Хуралтогот, Монголия, а фотометрические и астрометрические наблюдения АСЗ — на телескопе апертурой 1.88 м в обсерватории Коттамия, Египет. В ходе многоцветного фотометрического обзора АСЗ были получены цветовые индексы B-V-R-I для 86 астероидов. Было открыто два новых АСЗ, были получены астрометрические измерения по 18 астероидам и 5 кометам.

Список литературы

1. I. Molotov, V. Agapov, V. Titenko, Z. Khutorovsky, et al., *Advances in Space Research*, **41(7)**, 1022, 2008, URL <https://doi.org/10.1016/j.asr.2007.04.048>.
2. N. Gaftonyuk, Y. Krugly, and I. Molotov, in A. Finkelstein, W. Huebner, and V. Shor, eds., *Proceedings of the International Conference "Asteroid-Comet Hazard-2009"*, 49–51 (StP: Nauka).
3. H. Zhao, B. Li, Y. N. Krugly, I. E. Molotov, et al., *INASAN Science Reports*, **7(2)**, 123, 2022, URL <http://dx.doi.org/10.51194/INASAN.2022.7.2.004>.
4. Y. N. Krugly, I. E. Molotov, V. M. Agapov, L. Elenin, et al., in *Proc. Workshop Gaia Fun-SSO: follow-up network for the Solar System Objects*, 101–104 (2010).
5. J. Ďurech, D. Vokrouhlický, P. Pravec, Y. N. Krugly, et al., *A&A*, **657**, A5, 2022, URL <https://doi.org/10.1051/0004-6361/202141844>.
6. P. Scheirich, P. Pravec, P. Kušnirák, K. Hornoch, et al., *Icarus*, **360**, 114321, 2021, URL <http://dx.doi.org/10.1016/j.icarus.2021.114321>.
7. I. E. Molotov, H. Zhao, B. Li, C. Zhang, et al., *Ap&SS*, **369(8)**, 77, 2024, URL <http://dx.doi.org/10.1007/s10509-024-04336-0>.
8. I. Molotov, Y. Krugly, L. Elenin, T. Schildknecht, et al., *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, **93 (suppl 1)**, e20200145, 2021, URL <https://www.scielo.br/j/aabc/a/dwVndYKfWPGjvhdg6M4ZVbf/>.
9. F. Mo, B. Li, H. Zhao, J. Chen, et al., *Earth and Planetary Physics*, **10**, 1, 2026, URL <https://www.eppcgs.org/en/article/doi/10.26464/epp2025080>.
10. I. E. Molotov, C. Zhang, T. Zhu, S. Yu, et al., *INASAN Science Reports*, **8(4)**, 177, 2023, URL <https://doi.org/10.51194/INASAN.2023.8.4.002>.

Спектральные наблюдения объектов геостационарной области в Казахстане

Серебрянский А.В., Айманова Г.К., Кругов М.А., Омаров Ч.Т.

Астрофизический институт им. В.Г. Фесенкова, Алматы, Казахстан

Спектрофотометрические характеристики искусственных спутников Земли (ИСЗ) играют ключевую роль в их идентификации и исследовании вопросов, связанных с влиянием космической среды на время жизни аппаратов. Однако, определение этих характеристик и исследование временных и спектральных зависимостей затруднено из-за изменений условий освещения и отражения поверхностью ИСЗ. Избежать трудностей при интерпретации спектрофотометрических характеристик можно используя методику анализа отражательных спектров, позволяющую одновременно получать информацию во всем диапазоне спектра. Однако эта методика при наблюдениях ИСЗ имеет ряд сложностей, поскольку требует хорошей точности удержания объекта в поле телескопа, высокую проникающую способность инструмента с минимальными потерями на оптических элементах системы, возможность быстрого считывания сигнала без ущерба отношению сигнала к шуму, что позволяет избежать сложности интерпретации результатов наблюдений при быстром изменении условий освещения ИСЗ из-за изменения фазового угла и/или вращения аппарата. Для удовлетворения этим требованиям в АФИФ был создан спектрограф и разработана соответствующая методика наблюдения и анализа данных спектральных наблюдений объектов околоземного космического пространства (ОКП). В данной работе представлен результат анализа спектральных наблюдений аппаратов геостационарной области (ГСО), предложен алгоритм идентификации объектов по спектральным и фотометрическим параметрам объектов ГСО.

Поступила в редакцию 26.06.2025 г. Принята в печать 31.07.2025 г.

Ключевые слова: геостационарная орбита, спектроскопия, спектры отражения

Spectroscopic observations of GEO in Kazakhstan

Serebryanskiy A.V., Aimanova G.K., Krugov M.A., Omarov Ch.T.

Fesenkov Astrophysical Institute, Almaty, Kazakhstan

Spectrophotometric characteristics of space residence objects (RSO) play a pivotal role in their identification and research on the impact of the space environment on the longevity of these devices. However, the determination of spectrophotometric characteristics and the analysis of their dependence on wavelength and time are hindered by fluctuations in illumination conditions and the reflection by the RSO surface. The interpretation of spectrophotometric characteristics can be circumvented by employing the reflective spectrum analysis technique, which facilitates the simultaneous acquisition of information across the entire wavelength range. Nevertheless, this technique presents several challenges when observing RSO, including the necessity of maintaining precise object tracking, possessing high penetrating power with minimal optical element losses, and the ability to swiftly readout the image without compromising the signal-to-noise ratio. This complexity arises from the rapid changes in RSO illumination conditions due to the phase angle variation and device rotation. To address these requirements, an spectrograph was developed at FAI, and an appropriate technique for observing and analyzing spectral observations of near-Earth space objects (NES) was developed. This paper presents the outcomes of the spectral analysis of geostationary satellites (GEO) and proposes an algorithm for object identification based on their spectral and photometric parameters.

Received 26.06.2025. Accepted 31.07.2025.

Keywords: geostationary orbit, spectroscopy, reflective spectroscopy

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.011

1. Введение

Для объектов на геостационарной орбите основным источником информации о них являются оптические наблюдения. Получаемые в таких наблюдениях спектрофотометрические данные позволяют оценить характеристики аппаратов, которые играют существенную роль в алгоритмах идентификации спутников [1–7]. В частности, фотометрия позволяет оценить такие ключевые параметры объекта, как отношение площади к массе [8], его размер и геометрию, которые имеют большое значение для точных орбитальных расчетов. Однако эта информация хоть и является необходимой, но недостаточна для высокоточных расчетов орбит. Требуется дополнительные данные о свойствах поверхности аппаратов, такие, например, как коэффициенты отражения на разных длинах волн. Большое ограничение точности определения этих параметров обусловлено изменениями условий освещенности объекта из-за изменения фазового угла и нестабильного положения самого объекта (например, из-за его вращения). Несмотря на такие трудности, были предприняты попытки определить свойства материала аппаратов на основе цветовых характеристик по данным фотометрических наблюдений [9, 10]. Однако, учитывая упомянутые выше трудности, проведение точной и, главное,

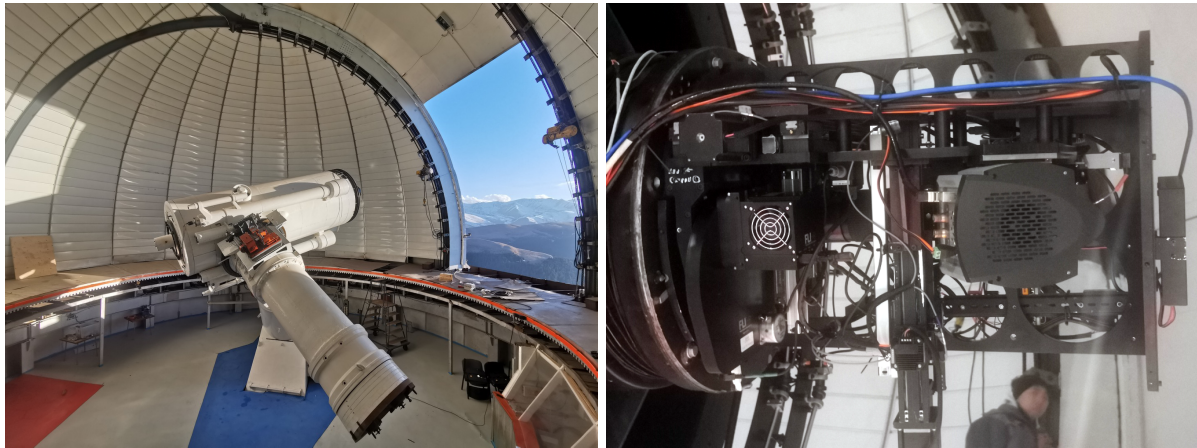


Рис. 1: Телескоп АЗТ-20 обсерватории Ассы-Тургень (слева) и спектрограф, смонтированный в главном фокусе АЗТ-20 (справа).

одновременной фотометрии в нескольких фильтрах является достаточно сложной наблюдательной задачей. В связи с этим методика анализа отражательных спектров выглядит более перспективной, поскольку позволяет одновременно получать информацию во всем диапазоне длин волн [11–13].

Следует также добавить, что спектрофотометрия позволяет изучать влияние космического пространства на свойства материалов [14, 15].

2. Инструмент и методика наблюдений

Для удовлетворения требованиям при спектральных наблюдениях объектов ГСО мы используем телескоп АЗТ-20 с апертурой 1.51 метра, с измененной оптической схемой, дающей эквивалентное фокусное расстояние 570 мм ($f=1:2.7$). Для этого был разработан 4-х линзовый кварцевый корректор поля диаметром 280 мм, установленный в главном фокусе телескопа. Там же установлен разработанный в АФИФ спектрограф на VPHG элементах. Наблюдения объектов ГСО проводятся с VPHG 360 линий/мм, в диапазоне 380–820 нм и дисперсией 8.5 Å, при этом используется щель шириной 9 угловых секунд. В качестве детектора используется EMCCD iXon Ultra 888, 1024×1024 элементов. Общий вид телескопа и спектрографа показан на рис. 1.

Для анализа зависимости спектров отражения от фазового угла спектры аппаратов снимались несколькими сериями за одну ночь. Для исключения влияния флуктуаций прозрачности атмосферы, ошибок при удержании объекта на щели спектрографа, влияния вращения аппарата, в каждой серии снималось несколько спектров. Время экспозиции для одного спектра объекта выбиралось равным не более 10 с и не более 2 с для звезды-стандарта. Спектры звезд-стандартов (спектральных аналогов Солнца) снимались после каждой серии спектров программного объекта при той же воздушной массе. После каждой серии наблюдений «программный объект-спектр звезды» снимаются спектры калибровочной лампы для определения дисперсионного соотношения. При завершении наблюдений снимаются изображения Dark и Bias. В нашем анализе мы не используем изображения плоского поля. Были проведены спектральные наблюдения для 48 аппаратов геостационарной области.

Предварительный анализ изображений спектров и извлечение одномерного спектра осуществляется в среде IRAF (Image Reduction and Analysis Facility). Пример получаемых спектров объектов ГСО приведен на рис. 2.

3. Анализ спектров отражения

Монохроматическая интенсивность аппарата может быть записана как:

$$E_{\lambda} = E_{\lambda}^{\odot} \frac{\gamma_{\lambda} S F_{\lambda}(\phi)}{d^2} p_{\lambda}^{M(z)}, \quad (1)$$

где p_{λ} и $M(z)$ — это прозрачность атмосферы и ее воздушная масса, соответственно; $E_{\lambda}^{\odot}$ — монохроматическая освещенность объекта Солнцем; d — топоцентрическое расстояние до объекта; γ_{λ} — геометрическое альbedo объекта; S — видимая площадь поверхности объекта, освещенная Солнцем; $F_{\lambda}(\phi)$ — фазовая функция. Параметры γ_{λ} , S , и $F_{\lambda}(\phi)$ зависят от геометрии объекта, свойств его поверхности, а также ориентации

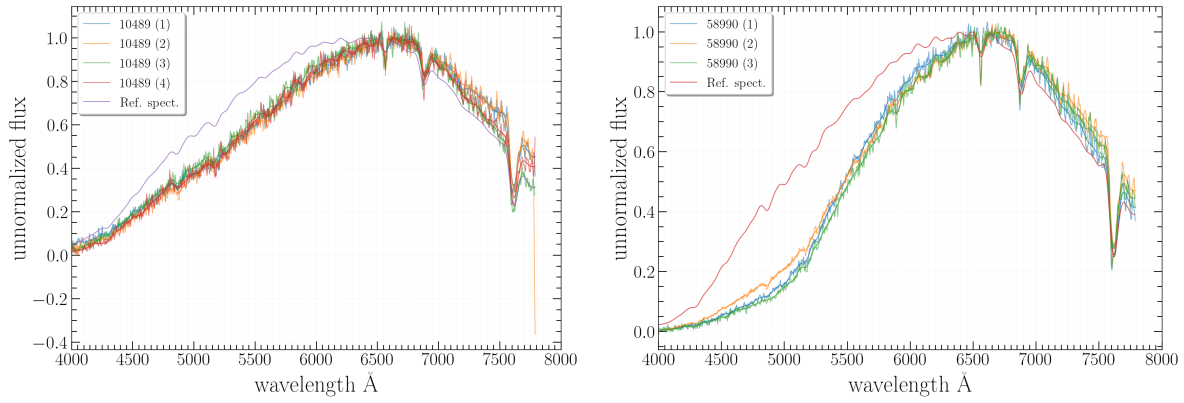


Рис. 2: Примеры спектров объектов ГСО, получаемых на телескопе АЗТ-20 обсерватории Ассы-Тургень в сравнении со спектрами спектральных аналогов Солнца.

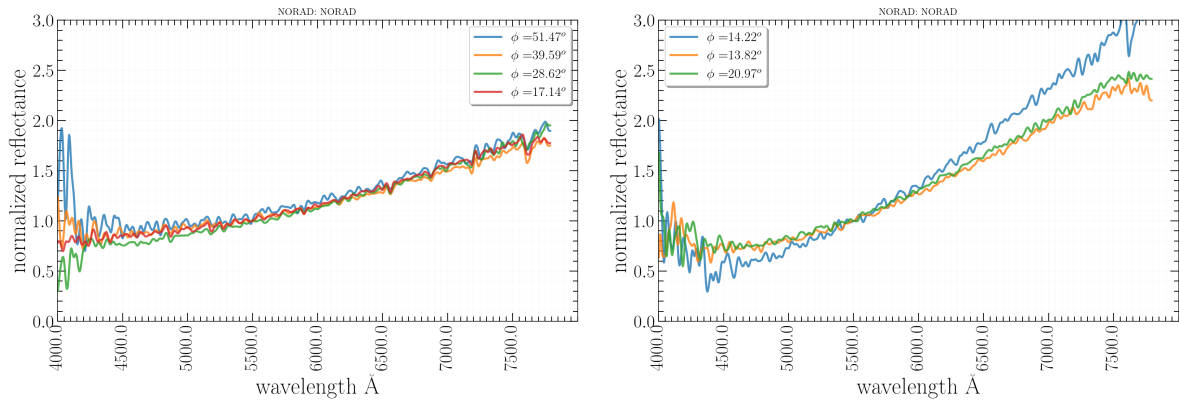


Рис. 3: Нормированные спектры отражения аппаратов NORAD 11440 (слева) и NORAD 22836 (справа).

объекта в пространстве. Спектром отражения объекта, $R_\lambda(\phi)$, будет отношение:

$$R_\lambda(\phi) \equiv \frac{E_\lambda}{E_\lambda^\odot} = \frac{\gamma_\lambda S F_\lambda(\phi)}{d^2} p_\lambda^{M(z)}. \quad (2)$$

Примеры нормированных спектров отражения, $R_\lambda(\phi)/R_{550\text{nm}}(\phi)$, показаны на рис. 3 и 4.

Спектр отражения позволяет получать значение отраженного излучения поверхностью аппарата одновременно для разных длин волн для одного и того же фазового угла ϕ , для одной и той же площади S и одинакового значения расстояния d . Мы можем достаточно хорошо определить значение расстояния d , но значение S для многих аппаратов оценить сложно, так как эта площадь зависит от ориентации аппарата и его геометрии. Фазовая функция $F_\lambda(\phi)$ также зависит от геометрии аппарата и свойства его поверхности. Мы можем сделать некоторые предположения о функции $F_\lambda(\phi)$, которая может не иметь сильной зависимости от λ , как, например, для пластины или для ламбертовского источника в виде сферы, для которых эта функция зависит только от фазового угла. В этой связи для нас представляет интерес относительная функция отражения, $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$:

$$\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi) = \frac{R_{\lambda_i}(\phi)}{R_{\lambda_j}(\phi)} = \frac{\gamma_{\lambda_i}}{\gamma_{\lambda_j}}. \quad (3)$$

В выражении (3) индексы i и j означают разные спектральные области. Отражательная способность различных материалов по-разному зависит от фазового угла, а также от влияния разных факторов в космическом пространстве [14, 16]. Вид спектра отражения, а следовательно $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$, зависит от длины волны и фазового угла. Для исследования этой зависимости предлагается анализировать «наклон» относительного отражения, то есть зависимость $\tilde{R}_{\Delta\lambda_i}(\phi)$ от $\tilde{R}_{\Delta\lambda_j}(\phi)$, от конфигурации аппарата, сроков его пребывания в космосе и типа платформы для разных спектральных диапазонов i и j .

Рассматривая спектральный диапазон, полученных на АЗТ-20 спектров низкого разрешения, от 400 до 800 нм, нами было принято решение вместо анализа в стандартных фотометрических системах (например,

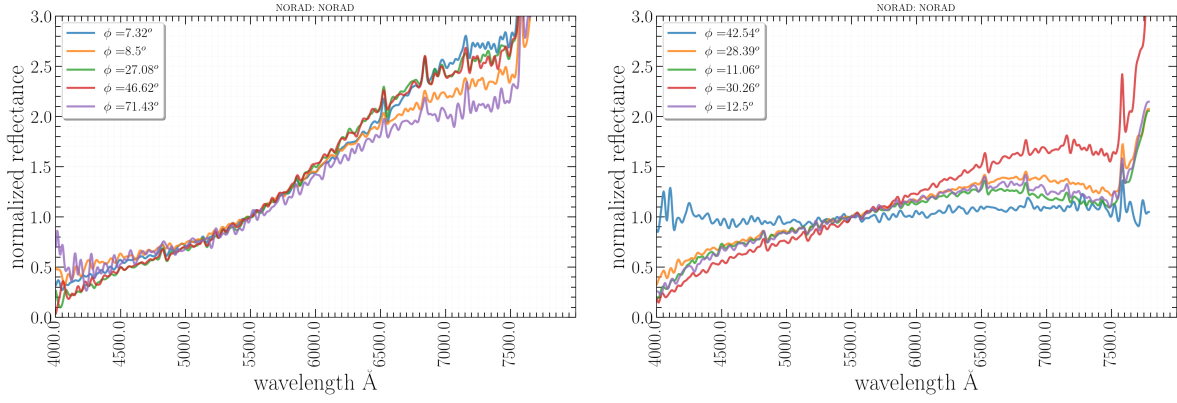


Рис. 4: Нормированные спектры отражения аппаратов KAZSAT-2 (слева) и KAZSAT-3 (справа).

фильтрах UBVRI), выбрать четыре независимых (непересекающихся) спектральных диапазона с одинаковой шириной равной 80 нм ($B1-B4$). Для выбранных четырех «фильтров» можно получить соответствующие значения $\tilde{R}_{\Delta\lambda_1}(\phi)$ и $\tilde{R}_{\Delta\lambda_2}(\phi)$ для разных значений фазовых углов. Такой подход, во-первых, гарантирует независимость значений во всех выбранных полосах, а во-вторых может быть расширен на любое число спектральных полос, тем самым получив более детальную информацию о поведении спектра отражения в зависимости от длины волны.

Значения функции $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$ можно интерпретировать иначе, используя понятия звездной величины и показателя цвета. Звездная величина объекта:

$$m_\lambda = m_\lambda^\odot - 2.5 \log \left[\frac{\gamma_\lambda S F_\lambda(\phi)}{d^2} \right]. \quad (4)$$

Перепишем выражение (4) в виде

$$(m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2}) - (m_{\lambda_1}^\odot - m_{\lambda_2}^\odot) = -2.5 \log \left[\frac{\gamma_{\lambda_1}}{\gamma_{\lambda_2}} \right] \equiv -2.5 \log \left[\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi) \right], \quad (5)$$

следовательно,

$$\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi) = 10^{0.4(C.I.^\odot - C.I.)}, \quad (6)$$

где $C.I. = m_{\lambda_1} - m_{\lambda_2}$ — показатель цвета. Точность определения параметра $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$:

$$\sigma_{\tilde{R}_{\Delta\lambda}} = \left(\frac{\partial \tilde{R}_{\Delta\lambda}}{\partial C.I.} \right) \sigma_{C.I.} = 0.4 \ln 10 \tilde{R}_{\Delta\lambda} \sigma_{C.I.} \approx 0.92 \tilde{R}_{\Delta\lambda} \sigma_{C.I.}, \quad (7)$$

где $\sigma_{C.I.} = \sqrt{\sigma_{\lambda_1}^2 + \sigma_{\lambda_2}^2}$ — точность определения показателя цвета из значений точности определения звездных величин в каждой спектральной полосе.

Мы интерпретируем параметр $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$ как численное выражение изменений цвета отраженного света по отношению к падающему солнечному излучению в зависимости от спектрального диапазона и фазового угла. Поскольку этот параметр в первом приближении не зависит от заранее неизвестных параметров, а определяется только свойством поверхности, он может быть использован как еще один дополнительный параметр (к таким «стандартным» инструментам диагностики как зависимость (B–V) от (R–I)) для идентификации типа аппарата и исследования влияния условий открытого космоса на свойства его поверхности (используемых материалов).

Пример зависимости $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$ от ϕ для различных типов платформ показан на рис. 5. Для примера были выбраны платформы DFH (телекоммуникационные спутники, КНР), SAST (Shanghai Academy of Spaceflight Technology, КНР), Каур (Космический аппарат унифицированного ряда, СССР/РФ) и CylSP (аппарат цилиндрической формы с поверхностью, покрытой солнечными панелями), для которых были проведены наблюдения более двух аппаратов данной платформы. Для отдельно взятой платформы явной зависимости $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$ от фазы не наблюдается. Однако, можно отметить, что средние значения $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$ для «молодых» и «старых» аппаратов различны (DFH) и это различие становится уже малозаметным при возрасте аппарата более ~ 5 лет. Этот факт может служить подтверждением быстрого изменения свойств материалов под воздействием условий космического пространства, но требует дополнительных исследований на большем статистическом материале.

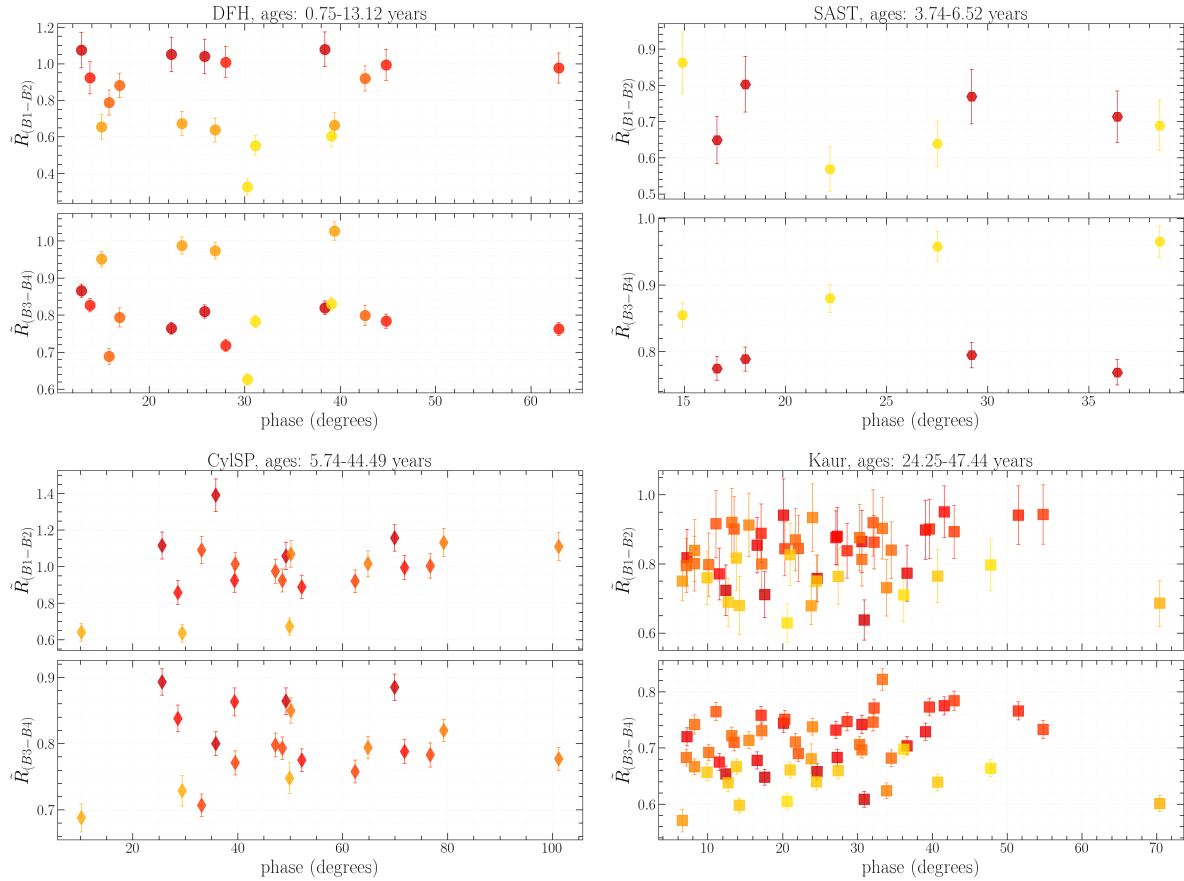


Рис. 5: Зависимость $\tilde{R}_{\Delta\lambda}$ от фазового угла, ϕ , для разных платформ (DFH, SAST, CylSP, Kaur). Чем темнее символ, тем дольше аппарат находится на околоземной орбите.

Принимая во внимание слабую зависимость $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$ от фазы для каждого отдельного аппарата, мы в дальнейшем анализе используем усредненное по фазам значение $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$. Все аппараты, помимо типа платформ, страны или компании изготовителя, можно также разделить по общим признакам — конфигурациям. Например, таковыми могут быть: куб с солнечными панелями (SP) или одной панелью, куб с SP и антенной (D), то же самое с цилиндром и просто цилиндром, покрытым элементами SP.

Зависимость усредненных значений $\tilde{R}_{\Delta\lambda}$ для разных конфигураций для случая четырех независимых спектральных диапазонов приведен на рис. 6. На графике разные конфигурации показаны разными символами, а цветами обозначены страны, которым эти аппараты принадлежат. Заметны признаки кластеризации.

Следует отметить, что значение доверительных интервалов на рис. 6 определяется не только ошибками определения параметра $\tilde{R}_{\Delta\lambda}$, но и разнообразием конфигурации для разных поколений спутников. Кроме того, в этих доверительных интервалах присутствует эффект изменений свойств поверхностей аппаратов в зависимости от срока пребывания его на орбите.

Свобода выбора спектральных диапазонов позволяет расширить анализ на большее количество «измерений». В качестве примера мы выбрали 6 спектральных полос в диапазоне от 400 до 800 нм. В этом случае каждая из 2D зависимостей $\tilde{R}_{\Delta\lambda}$ в случае 4-х полос, показанных на рис. 6, будет представлять из себя три независимых 2D зависимостей, как показано на рис. 7.

4. Заключение

Полученные результаты позволили прийти к выводу, что существует возможная зависимость поведения спектров отражения от фазового угла для некоторых типов платформ. Предложенный параметр $\tilde{R}_{\Delta\lambda}(\phi)$ — численный показатель изменений цвета отраженного света по отношению к падающему солнечному излучению в зависимости от спектрального диапазона и фазового угла, показывает возможность исследовать влияние космической погоды на материалы, а также полезен в качестве инструмента спектральной идентификации аппаратов ГСО.

Представленные результаты и результаты спектрального анализа, полученные в [17], показали необходимость получения большего количества спектров для объектов ГСО разной конфигурации (геометрии,

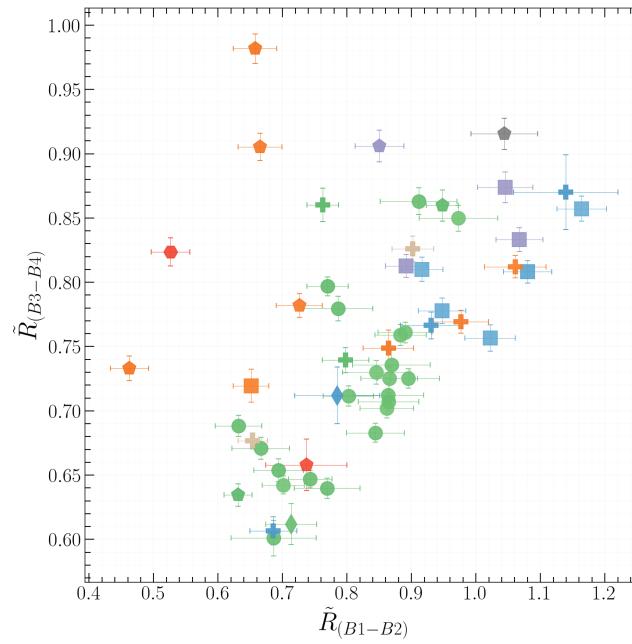


Рис. 6: Зависимость $\tilde{R}_{\Delta\lambda}$ для разных конфигураций аппаратов (разные символы) и страны (разный цвет) для случая 4-х спектральных диапазонов.

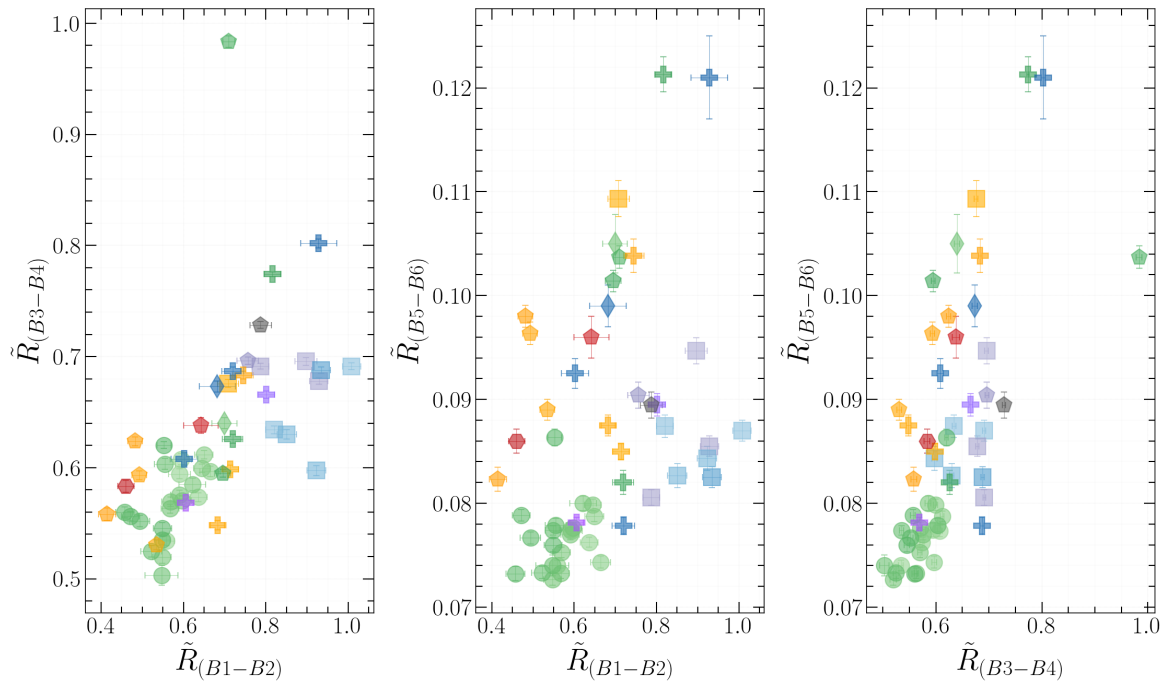


Рис. 7: Зависимость $\tilde{R}_{\Delta\lambda}$ для разных конфигураций аппаратов (разные символы) и страны (разный цвет) для случая 6-и спектральных диапазонов.

платформ), для более широкого диапазона значений фазовых углов, с более ранними сроками пребывания в космическом пространстве. Кроме того, необходимо расширить исследуемый спектральный диапазон в инфракрасную область спектра, что будет заложено в планы будущих разработок инструментов для телескопов обсерватории Ассы-Тургень.

Усредненный параметр $\tilde{R}_{\Delta\lambda}$ может быть полезен в задаче классификации объектов околоземного космического пространства по их спектро-фотометрическим характеристикам. Параметр косвенно включает

в себя зависимость отражательной характеристики космического аппарата, определяемую свойствами поверхности, а точнее материалом, который используется при изготовлении космических аппаратов. Увеличение количества спектральных диапазонов позволяет значительно увеличить информативность, но одновременно размерность задачи, что потребует привлечение методов и алгоритмов машинного обучения для их анализа. Эта работа, совместно с моделированием спектров отражения аппаратов разной конфигурации и типов используемых материалов, проводится в настоящее время в АФИФ.

Исследование финансируется Аэрокосмическим комитетом Министерства цифрового развития, инноваций и аэрокосмической промышленности Республики Казахстан (программа No.BR20381077).

Список литературы

1. A. Vananti, T. Schidknecht, H. Krag, and C. Erd, in H. Lacoste, ed., *Fifth European Conference on Space Debris*, **672**, 41 (2009).
2. H. Cowardin, P. Seitzer, K. Abercromby, E. Barker, and T. Schildknecht, in S. Ryan, ed., *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference*, E47 (2010).
3. M. Hejduk, H. Cowardin, and E. Stansbery, in S. Ryan, ed., *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference*, 14 (2012).
4. A. Vananti, T. Schildknecht, and H. Krag, *Advances in Space Research*, **59**, 2488, 2017.
5. P. Sukhov, V. Kouprianov, and K. Sukhov, in *7th European Conference on Space Debris*, 64 (2017).
6. J. Šilha, M. Zigo, T. Hrobár, P. Jevčák, and M. Verešvárska, in *8th European Conference on Space Debris*, 116 (2021).
7. M. Zigo, D. Žilková, J. Šilha, J. Tóth, and P. Matlovič, in *8th European Conference on Space Debris*, 140 (2021).
8. T. Schildknecht, R. Musci, and T. Flohrer, *Advances in Space Research*, **41**, 1039, 2008.
9. T. Cardona, P. Seitzer, A. Rossi, F. Piergentili, and F. Santoni, *Advances in Space Research*, **58**, 514, 2016.
10. X.-F. Zhao, H.-Y. Zhang, Y. Yu, and Y.-D. Mao, *Advances in Space Research*, **58**, 2269, 2016.
11. D. Bédard and G. A. Wade, *Advances in Space Research*, **59**, 212, 2017.
12. K. Jorgensen, J. Africano, K. Hamada, E. Stansbery, P. Sydney, and P. Kervin, *Advances in Space Research*, **34**, 1021, 2004.
13. P. Seitzer, K. J. Abercromby, E. S. Barker, T. Cardona, S. M. Lederer, and H. Cowardin, in S. Ryan, ed., *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference*, 9 (2012).
14. J. A. Reyes, K. W. Fulford, E. A. Plis, R. C. Hoffmann, et al., *Acta Astronautica*, **189**, 576, 2021.
15. P. Castro, C. J. Wetterer, D. Strong, C. Schuetz-Christy, and F. Chun, in S. Ryan, ed., *Proceedings of the Advanced Maui Optical and Space Surveillance (AMOS) Technologies Conference*, 85 (2023).
16. T. Schildknecht, A. Vannanti, H. Krag, and C. Erd, in S. Ryan, ed., *Advanced Maui Optical and Space Surveillance Technologies Conference*, E24 (2009).
17. A. Serebryanskiy, C. Omarov, G. Aimanova, M. Krugov, and C. Akniyazov, *Eurasian Physical Technical Journal*, **19**, 93, 2022.

Опыт астрометрических наблюдений астероидов на Зеленчукской астрономической станции КФУ

Крячко Т.В.¹, Соловьев В.Я.², Шпекин М.И.²

¹Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского РАН, Москва, Россия

²Казанский федеральный университет, Казань, Россия

В докладе представлены некоторые результаты астрометрических наблюдений астероидов на астрономической станции Казанского государственного университета за период 1995–2012 гг. Астрономическая станция КФУ расположена в Зеленчукском районе Карачаево-Черкесской республики в горах на высоте 2100 м над уровнем моря. С момента создания станции в 1976 г. она была предназначена для организации практической работы студентов кафедры астрономии. Кроме того, сотрудники станции проводили астрономические наблюдения на телескопах станции. Наблюдения велись на трех основных телескопах: телескоп-рефрактор Цейсс-400, телескоп-рефлектор системы Шмидта и менисковый телескоп Takahashi RC300.

Поступила в редакцию 28.06.2025 г. Принята в печать 31.07.2025 г.

Ключевые слова: КФУ, астрометрические наблюдения, астероиды

The experience of the asteroids astrometric observations at the KFU Zelenchuk Astronomical Station

Kryachko T.V.¹, Soloviev V.Ya.², Shpekin M.I.²

¹Vernadsky Institute of Geochemistry and Analytical Chemistry of the RAS, Moscow, Russia

²Kazan Federal University, Kazan, Russia

The report presents some results of astrometric observations of asteroids at the astronomical station of Kazan State University for the period 1995–2012. The KFU Astronomical Station is located in the Zelenchuk district of the Karachay-Cherkessia Republic in the mountains at an altitude of 2100 meters above sea level. Since its establishment in 1976, the station has been designed to organize the practical work of students of the Department of Astronomy. In addition, the station staff conducted astronomical observations on the station's telescopes. The observations were carried out using three main telescopes: the Zeiss-400 refractor telescope, the Schmidt reflector telescope, and the Takashi RC300 meniscus telescope.

Received 28.06.2025. Accepted 31.07.2025.

Keywords: KSU, astrometric observations, asteroids

DOI: 10.51194/INASAN.2025.10.2.012

1. Введение

Зеленчукская астрономическая станция построена в 1976 г. на северном склоне горы Пастухова западнее телескопа БТА РАН (рис. 1, слева). Станция с момента постройки располагала всего одним инструментом — телескопом-рефрактором Цейсс-400. Немного позднее на станции был установлен телескоп системы Кассегрена (астрограф Шмидта). В 2007 г. в павильоне телескопа Шмидта был установлен телескоп-рефлектор Takahashi RC300 (рис. 1, справа). На станции было начато строительство павильона под горизонтальный телескоп АЗТ-600. Монтаж этого телескопа завершить не удалось из-за проблем, связанных с некачественным строительством павильона.

Первый астероид, открытый на станции, был найден в 1995 г. на телескопе Цейсс-400. Первооткрывателем стал Владимир Яковлевич Соловьев. Этому астероиду присвоено имя «KazanUniversity» (рис. 2 и 3).

Дальнейшие наблюдения астероидов велись на Телескопе Takahashi RC300, установленном в 2008 г. в павильоне, где ранее стоял телескоп Шмидта. Отличительной чертой Takahashi RC300 явилось то, что этот инструмент был автоматизирован: установлена CCD-матрица и выполнен вывод поля зрения телескопа на экран монитора. Затем на станции была установлена спутниковая антенна, и реализована возможность вести наблюдения на Takahashi RC300 в удаленном режиме из Москвы.

Подавляющее число астрометрических наблюдений и открытий на этом телескопе выполнено Тимуром Валерьевичем Крячко. Так в 2009 г. Т.В. Крячко удалось получить 13688 астрометрических положений малых тел Солнечной системы, это 12 место в мире среди 438 обсерваторий и первое в России и СНГ.

Кроме того, в 2009 г. Т.В. Крячко открыл астероид 2009 QV38 семейства кентавров (впервые в России), а также два астероида семейства Троянцев. Результаты наблюдений 2009 г. опубликованы в 76 публикациях (авторы Т.В. Крячко, А.В. Самохвалов, Б.Л. Сатовский, В.П. Горанский, Е.Н. Барсукова, В.Я. Соловьев) в изданиях: Minor Planet Electronic Circular (35), Minor Planet Circular (18), Peremennye Zvezdy Prilozhenie (10), СВЕТ (6), IAU Circular (5), Solar System Research (1).



Рис. 1: Общий вид Северо-Кавказской астрономической станции Казанского университета [1] (слева), часто называемой «Зеленчукская астрономическая станция», и телескоп Takahashi RC300 (справа), установленный на станции в соответствии с договором между Казанским университетом и ООО «Астротел».



Рис. 2: Официальное сообщение МАС.

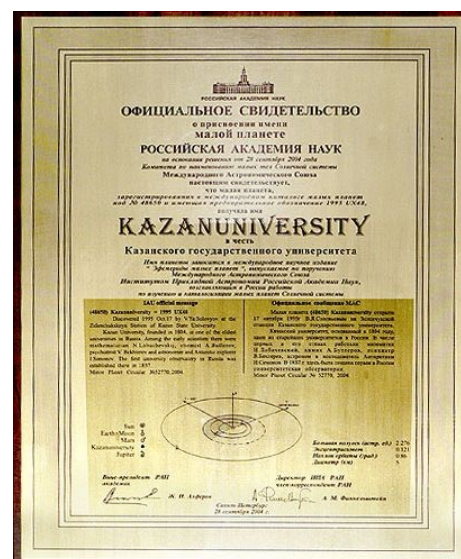


Рис. 3: Официальное свидетельство
о присвоении имени малой планете
«KAZANUNIVERSITY».

В 2010 г. получено 6261 астрометрических положений малых тел Солнечной системы, 781 нумерованных, 242 нenumерованных астероидов и 10 комет. Это первое место в России среди всех обсерваторий, наблюдающих астероиды. В мировом рейтинге АС КФУ заняла 23 место из 438 обсерваторий. Почти все эти наблюдения выполнены Т.В. Крячко на телескопе Астротел RC300. Т.В. Крячко был впервые в истории России (и СССР) открыт потенциально опасный для Земли (РНО) астероид 2010 WV8, подходящий на минимальное расстояние к Земле 479000 км.

Результаты наблюдений 2010 г. представлены в 40 публикациях (авторы Т.В. Крячко, А.В. Самохвалов, Б.Л. Сатовский, В.Я. Соловьев) в изданиях: Minor Planet Electronic Circular (23), Peremennye Zvezdy Prilozhenie (7) CBET (2), IAU Circular (4).

В 2011 г. получено 17441 астрометрическое положение малых тел Солнечной системы, это рекордное количество наблюдений для нашей станции, что позволило Астрономической станции КФУ занять 20 место в мире среди 463 обсерваторий и первое в России. Открыто 150 новых астероидов.

Результаты обнародованы в 51 публикации (авторы Т.В. Крячко, А.В. Самохвалов, Б.Л. Сатовский, В.Я. Соловьев, Д.В. Денисенко, С.Дж. Джорговский, Э.Дж. Дрейк, S. Korotkiy, D.G. Lambas, E. Romas, М.И. Шпекин) в изданиях: Minor Planet Circular (17), Peremennye Zvezdy Prilozhenie (10), Minor Planet Electronic Circular (9), CBET (2).

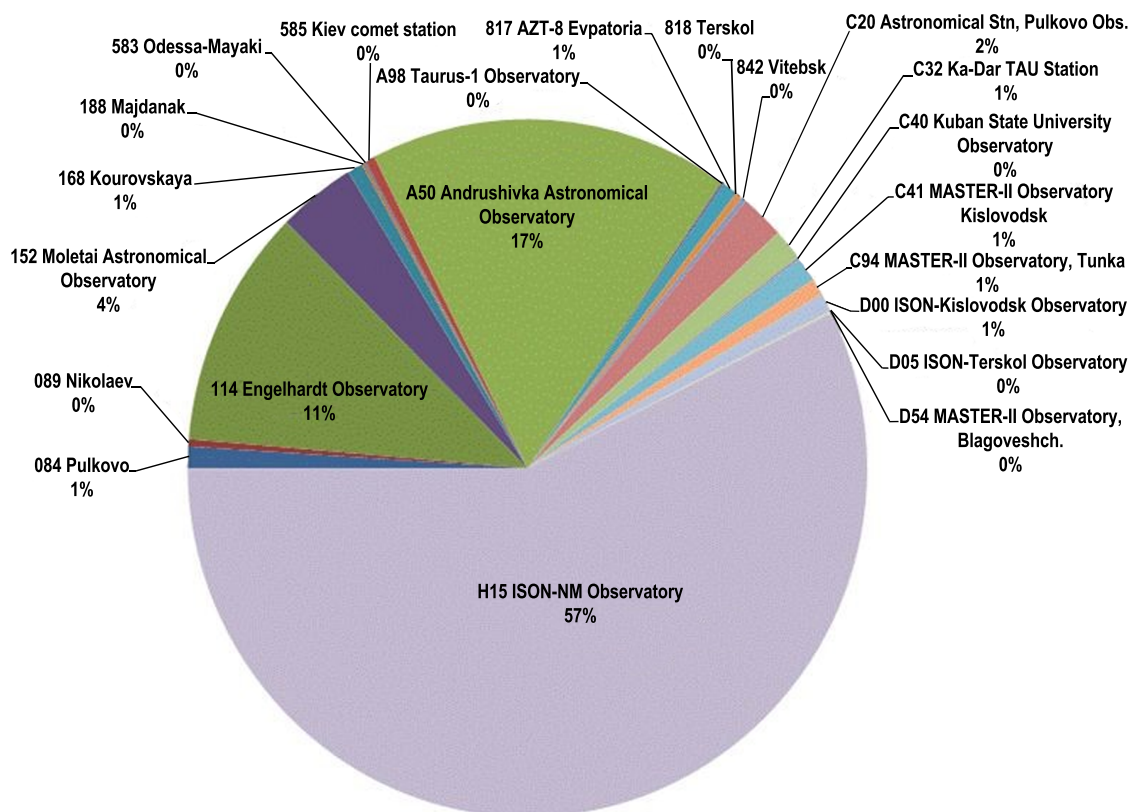


Рис. 4: Диаграмма количества измерений положений астероидов по обсерваториям бывшего СССР за период 2009–2012 гг. (база данных центра малых планет университета Гарварда (США)).

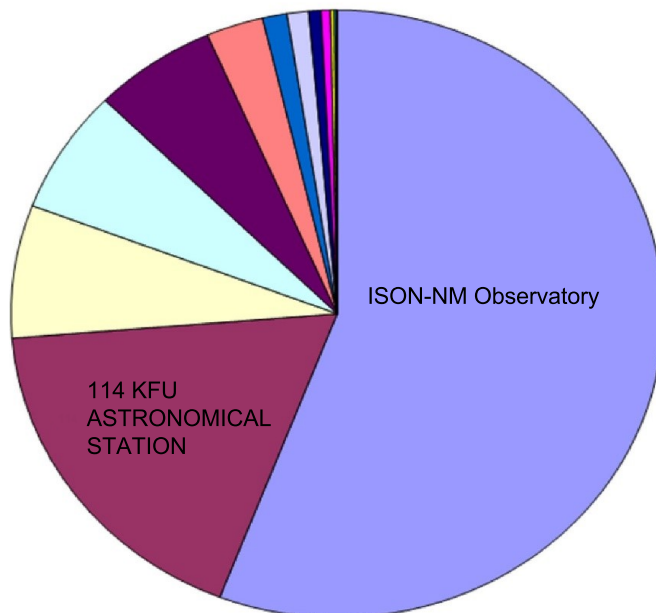


Рис. 5: Число обнаруженных астероидов за период 2008–2012 гг. в обсерваториях бывшего СССР (база данных центра малых планет университета Гарварда (США)).

В 2012 г. получено 3377 астрометрических положений малых тел Солнечной системы, это значительно меньше, чем в предыдущем году. Открыто 74 новых нумерованных астероидов. Результаты обнародованы в 38 публикациях (авторы Т.В. Крячко, А.В. Самохвалов, Б.Л. Сатовский, В.Я. Соловьев, G. Aravena Rojas, V.V. Kravtsov, N.N. Samus; и еще 89 других соавторов) в изданиях: Minor Planet Circular (12), Minor Planet

Electronic Circular (2), СВЕТ (1), The Observatory (1), arXiv.org > astro-ph (1), Письма в АЖ (1), кроме того заслушаны доклады на научных конференциях без публикации (3).

2. Наблюдения, обработка, измерения и открытия астероидов

На рис. 4 представлена диаграмма количества измерений положений астероидов. На рис. 5 показано число обнаруженных астероидов.

3. Заключение

Опыт Казанского университета астрометрических наблюдений астероидов на Зеленчукской астрономической станции КФУ показал, что в результате научно-технического сотрудничества государственной образовательной организации и частного научного предприятия были получены результаты, которые вносят существенный вклад в базу данных по астероидам зарубежных обсерваторий, обсерваторий СССР и России. Такая оценка в точности соответствует действительности, если сравнить приведенные в нашей статье результаты с результатами любой другой астрономической обсерватории СССР и России, а также с зарубежными обсерваториями.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

1. V. Y. Solovev and M. I. Shpekin, Storozhevye bashni planety Zemlya na territorii Kazanskogo universiteta, Gazeta "Kazanskiy universitet", Elektronnoe izdanie, № 23–24, 6 str., 2010.

Содержание

<i>Вениаминов С.С., Ремень Б.А.</i> Сравнительный анализ различных подходов к вскрытию структурных закономерностей некоторых астрономических процессов	26
<i>Виноградова Т.А.</i> Видимая звездная величина астероидов, определяемая разными обсерваториями	40
<i>Девяткин А.В., Горшанов Д.Л., Петрова С.Н., Мартыусева А.А., Наумов К.Н., Русов С.А., Алиев А.Х.</i> Исследование астероидов, сближающихся с Землей, по наблюдениям на телескопах Пулковской обсерватории	43
<i>Еселевич М.В., Коробцев И.В., Караваев Ю.С.</i> Потенциал крупноапертурного широкоугольного телескопа АЗТ-33ВМ в решении задачи обнаружения и мониторинга МНТ	51
<i>Захарченко В.Д., Коваленко И.Г., Бондарь Ю.А.</i> Оценка особенностей геометрии околоземных объектов сложной формы на основе дробного дифференцирования доплеровского сигнала	59
<i>Киселев Н.Н.</i> Поляриметрия — эффективный метод дистанционного зондирования безатмосферных тел Солнечной системы и комет	66
<i>Колесса А.Е., Колесса Е.А.</i> Байесовский подход и обобщенное отношение правдоподобия для треков космических объектов	78
<i>Кузнецов В.Б., Чернетенко Ю.А.</i> Малые возмущения в движении астероидов Главного пояса	86
<i>Лукьянов А.П., Пругло А.В., Равдин С.С., Гундрова Е.И.</i> Управление поиском оптическими средствами низкоорбитальных космических объектов в предположении совершения ими маневров	93
<i>Молотов И.Е., Еленин Л.В., Чжао Х., Ли Б., Сюй Ч., Тянь Ц., Ли С., Лю Я., Абдельазиз А.М., Мо Ф., Эгамбердиев Ш.А., Назаров С.В., Оده М.С., Тилиб С.К., Тунгалаг Н.</i> Результаты астероидных исследований в проекте ИСОН в 2024 г.	104
<i>Серебрянский А.В., Айманова Г.К., Кругов М.А., Омаров Ч.Т.</i> Спектральные наблюдения объектов геостационарной области в Казахстане	109
<i>Крячко Т.В., Соловьев В.Я., Шпекин М.И.</i> Опыт астрометрических наблюдений астероидов на Зеленчукской астрономической станции КФУ	116

Contents

<i>Veniaminov S.S., Remen B.A.</i> Comparative analysis of different approaches to revealing latent patterns in some astronomical processes	26
<i>Vinogradova T.A.</i> Apparent asteroid's magnitude determined by different observatories	40
<i>Devyatkin A.V., Gorshanov D.L., Petrova S.N., Martynyusheva A.A., Naumov K.N., Rusov S.A., Aliev A.Kh.</i> Investigations of near Earth asteroids using observations of Pulkovo Observatory telescopes	43
<i>Eselevich M.V., Korobtsev I.V., Karavayev Yu.S.</i> Opportunities of the large-aperture wide-field telescope AZT-33VM for detection and monitoring of small celestial bodies	51
<i>Zakharchenko V.D., Kovalenko I.G., Bondar Yu.A.</i> Estimation of the geometric features of NEO's of complex shape based on fractional differentiation of the Doppler signal	59
<i>Kiselev N.N.</i> Polarimetry — an effective method of remote sensing of atmosphereless bodies of the Solar System and comets	66
<i>Kolessa A.E., Kolessa E.A.</i> Bayesian approach and generalized likelihood ratio for space object track identification	78
<i>Kuznetsov V.B., Chernetenko Yu.A.</i> Small perturbations in the motion of the main-belt asteroids	86
<i>Lukyanov A.P., Pruglo A.V., Pavdin S.S., Gundrova E.I.</i> Search control of low-orbit space objects by telescopes under the assumption that they are performing maneuvers	93
<i>Molotov I.E., Elenin L.V., Zhao H., Li B., Xu Z., Tian J., Li X., Liu Ya., Abdelaziz A.M., Mo F., Ehgamberdiev Sh.A., Nazarov S.V., Odeh M.S., Tealib S.K., Tunaglag N.</i> The results of asteroid research in the ISON project in 2024	104
<i>Serebryanskiy A.V., Aimanova G.K., Krugov M.A., Omarov Ch.T.</i> Spectroscopic observations of GEO in Kazakhstan	109
<i>Kryachko T.V., Soloviev V.Ya., Shpekin M.I.</i> The experience of the asteroids astrometric observations at the KFU Zelenchuk Astronomical Station	116