# ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ АСТРОНОМИИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

### Соболев Андрей Владимирович

# СТРУКТУРА МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ В ПОЛЯРАХ

1.3.1. Физика космоса, астрономия

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

Научный руководитель

д.ф.-м.н. Жилкин Андрей Георгиевич

Научный консультант

д.ф.-м.н. Бисикало Дмитрий Валерьевич

Москва - 2024

# Оглавление

Введен	ие	4					
Глава 1	. Модель поляра	26					
1.1	Физическая модель	26					
1.2	Математическая модель	41					
1.3	Численная модель	64					
	1.3.1 Начальные и граничные условия	64					
	1.3.2 Алгоритм решения МГД уравнений	65					
	1.3.3 Разностная МГД схема Роу-Эйнфельдта-Ошера	67					
	1.3.4 Расчетная сетка	83					
1.4	Выводы по главе 1	85					
Глава 2	2. Результаты численных расчётов структуры течения для син-						
хрон	ного поляра V808 Aur	86					
2.1	Данные наблюдений и их анализ	86					
2.2	Результаты расчётов	90					
	2.2.1 Структура течения	90					
	2.2.2 Горячие пятна на поверхности аккретора	97					
2.3	Выводы по главе 2	100					
Глава 3	. Результаты численных расчётов для асинхронного поляра CD						
Ind	в приближении смещённого диполя магнитного поля аккретора.	101					
3.1	3.1 Данные наблюдений и их анализ						
3.2	Структура течения	105					
3.3	Горячие пятна на поверхности аккретора	110					

	3.4	Синтетические кривые блеска	113						
	3.5	Выводы по главе З	120						
Гла	ава 4	. Результаты численных расчётов для асинхронного поляра СС	)						
Ind в момент переключения течения между магнитными полюсами									
	аккр	ретора	121						
	4.1	Структура течения	121						
	4.2	Горячие пятна на поверхности аккретора	129						
	4.3	Вариации темпа аккреции	139						
	4.4	Синтетические кривые блеска	145						
	4.5	Метод оценки конфигурации магнитного поля аккретора по							
		кривым блеска	149						
	4.6	Выводы по главе 4	162						
Заключение									
Литература 1									

### Введение

Наблюдения показывают, что большинство звёзд являются двойными или кратными [1,2]. Изучение этих объектов представляет особый интерес в рамках теории эволюции звёзд. Во-первых, двойные системы позволяют определить непосредственно из наблюдений главную характеристику любой звезды — её массу. Во-вторых, эволюция звёзд в двойных системах протекает иначе, чем у одиночных объектов, что обусловлено, главным образом, взаимодействием между компонентами системы. По характеру этого взаимодействия двойные звёзды классифицируются на разделённые и тесные. Тесные пары в свою очередь могут быть полуразделёнными и контактными.

В разделённых системах оба компонента эволюционируют практически как одиночные звёзды, находясь лишь в гравитационном взаимодействии друг с другом. Тем не менее слабый обмен веществом в таких системах возможен за счёт звёздного ветра каждой из компонент, хотя существенного влияния на эволюцию звёзд он не оказывает.

В тесных двойных системах (ТДС), напротив, обмен веществом между компонентами — один из главных факторов, влияющий на эволюцию системы [3–7]. Этот процесс возникает вследствие неравенства начальных масс компонентов, приводящего к различию их эволюционного статуса в заданный момент времени. Компонент с большей начальной массой быстрее достигает стадии компактного объекта — белого карлика, нейтронной звезды или чёрной дыры. В тот же момент времени его компаньон — звезда меньшей начальной массы — ещё находится на завершающей стадии главной последовательности. Как правило, эта звезда имеет массу солнечного порядка, поэтому, уходя с главной последовательности, она станет расширяться и перейдёт в стадию красного гиганта. В результате её полость Роша окажется заполненной, а вещество из атмосферы звезды начнёт свободно перетекать через внутреннюю точку Лагранжа на соседний компактный объект (см., например, [8]). Этот процесс становится возможным благодаря тому, что во внутренней точке Лагранжа  $L_1$  градиент давления оказывается не уравновешен силой гравитации. В этом случае звезда, которая теряет вещество, называется донором, а звезда, накапливающая вещество, — аккретором. Процесс массопереноса порождает множество вариантов дальнейшей эволюции двойной системы: от формирования двух компактных объектов до взрыва сверхновой, который может привести к распаду системы.

В контактных системах оба компонента имеют примерно одинаковый эволюционный статус, при этом каждый из них заполняет свою полость Роша. В большинстве случаев такие системы являются одним из вариантов дальнейшего развития полуразделённых звёзд, в которых в результате многократного массообмена компоненты теряют угловой орбитальный момент и постепенно сближаются, а на конечной стадии сливаются в один объект с выделением значительного количества энергии.

Другой характерной особенностью некоторых двойных систем, помимо обмена веществом, является изменчивость их блеска, благодаря которой такие звёзды принадлежат к переменному типу. При этом изменение блеска двойной звезды может быть как периодичным, так и носить событийный, случайный характер. В первом случае причиной переменности служит механизм взаимного затмения компонентов, а её период определяется орбитальным периодом вращения системы.

Второй случай имеет физическую природу и связан с массообменом. Аккреция вещества на компактный объект создаёт условия для зажигания свежепоступившего водорода. В зависимости от скорости массообмена горение водорода может иметь различный характер. При малых её значе-

ниях горение протекает плавно и сопровождается некоторым увеличением светимости двойной звезды. Если скорость поступления вещества высокая, то белый карлик быстро достигает критической массы (предела Чандрасекара), что приводит к взрыву на его поверхности и резкому увеличению светимости всей двойной системы, которая наблюдателем фиксируется как взрыв новой или сверхновой звезды. Очевидно, что такие вспышки происходят с различной периодичностью. В отличие от первого случая, где блеск системы падает в моменты затмений, здесь, напротив, имеет место значительное увеличение светимости по сравнению со спокойным состоянием. Подобные звёзды принято называть катаклизмическими [9].

Среди всех катаклизмических переменных выделяется подкласс магнитных звёзд, у которых компактный объект обладает магнитным полем определённой величины. Наличие магнитного поля не оказывает заметного влияния на процесс массопереноса, зависящий прежде всего от плотности и скорости потока вещества во внутренней точке Лагранжа, однако существенным образом определяет его геометрию в области магнитосферы компактного объекта. Магнитные катаклизмические переменные (МКП) представляют собой тесные двойные системы, состоящие из маломассивной звезды позднего спектрального класса (К или М) — красного карлика (донор, вторичный компонент) и его компаньона — белого карлика (аккретор, первичный компонент) [10].

Геометрия течения вещества после того, как оно покидает внутреннюю точку Лагранжа, будет определяться двумя основными факторами скоростью массопереноса и напряжённостью магнитного поля аккретора. Первый фактор в совокупности с действующими силами во вращающейся двойной системе (силой Кориолиса и силой инерции) способствует отклонению потока в сторону от направления на белый карлик. С ростом скорости увеличивается и длина баллистической части траектории вещества.

Напряжённость магнитного поля аккретора В влияет на поведение

истекающего из донора вещества вблизи аккретора. В зависимости от данной величины возможны две характерные конфигурации течения, которые и определяют разделение магнитных катаклизмических переменных на поляры и промежуточные поляры.

В промежуточных полярах [11] магнитное поле оказывается достаточно слабым ( $0.01 \leq B \leq 1 \text{ M}\Gamma c$ ), чтобы захватить вещество сразу после того, как оно покинуло внутреннюю точку Лагранжа, поэтому в таких системах формируется аккреционный диск во внешней части полости Роша аккретора, на границе его магнитосферы. Во внутренней части магнитосферы, где вещество диска значительно теряет свой угловой момент, движение потока происходит уже вдоль магнитных силовых линий в окрестности магнитных полюсов. Промежуточные поляры, в силу малой напряжённости магнитного поля, характеризуются значительным асинхронизмом собственного вращения аккретора по отношению к орбитальному движению всей системы [12]. Это приводит к различным конфигурациям диска и режимам аккреции. В частности, при достаточно быстром вращении белого карлика возможно полное исчезновение аккреционного диска (так называемый режим «суперпропеллера»): истекающее из донора вещество центробежной силой аккретора вытесняется в окрестность внешней точки Лагранжа  $L_2$ , откуда безвозвратно покидает двойную систему.

С повышением напряжённости магнитного поля в полярах [13, 14]  $(B \ge 10 \text{ MFc})$  увеличивается эффективный радиус магнитосферы аккретора, который становится сопоставим с межкомпонентным расстоянием в этих двойных системах. Это означает, что магнитное поле способно контролировать истекающее вещество донора уже в окрестности точки Лагранжа  $L_1$ . Поэтому в полярах вместо диска формируется коллимированная струя. На относительно длинной шкале времени — порядка нескольких сотен лет — сильное магнитное поле также способствует сихронизации собственного периода вращения аккретора с орбитальным периодом поляра. Благодаря большой напряжённости магнитного поля, на эволюционной фазе, следующей за стадией вспышечной активности, асинхронизм аккретора не превышает 2%.

В настоящее время известно около 100 синхронных поляров и лишь 7 асинхронных [15–17]. Следствием синхронизма в этих двойных звёздах является постоянство положения магнитных полюсов аккретора относительно донора (точки  $L_1$ ), поэтому конфигурация течения большую часть времени соответствует однополюсной аккреции. В асинхронных полярах, вследствие изменения со временем положения магнитной оси относительно донора (точки  $L_1$ ), будет наблюдаться процесс переключения течения с одного магнитного полюса на другой. Однако при значительном темпе массообмена и относительно слабом магнитном поле в обоих типах поляров возможна постоянная конфигурация течения с двухполюсной аккрецией. В области магнитосферы белого карлика вещество струи, захваченное магнитным полем, движется вдоль его силовых линий и аккрецирует на поверхность звезды в районе магнитных полюсов. При этом вблизи поверхности аккретора течение имеет форму незамкнутых эллипсоидальных колонок (шторок).

### Актуальность и степень разработанности темы исследования

Исследование структуры МГД течений в тесных двойных системах представляет собой сложную задачу, поскольку в большинстве случаев эта структура является существенно трёхмерной. Тем не менее эта задача представляет значительный научный интерес, поскольку все наблюдаемые явления в ТДС обусловлены аккрецией вещества на один из компонентов. В магнитных ТДС аккреция на компактный объект, обладающий собственным магнитным полем, может приводить к ряду дополнительных наблюдаемых проявлений. К ним можно отнести излучение из области аккреционных колонок, переменность, связанную с образованием горячих пятен на поверхности аккретора, высокочастотные квазипериодические осцилляции рентгеновского излучения и многие другие. Изучение этих явлений является важной задачей как для наблюдателей, так и для теоретиков, о чём свидетельствует множество статей и монографий [8,11,18].

Другим важным моментом в исследовании магнитных двойных звёзд является трудность непосредственного наблюдения элементов течения в таких системах в силу их значительной удалённости от наблюдателя и малых угловых размеров. Получаемые наблюдательные данные имеют интегральный характер, поэтому они не могут быть интерпретированы без привлечения предварительных теоретических предположений о пространственной структуре течения вещества. Данные предположения строятся на физических моделях, чем и определяется их важность. С другой стороны, физические модели включают в себя независимые параметры, значения которых не могут быть определены без привлечения данных наблюдений. Таким образом, построение детальной картины течения в полярах и промежуточных полярах невозможно без тесного взаимодействия наблюдателей и теоретиков.

Первые попытки численного моделирования структуры течения в магнитных ТДС были предприняты ещё в начале 1990-х годов. Из-за высокой сложности проблемы эти исследования имели ряд ограничений и упрощений. Так, например, в работах [12, 19–22] для решения данной задачи использовался метод квазичастиц [23–27]. Было показано, что структура течения в промежуточных полярах, в зависимости от конфигурации магнитного поля, может включать как аккреционный диск, аналогичный дискам в немагнитных катаклизмических переменных, так и удерживаемые магнитным полем аккреционные потоки. Однако в этих расчетах не учитывался ряд важных эффектов, таких как влияние газового и магнитного давлений, процессы нагрева-охлаждения, генерация магнитного поля в диске и другие. Аккреционные процессы в магнитосфере белого карлика изучались более тщательно. В работах [28–31] приведены результаты трёхмерного численного моделирования аккреции плазмы на гравитирующий объект с магнитным полем дипольного типа, ось которого не совпадает с осью орбитального вращения. Эти работы позволили детально изучить структуру потока в области магнитосферы белого карлика, где магнитное поле играет доминирующую роль. Однако вычислительная область модели включала лишь небольшую окрестность звезды-аккретора, поэтому получить полную картину течения вещества в ней не удалось.

Другим подходом к моделированию структуры потока в рассматриваемых двойных звездах является гидродинамика сглаженных частиц (SPH) [32–39]. Используя этот подход, в работах [40, 41] была исследована система с аккреционным диском, в которой ось собственного вращения аккретора, орбитальная ось и ось магнитного диполя имели различное направление. В этой двойной системе диск рассматривался как совокупность частиц с заданными свойствами, а вариации параметров частиц определялись внешними силами, действующими на частицы. В частности, введение дипольного магнитного поля в SPH-код, свойственного звезде-аккретору, также учитывалось в качестве внешней силы, сообщающей ускорение тестовым частицам диска. Наличие поля естественным образом приводит к появлению отрицательных супергорбов на кривых блеска, что согласуется с результатами работ, в которых наклонение аккреционного диска выполнялось искусственно. Однако рассматриваемые авторами величины напряжённости магнитного поля соответствуют начальным промежуточным полярам. При более сильном поле применяемая модель становилась менее описательной и требовала внедрения МГД кода.

Таким образом, применение SPH-подхода даёт удовлетворительные результаты только при малых значениях напряжённости магнитного поля. Кроме того, при рассмотрении чисто газодинамического случая (в отсут-

ствии магнитного поля) данный метод обладает малым разрешением, поскольку недостаточно подробно воспроизводит сильные разрывы по плотности (ударные волны), в результате чего решение получается смазанным.

Представленный в данной диссертации подход к описанию структуры течения в ТДС с помощью самосогласованной трёхмерной численной МГД модели [11, 42] позволяет устранить указанные выше недостатки применявшихся ранее методов. В модели используется полная система уравнений магнитной гидродинамики, позволяющая описать все основные динамические эффекты, связанные с магнитным полем: процессы радиационного нагрева и охлаждения, диффузию магнитного поля за счет диссипации токов в турбулентных вихрях, магнитную плавучесть и волновую МГД турбулентность. Так как расчётная область модели включает в себя полости Роша донора и аккретора, то формирование и последующая эволюция аккреционного потока происходят естественным образом в результате процесса массопереноса вещества через внутреннюю точку Лагранжа. Кроме того, представляемая модель способна учесть некоторые дополнительные эффекты, обусловленные наличием в ТДС магнитного поля сложной конфигурации. Например, сильные наблюдательные свидетельства наличия сложного (имеющего существенную квадрупольную компоненту) магнитного поля имеются в случае асинхронного поляра BY Cam [43]. Как показано в работах [44–46], в случае сложного магнитного поля аккретора на его поверхности формируется несколько горячих пятен. К аналогичным выводам пришли авторы работ [47–49], в которых проводилось трехмерное МГД моделирование дисковой аккреции на звезду со сложной геометрией магнитного поля, имеющей квадрупольную и даже октупольную компоненты.

### Цели и задачи диссертационной работы

Основной целью настоящей диссертационной работы является исследование динамики структуры течения в полярах на основе МГД мо-

делирования и интерпретации наблюдательных данных. Данную цель можно представить в виде следующих положений:

- Исследование с помощью численного моделирования структуры аккреционных потоков и распределения горячих пятен (зон энерговыделения) на поверхности белого карлика в синхронном поляре. Анализ динамики структуры течения на основе движения горячих пятен по поверхности аккретора. Интерпретация наблюдательных данных с помощью полученных результатов.
- 2. Исследование структуры течения в асинхронном поляре для различной пространственной ориентации магнитного поля с помощью разработанной численной МГД модели. Анализ наблюдательных проявлений системы на различных фазах периода биений. Построение синтетических кривых блеска и оценка динамики темпа аккреции поляра с целью интерпретации наблюдений.

Для достижения поставленных целей были решены следующие задачи:

- Разработка программного кода для обработки результатов численных расчётов, позволяющего представить данные в наглядной графической форме, которые затем можно использовать для интерпретации наблюдений.
- 2. Проведение численных расчётов структуры течения в синхронном поляре для нескольких значений темпа массообмена, соответствующих различным состояниям двойной системы. Анализ изменений в динамике и геометрии течения, вызванных вариациями скорости массопереноса, выявление связи между результатами моделирования и наблюдательными проявлениями.

- Изучение процесса дрейфа горячих пятен по поверхности звездыаккретора в синхронном поляре на основе построения карт распределения температуры.
- Выполнение численных расчётов структуры течения в асинхронном поляре при постоянном темпе массообмена, анализ её изменений на протяжении периода биений.
- Выполнение численных расчётов структуры течения в асинхронном поляре на фазах переключения струи между магнитными полюсами белого карлика.
- 6. Построение карт распределения температуры по поверхности аккретора в асинхронном поляре с целью изучения дрейфа горячих пятен, синтез кривых блеска двойной системы и их сравнение с наблюдательными кривыми, интерпретация наблюдений.
- Оценка динамики индивидуального темпа аккреции для каждого горячего пятна, а также его полного значения в течение периода биений и в моменты переключения магнитных полюсов.
- 8. Синтез кривых блеска для моментов переключения течения между магнитными полюсами, разработка метода оценки конфигурации магнитного поля аккретора по данным кривым.

### Научная новизна

Численное моделирование структуры течения в синхронных и асинхронных полярах в рамках трехмерной МГД в самосогласованной постановке задачи ранее никем не проводилось. В применяемой численной модели поток вещества из оболочки звезды-донора задается не из граничных условий, а формируется естественным путем в результате переполнения полости Роша. Поэтому в рамках такой модели оказывается возможным исследование влияния магнитного поля на сам процесс формирования аккреционного потока. При исследовании структуры течения в асинхронных полярах основное внимание уделяется изучению эффектов, связанных с перестройкой структуры аккреционного потока в течение периода биений. В частности, детально исследуется процесс переключения магнитных полюсов.

### Научная и практическая значимость

Полученные в диссертации результаты важны для понимания физики процессов массообмена и аккреции в полярах, которые недоступны для непосредственного изучения при наблюдении в силу значительной удалённости и малых угловых размеров рассматриваемых двойных систем. Эти результаты могут служить основой для интерпретации наблюдательных данных поляров, поэтому подходят для прямого применения в действующих астрофизических обсерваториях.

### Методология и методы исследования

Для численного моделирования структуры течения в полярах используется трехмерный МГД код Nurgush 3.0 (номер государственной регистрации — №2022660970). Численный код предназначен для решения системы уравнений МГД с учетом диффузии магнитного поля, а также неадиабатических процессов (радиационный нагрев и охлаждение, а также нагрев за счет диссипации токов). Он основан на разностной схеме Роу–Эйнфельдта– Ошера, способен выполнять параллельные задачи и может эффективно использовать ресурсы современных многопроцессорных суперкомпьютеров.

Система уравнений, лежащая в основе численного кода, представляет собой модификацию разработанной несколько лет назад полуфеноменологической МГД модели для описания астрофизических течений в условиях сильного внешнего магнитного поля [11, 42, 50]. В старой модели предполагалось, что динамика плазмы в сильном внешнем магнитном поле определяется медленным средним течением, формирующимся на фоне быстро распространяющихся МГД волн. В этой плазме за характерное динамическое время альфвеновские и быстрые магнитозвуковые волны будут успевать много раз проходить по области течения в продольном и поперечном к магнитному полю направлениях. В результате взаимодействия этих волн будет происходить перераспределение энергии между различными гармониками, что приведет к формированию турбулентного каскада. Для описания такого течения можно использовать процедуру усреднения по ансамблю волновых пульсаций по аналогии со стандартными подходами, использующимися для описания МГД турбулентности.

В новой модели динамика плазмы в сильном магнитном поле характеризуется относительно медленным движением вдоль магнитных силовых линий, дрейфом под действием внешних сил (например, гравитации) в поперечном направлении, а также распространением с большими скоростями альфвеновских и магнитозвуковых волн. Практически вся информация о быстрых пульсациях при этом содержится в выражении для турбулентной магнитной вязкости. Значения свободных параметров определяются путем сравнения получаемых численных решений с соответствующими численными решениями, полученным в рамках строгой магнитной гидродинамики в случае слабого магнитного поля [51]. В используемой численной модели уравнение энтропии заменено уравнением энергии, что позволило более корректно рассчитывать структуру ударных волн для неадиабатических процессов. Описываемый подход успешно применялся ранее для моделирования структуры течения в полярах и промежуточных полярах [52]. Более детальное обоснование этой модели можно найти в работе [53].

Для обработки результатов численных расчётов применяется разработанный соискателем программный код Polina 3.0 (номер государственной регистрации — № 2022660924). Программа позволяет синтезировать кривые блеска в любом диапазоне электромагнитного спектра, в том числе болометрические, рассчитывать темп аккреции в области горячих пятен, индивидуально для каждого пятна и полное значение для всей поверхности аккретора. Отдельный модуль кода подготавливает данные для построения карт температуры поверхности аккретора (распределения горячих пятен). Визуализация этих данных осуществляется в пакете отображения научной информации Tecplot 360.

## Положения, выносимые на защиту по результатам диссертационной работы

- 1. Применяемая для расчёта структуры течения в полярах самосогласованная трёхмерная численная модель, основанная на уравнениях модифицированной МГД, имеет высокое пространственное разрешение и способна предоставить детальную информацию для интерпретации наблюдений. Для обработки результатов численных расчётов разработан комплекс программ, получивший государственную регистрацию. С помощью данного комплекса возможно построение кривых блеска, температурных карт поверхности звезды и оценка параметров аккреции на белый карлик.
- 2. Численное моделирование структуры течения в синхронном поляре V808 Aur для различных состояний активности системы показало, что в зависимости от соотношения длин баллистической и магнитной частей траектории струи, наблюдается смещение горячего пятна по поверхности аккретора. При принятой конфигурации магнитного поля это смещение относительно магнитного полюса может достигать 30°. Такое значение смещения пятна хорошо согласуется с результатами интерпретации наблюдательных кривых блеска данного по-

ляра.

- 3. Численное моделирование структуры течения в поляре CD Ind показало, что дрейф горячих пятен, обусловленный асинхронным вращением аккретора и переключением течения с одного магнитного полюса на другой, может достигать 20° по долготе и 15° по широте. Сравнение наблюдательных данных с результатами расчёта позволяет утверждать, что модель со смещённым диполем может объяснить наблюдательные проявления в асинхронном поляре CD Ind.
- 4. Разработана новая методика оценки конфигурации магнитного поля белого карлика по наблюдательным кривым блеска. В предположении дипольной конфигурации магнитного поля эта методика позволяет рассчитать смещение оси диполя относительно центра звезды по соотношению светимостей горячих пятен.

### Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность представленных в диссертационной работе результатов исследования структуры течения в магнитных катаклизмических переменных обеспечивается применением хорошо обоснованных теоретических моделей, устойчивостью и сходимостью использованных разностных схем, сравнением с имеющимися данными наземных и космических наблюдений и обсуждением полученных результатов на конференциях и семинарах.

Основные результаты опубликованы в рецензируемых журналах и представлены на следующих российских и зарубежных конференциях:

- 7-я Тарусская школа-семинар «Магнитоплазменные процессы в релятивистской астрофизике», г. Таруса, Россия, 17 июня – 21 июня 2019 г.
- 2. Международная конференция MAC «Challenges and innovations in

computational astrophysics - II», On-line, 18 ноября – 21 ноября 2020 г.

- 3. Международная конференция MAC «Challenges and innovations in computational astrophysics III», On-line, 17 июня 22 июня 2021 г.
- Международная конференция MAC IAU362 «The predictive power of computational astrophysics as a tool discovery», On-line, 08 ноября – 12 ноября 2021 г.
- 8-я Тарусская школа-семинар «Магнитоплазменные процессы в релятивистской астрофизике», г. Таруса, Россия, 27 июня – 01 июля 2022 г.
- 6. Международная конференция «Magnetism & Accretion 2023», г. Кейптаун, ЮАР, 16 января – 19 января 2023 г.
- 9-я Тарусская школа-семинар «Магнитоплазменные процессы в релятивистской астрофизике», г. Таруса, Россия, 03 июля – 07 июля 2023 г.

### Публикации по теме диссертации

### Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

- [В1] Жилкин А. Г., Соболев А. В., Бисикало Д. В., Габдеев М. М. Структура течения в затменном поляре V808 Aur. Результаты трёхмерного численного моделирования // Астрономический журнал. 2019. Т. 96, N<sup>o</sup>9. C. 748-775.
- [B2] Соболев А. В., Жилкин А. Г., Бисикало Д. В., Бакли Д. А. Х. Трёхмерное численное моделирование структуры течения в асинхронном поляре CD Ind в приближении смещённого дипольного магнитного поля белого карлика // Астрономический журнал. 2020. Т.97, №6. С. 443-475.

- [В3] Соболев А. В., Жилкин А. Г., Бисикало Д. В., Бакли Д. А. Х. Трёхмерная модель структуры течения в асинхронном поляре CD Ind в момент переключения магнитных полюсов // Астрономический журнал. 2021. Т.98, №5. С. 387-406.
- [B4] Bisikalo D. V., Sobolev A. V., Zhilkin A. G. Hot spot drift in synchronous and asynchronous polars: results of tree-dimensional numerical simulation // Galaxies. 2021. V. 9. P. 110.
- [B5] Bisikalo D. V., Sobolev A. V., Zhilkin A. G. MHD modeling of mass transfer processes in close binary stars // Galaxies. 2022. V. 10. P. 110.
- [B6] Сытов А. Ю., Соболев А. В. Применение методов синтетической доплеровской томографии к исследованию затменного поляра V808 Aur // Астрономический журнал. 2022. Т. 99. №11. С. 1 - 19.

### Другие публикации автора по теме диссертации

- [В7] Соболев А. В., Жилкин А. Г., Бисикало Д. В. Метод построения синтетической кривой блеска затменных поляров // Сборник научных трудов ИНАСАН. Москва: Изд-во Янус-К, 2019, Т. 3, С. 231-236.
- [B8] Sobolev A. V., Bisikalo D. V., Zhilkin A. G. Hot spot drift in synchronous and asynchronous polars: synthesis of light curves // IAU Proceedings. Symposium S362: The predictive power of computational astrophysics as a discovery tool. 2023. V. 16, P. 228–233.

### Личный вклад соискателя

Соискатель в равной степени участвовал в постановке задач. Им выполнены численные расчёты, по результатам которых получены трехмерные картины структуры течения, построены карты распределения температуры по поверхности аккретора. Разработанное соискателем программное обеспечение позволило на основе данных численного расчёта синтезировать кривые блеска двойных систем, а также сделать оценку темпа аккреции для обоих магнитных полюсов белого карлика. Эти синтетические данные представляют собой материал для сравнения модельных и наблюдательных характеристик исследуемого объекта. Также соискатель активно участвовал в написании статей, в которых изложены результаты проведённого исследования.

#### Структура и содержание диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав и заключения. Число страниц в диссертации — 183, рисунков — 57, таблиц — 6. Список литературы содержит 137 наименований.

Во Введении представлен краткий обзор содержания диссертации, объектов исследования, описана актуальность диссертационной работы, её цели и задачи, новизна полученных результатов, их научная и практическая значимость. Приведены сведения об апробации полученных результатов, о научных публикациях, а также о степени участия соискателя в проведённом исследовании.

В Главе 1 приводится описание физической и математической моделей исследуемых объектов — поляров. Для целей изучения структуры массообмена в данных двойных системах представлена трёхмерная численная модель, основанная на уравнениях модифицированной магнитной гидродинамики [54,55], которые описывают усредненные характеристики течения в рамках волновой МГД турбулентности. В такой численной модели учитывается ряд динамических эффектов, связанных с высокой напряжённостью магнитного поля белого карлика, например, диффузия магнитного поля и процессы радиационного нагрева и охлаждения. Описываемая численная модель применяется в расчётной области, включающей в себя полости Роша донора и аккретора. Это позволяет описывать формирование истечения вещества из внутренней точки Лагранжа естественным путем, а не с помощью граничных условий. Кроме того, такая расчётная область позволяет в дальнейшем по результатам трехмерных расчетов построить синтетические кривые блеска. Для повышения пространственного разрешения схемы в расчётной области используется экспоненциальная сетка, шаг которой уменьшается к центру аккретора. Численное решение МГД уравнений модели выполнялось с помощью разностной схемы высокого порядка Роу– Эйнфельдта–Ошера, описание которой также приведено в данной Главе.

Получаемые результаты трёхмерного численного расчёта включают распределение ряда физических параметров двойной системы (плотности, давления, скорости, энергии, индукции магнитного поля) по ячейкам расчётной области, что позволяет построить картину течения для процесса массопереноса. Кроме того, показано, что представленные решения дают возможность синтезировать оценочные характеристики двойной системы — кривые блеска, графики изменения темпа аккреции, движение горячих пятен по поверхности аккретора, которые служат материалом для интерпретации результатов наблюдений. Методы синтеза указанных характеристик также представлены в данной Главе.

Описание физической модели поляров содержит оценки её параметров. Целью данных оценок является доказательство обоснованности применения модели в рамках поставленных в работе задач при принятых начальных условиях.

В следующих трёх главах приведены результаты численного моделирования структуры течения для синхронного и асинхронного поляров с применением описанной в Главе 1 численной модели. Исследования проводились в предположении дипольной конфигурации магнитного поля аккретора, в которой ось диполя имеет наклон относительно оси вращения белого карлика. При этом рассматривалось два варианта положения центра диполя: 1) центр диполя совпадает с центром звезды–аккретора; 2) центр

диполя смещён относительно центра аккретора вдоль его оси вращения.

В Главе 2 представлены результаты расчёта структуры течения для типичного синхронного поляра V808 Aur. Численные расчёты проводились для четырёх значений темпа массообмена — от  $10^{-8}$  до  $10^{-11} M_{\odot}$ /год, соответствующих различным состояниям активности двойной системы. Сравнение результатов численных расчетов с наблюдательными кривыми блеска позволило выделить и уточнить ряд особенностей поляра, таких как дрейф горячего пятна, изменения яркости во вторичном минимуме, провал на кривой блеска в высоком состоянии перед входом в затмение, несимметричный профиль затмения в высоком состоянии и другие. Проведенное исследование подтвердило предположение о том, что состояния поляра определяются темпом аккреции, который, в свою очередь, определяется темпом массообмена. В Главе 2 показано, что существенные изменения яркости во вторичном минимуме вызваны прогревом оболочки донора рентгеновским излучением из зон аккреции. Расчёты демонстрируют рост длины баллистической части аккреционной струи с увеличением темпа массообмена, где поток вещества контролируется в основном гравитацией и силами инерции (центробежная сила и сила Кориолиса). Это приводит к изменению пространственной конфигурации потока и заметному (до 30° по долготе) дрейфу области энерговыделения на поверхности белого карлика. Такие изменения структуры течения приводят к визуальным проявлениям на кривой блеска, которые хорошо согласуются с имеющимися наблюдениями.

Проведённое исследование распределения горячих пятен по поверхности аккретора в зависимости от темпа массообмена обнаружило формирование двух зон аккреции, сосредоточенных около северного (основная зона) и южного (вторичная зона) магнитных полюсов белого карлика. Южная зона аккреции является гораздо менее интенсивной, поскольку формируется за счет потока вещества из околозвездной оболочки. Форма, интенсивность, а также расположение северного горячего пятна существенно зависят от темпа аккреции. При переходе к высокому состоянию это пятно смещается как по долготе, так и по широте. Расчёты показали, что в высоком состоянии северное горячее пятно дрейфует относительно северного магнитного полюса белого карлика на 30° по долготе и на 20° по широте. Эти результаты хорошо согласуются с наблюдениями. Основные результаты данной главы опубликованы в работе [B1].

В Главе 3 исследована структура течения в асинхронном поляре CD Ind в предположении дипольной конфигурации магнитного поля белого карлика со смещённым относительно центра звезды диполем. Изучение структуры проводилось в рамках стационарной модели для десяти фаз периода биений при постоянном темпе массообмена. Выполненные численные расчёты позволили выделить такие особенности системы, как дрейф горячих пятен на поверхности белого карлика, зависимость структуры течения от фазы периода биений, процесс переключения течения между магнитными полюсами. Показано, что зоны энерговыделения в течение периода биений смещаются по долготе в среднем на 20°, что соответствует величине 0.05 фазы орбитального периода. Кроме того, из-за особенностей геометрии магнитных силовых линий и их ориентации относительно экваториальной плоскости двойной системы горячие пятна формируются ближе к экватору относительно соответствующих магнитных полюсов по широте.

Выполненные численные расчёты выявили в системе CD Ind наличие процесса переключения магнитных полюсов, который происходит дважды за период биений. В течение этого процесса обнаружено резкое изменение конфигурации аккреционной струи. В начале переключения активным является один магнитный полюс, на который идет аккреция, а в его конце активным становится другой магнитный полюс. Центральная фаза процесса характеризуется аккрецией на оба полюса с одинаковой интенсивностью, а структура течения вещества принимает форму арки. При этом из-за смещенного центра диполя относительно центра звезды, а также из-за наклона диполя относительно оси вращения этот процесс происходит несимметричным по времени образом. Первое переключение полюсов осуществляется в интервале фаз периода биений от 0.0 до 0.1, второе переключение — между фазами 0.5 и 0.6.

По результатам расчетов были синтезированы болометрические и оптические кривые блеска с целью продемонстрировать особенности изменения потока излучения от системы в течение орбитального периода и периода биений. Полученные синтетические кривые блеска в оптическом диапазоне с учетом всех необходимых факторов (V–фильтр, прогрев донора рентгеновским излучением из зон аккреции, поглощение излучения веществом аккреционной струи) вполне согласуются с наблюдаемыми кривыми, приведенными в работе [56]. Основные результаты данной главы опубликованы в работе [B2].

Глава 4 посвящена трехмерному численному МГД моделированию структуры течения в асинхронном поляре CD Ind в моменты переключения струи между магнитными полюсами аккретора. Для изучения процессов переключения использовался нестационарный тип численной модели, учитывающий собственное асинхронное вращение аккретора. Численное моделирование выявило качественные изменения структуры течения в процессах переключения аккреции. В частности, наблюдалось увеличение сечения струи в начале магнитной части траектории и формирование арки плотного вещества во внутренней области магнитосферы белого карлика, обращенной к донору. Образование арки происходит примерно в течение 5-ти орбитальных периодов. Далее ее внутренний радиус начинает уменьшаться, что соответствует сближению горячих пятен на поверхности аккретора. На 9-м орбитальном периоде происходит быстрое размыкание струи с предыдущим магнитным полюсом и формирование новой однополюсной аккреции. Длительность самих переключений при этом различна: отрыв струи от южного полюса происходит за половину орбитального цикла системы, а от северного полюса — примерно за один орбитальный период. Построенные карты температуры поверхности первичного компонента показывают заметный дрейф горячих пятен в процессах переключения полюсов. Их смещение происходит преимущественно по долготе, в среднем на 15° ÷ 25°, и сопровождается взаимным сближением при формировании арки вещества в магнитосфере белого карлика.

Анализ темпа аккреции выявил эффект накопления вещества в моменты переключения. При переключении с южного полюса на северный значительного накопления вещества не наблюдается, а рост и последующий спад темпа аккреции происходит плавно за короткое время, порядка 7-ми орбитальных периодов поляра. Увеличение темпа аккреции в этот момент времени не превышает 10% относительно среднего значения униполярного режима аккреции. Обратное переключение, наоборот, характеризуется существенным накоплением вещества. При этом большая его часть выпадает на южный магнитный полюс за короткое время, около двух орбитальных периодов, что приводит к росту темпа аккреции на 15%. Однако полный сброс накопленной материи завершается в течение продолжительного интервала времени, что не приводит к значительному увеличению светимости поляра.

Синтетические болометрические кривые блеска показали, что при смещении диполя общая светимость системы заметно отличается (примерно в 2 раза) в периоды однополюсной аккреции. В моменты же переключения аккреции быстрые колебания светимости могут отличаться в  $3 \div 16$  раз в зависимости от направления процесса. Основные результаты данной главы опубликованы в работе [B3].

В Заключении представлены основные результаты диссертационной работы. Даны рекомендации для дальнейшего развития темы диссертации.

## Глава 1. Модель поляра

#### 1.1. Физическая модель

Физическая модель поляра включает в себя четыре структурные единицы: компоненты двойной системы — донор и аккретор, элемент обмена веществом между ними — аккреционную струю, а также общую околозвёздную оболочку. В силу того, что анализ структуры течения в модели производится на достаточно малом временном промежутке, порядка нескольких орбитальных периодов, становится возможным ввести ряд упрощений при расчёте этой структуры. Одно из них заключается в том, что в модели не рассматриваются эволюционные процессы в двойной системе, а также физические процессы в атмосферах самих компонент. Донор, заполняющий свою полость Роша, считается источником вещества для массообмена, а аккретор — его приёмником. При этом в численном коде компоненты поляра представлены в виде полых тел: на их поверхности заданы граничные условия расчётной области, которые применяются ко всему объёму звёзд. Это означает, что темп массообмена является начальным параметром модели, а не определяется свойствами донора. Однако, поскольку расчётная область модели полностью включает в себя полости Роша донора и аккретора, процесс истечения вещества из донора происходит естественным образом, а не задаётся граничными условиями. При выпадении вещества струи на аккретор считается, что оно не накапливается на его поверхности, как это происходит в реальном поляре, а уходит из расчётной области внутрь объёма белого карлика.

Хотя химический состав вещества струи близок к солнечному, в модели считается, что он представлен только водородной компонентой, находящейся в полностью ионизованном состоянии. Такое упрощение вполне допустимо для исследования структуры течения, так как оно позволяет качественно интерпретировать наблюдательные данные. Однако вид синтезированных кривых блеска при данном условии будет иметь некоторую погрешность на фазе затмения струёй горячего пятна, поскольку величина минимума кривой в этой точке окажется меньше. Но следует учитывать, что построение кривых блеска преследует цель наглядного отображения структуры течения в поляре, а не точную количественную оценку его параметров.

Другая особенность модели связана с областью аккреции. В структуре аккреционной колонки не рассматривается ударная волна в её основании, так как вся колонка расположена в одной ячейке расчётной сетки, где газодинамические параметры неизменны. Данная ячейка находится на поверхности белого карлика и, следовательно, примыкает к границе расчётной области. Это означает, что горячее пятно выходит за пределы данной области и в численном расчёте отсутствует. Однако для учёта горячего пятна используется методика, предложенная в работе [30]. В ней пятно рассматривается как область, в которой происходит преобразование энергии падающего вещества в излучение и тепловую энергию. Температура этой области определяется темпом аккреции, а не наличием ударной волны. Хотя такая модель не позволяет точно рассчитать газодинамические параметры в основании аккреционной колонки, она подходит для исследования структуры течения в поляре. Так как температура горячего пятна значительно превышает эффективную температуру белого карлика, становится возможным однозначно идентифицировать зону горячего пятна. Также следует отметить, что в рамках используемой модели форма и температура горячего пятна будут отличаться от истинной.

Распределение температуры в струе рассматривается с применением условия локального термодинамического равновесия, при котором процес-

сы нагрева и охлаждения вещества уравновешивают друг друга. При этом равновесная температура струи  $T_{\rm s}$  будет определяться в основном эффективной температурой аккретора и температурой горячего пятна. Поскольку данное условие равновесия применимо только к оптически тонкой среде, то и температура струи будет соответствовать тем её областям, для которых оптическая толщина меньше единицы.

Ниже представлены некоторые количественные оценки физических параметров модели поляра, которые дают обоснование её использования для достижения поставленной в работе цели. Данные оценки содержат только минимальные и максимальные значения параметров, что позволяет продемонстрировать возможные пределы изменения оцениваемых величин в зависимости от начальных условий.

Оценка дополнительного прогрева струи излучением горячего пятна выполнена на основе сопоставления функций нагрева и охлаждения при заданных температурах аккретора и пятна. Данная методика оценки применима только для оптически тонких сред, что соответствует начальным условиям используемой модели. Также условие оценки предполагает, что причиной увеличения температуры струи является процесс фотоионизации её вещества, а охлаждение струи происходит за счёт высвечивания поглощённой энергии.

На Рис. 1.1 показаны рассчитанные по формулам (1.40) и (1.60) кривые функций нагрева (кривые 1–4) и охлаждения (кривая 5) для синхронного поляра V808 Aur. Функция охлаждения  $\Lambda$  имеет универсальную зависимость от температуры и определяется только химическим составом вещества. Вид функции нагрева  $\Gamma$  зависит от эффективной температуры белого карлика  $T_a$  и температуры горячего пятна  $T_{spot}$ . Поскольку  $T_{spot} \gg T_a$ , основной вклад в поведение данной функции будет вносить горячее пятно. Из рисунка видно, что с ростом температуры пятна график функции нагрева смещается выше по оси ординат. Искомая равновесная температура



Рис. 1.1. Зависимость функций нагрева (кривые 1 - 4) и охлаждения (кривая 5) от температуры для синхронного поляра V808 Aur. Различные функции нагрева соответствуют различным значениям температуры горячего пятна: 1 - 450 000 K, 2 - 240 000 K, 3 - 150 000 K, 4 - 100 000 K.

вещества струи  $T_{\rm s}$  будет соответствовать точке пересечения обеих функции. Следует обратить внимание на линейный участок функции охлаждения выше значения температуры  $\approx 10^4$  K, где наблюдается её резкий рост. На этом участке возникает состояние насыщения, при котором рост температуры горячего пятна не приводит к значительному нагреву вещества струи. Данное состояние сохраняется примерно до температуры пятна порядка 10<sup>8</sup> К. Дальнейший рост температуры пятна приведёт к сильному нагреву струи, который будет определяться уже не фотоионизацией, а процессом рождения электрон-позитронных пар. Однако характерные температуры горячих пятен в полярах, рассчитанные в используемой модели, не достигают подобных значений.

В Таблице 1.1 приведены результаты оценок прогрева струи для различных темпов массообмена.

Таблица 1.1. Оценка температуры струи с учётом её прогрева излучением горячего пятна для синхронного поляра V808 Aur.

${f Temm} {f Macco-} {f of Meha}, {M_{\odot}/{ m Fod}}$	Плотность вещества струи $ ho_{s}$ , $\Gamma/CM^{3}$	Темпера- тура горячего пятна $T_{\rm spot},{f K}$	Свети- мость горячего пятна $F_{\rm spot},$ эрг/с	Темпера- тура струи с учётом прогрева $T_{\rm s},{ m K}$	Свети- мость струи L <sub>s</sub> , эрг/с
$10^{-8}$	$1 \times 10^{-8}$	450 000	$8 \times 10^{34}$	12 500	$2 \times 10^{32}$
$10^{-9}$	$1 \times 10^{-9}$	250000	$8 \times 10^{33}$	12 300	$1 \times 10^{32}$
$10^{-10}$	$1 \times 10^{-10}$	150 000	$8 \times 10^{32}$	12 100	$9 \times 10^{31}$
$10^{-11}$	$1 \times 10^{-11}$	100 000	$8 \times 10^{31}$	11 900	$5 \times 10^{31}$

Полученные значения температур струи свидетельствуют о её незначительном прогреве, на уровне эффективной температуры аккретора.

Для сопоставления светимостей струи и аккретора необходимо определить геометрические размеры струи. Сечение струи S<sub>s</sub>, имеющей форму эллипса, описывается выражением [11]:

$$S_{\rm s} = \frac{c_{\rm s}^2 P_{\rm orb}^2}{16\pi},$$
 (1.1)

где

$$c_{\rm s} = \sqrt{\frac{\gamma k_{\rm B} T_{\rm d}}{m_{\rm p}}} \tag{1.2}$$

локальная скорость звука,  $\gamma\,=\,5/3\,-$  показатель адиабаты,  $k_{\rm B}$  — посто-

янная Больцмана,  $T_{\rm d}$  — температура донора,  $m_{\rm p}$  — масса протона,  $P_{\rm orb}$  — орбитальный период поляра.

Для нашей оценки можно воспользоваться цилиндрическим приближением, тогда диаметр струи будет равен

$$d_{\rm s} = \sqrt{4S_{\rm s}/\pi}.\tag{1.3}$$

Полученный по формуле (1.3) диаметр струи составил  $d_{\rm s} = 8 \times 10^8$  см, а её длина равна  $l_{\rm s} = 0.5 R_\odot = 3.5 \times 10^{10}$  см.

Болометрическая светимость струи  $L_{\rm s}$  для приведённых геометрических размеров будет зависеть от её оптической толщины. Так как излучение струи связано с процессом охлаждения её вещества, светимость можно рассчитать исходя из значения функции охлаждения  $\Lambda$ . Это значение представляет собой удельную энергию излучения единичного объёма струи при заданной концентрации свободных электронов и определяется в точке пересечения с функцией нагрева  $\Gamma$  (Рис. 1.1).

Из оценок оптических толщин  $\tau$ , представленных в Таблице 1.3, следует, что для всех значений темпа массообмена струя является оптически толстой. Так как оптическая толщина изменяется от 0 до некоторого максимального значения вдоль радиуса струи, то в её структуре можно выделить две области: поверхностный слой толщиной  $h_{\rm s}$ , для которого  $\tau \leq 1$ , и внутренний объём с  $\tau > 1$ . Следовательно, источниками излучения струи являются указанный поверхностный слой и боковая поверхность внутреннего оптически толстого объёма. Тогда для оценки светимости струи необходимо определить геометрические размеры данных источников. При этом условием расчёта светимости струи будем считать состояние её вещества со степенью ионизации  $x_{\rm ion} = 0.9999$ . Для рассматриваемого в модели процесса ионизации вещества струи, обусловленного не термализацией среды, а ионизирующим действием излучения горячего пятна, точное значение параметра  $x_{ion}$  вычислить сложно, поэтому для целей выполняемых здесь оценок его значение задано в диапазоне  $x_{ion} = 0 \div 0.9999$ .

В общем случае оценка светимости струи должна производиться с учётом поглощения, обусловленного как свободно-свободными, так и свободно-связанными переходами в атоме водорода. Однако для выбранного значения степени ионизации, как следует из Таблицы 1.3, доминирующим в процессе поглощения оказывается влияние свободно-связанных переходов: обусловленная ими оптическая толщина не менее, чем на 3 порядка превышает оптическую толщину для свободно-свободных переходов. Поэтому в качестве определяющего коэффициента поглощения выберем параметр  $\overline{\alpha}_{\rm bf}$ , который вычисляется из выражения (1.22).

Для расчёта величины  $h_{\rm s}$  воспользуемся формулой (1.8), в которую выполним подстановку  $\tau_{\rm bf} = 1$  и  $\Delta l = h_{\rm s}$ . Получаем

$$h_{\rm s} = \frac{1}{\overline{\alpha}_{\rm bf}}.\tag{1.4}$$

Тогда объём верхнего  $V_{\rm upper}$  и боковая поверхность внутреннего излучающих слоёв  $S_{\rm side,inner}$  соответственно равны

$$V_{\rm upper} = \pi l_{\rm s} h_{\rm s} (d_{\rm s} - h_{\rm s}), \qquad (1.5)$$

$$S_{\rm side,inner} = 2\pi l_{\rm s} \left(\frac{d_{\rm s}}{2} - h_{\rm s}\right),\tag{1.6}$$

Полная светимость струи будет определяется выражением

$$L_{\rm s} = \Lambda n_{\rm H}^2 V_{\rm upper} + \sigma_{\rm SB} T_{\rm s}^4 S_{\rm side,inner}, \qquad (1.7)$$

где  $n_{\rm H}$  — концентрация нейтральных атомов (формула (1.20)),  $\sigma_{\rm SB}$  — постоянная Стефана-Больцмана. .

Полученные оценки светимости струи для различных значений темпов массообмена приведены в Таблице 1.1. Для сравнения выполним оценку светимости аккретора. При радиусе белого карлика (Таблица 2.2)  $R_{\rm a} = 1 \times 10^9$  см его полная поверхность равна  $S_{\rm a} = 2 \times 10^{19}$  см<sup>2</sup>, а соответствующая светимость —  $L_{\rm a} = 5 \times 10^{32}$  эрг/с. Из этого следует, что при сопоставимых температурах болометрическая светимость струи в среднем на 1 порядок меньше светимости аккретора. При вычислении потоков излучения от струи и от аккретора в направлении земного наблюдателя приведённые соотношения светимостей будут изменяться в зависимости от орбитальной фазы. Представленные оценки свидетельствуют о заметном вкладе струи в общую светимость поляра. Этот факт также подтверждается при анализе кривых блеска видимого диапазона синхронного поляра V808 Aur, на которых наблюдается заметное свечение струи перед фазой главного минимума для высоких состояний активности двойной системы.

Поскольку учёт потока излучения от струи на определённой орбитальной фазе представляет собой сложную трёхмерную задачу, она не решалась в рамках данной работы и на синтетических кривых блеска (для асинхронного поляра CD Ind) светимость струи не принималась во внимание. Кроме того, для синхронного поляра не удалось построить совпадающие с наблюдательными кривые блеска по предоставленным наблюдателями данным о параметрах магнитного поля белого карлика. Сопоставление результатов моделирования с наблюдениями производилось в данном случае на основе полученной картины структуры течения в поляре.

Ещё одним эффектом, учитываемым в модели, является прогрев обращённой к горячему пятну поверхности донора. В Главе 3 приведены синтетические кривые блеска, на которых данный эффект показан графически. В этом разделе выполним количественную оценку повышения температуры поверхности донора в процессе переработки ей излучения горячего пятна. Для этого воспользуемся соотношениями (1.84) и (1.85) и поместим пятно на экваторе белого карлика напротив донора, так что нормаль к пятну совпадает с межцентровой линией компонентов поляра. При таком расположении пятна в указанных формулах величины  $\cos \gamma$  и  $\cos \varepsilon$  равны 1. Это позволяет получить максимально возможную температуру прогрева поверхности донора в данном поляре. Но поскольку истинное положение горячего пятна смещено ближе к географическому полюсу, прогрев поверхности донора, полученный из численного расчёта, оказывается меньше оценочного. Кроме того, в проводимой оценке предполагается, что излучение пятна не испытывает поглощение или рассеяние на всём пути следования до донора.

Исходными данными для расчёта являются следующие: длина прохождения излучения  $|\mathbf{d}| = 0.5R_{\odot}$ , эффективная температура донора  $T_{\rm d} = 3400$  K, коэффициент переработки излучения K = 0.5, а падающий на донор поток равен интегральному потоку излучения пятна (Табл. 1.1). Результаты расчётов сведены в Таблицу 1.2. Для сравнения в последнем столбце таблицы представлена температура прогрева донора  $T_{\rm d,heat}$ , полученная из численного расчёта.

Т	аблица	1.2.	Оценка	темп	ератур	ЫΙ	товерхно	сти ,	донора,	прогреваемой	ИЗ-
Л	учением	и гор	лини отэчего	ятна,	для си	нхр	онного і	ЮЛЯ	pa V808	Aur.	

Темп мас- сообмена, $M_{\odot}/$ год	Интеграль- ный поток излучения горячего пятна F <sub>spot</sub> , эрг/с	Эффектив- ная температура донора $T_{ m d},$ К	Температура области прогрева, полученная из оценки $T_{\rm heat,max},~{ m K}$	Температура области прогрева, полученная из численного расчёта $T_{d,heat}, K$
$10^{-8}$	$8 \times 10^{34}$	3400	11500	7000
$10^{-9}$	$8 \times 10^{33}$	3400	5000	4200
$10^{-10}$	$8 \times 10^{32}$	3400	3600	3500
$10^{-11}$	$8 \times 10^{31}$	3400	3400	3400

Анализ полученных результатов показывает, что при малых темпах массообмена ( $\dot{M} = 10^{-10} \div 10^{-11} M_{\odot}$ /год) прогрева поверхности донора практически не происходит. В среднем состоянии поляра ( $\dot{M} = 10^{-9} M_{\odot}/$ год) температура  $T_{\rm heat,max}$  повышается в 1.5 раза, а в высоком состоянии активности ( $\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot}/$ год) она возрастает в 3.5 раза и становится сопоставимой с эффективной температурой аккретора. Приведённые оценки показывают значимость эффекта прогрева донора излучением горячего пятна, и на синтетических кривых блеска он хорошо заметен. Однако следует учитывать, что при построении этих кривых используется температура  $T_{\rm d,heat}$ , отражающая истинное взаимное расположение горячего пятна и облучаемой поверхности донора.

Сравнение температуры прогретой части донора (Табл. 1.2) и равновесной температуры струи (Табл. 1.1) при одном и том же темпе массообмена позволяет сказать, что донор не будет являться дополнительным источником нагрева струи.

Так как в данной работе приводятся кривые блеска для асинхронного поляра, на которых заметен эффект поглощения струёй излучения горячего пятна в направлении земного наблюдателя, можно выполнить оценку этого эффекта на основе расчёта оптической толщины течения. При этом следует учитывать, что взаимодействие струи с излучением горячего пятна сопровождается двумя процессами — поглощением и рассеянием потока фотонов. Поэтому для оценки оптической толщины принимается во внимание вклад обоих процессов по отдельности.

Учитывая сложную геометрию аккреционного потока и её изменчивость при вариации темпа массообмена, результаты расчёта представлены для максимального и минимального значений толщины поглощающего слоя  $\Delta l$ . В первом случае считалось, что излучение проходит через слой вещества струи вдоль её оси расстояние около  $\Delta l = 0.5 R_{\odot} = 3.5 \times 10^{10}$  см. Во втором случае толщина слоя равна диаметру струи  $\Delta l = d_{\rm s} = 8 \times 10^8$ см.

Оценка оптической толщины выполнена на основе методики, изло-

женной в работах [86,87]. Согласно этим работам, оптическая толщина поглощения излучения  $\tau_{\rm abs}$  в общем случае равна:

$$\tau_{\rm abs} = \overline{\alpha} \ \Delta l, \tag{1.8}$$

где  $\overline{\alpha}$  — средний объёмный коэффициент поглощения. Данный коэффициент определяется соотношением

$$\overline{\alpha} = \frac{\int_{0}^{\infty} \alpha_{\nu} B_{\nu}(T) d\nu}{\int_{0}^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu},$$
(1.9)

где  $\alpha_{\nu}$  — полный объёмный коэффициент поглощения, зависящий от частоты  $\nu$ ,  $B_{\nu}(T)$  — функция Планка, зависящая от температуры равновесного излучения.

Хотя в модели сделано предположение о полностью ионизованной водородной среде, для оценки оптической толщины будем считать, что в среде присутствуют нейтральные атомы. Поэтому определим коэффициенты поглощения, обусловленные свободно-свободными  $\alpha_{\nu,\text{ff}}$  и свободносвязанными  $\alpha_{\nu,\text{bf}}$  переходами в атомах водорода:

$$\alpha_{\nu,\rm ff} = \frac{16\pi^2 e^6 k_{\rm B} T_{\rm s} n_{\rm e} n_{\rm p} g_{\nu}}{3\sqrt{3}ch(2\pi m_{\rm e} k_{\rm B} T_{\rm s})^{3/2} \nu^3},\tag{1.10}$$

$$\alpha_{\nu,\mathrm{bf}} = \sigma_{\mathrm{XUV}} \frac{\nu_0^3 n_{\mathrm{H}}}{\nu^3},\tag{1.11}$$

где  $\sigma_{\rm XUV} = 6.3 \times 10^{-18} \text{ см}^2$  — пороговое значение сечения фотоионизации,  $\nu_0 = 3.28 \times 10^{15} \, \Gamma$ ц — пороговое значение частоты фотоионизации (соответствует энергии ионизации  $h\nu_0 = 13.6 \, \text{эB}$ ),  $g_{\nu}$  — поправочный множитель Гаунта порядка единицы, e и  $m_{\rm e}$  — заряд и масса электрона, h — постоянная Планка,  $n_{\rm e}$  и  $n_{\rm p}$  — концентрации электронов и протонов. Функция
Планка  $B_{\nu}(T)$  даётся известным выражением

$$B_{\nu}(T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_{\rm B}T_{\rm spot}}\right) - 1}.$$
 (1.12)

Так как мы производим усреднение коэффициентов поглощения по спектру внешнего источника ионизирующего излучения, то в качестве температуры в данную формулу входит эффективная температура излучения горячего пятна  $T_{\rm spot}$ .

Подставим (1.10)—(1.12) в (1.9), получаем

$$\int_{0}^{\infty} \alpha_{\nu,ff} B_{\nu}(T) d\nu = \int_{0}^{\infty} \left[ \frac{16\pi^{2} e^{6} k_{\rm B} T_{\rm s} n_{\rm e} n_{\rm p} g_{\nu}}{ch (6\pi m_{\rm e} k_{\rm B} T_{\rm s})^{3/2} \nu^{3}} \right] \times \\ \times \left[ \frac{2h\nu^{3}}{c^{2}} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_{\rm B} T_{\rm spot}}\right) - 1} \right] \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{k_{\rm B} T_{\rm s}}\right) \right] d\nu = \\ = \xi \cdot \frac{32\pi^{2} e^{6} (k_{\rm B} T_{\rm s}) (k_{\rm B} T_{\rm spot}) n_{\rm e} n_{\rm p}}{c^{3} h (6\pi m_{\rm e} k_{\rm B} T_{\rm s})^{3/2}}. \quad (1.13)$$

$$\int_{0}^{\infty} \alpha_{\nu,bf} B_{\nu}(T) d\nu = \int_{0}^{\infty} \left[ \sigma_{\rm XUV} \frac{\nu_{0}^{3} n_{\rm H}}{\nu^{3}} \right] \times \left[ \frac{2h\nu^{3}}{c^{2}} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_{\rm B}T_{\rm spot}}\right) - 1} \right] \cdot \left[ 1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{k_{\rm B}T_{\rm s}}\right) \right] d\nu = \\ = \xi \cdot 2\sigma_{\rm XUV} \nu_{0}^{3} \cdot \frac{k_{\rm B}T_{\rm spot}}{c^{2}} n_{\rm H}. \quad (1.14)$$

При вычислении данных интегралов в подынтегральное выражение был добавлен множитель  $1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{k_{\rm B}T_{\rm s}}\right)$ , учитывающий отрицательное по-

глощение [86], а также выполнена подстановка  $x = \frac{h\nu}{k_{\rm B}T_{\rm s}}$ . В результате преобразования полученного выражения подынтегральное выражение свелось к следующему, которое мы обозначим коэффициентом  $\xi$ 

$$\xi = \int_{0}^{\infty} \frac{1 - \exp\left(-xT_{\rm spot}/T_{\rm s}\right)}{\exp(x) - 1} dx.$$
(1.15)

Этот интеграл не берется в элементарных функциях<sup>1)</sup>, но его можно вычислить численно.

Знаменатель в формуле (1.9) равен

$$\int_{0}^{\infty} B_{\nu}(T) d\nu = \int_{0}^{\infty} \frac{2h\nu^{3}}{c^{2}} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{k_{\rm B}T_{\rm spot}}\right) - 1} d\nu = \frac{2\pi^{4}(k_{\rm B}T_{\rm spot})^{4}}{15c^{2}h^{3}}.$$
 (1.16)

Выразим концентрации  $n_{\rm e}, n_{\rm p}$  и  $n_{\rm H}$  через плотность струи  $\rho_{\rm s}$ . Полная концентрация

$$n = n_{\rm H} + n_{\rm e} + n_{\rm p}.$$
 (1.17)

Плотность вещества струи

$$\rho_{\rm s} = n_{\rm p} m_{\rm p} + n_{\rm e} m_{\rm e} + n_{\rm H} m_{\rm H}. \tag{1.18}$$

Далее будем пренебрегать массой электрона по сравнению с массой протона и считать, что  $n_{\rm p} = n_{\rm e}$ . Степень ионизации  $x_{\rm ion}$  равна отношению плотности ионов к полной плотности, или

$$x_{\rm ion} = \frac{n_{\rm p}}{n_{\rm p} + n_{\rm H}}.\tag{1.19}$$

$$\xi = \frac{T_{\rm s}}{T_{\rm spot}} + \frac{d}{dx} \ln \Gamma(x) \Big|_{x = T_{\rm spot}/T_{\rm s}} + C,$$

где  $\Gamma(x)$  — гамма-функция, C — константа Эйлера.

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup>Вычисления этого интеграла приводят к выражению

Отсюда можно получить следующие соотношения

$$n_{\rm p} = n_{\rm e} = \frac{x_{\rm ion}\rho_{\rm s}}{m_{\rm p}}, \quad n_{\rm H} = \frac{(1-x_{\rm ion})\rho_{\rm s}}{m_{\rm p}}.$$
 (1.20)

С учётом равенств (1.20) и полученных выражений в (1.13), (1.14) и (1.16) формула (1.9) запишется в виде

$$\overline{\alpha}_{\rm ff} = \xi \cdot \frac{0.29e^6 h^2 \rho_{\rm s}^2 x_{\rm ion}^2}{c m_{\rm e}^{1.5} m_{\rm p}^2 k_{\rm B}^{3.5} \sqrt{T_{\rm s}} T_{\rm spot}^3}$$
(1.21)

$$\overline{\alpha}_{\rm bf} = \xi \cdot \frac{0.15\sigma_{\rm XUV}\nu_0^3 h^3 \rho_{\rm s}(1-x_{\rm ion})}{m_{\rm p}(k_{\rm B}T_{\rm spot})^3},$$
(1.22)

Оптическая толщина томсоновского рассеяния  $au_{\sigma_{\mathrm{T}}}$  рассчитывается по следующей формуле:

$$\tau_{\sigma_{\rm T}} = 6.65 \times 10^{-25} \frac{x_{\rm ion} \rho_{\rm s}}{m_{\rm p}} \,\Delta l,$$
 (1.23)

где величины  $\Delta l$  соответствуют вышеуказанным отрезкам вдоль и поперёк струи.

В рамках данной оценки также представляет интерес вычислить такое значение  $x_{ion}$ , при котором вклады, вносимые свободно-свободными и свободно-связанными переходами в общее поглощение излучения, окажутся равными друг другу. Искомое значение можно получить из условия равенства коэффициентов поглощения  $\overline{\alpha}_{\rm ff}$  (1.22) и  $\overline{\alpha}_{\rm bf}$  (1.23)

$$\frac{\overline{\alpha}_{\rm ff}}{\overline{\alpha}_{\rm bf}} = 1 = 994 \frac{x_{\rm ion}^2}{(1 - x_{\rm ion})} \frac{\rho_{\rm s}}{\sqrt{T_{\rm s}}}.$$
(1.24)

Решая полученное уравнение, находим, что искомое значение  $x_{\rm ion}$  заключено в интервале от 0.9999999999 (для  $\dot{M} = 10^{-11} M_{\odot}$ /год) до 0.99999999111 (для  $\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot}$ /год). Данные значения находятся вблизи верхней границы диапазона степеней ионизации, заданного для оценки оптических тол-

щин (0.9999), и указывают на существенное влияние нейтральных атомов водорода на общее поглощение излучения в струе даже при небольшой их концентрации.

Ниже в Таблице 1.3 представлены результаты оценок оптических толщин поглощения и рассеяния. Минимальное и максимальное значения приводимых оптических толщин соответствуют направлению поперёк и вдоль струи. При этом значения параметров  $\tau_{\rm ff}$  и  $\tau_{\rm bf}$  даны при  $x_{\rm ion} = 0$   $(x_{\rm ion} = 0.9999).$ 

$\dot{M},\ M_{\odot}/$ год	$ au_{ extsf{ff}, extsf{min}}$	$ au_{ ext{ff,max}}$	$ au_{ m bf,min}$	$ au_{ m bf,max}$	$ au_{\sigma_{\mathbf{T}}} \min$	$ au_{\sigma_{\mathbf{T}}} \max$
$10^{-8}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ (6 \times 10^{-2}) \end{pmatrix}$	$0\ (3)$	$8 \times 10^{5}$ (70)	$\begin{array}{c} 4\times10^7\\ (4\times10^3) \end{array}$	2	70
$10^{-9}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ (4 \times 10^{-3}) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ (2 \times 10^{-1}) \end{pmatrix}$	$4 \times 10^{5}$ (35)	$\begin{array}{c} 2 \times 10^7 \\ (2 \times 10^3) \end{array}$	$2 \times 10^{-1}$	7
$10^{-10}$	$0 (1 \times 10^{-4})$	$\begin{pmatrix} 0 \\ (5 \times 10^{-3}) \end{pmatrix}$	$1 \times 10^5$ (12)	$\begin{array}{c} 6\times 10^6 \\ (6\times 10^2) \end{array}$	$2 \times 10^{-2}$	$7 \times 10^{-1}$
$10^{-11}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ (4 \times 10^{-6}) \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ (2 \times 10^{-4}) \end{pmatrix}$	$4 \times 10^4$ (4)	$\begin{array}{c} 2\times10^6 \\ (2\times10^2) \end{array}$	$2 \times 10^{-3}$	$7 \times 10^{-2}$

Таблица 1.3. Оценка значений оптических толщин аккреционной струи для различных темпов массообмена в синхронном поляре V808 Aur.

Анализ Таблицы 1.3 показывает, что при распространении излучения горячего пятна через вещество струи преобладает процесс поглощения излучения. При этом существенный вклад в этот процесс вносят нейтральные атомы, доля которых в общей концентрации очень мала.

С ростом темпа массообмена на порядок величины оптическая толщина поглощения, обусловленного свободно-свободными переходами, увеличивается примерно в 15 ÷ 25 раз, а свободно-связанными переходами в 2 ÷ 2.5 раза. При этом оптические толщины для обоих типов переходов отличаются друг от друга на 3 ÷ 6 порядков.

Исходя из полученных значений оптических толщин поглощения можно сделать следующий вывод: для всех величин темпов массообмена

вещество струи оказывается оптически толстым благодаря наличию нейтральных атомов. Однако изначально заданное в модели условие оптически тонкой среды будет выполняться лишь при условии полной ионизации вещества струи. При наличии в ней небольшого количества нейтральных атомов модель имеет некоторую погрешность, что стоит учитывать при рассмотрении представленных ниже результатов как самих численных расчётов структуры течения, так и результатов их обработки.

Кроме того, применение полученных результатов оценки оптической толщины к действующей модели поляра имеет следующую особенность. Оценка производилась в предположении однородного распределения плотности вдоль всей толщины поглощающего слоя. Согласно же результатам численного расчёта структуры течения в поляре, струя имеет градиент плотности от центра к краю. Поэтому более точные значения оптической толщины будут зависеть как от распределения плотности вдоль луча зрения, так и от положения этого луча в пространстве и, очевидно, окажутся меньше оценочных. Всё это также позволяет говорить об обоснованном применении используемой модели.

# 1.2. Математическая модель

Моделирование структуры течения проводилось в неинерциальной системе отсчета, вращающейся вместе с двойной звездой с угловой скоростью  $\Omega = 2\pi/P_{\rm orb}$ , где  $P_{\rm orb}$  — орбитальный период двойной системы, вокруг ее центра масс. Поле сил, действующих на вещество в такой системе отсчета, определяется потенциалом Роша [11]:

$$\Phi = -\frac{GM_{\rm a}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{GM_{\rm d}}{\sqrt{(x - A)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{\Omega^2}{2} \left[ \left( x - A \frac{M_{\rm d}}{M_{\rm a} + M_{\rm d}} \right)^2 + y^2 \right], \quad (1.25)$$

где A — расстояние между центрами аккретора и донора, а  $M_{\rm a}$  и  $M_{\rm d}$  — массы аккретора и донора. Первый и второй члены в выражении (1.25) описывают гравитационные потенциалы аккретора и донора, а последний член представляет собой центробежный потенциал относительно центра масс.

В выбранной системе отсчета используется декартова система координат (x, y, z), начало которой совпадает с центром аккретора (Рис. 1.2). Центр донора расположен на расстоянии A от начала координат вдоль оси



Рис. 1.2. Декартова система координат, используемая в модели. Показаны положение аккретора и донора, магнитная ось и направление отсчёта орбитальной фазы, а также фазы периода биений для асинхронной системы.

x. Ось z направлена вдоль оси вращения двойной системы:  $\mathbf{\Omega} = (0, 0, \Omega)$ .

Для двойных систем характеристиками вращения являются орбитальный период  $P_{\rm orb}$  и период собственного вращения аккретора  $P_{\rm spin}$ , которые совпадают в случае синхронных поляров. В асинхронных системах дополнительно вводится понятие периода биений (спин-орбитального периода)  $P_{\rm beat}$ , численно равного промежутку времени между одинаковыми взаимными фазовыми положениями донора и аккретора [59]. Его значение вычисляется по формуле:

$$\frac{1}{P_{\text{beat}}} = \frac{1}{P_{\text{spin}}} - \frac{1}{P_{\text{orb}}}.$$
 (1.26)

В данной модели рассматривается дипольная конфигурация магнитного поля. Индукция такого поля в произвольной точке пространства описывается следующим выражением:

$$\mathbf{B}_* = \frac{\mu}{R^3} \left[ 3(\mathbf{d} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} - \mathbf{d} \right], \qquad (1.27)$$

где  $\mu = B_{\rm a}R_{\rm a}^3/2$  — магнитный момент,  $B_{\rm a}$  — характерное значение индукции магнитного поля на поверхности белого карлика, полученное из наблюдений; R — расстояние от центра магнитного диполя до точки наблюдения поля,  $\mathbf{n}$  — единичный вектор нормали к сфере радиуса R, восстановленный в точке наблюдения поля. Единичный вектор  $\mathbf{d}$  определяет ось симметрии диполя. Его компоненты в принятой декартовой системе координат могут быть записаны в виде:

$$d_x = \sin\theta\cos\varphi, \quad d_y = \sin\theta\sin\varphi, \quad d_z = \cos\theta,$$
 (1.28)

где углы  $\theta$  и  $\phi$  определяют положение оси магнитного диполя. Первый отсчитывается от положительного направления оси z, второй — от положительного направления оси x против часовой стрелки (против орбитального вращения двойной системы) (см. Рис. 1.2). В случае синхронного поляра угол  $\phi$  постоянен во времени и равен начальному значению  $\phi_0$ , соответствующему положению диполя на нулевой фазе орбитального периода. Для асинхронной системы этот угол уже зависит от времени. Его увеличение с каждым орбитальным периодом происходит по следующему закону:

$$\phi = \phi_0 + \Omega_{\text{beat}} t, \tag{1.29}$$

где  $\Omega_{\text{beat}} = 2\pi/P_{\text{beat}}, t = P_{\text{orb}} \cdot N$  — текущий момент времени, N — количество орбитальных периодов от нулевой фазы периода биений. Угол  $\theta$  в рассматриваемых системах всегда остается постоянным.

Следует отметить, что магнитное поле  $\mathbf{B}_*$ , заданное формулой (1.27), является потенциальным:

$$\nabla \times \mathbf{B}_* = 0. \tag{1.30}$$

Однако в зависимости от рассматриваемой двойной системы оно будет стационарным для синхронного поляра

$$\partial \mathbf{B}_* / \partial t = 0 \tag{1.31}$$

и нестационарным для асинхронного поляра

$$\partial \mathbf{B}_* / \partial t \neq 0.$$
 (1.32)

Потенциальный характер магнитного поля позволяет частично исключить его из соответствующих уравнений, описывающих структуру МГД потока [11,60–62]. Это даёт возможность избежать накопления ошибок при операциях с большими числами в процессе расчета. Данный приём заключается в представлении полного магнитного поля **B** в виде суперпозиции собственного поля аккретора  $\mathbf{B}_*$  и поля **b**, индуцируемого электрическими токами в аккреционной струе и оболочке двойной системы:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_* + \mathbf{b}.\tag{1.33}$$

При этом в разностной схеме численного расчёта вычисляется только возмущение магнитного поля **b**. Такое расщепление магнитного поля часто используется при моделировании МГД аккреции (см., например, [28–31]).

В случае асинхронного вращения аккретора изменение компонент поля во времени описывается следующими уравнениями [11,42]:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{B}_*}{\partial t},\tag{1.34}$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}_*}{\partial t} = \nabla \times \left( \mathbf{v}_* \times \mathbf{B}_* \right). \tag{1.35}$$

Здесь  $\mathbf{v}_* = \mathbf{\Omega}_{\text{beat}} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}_{a})$  — скорость магнитных линий,  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{r}_{a}$  — радиус-векторы начала координат и аккретора соответственно, вектор  $\mathbf{\Omega}_{\text{beat}} = (0, 0, \Omega_{\text{beat}})$ . Изменение во времени компоненты **b** происходит со-гласно уравнению индукции (1.38).

В основе рассматриваемой модели лежит приближение модифицированной магнитной гидродинамики [11, 42, 50], которое подробно описано в работе [53]. Это приближение соответствует МГД в присутствии очень сильных внешних магнитных полей с учетом волновой альфвеновской турбулентности при малых магнитных числах Рейнольдса ( $R_m \ll 1$ ) [63]. Динамика плазмы в сильном внешнем магнитном поле характеризуется относительно медленным усредненным движением вдоль магнитных силовых линий, дрейфом частиц под действием внешних сил поперек магнитных силовых линий и распространением с очень большими скоростями альфвеновских и магнитозвуковых волн. Поскольку быстрые МГД волны за характерное динамическое время могут много раз пересекать область потока, взаимодействовать между собой и формировать турбулентный каскад [64], становится возможным исследовать усредненную картину течения по аналогии с МГД турбулентностью [65–68].

Для моделирования структуры течения использовалась следующая система МГД уравнений:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \tag{1.36}$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} =$$
$$= -\frac{\nabla P}{\rho} - \frac{\mathbf{b} \times (\nabla \times \mathbf{b})}{4\pi\rho} - \nabla \Phi + 2(\mathbf{v} \times \mathbf{\Omega}) - \frac{(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*)_{\perp}}{t_w} \quad (1.37)$$

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \nabla \times \left[ \mathbf{v} \times \mathbf{b} + (\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \times \mathbf{B}_* - \eta_w (\nabla \times \mathbf{b}) \right]$$
(1.38)

$$\rho \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \varepsilon \right] = -P(\nabla \cdot \mathbf{v}) + n^2 (\Gamma - \Lambda) + \frac{\rho (\mathbf{v} - \mathbf{v}_*)_{\perp}^2}{t_w}, \qquad (1.39)$$

где  $\rho$  — плотность, **v** — скорость, P — давление,  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия газа, n — концентрация,  $\Gamma$  и  $\Lambda$  — функции радиационного нагрева и охлаждения.

Слагаемое  $2(\mathbf{v} \times \mathbf{\Omega})$  в уравнении движения (1.37) описывает силу Кориолиса, а наличие слагаемого  $\nabla \Phi$  — градиента Роша — обусловлено тем, что выбранная неинерциальная система отсчёта вращается вместе с двойной системой. Последнее слагаемое в уравнении (1.37) ( $\mathbf{v} - \mathbf{v}_*$ ) $_{\perp}/t_w$  описывает эффективную электромагнитную силу, действующую со стороны магнитного поля аккретора на перпендикулярную (символ  $\perp$ ) к магнитным силовым линиям компоненту скорости плазмы [69–72]. Выражение для этой силы является аналогом силы трения между компонентами плазмы, состоящей из нескольких видов частиц (см., например, [73–75]). Иными словами, сильное внешнее магнитное поле играет роль эффективной жидкости, с которой взаимодействует плазма.

В уравнении индукции (1.38) слагаемое  $(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*) \times \mathbf{B}_*$  учитывает диффузию магнитного поля [76], а слагаемое  $\eta_w(\nabla \times \mathbf{b})$  — диссипацию токов за счёт турбулентных вихрей. Уравнение энергии (1.39) включает в себя два компонента:  $n^2(\Gamma - \Lambda)$  оценивает эффект радиативного нагрева и охлаждения [77–80], а также нагрев вследствие диссипации токов,  $\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*)^2_{\perp}/t_w$ представляет собой силу трения.

В ТДС главным механизмом потери энергии являются неупругие столкновения частиц — ионов и свободных электронов. В этом процессе число возбуждений с уровня j на уровень k в расчете на единицу объема за единицу времени будет равно  $n_{\rm e}n_{ij}y_{jk}$ , где  $n_{ij}$  — концентрация ионов на уровне j, а  $y_{jk}$  — зависящая от температуры константа скорости возбуждения. Электроны, испытывающие такие столкновения, теряют энергию  $E_{jk} = E_j - E_k$ . После учета девозбуждающих столкновений и суммирования по всем переходам функция радиативного охлаждения за счет электронно-ионных столкновений может быть записана в виде [80]:

$$\Lambda_{ei} = n_e \sum_{j < k} E_{jk} (n_{ij} y_{jk} - n_{ik} y_{kj}).$$
(1.40)

Выражение (1.40) получено в предположении оптически тонкой среды. Это означает, что все излученные в результате указанных столкновений фотоны полностью уходят из среды.

Зависимость функции охлаждения от температуры оказывается универсальной, а её вид определяется только химическим составом среды [78]. График функции A показан на Рис. 1.1 (кривая 5).

В системах с горячими компонентами главным механизмом нагрева газа служит фотоионизация нейтральных атомов. Поскольку предполагается, что в стационарном состоянии число актов фотоионизации равно числу актов захвата свободного электрона, то чистый нагрев газа, обусловленный электронно-ионными рекомбинациями, может быть записан в виде [80]:

$$\Gamma_{ei} = n_e n_i \sum_j (\langle v \sigma_j \rangle \overline{E}_2 - \langle v \sigma_j E_1 \rangle), \qquad (1.41)$$

где  $n_i$  — концентрация ионизованных атомов,  $\overline{E}_2$  — кинетическая энергия освобождающегося электрона, усредненная по всем ионизующим фотонам,  $E_1$  — кинетическая энергия захваченного электрона, v — скорость теплового движения,  $\sigma_j$  — сечение захвата электрона на уровень j нейтрального атома. Угловыми скобками обозначены средние значения по максвелловскому распределению по скоростям. При записи выражения (1.40) сделано предположение, что все ионизованные атомы находятся в основном состоянии. Величине  $\overline{E}_2$  возможно поставить в соответствие температуру  $\overline{T}$ , удовлетворяющую равенству  $\overline{E}_2 = k_{\rm B}\overline{T}$ .

Для атома водорода получаем следующие выражения [81]:

$$\sum_{j} (\langle v\sigma_j \rangle = A \sqrt{\frac{8k_{\rm B}T}{\pi m_e}} \beta \varphi(\beta), \qquad (1.42)$$

$$\sum_{j} (\langle v\sigma_j E_1 \rangle = Ak_{\rm B}T \sqrt{\frac{8k_{\rm B}T}{\pi m_e}} \beta \chi(\beta), \qquad (1.43)$$

где константа

$$A = \frac{16he^2}{3^{3/2}m_e^2 c^3} = 2.11 \times 10^{-22} \text{cm}^2, \qquad (1.44)$$

а параметр

$$\beta = \frac{h\nu_0}{k_{\rm B}T} = \frac{T_0}{T}.$$
(1.45)

Частота  $\nu_0 = 3.28 \times 10^{15}$  Гц определяет предел ионизации атома водорода, которому соответствует температура  $T_0 = 158\,000$  К. Функции  $\varphi(\beta)$  и  $\chi(\beta)$  вычисляются с помощью следующих формул:

$$\varphi(\beta) = \sum_{g=1}^{\infty} \frac{\beta}{g^3} e^{\beta/g^2} E_1(\beta/g^2), \qquad (1.46)$$

$$\chi(\beta) = \sum_{g=1}^{\infty} \frac{\beta}{g^3} \left[ 1 - \frac{\beta}{g^2} e^{\beta/g^2} E_1(\beta/g^2) \right],$$
(1.47)

где g — количество уровней квантования.

Интегральная функция  $E_1$  определяется следующим выражением:

$$E_1(x) = \int_{x}^{\infty} \frac{1}{w} e^{-w} dw,$$
 (1.48)

где

$$w = \frac{m_e v^2}{2k_{\rm B}T} + \frac{\beta}{g^2}.$$
 (1.49)

Величина  $\overline{E}_2$  определяется выражением:

$$\overline{E}_2 = \frac{\int\limits_{\nu_0}^{\infty} q_{\nu} k_{\nu} \varepsilon_{\nu} d\nu}{\int\limits_{\nu_0}^{\infty} \frac{k_{\nu} \varepsilon_{\nu}}{h\nu} d\nu}.$$
(1.50)

Здесь  $k_{\nu}$  — коэффициент поглощения, который в заданном диапазоне частот изменяется как  $k_{\nu} \propto \nu^3$  (см., например, [86]). Величина  $q_{\nu}$  представляет собой долю энергии поглощенного излучения, которая переходит в кинетическую энергию электронов:

$$q_{\nu} = \frac{h(\nu - \nu_0)}{h\nu} = 1 - \frac{\nu_0}{\nu}.$$
 (1.51)

В случае ТДС плотность энергии излучения  $\varepsilon_{\nu}$  в данной точке можно оценить соотношением

$$\varepsilon_{\nu} = \frac{4\pi}{c} \left[ W_{\rm a} B_{\nu}(T_{\rm a}) + W_{\rm spot} B_{\nu}(T_{\rm spot}) \right]. \tag{1.52}$$

где  $W_{\rm a}$  и  $W_{\rm spot}$  — коэффициенты дилюции излучения аккретора и горячего пятна соответственно. Подставляя (1.51) и (1.52) в (1.50), получаем:

$$\overline{E}_2 = k_{\rm B}\overline{T} = k_{\rm B} \left(\frac{W_{\rm spot}T_{\rm spot}F_1 + W_{\rm a}T_{\rm a}F_2}{W_{\rm spot}G_1 + W_{\rm a}G_2} - T_0\right).$$
(1.53)

где величины (индекс s равен 1 или 2)

$$F_s = \sum_{g=1}^{\infty} \frac{1}{g} e^{g\beta} \tag{1.54}$$

$$G_s = \sum_{g=1}^{\infty} E_1(g\beta). \tag{1.55}$$

Коэффициенты дилюци<br/>и $W_{\rm a}$ и  $W_{\rm spot}$ рассчитываются из следующих

соотношений [86]

$$W_{\rm a} = \frac{1}{4} \left(\frac{R_{\rm a}}{r}\right)^2,\tag{1.56}$$

$$W_{\rm spot} = \frac{1}{4} \left(\frac{R_{\rm spot}}{r}\right)^2, \qquad (1.57)$$

где r — расстояние от центра аккретора или горячего пятна до точки наблюдения. Формулы (1.56) и (1.57) приведены для случая  $r \gg R_{\rm a}$  и  $r \gg R_{\rm spot}$ .

Если взять отношение

$$\frac{W_{\rm spot}}{W_{\rm a}} = \left(\frac{R_{\rm spot}}{R_{\rm a}}\right)^2 = f,\tag{1.58}$$

то выражение (1.53) перепишется в виде

$$\overline{E}_{2} = k_{\rm B}\overline{T} = k_{\rm B} \left( \frac{fT_{\rm spot}F_{1} + T_{\rm a}F_{2}}{fG_{1} + G_{2}} - T_{0} \right).$$
(1.59)

Заметим, что параметр f представляет собой отношение площади горячего пятна к площади поверхности аккретора. В используемой модели горячего пятна значение этого параметра порядка  $f \approx 1 \times 10^{-3}$ . Модели с более точным расчётом аккреционной колонки дают характерную величину  $f \approx 1 \times 10^{-4}$ .

После подстановки соотношений (1.46), (1.47) и (1.59) в (1.41) функция нагрева преобразуется к виду:

$$\Gamma = n_e n_i \Gamma_0 \left( \frac{\overline{T}}{\sqrt{T}} \varphi(\beta) - \sqrt{T} \chi(\beta) \right), \qquad (1.60)$$

где в единицах СГС константа  $\Gamma_0 = 2.85 \times 10^{-27} \; {\rm spr}/({\rm cm}^3 \cdot \; {\rm c}).$ 

В результате выполненной подстановки функция нагрева (1.60) оказывается независимой от величины *r*. Данное преобразование хорошо согласуется со сделанным в модели предположением об оптически тонкой среде. Поскольку функция нагрева теперь определяется только температурой наиболее горячих элементов двойной системы, то нагрев такой среды будет происходить одинаково во всех её точках до равновесной температуры.

В численной модели применяется линейная аппроксимация функций нагрева  $\Gamma$  и охлаждения  $\Lambda$  от температуры T в окрестности её равновесного значения  $T_*$ , определяемого, как показано в Разделе 1.1, температурами аккретора  $T_a$  и горячего пятна  $T_{spot}$ :

$$\Gamma = \Gamma_* + \Gamma'_*(T - T_*), \quad \Lambda = \Lambda_* + \Lambda'_*(T - T_*),$$
 (1.61)

где  $\Gamma_* = \Lambda_*, \, \Gamma'_* \, u \, \Lambda'_* - некоторые константы, значения которых задаются индивидуально для конкретного поляра. При используемом термодинамическом равновесии <math>\Gamma - \Lambda = 0$ , что приводит к сокращению величин  $\Gamma_*$  и  $\Lambda_*$ .

Необходимо отметить, что при применении системы уравнений (1.36— 1.39) к расчёту структуры течения в синхронных полярах величину скорости магнитных линий следует принять равной  $\mathbf{v}_* = 0$ .

Плотность, внутренняя энергия и давление связаны между собой уравнением состояния идеального газа:

$$P = (\gamma - 1)\rho\varepsilon. \tag{1.62}$$

Коэффициент турбулентной магнитной вязкости  $\eta_w$  определяется следующим выражением:

$$\eta_w = \alpha_w \frac{l_w B_*}{\sqrt{4\pi\rho}},\tag{1.63}$$

где  $\alpha_w$  — безразмерный коэффициент, характеризующий эффективность волновой турбулентности,  $l_w = B_*/|\nabla B_*|$  — характерная пространственная шкала волновых пульсаций. В данной модели значение  $\alpha_w$  принято равным 1/3, которое соответствует изотропной турбулентности [51]. Для поляров единственным существенным источником диффузии магнитного поля является волновая МГД турбулентность. Поэтому последний член в энергии уравнении (1.39) может быть записан следующим образом:

$$\frac{\rho(\mathbf{v} - \mathbf{v}_*)_{\perp}^2}{t_w} = \frac{\eta_w}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{b})^2.$$
(1.64)

Шкала времени релаксации  $t_w$  для поперечной компоненты скорости определяется выражением:

$$t_w = \frac{4\pi\rho\eta_w}{B_*^2}.\tag{1.65}$$

Результатом численного решения уравнений (1.36—1.39) (см. Раздел 1.3.3) является пространственное распределение физических характеристик двойной звезды (плотности, давления, скорости, напряжённости магнитного поля) по расчётной области. На основе данного распределения величин можно сформировать наглядную картину структуры течения в поляре, например, по плотности, что и показано в Главах 2 — 4. Однако для иллюстрации динамики течения в рассматриваемых двойных системах особый интерес представляет отображение движения горячих пятен по поверхности аккретора [82]. С этой целью в данной работе выполнено построение карт распределения поверхностной температуры белого карлика методом, описанным ниже.

Модель предполагает, что поток излучения в данной точке поверхности (элементарной площадке) белого карлика определяется суммой двух величин: эффективным потоком в состоянии покоя  $F_{a,eff}$ , пропорциональным эффективной температуре звезды, и потоком, пропорциональным энергии аккрецирующего вещества  $F_{a,accr}$  [83]:

$$F_{\rm a} = F_{\rm a,eff} + F_{\rm a,accr}.$$
 (1.66)

Отметим важную особенность при расчёте потока излучения по формуле (1.66). Величина потока  $F_{a,accr}$  имеет зависимость от частоты излучения (спектрального диапазона). Поэтому для преобразования энергии аккрецирующего вещества в данный поток следует учитывать, что правильным физическим механизмом воздействия внешней энергии на поверхность звезды является увеличение её температуры, которое и приводит к росту суммарного потока излучения. Поэтому на первом шаге необходимо определить величину роста температуры горячего пятна за счёт аккреции вещества струи с учётом фоновой эффективной температуры белого карлика, что и осуществляется по формулам (1.68) и (1.71). Второй шаг заключается в расчёте общего потока излучения из полученного значения температуры согласно типу кривой блеска: либо на основе закона Стефана-Больцмана, либо на основе функции Планка. Данная методика и представлена ниже. Кроме того, в модели предполагается, что потоки  $F_{a,eff}$  и  $F_{a,accr}$  имеют чернотельный характер.

В состоянии покоя эффективный поток излучения от элементарной площадки белого карлика описывается законом Стефана–Больцмана:

$$F_{\rm a,eff} = \sigma_{\rm SB} T_{\rm a,eff}^4 dS_{\rm a}, \qquad (1.67)$$

где  $dS_{\rm a}$  — площадь элементарной площадки на поверхности аккретора, определяемая по формуле (1.72),  $T_{\rm a,eff}$  — эффективная температура аккретора.

При падении вещества струи на поверхность звезды его тепловая и кинетическая энергия частично переходит в излучение за счёт нагрева зоны аккреции. Плотность потока энергии аккрецирующего вещества в точке *R* поверхности аккретора определяется выражением:

$$f(\mathbf{R}) = -\rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \left( \varepsilon + \frac{\mathbf{v}^2}{2} + \frac{P}{\rho} \right), \qquad (1.68)$$

где  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия газа, **n** — вектор нормали к поверхности. Знак «минус» означает, что на поверхности аккретора нормальная компонента скорости падающего вещества отрицательна, **v** · **n** < 0. Поэтому в выражении (1.68) величина плотности потока энергии  $f(\mathbf{R})$  оказывается положительной. Таким образом, поток излучения, определяемый аккрецией вещества, равен:

$$F_{\rm a,accr} = \kappa f(\boldsymbol{R}) dS_{\rm a}, \tag{1.69}$$

где  $\kappa$  — коэффициент преобразования энергии аккрецирующего вещества в излучение. В данной модели его значение принято равным 0,5 в соответствии с теоремой вириала.

Для определения температуры поверхности звезды–аккретора перепишем выражение (1.66) с учётом равенств (1.67) и (1.69), при этом множитель  $dS_{\rm a}$  во всех трёх слагаемых можно сократить. Получаем:

$$\sigma_{\rm SB}T_{\rm a}(\boldsymbol{R})^4 = \sigma_{\rm SB}T_{\rm a,eff}^4 + \kappa f(\boldsymbol{R}), \qquad (1.70)$$

откуда следует, что искомая температура аккретора в произвольной точке его поверхности равна:

$$T_{\rm a}(\boldsymbol{R}) = \sqrt[4]{T_{\rm a,eff}^4 + \frac{\kappa f(\boldsymbol{R})}{\sigma_{\rm SB}}}.$$
 (1.71)

Выражение (1.71) получено без учёта физических условий в основании аккреционной колонки, которые могут оказать влияние на конечную температуру. Возникающая ударная волна в данной области аккреции вызывает значительный разогрев поверхности. Однако для определения местоположения зон аккреции знать точное значение температуры горячего пятна нет необходимости, так как температура в этих зонах значительно превышает её эффективное значение.

Ещё одной задачей, выполняемой по результатам численного модели-

рования структуры течения, является синтез кривых блеска, которые впоследствии используются для интерпретации наблюдений. В описываемой модели возможно построение кривых блеска в любом диапазоне электромагнитного спектра, но для сравнения с наблюдениями наибольший интерес представляют болометрические кривые и кривые блеска видимого диапазона.

На Рис. 1.3 показана расчётная схема для формирования кривых блеска.



Рис. 1.3. Расчётная схема для построения кривых блеска.

На первом шаге зададим локальную сферическую систему координат для каждого компонента (для аккретора она уже определена), центр которой совпадает с центром соответствующей звезды, а затем нанесём на поверхности звёзд координатную сетку с определённым шагом по широте и долготе. Шаг сетки выбирается исходя из требуемой точности расчёта потока излучения и доступных вычислительных ресурсов. Таким образом, мы получаем на поверхности донора и аккретора множество элементарных площадок, ограниченных линиями сетки. На Рис. 1.3 в качестве примера изображена в увеличенном масштабе одна из площадок аккретора; площадки на доноре имеют похожий вид с учётом более сложной формы звезды.

При расчёте потока излучения от элементарной площадки предполагается, что он направлен вдоль некоторого вектора, а не ограничен какимлибо телесным углом. Таким направлением является вектор нормали **n** к поверхности звезды, который восстановлен точно в центре сферической элементарной площадки (см. Рис. 1.3). Координаты вектора задаются теми же углами  $\theta$  и  $\phi$ , которыми определялось положение оси магнитного диполя (см. Рис. 1.1). При этом угол  $\theta$  равен среднему значению широт  $\theta_{cp} = (\theta_1 + \theta_2)/2$ , линии которых ограничивают данную площадку, а угол  $\phi$ — среднему значению соответствующих долгот  $\phi_{cp} = (\phi_1 + \phi_2)/2$ . Очевидно, что вдоль вектора нормали величина потока излучения будет максимальной. Значение потока в направлении наблюдателя (вдоль вектора **a**<sub>0</sub>) определяется углом  $\beta$  между векторами **n** и **a**<sub>0</sub>.

Положение центра элементарной площадки задаётся углами  $\theta_{cp}$  и  $\phi_{cp}$ , отсчитываемыми в локальной сферической системе координат каждой звезды. Для донора следует учесть, что его центр расположен на расстоянии A от начала координат. Таким образом, точка на поверхности донора задаётся вектором  $\mathbf{R}_{ds} = \mathbf{R}_{A} + \mathbf{R}_{d}$ , а её линейные координаты (x, y, z) также отсчитываются от центра аккретора.

Площадь площадки на аккреторе вычисляется согласно формуле сферической геометрии [84]:

$$dS_{\rm a} = R_{\rm a}^2 \sin\left(\frac{\theta_{\rm a1} + \theta_{\rm a2}}{2}\right) d\theta_{\rm a} d\phi_{\rm a}, \qquad (1.72)$$

где  $d\theta_{a} = \theta_{a2} - \theta_{a1}$ , а  $d\phi_{a} = \phi_{a2} - \phi_{a1}$ .

Чтобы определить размер площадки на доноре, в модели используется дополнительное построение. Внутри донора строится сфера радиусом  $|\mathbf{R}_0|$ , таким, что  $|\mathbf{R}_0| \leq |\mathbf{R}_{d \max}|$ . Далее выполняется проекция этой площадки на поверхность данной сферы. Таким образом, искомая площадь может быть вычислена по следующей формуле:

$$dS_{\rm d} = \frac{|\mathbf{R}_0|^2 \sin\left(\frac{\theta_{\rm d1} + \theta_{\rm d2}}{2}\right) d\theta_{\rm d} d\phi_{\rm d}}{\cos\alpha},\tag{1.73}$$

где  $\alpha$  — угол между векторами  $\mathbf{R_0}$  и  $\mathbf{n}$ .

При вычислении площадей по формулам (1.72)–(1.73) необходимо задать форму поверхности каждой звезды. В рассматриваемой модели аккретор задан сферой с известным уравнением:

$$x_{\rm a}^2 + y_{\rm a}^2 + z_{\rm a}^2 - R_{\rm a}^2 = 0, \qquad (1.74)$$

где  $x_{\rm a}, y_{\rm a}$  и  $z_{\rm a}$  — координаты точки на поверхности аккретора.

Поскольку донор заполняет свою полость Роша, его поверхность совпадает с соответствующей эквипотенциальной поверхностью, включающей внутреннюю точку Лагранжа  $L_1$ , и поэтому описывается уравнением (1.25). Следовательно, найти координаты точки на поверхности донора (координаты вектора  $\mathbf{R}_{ds}$ ) можно из условия

$$\Phi = \Phi(L_1) \tag{1.75}$$

Перепишем условие (1.75) с учётом принятой системы координат для всей двойной системы

$$-\frac{GM_{\rm a}}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} - \frac{GM_{\rm d}}{\sqrt{(x - A)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{GM_{\rm d}}{\sqrt{(x - A)^2 + y^2 + z^2}} - \frac{\Omega^2}{2} \left[ (x - x_{\rm c})^2 + (y - y_{\rm c})^2 + (z - z_{\rm c})^2 \right] = \Phi(L_1), \quad (1.76)$$

где x, y и z — координаты произвольной точки двойной системы (в данном

случае — точки на поверхности донора),  $x_c$ ,  $y_c$  и  $z_c$  — координаты центра масс двойной системы. Потенциал в точке  $L_1 \Phi(L_1)$  можно определить, если подставить координаты данной точки в левую часть равенства (1.76). Вычислить координаты этой точки  $L_1(x_{L1}, y_{L1}, z_{L1})$ , где  $y_{L1} = 0$  и  $z_{L1} = 0$ , можно из условия  $\nabla \Phi = 0$ , переписав его в виде

$$\frac{A^2}{x_{\rm L1}^2} - \frac{x_{\rm L1}}{A} = \frac{M_{\rm d}}{M_{\rm a}} \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{x_{\rm L1}}{A}\right)^2} + \frac{x_{\rm L1}}{A} - 1 \right].$$
 (1.77)

Уравнение (1.77) не имеет аналитического решения, поэтому для получения требуемого результата следует воспользоваться каким-либо численным методом.

Для вычисления искомого потока излучения необходимо выполнить последний шаг — определить положение вектора нормали **n** к поверхности элементарной площадки. В общем случае вектор нормали задаётся известной из аналитической геометрии формулой [85]:

$$\mathbf{n} = [n_{\mathrm{x}}, n_{\mathrm{y}}, n_{\mathrm{z}}] = \left[-\frac{\nabla f_{\mathrm{x}}}{|\nabla f|}, -\frac{\nabla f_{\mathrm{y}}}{|\nabla f|}, -\frac{\nabla f_{\mathrm{z}}}{|\nabla f|}\right], \qquad (1.78)$$

где функция *f* определяет поверхность, к которой строится нормаль. Знак «минус» перед частными производными в этой формуле показывает, что нормаль направлена наружу по отношению к поверхности звезды, а не к её центру.

Для аккретора уравнение (1.78) перепишется в виде

$$\mathbf{n}_{\rm a} = [n_{\rm x}, n_{\rm y}, n_{\rm z}] = \left[ -\frac{x_a}{R_{\rm a}}, -\frac{y_a}{R_{\rm a}}, -\frac{z_a}{R_{\rm a}} \right],$$
(1.79)

а для донора получаем

$$\mathbf{n}_{\mathrm{d}} = [n_{\mathrm{x}}, n_{\mathrm{y}}, n_{\mathrm{z}}] = \left[-\frac{\nabla\Phi_{\mathrm{x}}}{|\nabla\Phi|}, -\frac{\nabla\Phi_{\mathrm{y}}}{|\nabla\Phi|}, -\frac{\nabla\Phi_{\mathrm{z}}}{|\nabla\Phi|}\right], \qquad (1.80)$$

где функция  $\Phi$  задана уравнением (1.75),  $|\nabla \Phi| = \sqrt{\nabla \Phi_x^2 + \nabla \Phi_y^2 + \nabla \Phi_z^2}$ .

Теперь вычислим поток в направлении наблюдателя. При этом необходимо учесть ориентацию элементарной площадки (её вектора нормали) относительно луча зрения. Она определяется углом  $\beta$  (Рис. 1.3). Координаты вектора луча зрения **a**<sub>0</sub> задаются наклонением орбиты *i* двойной системы к картинной плоскости.

В рамках данного исследования выполняется построение двух типов кривых блеска — болометрической и кривой блеска видимого диапазона спектра. В втором случае в качестве основы вычисления потока будет использоваться функция Планка в заданном диапазоне длин волн (частот), в первом случае для той же цели применяется закон Стефана-Больцмана как интеграл функции Планка по всему электромагнитному спектру.

Итак, сначала рассчитаем болометрические кривые блеска. Для аккретора болометрический поток излучения с учётом равенства (1.69) равен

$$F_{\rm a,bol} = \int_{0}^{S_a} \sigma_{\rm SB} T_{\rm a}(\boldsymbol{R})^4 \cos\beta \, dS.$$
(1.81)

В полярах, состоящих чаще всего из красного (донор) и белого (аккретор) карликов, основной вклад в болометрический поток излучения вносит последний, его горячие пятна, поэтому в данном случае светимостью донора с достаточной точностью можно пренебречь. Однако при синтезе кривых блеска видимого диапазона излучение донора имеет заметную величину и тогда при его расчёте необходимо принять во внимание ещё один физический эффект — прогрев донора рентгеновским излучением горячих пятен. На Рис. 1.4 показана расчётная схема для данной задачи.

Методика нахождения температуры площадки донора, прогреваемой излучением горячего пятна, аналогична выше описанной процедуре расчёта температуры поверхности аккретора в зоне энерговыделения. В спокой-



Рис. 1.4. Расчётная схема для учёта эффекта прогрева поверхности донора излучением горячих пятен аккретора.

ном состоянии болометрическая светимость данной площадки соответствует эффективной температуре красного карлика

$$F_{\rm d,eff} = \sigma_{\rm SB} T_{\rm d,eff}^4 dS_{\rm d}, \qquad (1.82)$$

Теперь, чтобы рассчитать падающее на элементарную площадку донора излучение горячего пятна, вычислим рентгеновскую светимость последнего. Поскольку точное положение и размеры горячего пятна в заданный момент времени определить сложно, для поставленной задачи достаточно вычислить интегральный рентгеновский поток излучения всей поверхности аккретора. Очевидно, что зоны поверхности белого карлика, на которые не происходит аккреция вещества из струи или из общей оболочки системы, имеют эффективную светимость, описываемую формулой (1.67) и не влияют на формирование рентгеновского потока. Таким образом, при сканировании всех площадок аккретора в рентгеновском диапазоне выделяются только те из них, которые имеют отношение к горячим пятнам.

Выделив конкретную площадку, входящую в горячее пятно, посчи-

таем, какая часть её рентгеновского потока  $L_{a,X}$  будет вызывать дополнительный нагрев заданной площадки на доноре. Для этого необходимо учесть взаимное положение обеих площадок, определяемое углами  $\gamma$  и  $\varepsilon$  (см. Рис. 1.4), а также ослабление излучения при прохождении расстояния между излучателем и приёмником — модуля вектора  $|\mathbf{d}|$ . Длину вектора  $\mathbf{d}$  найдём из соотношения

$$\mathbf{d} = \mathbf{R}_{\rm ds} - \mathbf{R}_{\rm a} \tag{1.83}$$

Тогда падающий рентгеновский поток на площадку донора будет равен

$$L_{\rm d,heat} = \frac{K L_{\rm a,X} \cos \gamma \cos \varepsilon}{4\pi |\mathbf{d}|^2},\tag{1.84}$$

где K — коэффициент переработки донором рентгеновского излучения горячих пятен. Его значение изменяется от 0 до 1 и может быть выбрано исходя из требуемого соответствия наблюдательных и синтетических кривых блеска. Чаще всего  $K = 0.1 \div 0.5$ . С учётом эффекта прогрева результирующая температура площадки на доноре будет равна

$$T_{\rm d}(\boldsymbol{R}_{\rm d}) = \sqrt[4]{T_{\rm d,eff}^4 + \frac{L_{\rm d,heat}}{\sigma_{\rm SB}}},$$
(1.85)

Окончательно болометрический поток излучения донора с учётом выше описанных эффектов будет выглядеть аналогично (1.81) следующим образом

$$F_{\rm d,bol} = \int_{0}^{S_{\rm d}} \sigma_{\rm SB} T_{\rm d}(\boldsymbol{R})^4 \cos\beta \, dS \tag{1.86}$$

Суммируя значения потоков, рассчитанных по формулам (1.81) и (1.86), получаем общий поток излучения двойной звезды для заданного момента времени t. Чтобы получить искомую кривую блеска на типовом временном отрезке  $t_{\rm r}$  — орбитальном периоде или периоде биений, — необходимо повторить расчёт интегрального потока излучения для каждой фа-

зы этих периодов. Следовательно, функция кривой блеска будет иметь вид:

$$F_{\rm LC,0} = \int_{0}^{t_{\rm r}} (F_{\rm a} + F_{\rm d}) \, dt.$$
 (1.87)

При построении кривых блеска заданного диапазона частот от  $\nu_{\min}$  до  $\nu_{\max}$  электромагнитного спектра соотношения (1.81) и (1.86) несколько изменятся, поскольку теперь необходимо вычислить двойной интеграл — по частотному диапазону и интеграл функции Планка  $B_{\nu}(T)$  по площади поверхности звёзд. Тогда искомые выражения для потоков примут вид

$$F_{\rm a,\nu} = \int_{\nu_{\rm min}}^{\nu_{\rm max}} d\nu \int_{0}^{S_{\rm a}} dS \, B_{\nu}(T_{\rm a}) \cos \beta \tag{1.88}$$

$$F_{\rm d,\nu} = \int_{\nu_{\rm min}}^{\nu_{\rm max}} d\nu \int_{0}^{S_{\rm d}} dS \, B_{\nu}(T_{\rm d}) \cos\beta \tag{1.89}$$

Полученная кривая блеска, болометрическая или видимого диапазона, является функцией источника излучения. На пути следования потока лучистой энергии к наблюдателю возникает его ослабление при прохождении через межзвёздную среду. В рассматриваемой модели величина ослабления оценивается только в рамках расчётной области, на остальной части пути к приёмнику считается, что излучение не претерпевает изменений. Методика оценки поглощения и рассеяния излучения была изложена в Разделе 1.1. Здесь же отметим, что учёт этих параметров при синтезе кривых блеска производился интегрально, при этом в качестве геометрического размера области ослабления излучения использовался отрезок луча зрения, равный расстоянию от данной площадки на поверхности звезды до границы расчётной области.

Функция кривой блеска (1.87) с учётом эффектов поглощения и рас-

сеяния излучения примет вид:

$$F_{\rm LC} = F_{\rm LC,0} \exp(-\tau).$$
 (1.90)

При построении кривых блеска для затменных двойных систем требуется учитывать взаимное перекрытие одним компонентом другого на определённых фазах орбитального периода. В эти моменты времени интегральный поток излучения от затмеваемого компонента равен нулю, либо уменьшается пропорционально закрываемой площади. Решение данной задачи можно найти аналитически. Поскольку в нашей модели формы аккретора и донора заданы явными функциями, то обнаружить препятствие на пути следования потока излучения от источника в виде поверхности соседнего компонента нетрудно. С этой целью необходимо записать параметрическое уравнение прямой, вдоль которой распространяется излучение от источника. В общем виде оно имеет следующий вид [85]:

$$\begin{cases} x = x_0 + a_x t \\ y = y_0 + a_y t \\ z = z_0 + a_z t, \end{cases}$$
(1.91)

где x, y, z — координаты произвольной точки на прямой,  $x_0, y_0, z_0$  — координаты начального вектора прямой (в данном случае — координаты точки на поверхности звезды — источника излучения),  $a_x, a_y, a_z$  — координаты направляющего вектора прямой (координаты вектора луча зрения  $\mathbf{a}_0$ ), t — параметр движения вдоль прямой.

При вычислении потока излучения от конкретной площадки с координатами  $x_0$ ,  $y_0$ ,  $z_0$ , помимо определения его значения, дополнительно проверяется условие перекрытия потока соседним компонентом на пути к наблюдателю. Для этого необходимо найти общее решение двух уравнений при увеличении параметра t с некоторым шагом: одно из них — это уравнение прямой, вдоль которой распространяется поток излучения от данной звезды (1.91), а другое — уравнение поверхности соседнего компонента (1.74) или (1.76) соответственно. Максимальное значение t выбирается таким, чтобы поиск решения ограничивался размером расчётной области. Если эта система имеет хотя бы одно решение, то имеет место затмение, и тогда поток излучения от данной площадки в данный момент времени считается равным нулю. В противном случае поток ничем не перекрывается и достигает наблюдателя.

### 1.3. Численная модель

#### 1.3.1. Начальные и граничные условия

В численной модели использованы следующие начальные и граничные условия. В оболочке звезды-донора нормальная компонента скорости по отношению к его поверхности  $v_n$  задавалась равной локальной скорости звука  $c_s$ , соответствующей эффективной температуре донора  $T_d$ . Плотность газа в оболочке донора  $\rho(L_1)$  определяется из выражения для темпа массообмена через внутреннюю точку Лагранжа  $L_1$ :

$$\dot{M} = \rho(L_1) v_n S_{\rm s} \tag{1.92}$$

где площадь сечения струи  $S_{\rm s}$  из донора вычисляется по формуле [11,88]:

$$S_{\rm s} = \frac{\pi c_s^2}{4\Omega^2} g_y(q) g_z(q), \qquad (1.93)$$

 $g_y(q)$  и  $g_z(q)$  — безразмерные параметры, зависящие от отношения масс  $q = M_{\rm d}/M_{\rm a}$  компонентов двойной системы и определяющие соответственно

большую и малую полуоси эллиптического сечения струи

$$g_y(q) = \frac{2\sqrt{2(q+1)}}{\sqrt{\frac{q}{(x_{\rm L1}/A)^3} + \frac{1}{(1-x_{\rm L1}/A)^3} - (q+1)}},$$
(1.94)

$$g_z(q) = \frac{2\sqrt{2(q+1)}}{\sqrt{\frac{q}{(x_{\rm L1}/A)^3} + \frac{1}{(1-x_{\rm L1}/A)^3}}}.$$
(1.95)

Аккретор определён сферой радиусом  $R_a$ , на границе которой заданы условия свободного втекания. На внешних границах расчётной области заданы постоянные граничные условия: плотность  $\rho_b = 10^{-8}\rho(L_1)$ , температура  $T_b = T_*$ , магнитное поле  $\boldsymbol{b}_b = 0$ . Для скорости  $\boldsymbol{v}_b$  были заданы условия свободного истечения: когда скорость направлена наружу, использовались симметричные граничные условия  $\partial \boldsymbol{v}_b/\partial \boldsymbol{n} = 0$ , а когда скорость направлена внутрь, использовались условия  $\boldsymbol{v}_b = 0$ . Начальные условия в расчётной области: плотность  $\rho_0 = 10^{-8}\rho(L_1)$ , температура  $T_0 = T_*$ , скорость  $\boldsymbol{v}_0 = 0$  и магнитное поле  $\boldsymbol{b}_0 = 0$ .

# 1.3.2. Алгоритм решения МГД уравнений

Для численного решения уравнений модифицированной магнитной гидродинамики (1.36)—(1.39) используется алгоритм, состоящий из нескольких последовательных этапов, возникающих в результате применения метода расщепления по физическим процессам. Предположим, что нам известно распределение всех величин на расчетной сетке в момент времени  $t^n$ . Тогда для получения значений в следующий момент времени  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$  последовательно решаются следующие подзадачи [11,50,89].

На первом этапе алгоритма из исходной системы уравнений (1.36)– (1.39) выделяется гиперболическое ядро, описывающее динамику плазмы в собственном магнитном поле:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{v}) = 0 \tag{1.96}$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \nabla) \boldsymbol{v} \right] = -\nabla P - \boldsymbol{b} \times \nabla \times \boldsymbol{b}$$
(1.97)

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = \nabla \times (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{b}) \tag{1.98}$$

$$\rho \left[ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + (\boldsymbol{v} \cdot \nabla) \varepsilon \right] + P \nabla \cdot \boldsymbol{v} = 0.$$
 (1.99)

Эта система уравнений по своему виду совпадает с системой уравнений идеальной МГД, в которой, однако, вместо полного магнитного поля *B* используется его возмущение *b*. В применяемой численной модели для решения этой системы использовалась схема Poy [11, 62, 90] для уравнений магнитной гидродинамики с повышающей поправкой Ошера [91], которая подробно описана в Подразделе 1.3.3.

На втором этапе алгоритма учитывается изменение скорости за счет влияния силы Кориолиса и градиента потенциала Роша:

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t} = 2\left(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\Omega}\right) - \nabla \Phi.$$
(1.100)

На третьем этапе алгоритма учитывается сила трения при движении плазмы поперек магнитных линий, а также генерация магнитного поля за счёт этого движения. Соответствующие уравнения могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}_{\perp}}{\partial t} = -\frac{\boldsymbol{v}_{\perp}}{t_w},\tag{1.101}$$

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = \nabla \times \left( \boldsymbol{v}_{\perp} \times \boldsymbol{B}_{*} \right). \tag{1.102}$$

На четвертом этапе алгоритма учитываются эффекты диффузии маг-

нитного поля, что сводится к решению уравнения

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} = -\nabla \times \left[\eta_w \left(\nabla \times \boldsymbol{b}\right)\right]. \tag{1.103}$$

На пятом этапе учитываются эффекты радиационного нагрева и охлаждения, а также нагрева за счет диссипации токов:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{n}{m_{\rm p}} (\Gamma - \Lambda) + \frac{\boldsymbol{v}_{\perp}^2}{t_w}.$$
(1.104)

Наконец, на завершающем этапе алгоритма производится очистка дивергенции магнитного поля **b**. Для этого используется метод обобщенного множителя Лагранжа [92], который сводится к решению дополнительной системы уравнений:

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}}{\partial t} + \nabla \phi = 0, \qquad (1.105)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c_h^2 \, \nabla \cdot \boldsymbol{b} = -\frac{c_h^2}{c_p^2} \phi, \qquad (1.106)$$

где вспомогательная величина  $\phi$  представляет собой обобщенный множитель Лагранжа, а  $c_h$  и  $c_p$  — свободные параметры метода. Из этих уравнений следует, что в точках, в которых  $\phi = 0$ , магнитное поле автоматически удовлетворяет условию  $\nabla \cdot \boldsymbol{b} = 0$ . Диссипация величины  $\phi$  обеспечивается правой частью уравнения (1.106).

### 1.3.3. Разностная МГД схема Роу-Эйнфельдта-Ошера

### Матрица Роу

В основе схемы Роу [93] лежит не точный, как в оригинальной схеме Годунова [94], а приближенный метод решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва. В этом методе вместо решения исходной одномерной системы уравнений гиперболического типа (**u** — вектор консервативных переменных,  $\mathbf{F}$  — вектор потоков)

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = 0, \qquad (1.107)$$

с начальными условиями

$$\mathbf{u}(x,0) = \begin{cases} \mathbf{u}_L, & x < 0, \\ \mathbf{u}_R, & x > 0 \end{cases}$$
(1.108)

решается линеаризованная задача

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \hat{A}_*(\mathbf{u}_L, \mathbf{u}_R) \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = 0$$
(1.109)

с теми же начальными условиями. Для того чтобы решения исходной (1.107) и линеаризованной (1.109) задач были согласованными, матрица  $\hat{A}_*$  должна удовлетворять определенным условиям.

1) Матрица  $\hat{A}_*$  должна быть гиперболической. В противном случае задача Римана для системы линеаризованных уравнений (1.109) теряет смысл.

2) Матрица  $\hat{A}_*$  должна быть согласованной с матрицей гиперболичности  $\hat{A} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{u}$  исходной системы уравнений (1.107). Это означает, что в пределе при  $\mathbf{u}_L \to \mathbf{u}_R = \mathbf{u}$  матрица  $\hat{A}_*(\mathbf{u}_L, \mathbf{u}_R)$  должна гладко переходить в  $\hat{A}(\mathbf{u})$ .

3) Матрица  $\hat{A}_*$  должна удовлетворять условию консервативности по отношению к разрывам:

$$\hat{A}_*(\mathbf{u}_L, \mathbf{u}_R) \cdot \Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{F}, \qquad (1.110)$$

где обозначено  $\Delta \mathbf{u} = \mathbf{u}_R - \mathbf{u}_L$ ,  $\Delta \mathbf{F} = \mathbf{F}_R - \mathbf{F}_L$ . Это соотношение в методе Роу является ключевым. При таком выборе матрицы  $\hat{A}_*$  решение приближенной задачи о распаде разрыва удовлетворяет тем же интегральным законам сохранения, что и решение исходной нелинейной системы.

Рассмотрим случай плоского МГД течения. Будем считать, что магнитное поле и скорость газа имеют все три компоненты  $\boldsymbol{B} = (B_x, B_y, B_z)$ ,  $\boldsymbol{v} = (v_x, v_y, v_z)$ . Поскольку в плоском течении компонента магнитного поля  $B_x = \text{const}$ , уравнения одномерной МГД в консервативной форме можно записать в виде (1.107), где векторы консервативных переменных и потоков определяются выражениями:

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho v_z \\ B_y \\ B_z \\ e_T \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x + P_T \\ \rho v_x v_y - B_x B_y \\ \rho v_x v_z - B_x B_z \\ v_x B_y - v_y B_x \\ v_x B_z - v_z B_x \\ \rho h v_x - B_x (\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{B}) \end{pmatrix}. \quad (1.111)$$

Здесь использованы обозначения для плотности полной энергии

$$e_{\mathrm{T}} = \rho \varepsilon + \rho \frac{\boldsymbol{v}^2}{2} + \frac{\boldsymbol{B}^2}{2}, \qquad (1.112)$$

полного давления

$$P_{\rm T} = P + \frac{\boldsymbol{B}^2}{2} \tag{1.113}$$

и полной энтальпии h, определяемой соотношением

$$\rho h = e_{\mathrm{T}} + P_{\mathrm{T}}.\tag{1.114}$$

Отметим, что из этой системы уравнений исключено уравнение для компоненты  $B_x$ . Фактически эта величина является параметром течения. При записи всех этих выражений использована удобная для численного моделирования система единиц, в которой множитель  $4\pi$  в уравнениях МГД не возникает. Давление P, внутренняя энергия  $\varepsilon$  и плотность  $\rho$  связаны уравнением состояния идеального газа (1.62).

Следуя работе [90], по аналогии с газодинамическим случаем введем промежуточные значения для плотности  $\rho_*$ , скорости  $\boldsymbol{v}_*$ , индукции магнитного поля  $\boldsymbol{B}_*$  и полной энтальпии  $h_*$ :

$$\rho_* = \sqrt{\rho_L \rho_R},\tag{1.115}$$

$$\boldsymbol{v}_* = \frac{\sqrt{\rho_L} \boldsymbol{v}_L + \sqrt{\rho_R} \boldsymbol{v}_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}},\tag{1.116}$$

$$\boldsymbol{B}_{*} = \frac{\sqrt{\rho_{R}}\boldsymbol{B}_{L} + \sqrt{\rho_{L}}\boldsymbol{B}_{R}}{\sqrt{\rho_{L}} + \sqrt{\rho_{R}}},$$
(1.117)

$$h_* = \frac{\sqrt{\rho_L}h_L + \sqrt{\rho_R}h_R}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}.$$
(1.118)

Если теперь в качестве матрицы Роу  $\hat{A}_*$  мы возьмем матрицу гиперболичности  $\hat{A} = \partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{u}$  системы уравнений МГД (1.107), (1.111) и подставим в нее вместо исходных величин  $\rho$ ,  $\boldsymbol{v}$ ,  $\boldsymbol{B}$  и h соответствующие их средние значения (1.115)–(1.118), то такая матрица не будет удовлетворять условию Роу:

$$\hat{A}(\mathbf{u}_*) \cdot \Delta \mathbf{u} - \Delta \mathbf{F} = \delta \hat{A}(\mathbf{u}_L, \mathbf{u}_R) \cdot \Delta \mathbf{u}.$$
(1.119)

Правая часть этого соотношения определяет некоторое несоответствие, которое должно компенсироваться в матрице Роу  $\hat{A}_* = \hat{A}(\mathbf{u}_*) + \delta \hat{A}$ . Легко видеть, что корректирующая матрица  $\delta \hat{A}$  определена неоднозначно, поскольку система уравнений (1.119) для компонент этой матрицы является переопределенной. Поэтому имеется некоторая свобода в выборе матрицы  $\delta \hat{A}$  и, следовательно, матрицы Роу  $\hat{A}_*$ . Однако нельзя при этом забывать, что окончательная матрица Роу  $\hat{A}_*$  должна удовлетворять сформулированным выше трем условиям.

Матрица  $\delta \hat{A}$  оказывается нулевой только в частном случае показателя адиабаты  $\gamma = 2$  [95]. В работе [90] (см. также [62,96]) корректирующая матрица  $\delta \hat{A}$  построена для случая уравнений МГД с произвольным значением показателя адиабаты  $\gamma$ , лежащим в пределах  $1 < \gamma \leq 2$ . Эта матрица имеет только одну независимую компоненту и корректирует первый столбец матрицы  $\hat{A}(\mathbf{u}_*)$ .

Представим матрицу Роу в следующей форме [11]:

$$\hat{A}_{*} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} & A_{25} & A_{26} & \gamma - 1 \\ -v_{y}v_{x} & v_{y} & v_{x} & 0 & -B_{x} & 0 & 0 \\ -v_{x}v_{z} & v_{z} & 0 & v_{x} & 0 & -B_{x} & 0 \\ A_{51} & B_{y}/\rho & -B_{x}/\rho & 0 & v_{x} & 0 & 0 \\ A_{61} & B_{z}/\rho & 0 & -B_{x}/\rho & 0 & v_{x} & 0 \\ A_{71} & A_{72} & A_{73} & A_{74} & A_{75} & A_{76} & \gamma v_{x} \end{pmatrix}, \quad (1.120)$$

где

$$A_{21} = (2 - \gamma)X + \frac{\gamma - 1}{2}\boldsymbol{v}^2 - v_x^2, \qquad (1.121)$$

$$A_{22} = (3 - \gamma)v_x, \quad A_{23} = (1 - \gamma)v_y, \quad A_{34} = (1 - \gamma)v_z, \quad (1.122)$$

$$A_{25} = (2 - \gamma)B_y, \quad A_{26} = (2 - \gamma)B_z, \tag{1.123}$$

$$A_{51} = \frac{v_y B_x - v_x B_y}{\rho}, \quad A_{61} = \frac{v_z B_x - v_x B_z}{\rho}, \tag{1.124}$$

$$A_{71} = v_x \left( A_{21} + v_x^2 - h \right) + \frac{B_x}{\rho} \left( \boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{B} \right), \qquad (1.125)$$

$$A_{72} = h + (1 - \gamma)v_x^2 - \frac{B_x^2}{\rho}, \qquad (1.126)$$

$$A_{73} = (1 - \gamma)v_x v_y - \frac{B_x B_y}{\rho}, \qquad (1.127)$$

$$A_{74} = (1 - \gamma)v_x v_z - \frac{B_x B_z}{\rho}, \qquad (1.128)$$

$$A_{75} = (2 - \gamma)v_x B_y - v_y B_x, \quad A_{76} = (2 - \gamma)v_x B_z - v_z B_x.$$
(1.129)

Здесь для упрощения записи опущены звездочки для обозначения промежуточных величин (1.115)–(1.118). По сравнению с матрицей  $\hat{A}(\mathbf{u}_*)$  матрица  $\hat{A}_*$  содержит дополнительные члены, связанные с корректирующей матрицей  $\delta \hat{A}$ . Эти изменения касаются только первого столбца, в котором коррекция определяется единственным положительным параметром

$$X = \frac{1}{2} \frac{\Delta B_y^2 + \Delta B_z^2}{\left(\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}\right)^2}.$$
(1.130)

### Собственные значения

Для записи собственных значений и собственных векторов матрицы (1.120) удобно использовать выражение для промежуточного значения скорости звука *c*<sub>\*</sub>, которое определяется следующей формулой:

$$c_*^2 = (\gamma - 1) \left( h - \frac{\mathbf{v}^2}{2} - \frac{\mathbf{B}^2}{\rho} \right) + (2 - \gamma)X.$$
 (1.131)

Это выражение использовано в работе [90]. Второе слагаемое в правой части появляется из-за описанной выше модификации первого столбца матрицы Роу. Первое слагаемое, как и в газодинамическом случае [97], можно переписать в более удобном для численного моделирования виде, поскольку оно может приводить к ошибкам, когда сумма кинетической и магнитной
энергии существенно превышает внутреннюю энергию газа. Для случая уравнений МГД получаем следующее выражение:

$$c_*^2 = \frac{\sqrt{\rho_L}c_L^2 + \sqrt{\rho_R}c_R^2}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}} + \frac{\gamma - 1}{2} \frac{\rho(\Delta \boldsymbol{v})^2}{\left(\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}\right)^2} + \frac{(\gamma - 1)(\Delta \boldsymbol{B})^2}{\left(\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}\right)^2} + (2 - \gamma)X.$$
(1.132)

По сравнению с оригинальной формулой Эйнфельдта [97], в выражении (1.131) появилось дополнительное слагаемое, обусловленное наличием магнитного поля.

Матрица Роу (1.120) имеет следующий набор собственных значений:

$$\lambda_{\pm F} = v_x \pm u_F, \quad \lambda_{\pm S} = v_x \pm u_S, \quad \lambda_{\pm A} = v_x \pm u_A, \quad \lambda_E = v_x, \quad (1.133)$$

где индексы *F*, *S*, *A* и *E* соответствуют быстрой, медленной, альфвеновской и энтропийной характеристикам. Величины

$$u_{F,S} = \sqrt{\frac{c_*^2 + \boldsymbol{a}^2}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(c_*^2 + \boldsymbol{a}^2)^2 - 4c_*^2 u_A^2}}$$
(1.134)

описывают быструю и медленную магнитозвуковые скорости, а

$$u_A = \frac{|B_x|}{\sqrt{\rho}}, \quad \boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{B}}{\sqrt{\rho}}.$$
 (1.135)

Нетрудно убедиться, что имеют место следующие полезные соотношения:

$$u_F^2 u_S^2 = u_A^2 c_*^2, (1.136)$$

$$\left(u_F^2 - c_*^2\right)\left(c_*^2 - u_S^2\right) = c_*^2 a_\perp^2, \qquad (1.137)$$

$$\left(u_F^2 - c_*^2\right)\left(u_F^2 - u_A^2\right) = u_F^2 a_\perp^2, \qquad (1.138)$$

$$\left(c_{*}^{2}-u_{S}^{2}\right)\left(u_{A}^{2}-u_{S}^{2}\right)=u_{S}^{2}a_{\perp}^{2},$$
(1.139)

где обозначено

$$a_{\perp} = \frac{B_{\perp}}{\sqrt{\rho}}, \quad B_{\perp} = \sqrt{B_y^2 + B_z^2}.$$
 (1.140)

# Собственные векторы

Правые собственные векторы  $\mathbf{r}_{\alpha}$  матрицы Роу (1.115) могут быть представлены в виде:

$$\mathbf{r}_{\pm F} = \begin{bmatrix} 1 \\ v_x \pm u_F \\ v_y \mp \chi_F B_x B_y \\ v_z \mp \chi_F B_x B_z \\ \chi_F u_F B_y \\ \chi_F u_F B_z \\ r_{\pm F}^7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_{\pm A} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \pm S\sqrt{\rho}B_z \\ \mp S\sqrt{\rho}B_y \\ -B_z \\ B_y \\ \pm S\sqrt{\rho}(v_y B_z - v_z B_y) \end{bmatrix}, \quad (1.141)$$

$$\mathbf{r}_{\pm S} = \begin{bmatrix} 1 \\ v_x \pm u_S \\ v_y \pm \chi_S B_x B_y \\ v_z \pm \chi_S B_x B_z \\ -\chi_S u_S B_z \\ -\chi_S u_S B_z \\ r_{\pm S}^7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_E = \begin{bmatrix} 1 \\ v_x \\ v_y \\ v_z \\ 0 \\ 0 \\ \frac{v^2}{2} + \frac{\gamma - 2}{\gamma - 1}X \end{bmatrix}, \quad (1.142)$$

где обозначено  $S = \operatorname{sign}(B_x),$ 

$$\chi_F = \frac{u_F}{\rho(u_F^2 - u_A^2)}, \quad \chi_S = \frac{u_S}{\rho(u_A^2 - u_S^2)}, \quad (1.143)$$

$$r_{\pm F}^{7} = h \pm u_{F}v_{x} - u_{A}^{2} \mp \chi_{F}B_{x}(v_{y}B_{y} + v_{z}B_{z}) + \chi_{F}\rho\frac{u_{A}^{2}a_{\perp}^{2}}{u_{F}}, \qquad (1.144)$$

$$r_{\pm S}^7 = h \pm u_S v_x - u_A^2 \pm \chi_S B_x (v_y B_y + v_z B_z) - \chi_S \rho \frac{u_A^2 a_\perp^2}{u_S}.$$
 (1.145)

Соответствующие левые собственные векторы <br/>  $\mathbf{l}^{\alpha}$ матрицы Роу (1.107) запишем в виде:

$$\mathbf{l}^{\pm F} = \frac{1}{N_F} \Big[ l_1^{\pm F}, (1-\gamma)v_x \pm u_F, (1-\gamma)v_y \mp \chi_F B_x B_y, (1-\gamma)v_z \mp \chi_F B_x B_z, (1-\gamma)B_y + \chi_F \rho u_F B_y, (1-\gamma)B_z + \chi_F \rho u_F B_z, \gamma - 1 \Big], \quad (1.146)$$

$$\mathbf{l}^{\pm A} = \frac{1}{N_A} \Big[ \mp S \frac{v_y B_z - v_z B_y}{\sqrt{\rho}}, 0, \pm S \frac{B_z}{\sqrt{\rho}}, \mp S \frac{B_y}{\sqrt{\rho}}, -B_z, B_y, 0 \Big], \qquad (1.147)$$

$$\mathbf{l}^{\pm S} = \frac{1}{N_S} \Big[ l_1^{\pm S}, (1-\gamma)v_x \pm u_S, (1-\gamma)v_y \pm \chi_S B_x B_y, (1-\gamma)v_z \pm \chi_S B_x B_z, (1-\gamma)B_y - \chi_S \rho u_S B_y, (1-\gamma)B_z - \chi_S \rho u_S B_z, \gamma - 1 \Big], \quad (1.148)$$

$$\mathbf{l}^{\pm E} = \frac{1}{N_E} \Big[ \frac{c_*^2}{\gamma - 1} - \frac{2 - \gamma}{\gamma - 1} X - \frac{\boldsymbol{v}^2}{2}, v_x, v_y, v_z, B_y, B_z, -1 \Big], \quad (1.149)$$

где

$$l_1^{\pm F} = (\gamma - 1)\frac{\boldsymbol{v}^2}{2} \mp v_x u_F + (2 - \gamma)X \pm \chi_F B_x (v_y B_y + v_z B_z), \qquad (1.150)$$

$$l_1^{\pm S} = (\gamma - 1)\frac{\boldsymbol{v}^2}{2} \mp v_x u_S + (2 - \gamma)X \mp \chi_S B_x (v_y B_y + v_z B_z), \qquad (1.151)$$

а нормирующие множители

$$N_F = c_*^2 + u_F^2 \left[ 1 + a_\perp^2 \frac{u_F^2 + u_A^2}{(u_F^2 - u_A^2)^2} \right], \qquad (1.152)$$

$$N_S = c_*^2 + u_S^2 \left[ 1 + a_\perp^2 \frac{u_S^2 + u_A^2}{(u_A^2 - u_S^2)^2} \right], \qquad (1.153)$$

$$N_A = 2B_\perp^2, \quad N_E = \frac{c_*^2}{\gamma - 1}.$$
 (1.154)

# Нормировка собственных векторов

Выписанные выше собственные векторы удовлетворяют условиям

$$\mathbf{l}^{\alpha} \cdot \mathbf{r}_{\beta} = \delta^{\alpha}_{\beta}, \qquad (1.155)$$

где  $\delta^{\alpha}_{\beta}$  — символ Кронекера. Сами векторы  $\mathbf{r}_{\alpha}$  и  $\mathbf{l}^{\alpha}$  при этом не являются единичными. Однако на практике использовать их в таком виде не всегда удобно. Дело в том, что при вычислении компонент этих векторов в особых случаях могут возникать неопределенности. Эти случаи соответствуют двойной точке и тройной точке. В двойной точке ( $B_{\perp} = 0$ ) альфвеновская характеристика сливается либо с медленной, либо с быстрой магнитозвуковой характеристиками. В тройной точке ( $B_{\perp} = 0$  и  $u_A = c_*$ ) сливаются все три характеристики: альфвеновская, быстрая и медленная.

Для разрешения неопределенности, возникающих в этих особых случаях, собственные векторы для альфвеновских, быстрых и медленных характеристик следует перенормировать. При этом векторы  $\mathbf{r}_E$  и  $\mathbf{l}^E$  для энтропийной характеристики перенормировать не нужно, поскольку они неопределенностей не содержат. Перенормировку векторов можно осуществить с помощью следующего преобразования

$$\mathbf{r} \to k\mathbf{r}, \quad \mathbf{l} \to \frac{1}{k}\mathbf{l},$$
 (1.156)

где *k* — соответствующим образом подобранный множитель. Очевидно, что преобразование (1.156) не нарушает условий (1.155).

Для альфвеновских векторов удобно выбрать множитель  $k = S/B_{\perp}$ . В этом случае получаем:

$$\mathbf{r}_{\pm A} = \left[0, 0, \pm \sqrt{\rho}\beta_z, \mp \sqrt{\rho}\beta_y, -S\beta_z, S\beta_y, \pm \sqrt{\rho}(v_y\beta_z - v_z\beta_y)\right]^T, \quad (1.157)$$

$$\mathbf{l}^{\pm A} = \frac{1}{2} \Big[ \mp \frac{v_y \beta_z - v_z \beta_y}{\sqrt{\rho}}, 0, \pm \frac{\beta_z}{\sqrt{\rho}}, \mp \frac{\beta_y}{\sqrt{\rho}}, -S\beta_z, S\beta_y, 0 \Big],$$
(1.158)

где

$$\beta_y = \frac{B_y}{B_\perp}, \quad \beta_z = \frac{B_z}{B_\perp}, \tag{1.159}$$

а значок T означает транспонирование. Коэффициенты  $\beta_y$  и  $\beta_z$  представляют собой косинус и синус угла наклона вектора  $B_{\perp}$  к оси y. В вырожденном случае  $B_{\perp} = 0$  этот угол является неопределенным. Поэтому коэффициенты  $\beta_y$  и  $\beta_z$  могут иметь произвольные значения, удовлетворяющие условию  $\beta_y^2 + \beta_z^2 = 1$ . В частности, в двойной точке  $(B_{\perp} = 0)$  можно выбрать значения  $\beta_y = \beta_z = 1/\sqrt{2}$ .

Для магнитозвуковых характеристик перенормировка собственных векторов осуществляется с помощью множителей

$$\alpha_F = \sqrt{\frac{c_*^2 - u_S^2}{u_F^2 - u_S^2}}, \quad \alpha_S = \sqrt{\frac{u_F^2 - c_*^2}{u_F^2 - u_S^2}}.$$
(1.160)

Используя соотношения (1.137)–(1.140), находим:

$$\mathbf{r}_{\pm F} = \begin{pmatrix} \alpha_{F} \\ \alpha_{F}(v_{x} \pm u_{F}) \\ \alpha_{F}v_{y} \mp \alpha_{S}\beta_{y}Su_{S} \\ \alpha_{F}v_{z} \mp \alpha_{S}\beta_{z}Su_{s} \\ \alpha_{F}v_{z} \mp \alpha_{S}\beta_{z}Su_{s} \\ \alpha_{S}v_{z} \pm \alpha_{F}\beta_{y}Su_{F} \\ \alpha_{S}v_{z} \pm \alpha_{F}\beta_{z}Su_{F} \\ \alpha_{S}v_{z} \pm \alpha_{F}\beta_{z}Su_{F} \\ \alpha_{S}v_{z} \pm \alpha_{F}\beta_{z}Su_{F} \\ -\alpha_{F}\beta_{z}c_{*}/\sqrt{\rho} \\ -\alpha_{F}\beta_{z}c_{*}/\sqrt{\rho} \\ r_{\pm F}^{7} \end{pmatrix}, \quad (1.161)$$

где

$$r_{\pm F}^{7} = \alpha_{F}(h - u_{A}^{2} \pm u_{F}v_{x}) \mp \alpha_{S}u_{S}(\beta_{y}v_{y} + \beta_{z}v_{z})S + \alpha_{S}u_{S}^{2}a_{\perp}/c_{*}, \quad (1.162)$$

$$r_{\pm S}^{7} = \alpha_{S}(h - u_{A}^{2} \pm u_{S}v_{x}) \pm \alpha_{F}u_{F}(\beta_{y}v_{y} + \beta_{z}v_{z})S - \alpha_{F}u_{F}^{2}a_{\perp}/c_{*}.$$
 (1.163)

При перенормировке левых векторов заметим, что нормирующие множители (1.152) и (1.153) удовлетворяют простым соотношениям:

$$N_F = \frac{2c_*^2}{\alpha_F^2}, \quad N_S = \frac{2c_*^2}{\alpha_S^2}.$$
 (1.164)

В результате несложных вычислений находим:

$$\mathbf{I}^{\pm F} = \frac{1}{2c_*^2} \Big[ l_1^{\pm F}, \alpha_F (1-\gamma) v_x \pm \alpha_F u_F, \alpha_F (1-\gamma) v_y \mp \alpha_S u_S S \beta_y, \\ \alpha_F (1-\gamma) v_z \mp \alpha_S u_S S \beta_z, \alpha_F (1-\gamma) \beta_y a_\perp \sqrt{\rho} + \alpha_S \beta_y c_* \sqrt{\rho}, \\ \alpha_F (1-\gamma) \beta_z a_\perp \sqrt{\rho} + \alpha_S \beta_z c_* \sqrt{\rho}, \alpha_F (\gamma-1) \Big], \quad (1.165)$$

$$\mathbf{l}^{\pm S} = \frac{1}{2c_*^2} \Big[ l_1^{\pm S}, \alpha_S(1-\gamma)v_x \pm \alpha_S u_S, \alpha_S(1-\gamma)v_y \pm \alpha_F u_F S\beta_y, \\ \alpha_S(1-\gamma)v_z \pm \alpha_F u_F S\beta_z, \alpha_S(1-\gamma)\beta_y a_\perp \sqrt{\rho} - \alpha_F \beta_y c_* \sqrt{\rho}, \\ \alpha_S(1-\gamma)\beta_z a_\perp \sqrt{\rho} - \alpha_F \beta_z c_* \sqrt{\rho}, \alpha_S(\gamma-1) \Big], \quad (1.166)$$

где

$$l_1^{\pm F} = \alpha_F(\gamma - 1)\frac{\boldsymbol{v}^2}{2} \mp \alpha_F v_x u_F + \alpha_F(2 - \gamma)X \pm \alpha_S u_S S(v_y \beta_y + v_z \beta_z), \quad (1.167)$$

$$l_1^{\pm S} = \alpha_S(\gamma - 1)\frac{\boldsymbol{v}^2}{2} \mp \alpha_S v_x u_S + \alpha_S(2 - \gamma)X \mp \alpha_F u_F S(v_y \beta_y + v_z \beta_z).$$
(1.168)

# Характеристические амплитуды

В методе Роу для вычисления скачков консервативных переменных на разрывах использовать левые собственные векторы  $\mathbf{l}^{\alpha}$  в явном виде не всегда удобно. Гораздо эффективнее сразу вычислять характеристические амплитуды

$$\Delta S^{\alpha} = \mathbf{l}^{\alpha} \cdot \Delta \mathbf{u}. \tag{1.169}$$

Соответствующие выражения для характеристических амплитуд можно записать в следующем виде:

$$\Delta S^{\pm F} = \frac{1}{2c_*^2} \left[ \alpha_F (X\Delta\rho + \Delta P) \mp \rho \alpha_S u_S S(\beta_y \Delta v_y + \beta_z \Delta v_z) \pm \right. \\ \left. \pm \rho \alpha_F u_F \Delta v_x + \sqrt{\rho} \alpha_S c_* (\beta_y \Delta B_y + \beta_z \Delta B_z) \right], \quad (1.170)$$

$$\Delta S^{\pm S} = \frac{1}{2c_*^2} \left[ \alpha_S (X \Delta \rho + \Delta P) \pm \rho \alpha_F u_F S(\beta_y \Delta v_y + \beta_z \Delta v_z) \pm \right. \\ \left. \pm \rho \alpha_S u_S \Delta v_x - \sqrt{\rho} \alpha_F c_* (\beta_y \Delta B_y + \beta_z \Delta B_z) \right], \quad (1.171)$$

$$\Delta S^{\pm A} = \frac{1}{2} \left[ \mp \sqrt{\rho} (\beta_y \Delta v_z - \beta_z \Delta v_y) + S (\beta_y \Delta B_z - \beta_z \Delta B_y) \right], \qquad (1.172)$$

$$\Delta S^E = \frac{1}{c_*^2} \left[ (c_*^2 - X)\Delta\rho - \Delta P \right]. \tag{1.173}$$

Все эти выражения нормированы способом, использованным в предыдущем разделе.

#### Энтропийная поправка

В методе Роу используется приближенное решение задачи Римана о распаде произвольного разрыва, содержащее только сильные разрывы. Поэтому, если для данной характеристики в точном решении возникает волна разрежения, то в методе Роу она заменяется ударной волной. Поэтому такие ударные волны разрежения не будут удовлетворять условию эволюционности. В большинстве случаев влияние неэволюционных сильных разрывов, возникающих в решении задачи Римана, компенсируется численной вязкостью. Однако этого оказывается недостаточно в случае неэволюционных стационарных ударных волн, которые возникают в стационарной звуковой точке трансзвуковых волн разрежения. В случае магнитной гидродинамики такие ситуации возникают в стационарных быстрой и медленной магнитозвуковых точках трансзвуковых быстрых и медленных волн разрежения соответственно. Для устранения этих проблем необходимо в соответствующем месте увеличивать численную вязкость.

В работе Эйнфельдта [97] был предложен простой способ введения энтропийной поправки, которая воздействует только на неэволюционные ударные волны, в то время как на эволюционные скачки эта операция не оказывает влияния. В случае магнитной гидродинамики энтропийную поправку необходимо использовать для быстрых и медленных характеристик для предотвращения появления в решении как быстрых, так и медленных ударных волн разрежения. Для быстрых магнитозвуковых волн энтропийная поправка Эйнфельдта в схеме Роу сводится к тому, что вместо исходных выражений для собственных значений (1.133), соответствующим быстрым магнитозвуковым волнам, необходимо подставить модифицированные выражения:

$$\lambda_{+\mathrm{F}} = \max\left\{v_x + u_F, v_{x,R} + u_{F,R}\right\}, \qquad (1.174)$$

$$\lambda_{-F} = \min \left\{ v_x - u_F, v_{x,L} + u_{F,L} \right\}.$$
(1.175)

Как показывают тестовые расчеты для случая уравнений газодинамики (см., например, [11]) такая поправка работает корректно и, действительно, предотвращает появление в решении ударных волн разрежения.

Следует заметим, что в отсутствие магнитного поля быстрая магнитозвуковая скорость переходит в скорость звука,  $u_F \rightarrow c_*$ . Поэтому энтропийная поправка для быстрых волн в этом пределе переходит в соответствующую поправку для звуковых волн в чисто газодинамической схеме Роу– Эйнфельдта [98]. Однако для медленных магнитозвуковых волн это уже не так. В самом деле, в отсутствие магнитного поля медленная магнитозвуковая скорость стремится к нулю,  $u_S \rightarrow 0$ . Поэтому модифицированные по формулам вида (1.174) и (1.175) собственные значения для медленных волн не перейдут в соответствующие собственные значения для вихревых характеристик в газодинамической схеме Роу, для которых  $\lambda = v_x$ . Следовательно, такая МГД схема Роу–Эйнфельдта в отсутствие магнитного поля не перейдет в чисто газодинамическую схему Роу–Эйнфельдта.

В используемой численной модели для медленных характеристик применяется поправка вида:

$$\lambda_{+S} = \max\{v_x + u_S, v_x + u_{S,R}\}, \qquad (1.176)$$

$$\lambda_{-S} = \min\left\{v_x - u_S, v_x + u_{S,L}\right\}.$$
(1.177)

Эти соотношения в газодинамическом пределе переходят в правильные выражения для собственных значений для вихревых характеристик. Поэтому наша МГД схема Роу–Эйнфельдта оказывается согласованной с соответствующей чисто газодинамической схемой.

# Повышающая поправка

Определим вдоль координаты x узлы сетки  $x_i$ , где индекс i пробегает значения от 0 до N. При этом ячейки нумеруются полуцелыми индексами, а координаты центров ячеек заданы с помощью выражений:

$$x_{i+1/2} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}.$$
(1.178)

Будем считать, что сетка является неоднородной и размеры ячеек зависят от значения индекса. Введем величины, характеризующие шаги сетки

$$h_i = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}, \quad h_{i+1/2} = \frac{h_i + h_{i+1}}{2}.$$
 (1.179)

С учетом этих обозначений схему Роу–Эйнфельдта–Ошера можно записать в виде:

$$\frac{\mathbf{u}_{i+1/2}^{n+1} - \mathbf{u}_{i+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{\mathbf{F}_{i+1} - \mathbf{F}_i}{h_{i+1/2}} = 0, \qquad (1.180)$$

где n — номер временного слоя,  $\Delta t$  — временной шаг. Численные потоки через границы ячеек определяются следующими выражениями:

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_i^0 + \delta \mathbf{F}_i, \tag{1.181}$$

$$\mathbf{F}_{i}^{0} = \frac{\mathbf{F}_{i+1/2} + \mathbf{F}_{i-1/2}}{2} - \frac{1}{2} \sum_{\alpha} |\lambda_{\alpha}| \mathbf{r}_{\alpha} \Delta S^{\alpha}, \qquad (1.182)$$

$$\delta \mathbf{F}_{i} = \frac{h_{i}}{2} \sum_{\alpha} \operatorname{limiter} \left( \Delta_{\alpha}^{+} \mathbf{F}_{i} h_{i}^{-1}, \Delta_{\alpha}^{+} \mathbf{F}_{i-1} h_{i-1}^{-1} \right) - \frac{h_{i}}{2} \sum_{\alpha} \operatorname{limiter} \left( \Delta_{\alpha}^{-} \mathbf{F}_{i} h_{i}^{-1}, \Delta_{\alpha}^{-} \mathbf{F}_{i+1} h_{i+1}^{-1} \right), \quad (1.183)$$

$$\Delta_{\alpha}^{\pm} \mathbf{F}_{i} = \frac{1}{2} \left( \lambda_{\alpha} \pm |\lambda_{\alpha}| \right) \mathbf{r}_{\alpha} \Delta S^{\alpha}, \qquad (1.184)$$

где функция-ограничитель

$$\operatorname{limiter}(x,y) = \frac{1+\phi}{2}\operatorname{minmod}(\beta x, y) + \frac{1-\phi}{2}\operatorname{minmod}(x, \beta y), \qquad (1.185)$$

$$\min(x, y) = \frac{1}{2} \left[ \operatorname{sign}(x) + \operatorname{sign}(y) \right] \min(|x|, |y|).$$
(1.186)

В наших расчетах параметры схемы были заданы равными их оптимальным значениям  $\phi = 1/3$ ,  $\beta = 4$  [11, 98]. При таких значениях схема имеет первый порядок аппроксимации по времени и третий порядок аппроксимации по пространству. Повышающие TVD (total variation diminishing) поправки Ошера [91] для потоков (1.184) учитывают неоднородность сетки.

## 1.3.4. Расчетная сетка

В рассматриваемой численной модели расчетная сетка представляет собой набор из трех отдельных массивов координат узлов  $x_i$ ,  $y_j$ ,  $z_k$ . Способ определения координат узлов достаточно продемонстрировать на примере координатного направления x. Координаты узлов для остальных координатных направлений y и z задаются аналогичным образом.

Обозначим минимальное и максимальное значения координаты x в расчетной области через a и b соответственно. Допустим, что у нас есть Nузлов, но мы хотим сжать сетку к точке  $x_*$  для увеличения в ее окрестности пространственного разрешения. Определим величину

$$i_* = N \, \frac{x_* - a}{b - a}.\tag{1.187}$$

Если бы наша сетка была однородной, то величина  $i_*$  была бы равна индексу узла, для которого  $x_{i_*} = x_*$ .

Рассмотрим сетку с однородной деформацией, координаты узлов ко-



Рис. 1.5. Структура расчетной сетки в плоскости *ху*. Сплошной линией показана граница полости Роша. Светлый кружок соответствует аккретору.

торой удовлетворяют соотношению

$$\frac{x_{i+1} - x_i}{x_i - x_{i-1}} = q, \tag{1.188}$$

где q — параметр сжатия. Нетрудно убедиться, что решение этого уравнения может быть представлено в виде:

$$x_{i} = \begin{cases} x_{i}^{L}, & i \leq i_{*}, \\ x_{i}^{R}, & i > i_{*}, \end{cases}$$
(1.189)

где

$$x_i^L = x_* - (x_* - a) \frac{q_L^{i_* - i} - 1}{q_L^{i_*} - 1},$$
(1.190)

$$x_i^R = x_* + (b - x_*) \frac{q_R^{i - i_*} - 1}{q_R^{N - i_*} - 1}.$$
(1.191)

Параметры сжатия  $q_L$  и  $q_R$  можно определить, задавая минимальный шаг сетки в окрестности точки  $x_*$ ,

$$\Delta x_{\min} = x_{i_*} - x_{i_*-1} = (x_* - a) \frac{q_L - 1}{q_L^{i_*} - 1}.$$
(1.192)

$$\Delta x_{\min} = x_{i_*+1} - x_{i_*} = (b - x_*) \frac{q_R - 1}{q_R^{N - i_*} - 1},$$
(1.193)

Решая эти уравнения, находим значения параметров сжатия  $q_L$  и  $q_R$ .

В представленных расчетах сетка сгущалась к началу координат, а параметр  $\Delta x_{\min}$  для всех пространственных направлений задавался равным  $0.2R_{\rm a}$ . Получающаяся при этом структура расчетной сетки в экваториальной плоскости *xy* двойной системы показана на Рис. 1.5.

#### 1.4. Выводы по главе 1

В данной главе представлена трёхмерная численная МГД модель для описания структуры течения в тесных двойных системах с сильным магнитным полем. Эта модель основана на уравнениях модифицированной магнитной газодинамики, которые описывают усредненные характеристики течения в рамках волной МГД турбулентности. В ней учтён ряд динамических эффектов, связанных с наличием сильного магнитного поля белого карлика — диффузия магнитного поля и процессы радиационного нагрева и охлаждения. Для численного решения МГД уравнений модели применяется разностная схема высокого порядка Роу–Эйнфельдта–Ошера.

Разработана методика обработки результатов численных расчётов, позволяющая формировать синтетические характеристики поляров с целью интерпретации наблюдательных данных.

# Глава 2. Результаты численных расчётов для синхронного поляра V808 Aur

#### 2.1. Данные наблюдений и их анализ

Объект V808 Aur был открыт в момент увеличения его блеска на 3.5<sup>*m*</sup> в декабре 2008 года [99]. В каталоге обзора неба Catalina [100] ему было присвоено имя CRTS CSS 081231 J071126+440405 [101]. Позднее, в декабре 2015 года, решением комиссий 27 и 42 MAC [102] (см. «Общий каталог переменных звезд» [103]) поляр получил обозначение переменной звезды V808 Aur. По данным измерений космической миссии Gaia [104] расстояние до объекта составляет 216 пс, что оказалось существенно меньше предыдущих оценок [105, 106].

Фотометрические наблюдения поляра позволили определить орбитальный период системы  $P_{\rm orb} = 116$  мин [106], а также обнаружить наличие четырёх различных состояний аккреции. В зависимости от темпа аккреции меняется средний уровень блеска системы, вид кривой блеска и профиль затмения системы. По классификации из статьи [106], объект может наблюдаться в *высоком* (средняя видимая звёздная величина  $15^m$ ), *среднем* ( $16^m$ ), *низком* ( $17^m$ ) и *очень низком* ( $18^m$ ) состояниях. Фотополяриметрические наблюдения показали, что V808 Aur обладает круговой поляризацией, достигающей максимального значения -14% в полосе пропускания V системы Джонсона–Коузинса [107].

На основе анализа спектральных данных были сделаны оценки параметров системы: масса первичного компонента  $M_1 = 0.86 \pm 0.08 M_{\odot}$ , масса вторичного компонента  $M_2 = 0.18 \pm 0.02 M_{\odot}$ , эффективный радиус полости Роша вторичного компонента  $R_{L2} = 0.20 \pm 0.03 R_{\odot}$ , межкомпонентное расстояние  $A = 0.8 \pm 0.03 R_{\odot}$ , наклонение плоскости орбиты  $i = 79^{\circ} \pm 3^{\circ}$  [108].

Для анализа структуры аккреции применялся метод доплеровской томографии [109–114]. Рентгеновские, ультрафиолетовые и оптические наблюдения объекта V808 Aur были выполнены на телескопе XMM-Newton в высоком и низком состояниях [105, 115]. Кривые блеска в рентгеновском диапазоне имеют два максимума, соответствующие двум аккреционным областям на поверхности белого карлика. Анализ рентгеновского спектра яркого пятна показал, что он формируется в горячей плазме с температурой в десятки кэВ. В спектре также присутствует слабая планковская компонента с температурой  $k_{\rm B}T = 50 \div 100$  эВ. Температура менее яркого пятна значительно ниже  $k_{\rm B}T \sim 4$  кэВ. В этой же работе по оптическим спектрам сделана оценка напряженности магнитного поля яркого пятна  $B \sim 36$  МГс и менее яркого пятна  $B \sim 69$  МГс.

В работе [116] выполнено моделирование циклотронных спектров. Получены значения магнитного поля яркого пятна  $B = 38.2 \pm 0.8$  МГс, наилучшее описание циклотронных спектров менее яркого пятна выполняется при напряженности B = 51 МГс. Также в работе проведено моделирование кривых блеска и круговой поляризации в низком состоянии аккреции. Определены расстояние от горячего пятна до магнитного полюса  $2^{\circ} \pm 8^{\circ}$  и размерный параметр области излучения lg  $Z = 4.7 \pm 0.1$ .

На Рис. 2.1 показаны наблюдательные кривые блеска системы V808 Aur, приведённые в работе [106], для четырех различных состояний: очень низкое (кривая 1), низкое (кривая 2), среднее (кривая 3) и высокое (кривая 4). Анализ и интерпретация этих кривых позволяет выделить *следующие особенности*.

1) Состояние определяется темпом аккреции. Светимость системы в главном максимуме увеличивается от низкого состояния к высокому более, чем на 3<sup>m</sup>. Это можно объяснить увеличением темпа аккреции. В свою очередь, вариации темпа аккреции могут быть обусловлены изменениями



Рис. 2.1. Наблюдательные кривые блеска в фильтре V для синхронного поляра V808 Aur, соответствующие четырём состояниям активности двойной системы: очень низкое (кривая 1), низкое (кривая 2), среднее (кривая 3) и высокое (кривая 4).

темпа массообмена. Основной вклад в интенсивность излучения на этих фазах определяется зоной энерговыделения на поверхности белого карлика. Фазовая локализация горячих пятен на оптических кривых блеска (Рис. 2.1) хорошо согласуется с их положением на соответствующих рентгеновских кривых блеска [105].

2) Дрейф горячего пятна. Ширина фазовой области  $\Delta \psi$ , где  $\psi$  — орбитальная фаза, соответствующей горячему пятну, а также положение максимума изменяется от состояния к состоянию. Ширина горячей области для низкого состояния  $\Delta \psi = 0.55$ , для среднего состояния  $\Delta \psi = 0.61$ , а для высокого состояния  $\Delta \psi = 0.63$ . Положение максимума для низкого состояния  $\psi_{\text{max}} = 1.03$ , для среднего состояния  $\psi_{\text{max}} = 0.98$ , а для высокого состояния  $\psi_{\text{max}} = 0.95$ . Отсюда можно заключить, что с переходом

от низкого состояния к высокому площадь горячего пятна увеличивается, а его локализация на поверхности белого карлика смещается вправо, если смотреть на него со стороны донора. Смещение по фазе на 0.08 положения главного максимума соответствует смещению горячего пятна на поверхности белого карлика по долготе почти на 29°. Это обстоятельство отмечено в работе [106].

3) Изменения яркости во вторичном минимуме. Яркость системы во вторичном минимуме увеличивается на  $2.5^m$  — от  $18^m$  в низком состоянии до  $15.5^m$  в высоком состоянии. Это означает увеличение светимости в 10 раз. Это явление происходит на орбитальных фазах, когда по отношению к наблюдателю аккретор расположен перед донором. Поэтому наиболее простым объяснением такого увеличения яркости является прогрев оболочки донора, обращенной к аккретору, рентгеновским излучением от горячего пятна [В1]. Этот эффект можно оценить на основе соотношения (1.71). Для красных карликов коэффициент переработки рентгеновского излучения горячего пятна достигает значения K = 0.5. Поскольку в главном минимуме мы видим излучение только от донора, причем от непрогретой его части, нетрудно посчитать из указанной формулы, что эффект прогрева приводит к увеличению светимости донора примерно в 20 раз.

4) Затмение горячего пятна веществом струи. На кривой блеска перед главным минимумом имеется провал, положение и глубина которого зависит от состояния. На кривой 4 (высокое состояние) провал располагается на фазе 0.85, а его глубина достигает почти одной звездной величины. На кривой 3 (среднее состояние) провал смещается немного ближе к главному минимуму и располагается на фазе 0.89, а его глубина соответствует примерно половине звездной величины. В низком и очень низком состояниях провал не виден. Аналогичное явление наблюдается и в других затменных полярах (см., например, [117–120], которые демонстрируют изменения своего состояния (переменный темп аккреции). Появление этого провала на кривой блеска связано с поглощением излучения веществом струи. С увеличением состояния плотность струи возрастает и поэтому струя становится непрозрачной. Смещение положения провала может быть обусловлено изменением геометрии струи вследствие изменения темпа массообмена. Дело в том, что с увеличением плотности струи ее баллистическая часть должна удлиняться. Следовательно, затмение, вызванное поглощением излучения веществом струи, будет происходить на более ранних фазах.

5) Несимметричный профиль затмения. На приведённых кривых блеска форма профиля затмения для высокого и среднего состояний является несимметричной. Справа от главного минимума наблюдается резкий подъем, в то время как слева спуск является более сглаженным и имеет ступенчатый характер. Данный эффект также наблюдается во многих затменных полярах [117–120]. Он обусловлен затмением аккретора веществом аккреционной струи, скопившимся над его поверхностью и излучающим в континууме.

### 2.2. Результаты расчётов

#### 2.2.1. Структура течения

Для исследования структуры течения в синхронном поляре V808 Aur было выполнено четыре варианта численных расчётов, соответствующих различным состояниям двойной системы. Их параметры представлены в Таблице 2.1.

В каждом варианте расчёта использовались следующие исходные данные [99–103, 105–107, 116, 121] (Таблица 2.2).

Во всех вариантах расчет проводился до выхода решения на квазистационарный режим, который определялся примерным (с точностью до 1%) постоянством полной массы вещества в расчетной области. Как правило, выход на квазистационарный режим достигается за время порядка

Вариант расчёта	Состояние системы	Плотность вещества в точке Лагранжа $ ho(L_1),$ $r/cm^3$	Темп массообмена $\dot{M}, M_{\odot}/$ год
1	Высокое	$2 \times 10^{-7}$	$10^{-8}$
2	Среднее	$2 \times 10^{-8}$	$10^{-9}$
3	Низкое	$2 \times 10^{-9}$	$10^{-10}$
4	Очень низкое	$2 \times 10^{-10}$	$10^{-11}$

Таблица 2.1. Варианты численного расчёта синхронного поляра V808 Aur.

Таблица 2.2. Исходные данные для расчётов синхронного поляра V808 Aur.

Параметр	Обозначение	Значение	Единица измерения
Масса донора	$M_{ m d}$	0.18	$M_{\odot}$
Масса аккретора	$M_{ m a}$	0.86	$M_{\odot}$
Температура донора	$T_{ m d}$	3400	К
Температура аккретора	$T_{\mathrm{a}}$	14 000	К
Радиус аккретора	$R_{ m a}$	0.01375	$R_{\odot}$
Большая полуось орбиты	А	0.8	$R_{\odot}$
Угол наклонения орбиты	i	79	градусы
Орбитальный период	$P_{\mathrm{orb}}$	1.95	Ч
Индукция магнитного поля в области магнитного полюса	$B_{ m a}$	38	МΓс
Угол широты магнитной оси аккретора	θ	33	градусы
Угол долготы магнитной оси аккретора	$\phi$	170	градусы

1–2 орбитальных периодов.

Результаты трехмерных численных расчетов представлены на Рис. 2.2–2.5.

Отметим общие особенности полученной структуры течения. Из пред-



Рис. 2.2. Результат трехмерного численного моделирования структуры течения вещества в системе V808 Aur в случае, когда темп массообмена  $\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot}$ /год. Показаны изоповерхности логарифма плотности в единицах  $\rho(L_1)$ : **1**) -5.0, **2**) -3.0, **3**) -2.0. Синяя линия соответствует оси вращения аккретора, зелёная линия — оси магнитного диполя. Чёрные линии со стрелками отображают линии магнитного поля белого карлика.

ставленных рисунков видно, что при заданном расположении магнитных полюсов аккретора относительно плоскости орбиты поляра геометрия потока существенно трехмерна. На баллистическом участке траектории струи вещество движется в орбитальной плоскости поляра и, достигнув границы магнитосферы аккретора, начинает подниматься над ней и направляется вдоль магнитных силовых линий к магнитному полюсу белого карлика. Кроме того, в рассматриваемой двойной системе преобладает однополярный режим аккреции. В общем случае, этот режим зависит от скорости массопереноса и напряженности магнитного поля, а также от расположения магнитных полюсов относительно внутренней точки Лагранжа. В син-



Рис. 2.3. То же, что и на Рис. 2.2, но для темпа массообмена  $\dot{M} = 10^{-9} M_{\odot}$ /год. Показаны изоповерхности логарифма плотности в единицах  $\rho(L_1)$ : **1**) -5.0, **2**) -4.0, **3**) -3.0, **4**) -2.0.

хронном поляре V808 Aur заданная комбинация этих параметров приводит к тому, что вещество донора, покидая окрестности внутренней точки Лагранжа  $L_1$ , аккрецирует в основном на северный магнитный полюс. Однако анализ полной картины течения показывает, что аккреция вещества происходит также и на южный магнитный полюс. Предположительно, её источником является вещество общей оболочки двойной системы. Формирование этой оболочки обусловлено тем, что, согласно граничным условиям численной модели, плотность вещества на краях вычислительной области не равна нулю [122, 123]. Физически формирование общей оболочки может происходить за счет двух источников: рассеяния части потока из внутренней точки Лагранжа  $L_1$  и оттока вещества из внешней точки Лагранжа  $L_2$ под действием диссипативного процесса.



Рис. 2.4. То же, что и на Рис. 2.2, но для темпа массообмена  $\dot{M} = 10^{-10} M_{\odot}$ /год. Показаны изоповерхности логарифма плотности в единицах  $\rho(L_1)$ : **1**) -5.0, **2**) -4.0, **3**) -3.0, **4**) -2.0.

На представленных рисунках также наблюдается увеличение соотношения величин аккреции на северный и южный магнитные полюса с уменьшением состояния системы (с уменьшением темпа массообмена). Однако следует учитывать, что этот эффект не имеет физической основы, а связан с особенностями синтеза структуры течения. Поскольку каждый вариант расчета имеет установленное значение темпа массообмена и, следовательно, плотности в точке  $L_1$  в качестве начального параметра, то при одинаковой шкале плотности, используемой на рисунках, будет отображаться больший градиент плотности при уменьшении скорости массопереноса, что приводит к наблюдаемому увеличению скорости аккреции на южный полюс. Фактически соотношение темпов аккреции на оба полюса для всех вариантов расчета отличается не более чем на 10%.



Рис. 2.5. То же, что и на Рис. 2.2, но для темпа массообмена  $\dot{M} = 10^{-11} M_{\odot}$ /год. Показаны изоповерхности логарифма плотности в единицах  $\rho(L_1)$ : **1**) -5.0, **2**) -4.0, **3**) -3.0, **4**) -2.0.

Рассмотрим теперь геометрию течения для различных вариантов численного расчета. Их сравнение показывает, что при фиксированном значении напряженности магнитного поля с увеличением скорости массопереноса струя сильнее отклоняется от направления на магнитный полюс в результате действия сил инерции и Кориолиса. Кроме того, заметна неоднородность структуры потока: струя состоит из нескольких слоев, плотность которых уменьшается от центра к краю. В результате более плотные центральные слои течения большую часть времени движутся вдоль баллистической части траектории, в то время как менее плотные пограничные слои быстрее захватываются магнитным полем белого карлика. Это приводит к заметному уширению потока на границе магнитосферы.

В высоком состоянии поляра (Рис. 2.2, Вариант 1) из-за высокой

плотности потока вещество струи движется по баллистической траектории практически до самого аккретора. В то же время в структуре потока наблюдается заметное разделение вещества по плотности. Очевидно, что при такой конфигурации течения соединение наиболее плотных слоев должно происходить на некотором расстоянии от магнитного полюса, что и наблюдается в представленном решении. Существенная дифференциация течения по плотности должна приводить к росту площади горячего пятна в зоне аккреции.

Среднее состояние поляра (Рис. 2.3, Вариант 2) характеризуется равенством обеих частей траектории струи, в то время как ширина струи на границе магнитосферы белого карлика незначительно уменьшается, что указывает на выравнивание средней плотности потока.

В низком состоянии поляра (Рис. 2.4, Вариант 3) представлены те же структуры, что были отмечены в Вариантах 1 и 2, однако в полученном решении можно наблюдать следующую особенность течения. На определенном расстоянии от точки Лагранжа  $L_1$  струя разделяется на два отдельных потока, которые затем снова сливаются в один общий поток, заканчивающийся в области магнитного полюса. Наблюдаемая картина течения является подтверждением гипотезы о формировании иерархической магнитосферы в полярах, высказанной в работе [124], и является следствием неоднородности вещества струи по плотности. Менее плотные слои течения захватываются магнитным полем на большем расстоянии от звездыаккретора и заполняют внешние области магнитосферы. В то же время более плотные внутренние слои потока отклоняются магнитным полем на меньшем расстоянии от звезды, проникая в глубокие слои магнитосферы. Таким образом, в зависимости от плотности, каждый слой течения следует к магнитному полюсу вдоль соответствующей магнитной линии, что приводит к разделению первоначально единого тока на множество дискретных потоков. Стоит отметить, что из-за недостаточного пространственного разрешения расчеты, выполненные в [124], не позволили обнаружить описанный эффект. В данном исследовании используется разностная МГД схема с меньшей числовой вязкостью, благодаря чему удалось получить решение с большим количеством деталей.

Решение в Варианте 4 (Рис. 2.5) характеризуется полным отсутствием баллистической части траектории струи. Покидая внутреннюю точку Лагранжа, вещество почти сразу же захватывается магнитным полем аккретора и направляется вдоль силовых линий к его магнитному полюсу.

#### 2.2.2. Горячие пятна на поверхности аккретора

Полученные по результатам трёхмерного численного расчёта распределения температуры на поверхности аккретора для всех вариантов показаны на Рис. 2.6 – 2.9.



Рис. 2.6. Распределение температуры по поверхности аккретора для Варианта 1 (темп массообмена  $\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot}/$ год). Положение северного магнитного полюса отмечено синей, а южного полюса — красной полусферой. На левой диаграмме изображено полушарие аккретора, обращенное к донору, на правой диаграмме — противоположное полушарие. Шаг сетки по широте и долготе равен 5°.



lgT: 4.16 4.35 4.54 4.72 4.91 5.10 5.29

Рис. 2.7. То же, что и на Рис. 2.6, но для Варианта 2 (темп массообмена  $\dot{M}=10^{-9}~M_{\odot}/{\rm год.})$ 



Рис. 2.8. То же, что и на Рис. 2.6, но для Варианта 3 (темп массообмена  $\dot{M}=10^{-10}~M_{\odot}/$ год.)

Рисунки показывают, что зоны энерговыделения сосредоточены около северного (основная зона) и южного (вторичная зона) магнитных по-



Рис. 2.9. То же, что и на Рис. 2.6, но для Варианта 4 (темп массообмена  $\dot{M} = 10^{-11} M_{\odot}/$ год.)

люсов белого карлика [125]. В случае высокого значения темпа массообмена (Вариант 1) южная зона энерговыделения гораздо менее интенсивна по сравнению с северной. Однако при существенном уменьшении темпа массообмена (Варианты 2 и 3) интенсивность горячих пятен становится практически одинаковой.

Стоит отметить, что расположение южного горячего пятна не зависит от темпа массообмена, поскольку оно формируется не потоком вещества из донора, а аккрецией из околозвездной оболочки. Расположение северного горячего пятна, напротив, существенно зависит от темпа массообмена. При увеличении  $\dot{M}$  северное горячее пятно смещается как по долготе, так и по широте. В очень низком состоянии (Вариант 4) северная область энерговыделения практически в точности совпадает с северным магнитным полюсом. С увеличением темпа массообмена  $\dot{M}$  плотность аккреционной струи растет и поток за счет действия сил инерции все больше смещается в сторону, противоположную орбитальному вращению поляра. В результате горячее пятно смещается от магнитного полюса вправо по долготе и вниз по широте, приближаясь к экваториальной плоскости двойной системы.

Это явление было отмечено при анализе кривых блеска как дрейф горячего пятна. Из наблюдений следует, что смещение горячего пятна на поверхности белого карлика по долготе составляет почти 29°. Поскольку в очень низком состоянии системы пятно располагается в районе северного магнитного полюса, то это смещение соответствует расстоянию по долготе между центром пятна в высоком состоянии и северным магнитным полюсом. Шаг сетки на Рис. 2.6 – 2.9 по широте и долготе составляет 5°. Поэтому из анализа Рис. 2.6 для Варианта 1 можно заключить, что горячее пятно смещено по долготе относительно северного магнитного полюса примерно на 30°, что хорошо соответствует наблюдениям. Смещение по широте при этом составляет 15°  $\div$  20°.

### 2.3. Выводы по главе 2

Синхронный поляр V808 Aur может находиться в различных состояниях активности, характеризующихся средней за орбитальный период величиной блеска: высокое, среднее, низкое и очень низкое. Эти состояния при фиксированной величине напряжённости магнитного поля однозначно определяются темпом массообмена. Изменение соотношения баллистической и магнитной частей траектории струи является фактором, влияющим на дрейф горячих пятен. Для синхронного поляра, в предположении конфигурации магнитного поля с несмещенным диполем, положение горячего пятна также определяется скоростью массообмена.

# Глава 3. Результаты численных расчётов для асинхронного поляра CD Ind в приближении смещённого диполя магнитного поля аккретора

#### 3.1. Данные наблюдений и их анализ

Объект CD Ind (также известный как EUVE J2115–586 и RX J2115.7-5840) был обнаружен в 1996 году [126] как вероятный кандидат в магнитные катаклизмические переменные звезды при обработке данных с ультрафиолетового телескопа EUVE, а в 1997 году был идентифицирован в качестве рентгеновского источника [127]. Кроме того, авторы работы [127] впервые определили принадлежность системы к асинхронным полярам, имеющей самый короткий период биений. Измеренная в этой работе напряжённость магнитного поля белого карлика составила  $11\pm2$  МГс.

Выполненные в дальнейшем оптическая поляриметрия и рентгеновские наблюдения в работах [128,129] подтвердили принадлежность CD Ind к классу асинхронных поляров. Определённый по результатам этих наблюдений период биений составил одну неделю. В 2017 году после обработки данных, полученных за 10 лет наблюдений поляра, были уточнены значения орбитального периода, он оказался равным 110.8 мин, и периода вращения белого карлика — 109.6 мин [130]. Таким образом, согласно формуле (1.26), период биений оказывается равным 7.3 дня, что позволяет отнести CD Ind к самым короткопериодическим асинхронным системам.

Интересной особенностью рассматриваемого поляра является наличие смещённого дипольного магнитного поля. Предположение о такой конфигурации поля было высказано в статье [56] на основе данных циклотронного картирования и численного моделирования в рамках приближения квазичастиц [12, 19–21, 131–133]. Однако анализ полученных карт и результатов численных расчётов позволил авторам статьи [56] высказать предположение о наличии в CD Ind магнитного поля более сложной структуры, например, суперпозиции дипольного и квадрупольного полей. На Рис. 3.1 приведены наблюдательные кривые блеска, полученные авторами данной статьи. Как следует из рисунка, на кривых блеска явно прослеживаются два главных максимума, соответствующих положению горячих пятен, что может служить подтверждением дипольной конфигурации магнитного поля. Это дало основания приоритетно рассматривать в настоящей диссертации структуру течения в поляре CD Ind исходя из дипольного магнитного поля аккретора.

Стоит отметить, что конфигурация магнитного поля со смещённым диполем свойственна некоторым другим объектам, например химически пекулярным звёздам [134], а также планетам Солнечной системы — Урану [135] и Юпитеру [136].

Для асинхронного поляра CD Ind были выполнены две серии численных расчётов. Первая включает в себя расчёты на основе стационарной модели для одного периода биений системы. Её результаты приведены в данной главе. Полученные решения дают представление об общей картине динамики течения, но в силу стационарности модели не позволяют выявить быстропротекающие изменения, длительность которых менее одного орбитального периода поляра.

Вторая серия численных расчётов основана на нестационарной модели и даёт возможность детальнее изучить динамику течения. В данной работе эти расчёты проводились для исследования процессов переключения струи между магнитными полюсами белого карлика. При этом получаемые решения ограничены моментами времени, соответствующими длительности данных процессов — около 0.1 периода биений (10 орбитальных периодов). Результаты этих расчётов представлены в Главе 4.



Рис. 3.1. Наблюдательные кривые блеска поляра CD Ind в фильтре V (из работы [56]) для различных фаз периода биений (указаны справа). Вид кривых представлен на временном отрезке, равным двум периодам биений системы.

Во всех расчётах используются следующие исходные данные [12, 19–21, 56, 126–130, 132, 133] (Таблица 3.1).

Параметр	Обозначение	Значение	Единица измерения
Масса донора	$M_{ m d}$	0.21	$M_{\odot}$
Масса аккретора	$M_{ m a}$	0.7	$M_{\odot}$
Температура донора	$T_{ m d}$	3200	К
Температура аккретора	$T_{ m a}$	12 000	К
Радиус аккретора	$R_{ m a}$	0.014	$R_{\odot}$
Эффективный радиус полости Роша донора	$R_{ m d}$	0.2	$R_{\odot}$
Большая полуось орбиты	А	0.738	$R_{\odot}$
Угол наклонения орбиты	i	70	градусы
Орбитальный период	$P_{\rm orb}$	1.846	Ч
Период собственного вращения аккретора	$P_{ m spin}$	1.827	Ч
Период биений	$P_{\rm beat}$	174.579	Ч
Индукция магнитного поля, определённая из наблюдений	$B_{\mathrm{a}}$	11	МΓс
Угол широты магнитной оси аккретора	heta	70	градусы
Угол долготы магнитной оси аккретора	$\phi$	90	градусы
Величина смещения оси диполя относительно центра аккретора	S	-0.5	$R_{\mathrm{a}}$
Темп массообмена	$\dot{M}$	$10^{-9}$	$M_{\odot}/$ год

Таблица 3.1. Исходные данные для расчётов асинхронного поляра CD Ind.

# 3.2. Структура течения

Для исследования общей картины структуры течения было выполнено десять вариантов численного расчета системы CD Ind, соответствующих различным фазам спин-орбитального периода, с шагом по фазе 0.1. Их результаты представлены на Рис. 3.2–3.6. Для иллюстрации структуры течения на каждой фазе периода биений было выделено такое орбитальное положение системы, при котором хорошо видны характерные детали течения. Так, для фаз 0.0–0.4 выбрана орбитальная фаза 0.85. В этом положении можно видеть разделение струи между полюсами аккретора на фазе 0.1, а также проследить за изменением траектории движения вещества при асинхронном вращении аккретора. Помимо течения вещества из точки  $L_1$ , на Рис. 3.2–3.6 видно скопление материи в плоскости магнитного экватора аккретора и дополнительный поток вещества из общей оболочки двойной системы, который создаёт вторичную, значительно более слабую по сравнению с основной, зону аккреции. Поэтому на всех фазах спин-орбитального периода аккрецию вещества всегда можно наблюдать в окрестности обоих магнитных полюсов, тогда как основная струя, за исключением моментов переключения, течёт только на один полюс.

В силу значительного наклона магнитного диполя  $(70^{\circ})$  и его смещения ниже плоскости экватора белого карлика на половину радиуса звезды, струя вещества из оболочки донора незначительно отклоняется от орбитальной плоскости системы. На нулевой фазе периода биений направляющий вектор магнитного диполя **d** перпендикулярен межцентровой линии, соединяющей донор и аккретор. При этом северный магнитный полюс расположен слева и ближе к экватору белого карлика, если смотреть на систему со стороны донора. Меньшее расстояние до плоскости экватора от данного полюса по сравнению с южным магнитным полюсом означает, что он при асинхронном вращении аккретора должен подходить ближе к до-



Рис. 3.2. Результат трехмерного численного моделирования структуры течения вещества в системе CD Ind для фаз 0.0 (верхняя панель) и 0.1 (нижняя панель) периода биений. Показаны изоповерхности десятичного логарифма плотности в единицах  $\rho(L_1)$ : **1**) -4.0, **2**) -3.0, **3**) -2.0. Аккретор представлен в виде белой сферы. Чёрные линии со стрелками соответствуют силовым линиям магнитного поля. Синяя линия, проходящая через аккретор, совпадает с его осью вращения, а зелёная линия — с его магнитной осью.

нору (к внутренней точке Лагранжа  $L_1$ ), а значит вызывать рост темпа аккреции. Это будет проявляться в увеличении потока излучения на кривой блеска при наблюдении северного магнитного полюса.

Плотность вещества струи вблизи внутренней точки Лагранжа  $L_1$ 



Рис. 3.3. То же, что и на Рис. 3.2, но для фаз 0.2 (верхняя панель) и 0.3 (нижняя панель).

для темпа массообмена  $10^{-9}M_{\odot}$ /год составляет  $\rho(L_1) = 2 \times 10^{-7}$  г/см<sup>3</sup>. Вблизи фаз периода биений 0.0 и 0.5, т. е. когда зона аккреции расположена под значительным углом к донору, под действием силы Кориолиса увеличивается длина баллистической части траектории струи по отношению к её магнитной части. Напротив, в случае максимального сближения магнитных полюсов с точкой  $L_1$  на фазах 0.3 и 0.7 вещество струи практически сразу же захватывается магнитным полем первичного компонента



Рис. 3.4. То же, что и на Рис. 3.2, но для фаз 0.4 (верхняя панель) и 0.5 (нижняя панель).

и устремляется на его поверхность. Поэтому баллистическая часть траектории оказывается наиболее короткой. Кроме того, из-за неоднородности течения его структура в поперечном сечении имеет слоистый характер с увеличением плотности к центру. Это означает, что внешние, менее плотные слои будут быстрее захватываться магнитным полем аккретора, тогда как внутренние будут успевать продвинуться дальше вдоль баллистической части траектории. Результатом такого взаимодействия аккреционно-


Рис. 3.5. То же, что и на Рис. 3.2, но для фаз 0.6 (верхняя панель) и 0.7 (нижняя панель).

го потока с магнитным полем белого карлика является формирование у последнего иерархической структуры магнитосферы. Учет этой структуры представляется важным, поскольку это может повлиять на результаты анализа и интерпретации наблюдательных данных. Кроме того, указанная неоднородность вещества струи ведёт к её незначительному расширению, что и наблюдается в представленных трёхмерных расчётах.



Рис. 3.6. То же, что и на Рис. 3.2, но для фаз 0.8 (верхняя панель) и 0.9 (нижняя панель).

### 3.3. Горячие пятна на поверхности аккретора

Для демонстрации эффекта дрейфа горячих пятен в течение периода биений выполнен расчёт распределения температуры на поверхности аккретора с использованием методики, описанной в Главе 1. Полученные результаты расчётов для всех фаз периода биений показаны на Рис. 3.7.

Рисунок показывает, что зоны энерговыделения сосредоточены около магнитных полюсов. При этом в течение периода биений положение этих



Рис. 3.7. Распределение температуры по поверхности аккретора в асинхронном поляре CD Ind для различных фаз периода биений (указаны внизу каждой панели). Левое полушарие соответствует области, включающей северный магнитный полюс (отмечен синей полусферой), правое полушарие - южный магнитный полюс (отмечен красной полусферой). Шаг сетки по широте и долготе равен 5°.

зон относительно каждого полюса меняется. Горячие пятна около северного и южного магнитных полюсов с увеличением фазы спин-орбитального периода движутся справа налево вдоль линии долготы белого карлика. При этом максимальное отклонение горячих пятен по долготе относительно магнитных полюсов составляет в среднем 20°, что соответствует величине 0.05 фазы орбитального периода. Смещения по широте при этом практически не происходит.

На фазах 0.0, 0.7, 0.8 и 0.9, когда на северный полюс аккрецирует вещество не из струи, а из околозвёздной оболочки, можно наблюдать зону симметрично распределённой аккреции вокруг полюса. Как только полюс становится активным и принимает вещество из струи, картина аккреции содержит явно выраженную область повышенного энерговыделения. На фазе 0.1, соответствующей середине процесса переключения течения с южного на северный магнитный полюс, горячее пятно является довольно размытым и растянутым по широте белого карлика. Однако уже на фазах  $0.2 \div 0.4$ , когда северный полюс расположен близко к точке Лагранжа  $L_1$ , зона основного энерговыделения сужается и становится явно выраженной. Размер этой зоны в указанном положении аккретора составляет порядка  $15^{\circ} \times 5^{\circ}$ , увеличиваясь до  $15^{\circ} \times 15^{\circ}$  на фазе 0.4. Стоит отметить, что несмотря на рост площади зоны энерговыделения на фазе 0.4, максимальная яркость горячего пятна наблюдается на фазе 0.3 (см. болометрические кривые блеска ниже). Это обусловлено тем, что на фазе 0.3 достигается наибольший темп аккреции при минимальном расстоянии от внутренней точки Лагранжа. Из Рис. 3.7 также можно заключить, что длительность активного состояния аккреции северного магнитного полюса составляет около 30% периода биений.

Аналогичная картина наблюдается в окрестности южного магнитного полюса. Здесь явно выраженная зона энерговыделения формируется на фазах 0.7 ÷ 0.0 периода биений. Площадь этого горячего пятна и её вариация полностью повторяет соответствующие изменения для северного горячего пятна. Максимум потока излучения, согласно приведённым ниже кривым блеска, при этом приходится на фазу 0.9.

Отметим ещё одну особенность распределения горячих пятен. Северное пятно формируется ниже, а южное — выше соответствующего магнитного полюса. Такую конфигурацию зон аккреции можно объяснить геометрией магнитных силовых линий и их ориентацией относительно экваториальной плоскости двойной системы. На баллистическом участке движение аккреционной струи вещества из точки  $L_1$  происходит в экваториальной плоскости. Вблизи аккретора струя под действием магнитного поля начинает отклоняться от орбитальной плоскости вниз, двигаясь вдоль магнитных силовых линий. В результате формирование горячего пятна происходит ниже (южнее) северного и выше (севернее) южного магнитных полюсов.

#### 3.4. Синтетические кривые блеска

По результатам трёхмерных расчётов были построены болометрические и оптические кривые блеска, которые приведены на Рис. 3.8 - 3.10. На представленных графиках по оси x отложены фазы орбитального периода, а по оси y — абсолютное значение потока излучения от поляра в pr/c. Выбор абсолютного значения потока обусловлен возможностью унифицированного сравнения всех приведённых ниже кривых блеска. Вверху каждой панели указано значение фазы периода биений.

Болометрические кривые позволяют исследовать поток излучения от горячих пятен аккретора без учёта светимости донора, поскольку величина потока от последнего на несколько порядков ниже, чем излучение пятен, а также, совместно с температурными картами, дрейф этих пятен в течение периода биений. Используемая методика даёт возможность синтезировать кривые блеска для двух случаев — с учётом и без учёта поглощения излучения в расчётной области (Рис. 3.8). Учёт поглощения излучения предоставляет данные для оценки ослабления исходного потока от горячих пятен при его прохождении через аккреционную струю. В применяемой модели считается, что остальное вещество в поляре является прозрачным в силу значительно меньшей плотности.

Анализ болометрических кривых позволяет сделать следующие выводы. На фазах 0.9 и 0.0 периода биений (см. Рис. 3.8) поглощение излучения в струе вещества отсутствует. В этом положении активным полюсом является южный. По оценке соотношения потоков от двух горячих пятен можно заключить, что поток излучения от северного пятна в среднем в 8 ÷ 9 раз меньше потока от южного пятна. Простой расчёт даёт оценку соответствующего различия температур зон энерговыделения примерно в 2 раза: южное пятно разогрето до 240 000 K, а северное — до 120 000 K.

На фазе 0.1 процесс переключения полюсов почти завершился и теперь активным становится северное пятно. Смещение магнитного диполя относительно центра белого карлика приводит к различию параметров зон аккреции. Расположение северного магнитного полюса ближе к географическому экватору аккретора по сравнению с южным полюсом приводит, с одной стороны, к уменьшению индукции поля в его окрестности, с другой стороны, — к меньшему удалению от точки  $L_1$  на фазе максимального сближения 0.3 периода биений. Для южного полюса характерна обратная картина — более сильное поле и большее удаление от точки  $L_1$  при максимальном сближении с ней на фазе 0.7. Таким образом, когда активным становится северное горячее пятно, наибольшие значения темпа аккреции и потока излучения для него оказываются выше, чем для южного пятна. Из Рис. 3.8 видно, что начавшийся рост потока излучения при аккреции вещества в окрестности северного магнитного полюса достигает максимума на фазе 0.3, равного 4 × 10<sup>33</sup> эрг/с.

Максимум потока излучения от южного горячего пятна происходит



Рис. 3.8. Синтетические болометрические кривые блеска асинхронного поляра CD Ind. По оси x отложены значения фаз орбитального периода  $P_{\rm orb}$ , по оси y — значение потока излучения в единицах  $10^{33}$  эрг/с. Показаны графики без учёта (пунктирная линия) и с учётом (сплошная красная линия) поглощения потока в расчётной области. Вверху над каждой панелью указана фаза периода биений.

на фазе 0.9, он составляет  $1.9 \times 10^{33}$  эрг/с, что почти в 2 раза меньше максимального потока от северного пятна. Смещение максимума к фазе 0.9 при теоретически ожидаемом на фазе  $0.7 \div 0.8$  связано с геометрией траектории струи и меньшей активностью южного полюса. Баллистическая часть этой траектории имеет большую длину, чем магнитная, в окрестности указанных фаз, поэтому энергетически выгодное взаимное положение аккретора и струи, при котором аккреция максимальна, приходится как раз на фазу 0.9.

Следует отметить ещё одно обстоятельство, связанное с расположением горячих пятен. Очевидно, что магнитные полюса находятся строго на противоположных точках пересечения оси диполя с поверхностью белого карлика, так что сферический угол в плоскости диполя между ними составляет ровно 180°. В связи с этим теоретически следует ожидать такого же угла между горячими пятнами, который соответствует половине орбитального периода. Однако, если оценить расстояние между максимумами потока излучения от системы в целом по орбитальной фазе (см. Рис. 3.8), то при смене магнитных полюсов оно оказывается несколько меньше, чем 0.5 периода. Это отклонение от теоретического предположения связано с тем, что область аккреции вещества никогда не совпадает точно с магнитным полюсом вследствие конфигурации магнитных линий. Поэтому фазовый угол между горячими пятнами может быть либо больше, либо меньше 0.5, в зависимости от структуры магнитного поля и расположения диполя.

Из анализа поглощения излучения горячих пятен в веществе струи (см. Рис. 3.8) можно заключить, что максимально поток ослабляется в 2 раза по сравнению с исходным. Данная величина ослабления характерна для фаз 0.1 и 0.5 периода биений. Из величины ослабления потока нетрудно определить оптическую толщину поглощающего слоя струи, она составляет 0.7. Таким образом, его можно считать оптически тонким.

На Рис. 3.9–3.10 представлены кривые блеска в видимом диапазоне

116

(фильтр V). На Рис. 3.9 показаны графики с учётом эффекта прогрева поверхности донора излучением от горячих пятен, при этом представлены кривые без поглощения и с поглощением излучения в расчётной области. Рис. 3.10 даёт возможность оценить влияние эффекта прогрева поверхности донора, поэтому на нём представлены две кривые: пунктирная линия — без прогрева и без поглощения и сплошная линия — с прогревом и поглощением излучения в струе вещества (расчётной области). Оптические кривые блеска позволяют проанализировать интегральный поток излучения от поляра, поскольку светимости донора и аккретора теперь вносят в него существенный вклад. Также оптические кривые блеска могут продемонстрировать эффект прогрева поверхности донора за счёт переработки рентгеновского излучения горячих пятен аккретора, который учитывался при их синтезе. Наконец, представляет интерес сравнение максимумов потоков горячих пятен на болометрических и оптических кривых блеска по отношению к светимости остальной части двойной системы.

Анализ приведённых оптических кривых блеска выявляет следующие особенности. С учётом чернотельного характера излучения системы в видимом диапазоне изменилось соотношение потоков излучения от горячих пятен, поскольку здесь используется лишь часть функции Планка, соответствующая данному диапазону длин волн. Так, общий поток видимого излучения поляра уменьшился в среднем на 3 ÷ 4 порядка по сравнению с болометрическим. Динамика прогрева донора рентгеновским излучением горячих пятен показывает максимумы на фазах 0.3 для северного пятна и 0.7 для южного пятна. При этом излучение донора в окрестности орбитальной фазы 0.5, где оно имеет наибольшую величину с учётом прогрева, остаётся на порядок меньше, чем излучение горячих пятен аккретора.



Рис. 3.9. Синтетические кривые блеска видимого диапазона асинхронного поляра CD Ind, построенные с учётом прогрева поверхности донора рентгеновским излучением горячих пятен. Пунктирная линия соответствует расчёту без учёта поглощения, а сплошная красная линия — расчёту с учётом поглощения потока в расчётной области. Вверху над каждой панелью указана фаза периода биений.

118



Рис. 3.10. То же, что и Рис. 3.9, но без учёта эффекта поглощения и прогрева донора (пунктирная линия) и с учётом эффекта поглощения и прогрева донора (сплошная красная линия).

119

### 3.5. Выводы по главе 3

Численное моделирование показало, что зоны энерговыделения сосредоточены около магнитных полюсов. Однако в течение периода биений происходит заметный дрейф горячих пятен: средняя величина смещения пятен по долготе относительно северного и южного магнитных полюсов составляет 20°, что соответствует величине 0.05 фазы орбитального периода. При этом смещения по широте практически не происходит. Из-за особенностей геометрии магнитных силовых линий и их ориентацией относительно экваториальной плоскости двойной системы северное пятно формируется ниже (южнее), а южное пятно — выше (севернее) соответствующего магнитного полюса.

# Глава 4. Результаты численных расчётов для асинхронного поляра CD Ind в моменты переключения течения между магнитными полюсами аккретора

### 4.1. Структура течения

Анализ результатов моделирования структуры течения и синтез кривых блеска асинхронного поляра CD Ind с использованием стационарной модели (см. Главу 3) показали наличие в системе двух процессов переключения струи между магнитными полюсами аккретора [B2]. Известно, что это переключение происходит дважды за период биений: на фазах  $0.0 \div 0.1$ течение переключается с южного магнитного полюса на северный, а на фазах  $0.5 \div 0.6 - c$  северного на южный. Для детального изучения структуры течения в данных процессах были выполнены численные расчёты с использованием нестационарной модели в указанных фазовых промежутках. При принятых значениях  $P_{\rm orb}$  и  $P_{\rm beat}$  для CD Ind такие расчёты покрывают примерно 10 орбитальных периодов системы каждый.

На Рис. 4.1—4.8 представлены результаты расчетов для переключения течения с южного магнитного полюса на северный.

Структура течения в начальные моменты времени t = 0 и  $t = 1P_{orb}$ (Рис. 4.2) соответствует униполярному режиму аккреции на южный полюс. Струя вещества из  $L_1$  начинает движение в орбитальной плоскости системы по баллистической траектории, однако, достигнув магнитосферы аккретора, продолжает движение уже вдоль магнитных силовых линий. Интересно отметить, что струя характеризуется заметным утолщением в месте её подхода к магнитосфере белого карлика. В момент времени  $t = 2P_{orb}$  (Рис. 4.2) струя начинает перераспределяться между двумя полюсами. При этом те-



Рис. 4.1. Результаты численных расчётов структуры течения в асинхронном поляре CD Ind для процесса переключения течения с южного магнитного полюса на северный. Показаны изоповерхности логарифма плотности в единицах  $\rho(L_1)$ : 1) -4.0, 1) -3.0, 1) -2.0 для моментов времени  $t = (0 \div 1)P_{\text{orb}}$ . Синяя линия соответствует оси вращения аккретора, зелёная линия — оси магнитного диполя, чёрные линии со стрелками — силовым линиям магнитного поля. Внизу каждой панели указан момент времени в орбитальных периодах от начала расчёта, совпадающего с нулевой фазой периода биений.

чение на северный магнитный полюс имеет на порядок меньшую плотность, чем на южный. По мере развития процесса переключения происходит уве-



Рис. 4.2. То же, что и Рис. 4.1, но для моментов времени  $t = (2 \div 3)P_{\text{orb}}$ .

личение потока на северный полюс, что на панелях Рис. 4.2 - 4.3, соответствующих моментам времени  $t = (3 \div 4)P_{\rm orb}$ , выглядит как формирование арки плотного вещества во внутренней области магнитосферы аккретора. Этот процесс завершается в момент времени  $t = 5P_{\rm orb}$  (Рис. 4.3, нижняя панель). На временном отрезке  $t = (5 \div 7)P_{\rm orb}$  (Рис. 4.3 - 4.4) происходит дальнейшее увеличение плотности потока на северный полюс и его расширение. Рост плотности вызывает увеличение динамического давления



Рис. 4.3. То же, что и Рис. 4.1, но для моментов времени  $t = (4 \div 5)P_{\text{orb}}$ . вещества и его накопление в окрестности магнитных полюсов. Следствием этого процесса является уменьшение внутреннего радиуса арки.

На Рис. 4.5 — 4.6 представлено решение для моментов времен<br/>и $t=(8\div9)P_{\rm orb}.$ 

Данный интервал характеризуется быстрыми изменениями структуры течения, поэтому для него представлены результаты расчётов с более мелким временным шагом. На данном интервале времени происходит соб-



Рис. 4.4. То же, что и Рис. 4.1, но для моментов времени  $t = (6 \div 7) P_{\text{orb}}$ .

ственно переход струи от южного магнитного полюса на северный, что визуально выглядит как размыкание и исчезновение арки. Отрыв течения от южного полюса происходит за время, равное примерно  $0.5P_{\rm orb}$ . При этом стоит отметить, что плотность вещества в этой части струи изменяется незначительно, тогда как её сечение стремительно уменьшается. На нижней панели Рис. 4.6 показано состояние системы на момент времени  $t = 9P_{\rm orb}$ , который завершает собой процесс переключения. Отметим, что



Рис. 4.5. То же, что и Рис. 4.1, но для моментов времени  $t = (8.0 \div 8.2) P_{\text{orb}}$ .

при полном переключении струи на северный магнитный полюс наблюдается её остаточное уширение в начале магнитной части траектории (в области взаимодействия с магнитосферой). Плотность этого потока заметно выше, чем было в начале переключения. Это связано с уменьшением расстояния от северного магнитного полюса до точки Лагранжа  $L_1$ . Также можно отметить, что внутренний радиус арки, начиная со стадии накопления вещества и до момента её полного разрушения, оставался неизменным.



Рис. 4.6. То же, что и Рис. 4.1, но для моментов времени  $t = (8.3 \div 8.4) P_{\text{orb}}$ .

На Рис. 4.9 — 4.16 представлены результаты расчётов для тех же моментов времени, что и на Рис. 4.1 — 4.8, но для процесса переключения течения с северного на южный магнитный полюс.

В данном переключении картина течения аналогична предыдущему процессу и отличается от него только временной шкалой. Так, аккреция на южный полюс начинается позже (примерно на  $1P_{\rm orb}$ ) и фактически происходит в момент времени  $t = 3P_{\rm orb}$  (Рис. 4.10, нижняя панель). Сам про-



Рис. 4.7. То же, что и Рис. 4.1, но для моментов времени  $t = (8.5 \div 8.6) P_{\text{orb}}$ .

цесс переключения (уменьшение аккреции на северный магнитный полюс и размыкание арки) также протекает в интервале времени  $t = (8 \div 9) P_{\rm orb}$  и длится почти вдвое дольше по сравнению с предыдущим процессом переключения — около  $1P_{\rm orb}$ .



Рис. 4.8. То же, что и Рис. 4.1, но для моментов времени  $t = (8.7 \div 9.0) P_{\text{orb}}$ .

## 4.2. Горячие пятна на поверхности аккретора

На Рис. 4.17–4.18 представлены рассчитанные распределения температуры по поверхности аккретора в те же моменты времени, что и на Рис. 4.1–4.8.

Для целей интерпретации наблюдений значительный интерес представляет соответствие положения зон энерговыделения общей структуре и



1.0

Рис. 4.9. Результаты численных расчётов структуры течения в асинхронном поляре CD Ind для процесса переключения течения с северного магнитного полюса на южный. Показаны изоповерхности логарифма плотности в единицах  $\rho(L_1)$ : 1) -4.0, 1) -3.0, 1) -2.0 для моментов времени  $t = (0 \div 1) P_{\text{orb}}$ . Синяя линия соответствует оси вращения аккретора, зелёная линия — оси магнитного диполя, чёрные линии со стрелками — силовым линиям магнитного поля. Внизу каждой панели указан момент времени в орбитальных периодах от начала расчёта, совпадающего с фазой периода биений 0.5.

геометрии течения. Анализ представленных на Рис. 4.17–4.18 распределений температуры и показанных на Рис. 4.1–4.8 распределений плотности позволяет сделать выводы как об изменении размеров горячих пятен, так



Рис. 4.10. То же, что и Рис. 4.9, но для моментов времени  $t = (2.0 \div 3.0) P_{\text{orb}}$ .

и об их дрейфе в процессе переключения аккреции с южного магнитного полюса на северный. Действительно, в моменты времени  $t = (0 \div 3) P_{\text{orb}}$ , когда аккреция идет преимущественно на южный полюс, на северном полюсе наблюдается лишь слабо выраженная область аккреции вещества из общей оболочки системы. Горячее пятно расположено чуть левее южного полюса и довольно плотно примыкает к нему. С течением времени площадь горячего пятна уменьшается примерно в 2 раза уже на третьем орбитальном



Рис. 4.11. То же, что и Рис. 4.9, но для моментов времени  $t = (4.0 \div 5.0) P_{\text{orb}}$ .

периоде, при этом его смещение происходит по-прежнему левее магнитного полюса. На временном интервале  $t = (4 \div 7)P_{\text{orb}}$  формируется арка вещества во внутренней области магнитосферы белого карлика. В это же время видно постепенное образование северной зоны аккреции и одновременное отклонение обеих зон энерговыделения от полюсов, что в результате приводит к их взаимному сближению вследствие уменьшения внутреннего радиуса арки. При этом отклонение северного пятна от полюса составляет



Рис. 4.12. То же, что и Рис. 4.9, но для моментов времени  $t = (4.0 \div 5.0) P_{\text{orb}}$ .

около 25°, а южного — около 15°. В момент времени  $t = 8P_{\rm orb}$  (Рис. 4.18) начинается фаза быстрого переключения, когда струя отрывается от южного магнитного полюса и полностью замыкается на северном полюсе. Из представленной температурной карты видно, что при этом северное пятно сохраняет свою площадь и положение относительно полюса. Южное пятно при этом заметно уменьшается и в момент времени  $t = 8.5P_{\rm orb}$  фактически исчезает. Его температура теперь определяется аккрецией вещества из



Рис. 4.13. То же, что и Рис. 4.9, но для моментов времени  $t = (8.0 \div 8.2) P_{\rm orb}.$ общей оболочки системы.

Формирование зон энерговыделения при переключении течения с северного полюса на южный (Рис. 4.19–4.20) происходит практически по тому же сценарию, что и для предыдущего переключения. На интервале времени  $t = (0 \div 5)P_{\text{orb}}$  площадь северного пятна, как и его положение относительно полюса, почти не меняется. В южном полушарии в этот момент наблюдается слабая область аккреции вещества из общей оболочки систе-



Рис. 4.14. То же, что и Рис. 4.9, но для моментов времени  $t = (8.3 \div 8.4) P_{\text{orb}}$ .

мы, симметричная относительно полюса. В момент времени  $t = 6P_{\rm orb}$  видно начало образования южной зоны энерговыделения, при этом северная зона начинает смещаться влево от полюса. На следующем орбитальном периоде завершается формирование арки аккрецирующего вещества во внутренней области магнитосферы белого карлика. На этом этапе горячие пятна, как и в предыдущем случае, сближаются, угол их отклонения от полюсов составляет 25° для северного и 15° — для южного пятна. Полный отрыв струи от



Рис. 4.15. То же, что и Рис. 4.9, но для моментов времени  $t = (8.5 \div 8.6) P_{\text{orb}}$ .

северного магнитного полюса происходит в момент времени  $t = 8.8 P_{\rm orb}$ , что на 0.3 орбитальных периода позже, чем при первом переключении. После замыкания аккреционного потока на южный полюс площадь зоны энерговыделения вокруг него остаётся постоянной, а северная область аккреции становится симметричной относительно полюса.

Из представленных распределений температуры легко получить информацию о движении пятен в процессах переключения. С учётом соб-



Рис. 4.16. То же, что и Рис. 4.9, но для моментов времени  $t = (8.7 \div 9.0) P_{\text{orb}}$ .

ственного вращения аккретора угол поворота магнитного диполя за время одного переключения составляет около  $35^{\circ}$ , что соответствует такому же смещению магнитных полюсов относительно начальной фазы переключения. Кроме того, обнаруживается дрейф пятен, вызванный собственно процессом переключения. В начальный момент времени t = 0 горячие пятна расположены симметрично по отношению к своим полюсам, а непосредственно в момент переключения полюсов ( $t = 8P_{orb}$ ) они максимально



Рис. 4.17. Распределение температуры по поверхности белого карлика в моменты времени  $t = (0 \div 7)P_{\rm orb}$  для процесса переключения аккреции с южного магнитного полюса на северный. Внизу каждой панели указан момент времени в орбитальных периодах от начала расчёта, совпадающего с нулевой фазой периода биений.

отклоняются от этого положения. При этом северное горячее пятно совершает движение от полюса на угол 25°, а южное — на 15°.



Рис. 4.18. То же, что и на Рис. 4.17, но для моментов времени  $t = (8 \div 9) P_{\text{orb}}$ .

## 4.3. Вариации темпа аккреции

Из представленной картины структуры течения в поляре CD Ind (см. Рис. 4.1—4.16) очевидно, что в процессах переключения струи между магнитными полюсами будут наблюдаться вариации светимости рассматриваемой двойной системы. Причиной этого являются изменения темпа аккре-



Рис. 4.19. Распределение температуры по поверхности белого карлика в моменты времени  $t = (0 \div 7)P_{\rm orb}$  для процесса переключения аккреции с северного магнитного полюса на южный. Внизу каждой панели указан момент времени в орбитальных периодах от начала расчёта, совпадающего с фазой 0.5 периода биений.

ции для каждого горячего пятна. Для количественного анализа динамики течения вблизи аккретора была рассчитана величина темпа аккреции, как для каждого магнитного полюса в отдельности, так и его полное значение согласно формуле (1.92).



Рис. 4.20. То же, что и на Рис. 4.19, но для моментов времени  $t = (8 \div 9) P_{\text{orb}}$ .

На Рис. 4.21 приведены полученные изменения темпа аккреции во времени для обоих процессов переключения.

Отметим, что в используемой модели темп массообмена является константой, что для поляра подразумевает и постоянный полный темп аккреции. Тем не менее, в расчетах видны достаточно значимые вариации полного темпа аккреции. Это означает, что в системе существует аккумулятор,



Рис. 4.21. Изменение темпа аккреции при переключении течения с южного магнитного полюса на северный (верхняя панель) и с северного на южный (нижняя панель). По оси x отложены моменты времени в орбитальных периодах от начала расчёта, по оси y — значение темпа аккреции в единицах  $10^{-9}M_{\odot}$ /год. Начало отсчёта времени соответствует 0.0 (верхняя панель) и 0.5 (нижняя панель) фазам периода биений. Синяя линия соответствует северному горячему пятну, красная — южному. Чёрной линией показан полный темп аккреции.

где на короткое время может накапливаться вещество с последующим его выпадением на белый карлик. При рассмотрении структуры течения были выявлены такие её особенности, как формирование арки и утолщений в струе в области взаимодействия с магнитосферой. Очевидно, что эти элементы могут служить накопителями вещества. Кроме того, в системе наблюдается формирование общей оболочки, о чем свидетельствует аккреция на не основной в данный момент полюс, которая также может накапливать и сбрасывать вещество.

Представленные графики показывают различный характер изменения темпов аккреции для каждого процесса переключения. При переключении течения с южного полюса на северный (Рис. 4.21, верхняя панель) в течение первых 4-х орбитальных периодов наблюдается примерное постоянство полного темпа аккреции на уровне  $4.6 \times 10^{-9} M_{\odot}$ /год. Затем начинается его плавный рост во временном диапазоне с 5-го по 9-й орбитальный период, что совпадает с моментами формирования арки вещества и завершения переключения соответственно. Это означает, что более «сильный» северный магнитный полюс частично препятствует значительному скоплению вещества в арке и аккреция в его окрестности начинается сразу же, как только он становится активным. Однако большая часть вещества арки выпадает на данный полюс по окончании переключения. В этот момент темп аккреции увеличивается на 10% и достигает значения  $5 \times 10^{-9} M_{\odot}$ /год. При этом на графике заметны локальные колебания темпа на временном отрезке около двух орбитальных периодов, что свидетельствует о неравномерности процесса аккреции вещества из арки. Это может быть связано с локальной неоднородностью потока по плотности, что приводит к его фрагментации на несколько отдельных рукавов с индивидуальной скоростью течения в каждом. Анализ результатов расчётов показывает, что причиной возрастания темпа аккреции является общее увеличение плотности вещества, при этом нормальная компонента скорости изменяется незначительно. В течение четырёх орбитальных периодов после окончания переключения виден плавный спад полного темпа аккреции до значения, характерного для униполярной аккреции, что свидетельствует о завершении сброса вещества из арки. Данное значение сохраняется на протяжении следующих 10-ти периодов, а затем снова наблюдается рост темпа аккреции, который вызван приближением северного магнитного полюса к внутренней точке Лагранжа. Максимальное сближение соответствует примерно 30-му орбитальному периоду (фазе 0.25 периода биений).

При обратном переключении полюсов с северного на южный (Рис. 4.21, нижняя панель) наблюдается аналогичная картина изменения темпа аккреции. Здесь заметно ослабленное влияние южного магнитного полюса по сравнению с северным на аккрецирующий поток. Достаточно резкий рост темпа аккреции (на 15%) при распаде арки вещества свидетельствует о значительном накоплении материи в данном элементе структуры течения. Кроме того, повышенное значение темпа сохраняется длительное время — порядка 7-ми орбитальных периодов, что также говорит о большом объёме материи, накопленной в арке. Спад скорости аккреции так же, как и в предыдущем случае, характеризуется небольшими вариациями в процессе сброса вещества из арки и длится около 12 орбитальных периодов. Несмотря на приближение южного магнитного полюса к внутренней точке Лагранжа в окрестности 25-го орбитального периода, темп аккреции в связи с этим событием увеличивается незначительно, и в целом средняя его величина для данного полюса несколько ниже, чем для противоположного северного, примерно на 4%.

Представленные на Рис. 4.21 изменения темпа аккреции и различие свойств процессов переключения являются дополнительным подтверждением гипотезы о том, что причиной данных изменений служит смещение оси магнитного диполя относительно центра белого карлика.

144
#### 4.4. Синтетические кривые блеска

Используемая нестационарная МГД модель, вследствие учёта в ней непрерывности вращения магнитной оси диполя, позволяет получать решения с малым шагом по времени. Однако для построения кривых блеска большая часть расчётов выполнялась с шагом, равным одному орбитальному периоду поляра, что оказалось достаточно для исследования общего поведения искомой кривой. Для детального изучения собственно процесса переключения струи между магнитными полюсами на соответствующем временном отрезке результаты расчёта сохранялись с шагом, меньшим длительности орбитального периода.

Рассчитанные болометрические кривые блеска с учётом поглощения излучения в расчётной области приведены на Рис. 4.22 и 4.23.

Важно отметить, что вид кривой блеска на 9-м орбитальном периоде, который характеризуется быстрыми изменениями структуры течения, будет зависеть от выбранного начала отсчёта по временной шкале, так как неподвижный наблюдатель может фиксировать изменения блеска только в течение полного орбитального периода. Для согласованного вида кривой блеска на всём протяжении её формирования на Рис. 4.22 за начало отсчёта принята фаза 0.0 периода биений, а на Рис. 4.23 — фаза 0.5 периода биений.

При переключении с южного полюса на северный (Рис. 4.22) первые четыре орбитальных периода характеризуются примерно постоянной светимостью, как системы в целом, так и обоих пятен. Начиная с 4-го периода и вплоть до момента переключения  $t = 8.5P_{\rm orb}$  наблюдается плавный спад светимости южного горячего пятна. Поток излучения от северного пятна на этом же интервале времени показывает заметный рост. На начальном этапе его величина соответствует аккреции вещества из общей оболочки системы, а к середине 8-го орбитального периода светимость северного пятна



Рис. 4.22. Синтетические болометрические кривые блеска для переключения с южного магнитного полюса на северный с учётом поглощения в расчётной области. Красной линией показана светимость южного пятна, синей — северного пятна, зелёной — полная светимость поляра, пунктирной — без учёта поглощения в расчётной области. По оси x отложены моменты времени в орбитальных периодах, по оси y — абсолютное значение потока в единицах  $10^{33}$  эрг/с. Начало отсчёта времени соответствует фазе 0.0 периода биений.



Рис. 4.23. То же, что и Рис. 4.22, но для переключения с северного магнитного полюса на южный. Начало отсчёта времени соответствует фазе 0.5 периода биений.

становится равной южному. Подобное поведение светимости пятен является отражением процесса формирования арки вещества в магнитосфере аккретора и замыканием течения на второе пятно. В момент переключения струи (в точке  $t = 8.5P_{orb}$ ) происходит резкое повышение яркости северного пятна, которое совпадает с фазой сброса накопленного в арке вещества на данное пятно. Величина потока излучения на этом этапе увеличивается в 14 раз по сравнению с начальной светимостью в точке t = 0, достигая значения  $2.7 \times 10^{33}$  эрг/с. Южное пятно при этом демонстрирует ускоренный спад яркости, связанный с разрывом течения, и к началу 10-го орбитального периода его состояние соответствует аккреции вещества из общей оболочки системы. Характерное значение потока излучения от северного и южного пятен для этого состояния составляет около  $0.2 \times 10^{33}$  эрг/с.

При обратном переключении течения с северного магнитного полюса на южный (Рис. 4.23) наблюдается аналогичная картина изменения светимости пятен. Поток излучения от северного пятна, начиная с четвёртого периода и до момента переключения, плавно спадает. Его абсолютное значение при этом несколько выше, около  $3.5 \times 10^{33}$  эрг/с, по сравнению с зафиксированным для падающего потока от южного пятна в предыдущем переключении. Рост светимости южного пятна в текущем процессе переключения также более плавный, что говорит о различии характеристик магнитных полюсов.

Поскольку светимость пятен в значительной степени зависит от величины нормальной компоненты скорости аккрецирующего вещества (слагаемое  $v^2/2$  в формуле (1.68)) и в меньшей степени определяется его плотностью (потоком массы), кривые блеска выглядят более сглаженными по сравнению с графиком темпа аккреции. Кроме того, плавность кривых блеска определяется изменением величины угла  $\beta$  в (1.81), под которым в конкретный момент времени горячее пятно видно земному наблюдателю.

Несмотря на качественную схожесть наблюдаемых изменений в

структуре течения и в соответствующих кривых блеска при переключении с одного полюса на другой, следует отметить и значительные количественные отличия. В первую очередь, это касается светимости в режиме однополюсной аккреции (первые 4 периода из каждого расчета и момент времени после завершения переключения): полная светимость системы в режиме аккреции на южный полюс составляет примерно  $2 \times 10^{33}$  эрг/с, при аккреции на северный полюс — около 3 × 10<sup>33</sup> эрг/с. Это прямое отражение факта смещения диполя в системе. Еще более значимые отличия наблюдаются в моменты переключения. При переключении с южного полюса на северный (Рис. 4.22) светимость северного пятна в начале 9-го периода резко возрастает до величины  $2.7 \times 10^{33}$  эрг/с, а яркость южного пятна во второй половине этого периода падает до  $0.2 \times 10^{33}$  эрг/с. При обратном переключении (Рис. 4.23) светимость южного пятна на том же временном интервале возрастает до  $2 \times 10^{33}$  эрг/с, а северного в конце этого периода снижается до  $0.3 \times 10^{33}$  эрг/с. Как видно из приведенных величин, отношение светимостей пятен в первом случае равно 14, а во втором — 6, причём оно соответствует резкому изменению потоков излучения вследствие перезамыкания течения с одного полюса на другой. Для сравнения, в состоянии однополюсной аккреции максимумы потоков излучения от пятен отличаются примерно в 2 ÷ 2.5 раза и это соотношение сохраняется в интервале времени между переключениями. С точки зрения земного наблюдателя момент переключения, особенно с южного полюса на северный, когда светимость системы увеличивается в 14 раз, будет выглядеть как внезапная вспышка в течение одного орбитального периода измерений.

# 4.5. Метод оценки конфигурации магнитного поля аккретора по кривым блеска

На Рис. 4.24 приведёны фрагменты болометрических кривых блеска поляра CD Ind (см. Рис. 4.22—4.23), включающие окрестности момента переключения течения с одного магнитного полюса на другой. Для данного отрезка времени на рисунке показаны положения горячих пятен на кривой блеска.



Рис. 4.24. Синтетические болометрические кривые блеска поляра CD Ind для величины смещения диполя -0.5 в окрестности момента переключения течения с южного магнитного полюса на северный (верхняя панель) и с северного магнитного полюса на южный (нижняя панель). Красной пунктирной линией выделен орбитальный период, соответствующий моменту переключения. Стрелками показаны положения северного (N) и южного (S) горячих пятен. По оси y отложена величина потока излучения в единицах  $10^{33}$  эрг/с, по оси x — время в орбитальных периодах от начала отсчёта.

Представленная в Разделе 4.4 динамика изменения светимости поляра позволяет предположить, что на основе сравнения наблюдательных и синтетических кривых блеска можно разработать метод оценки величины дипольного смещения по разнице светимостей северного и южного горяче-



Рис. 4.25. Синтетические болометрические кривые блеска поляра CD Ind для значений смещения магнитного диполя -0.9, -0.7 и -0.5 (указаны сверху каждой панели) в момент переключения течения с южного магнитного полюса на северный. По оси y отложена величина потока излучения в единицах  $10^{33}$  эрг/с, по оси x — время в орбитальных периодах от начала отсчёта.



Рис. 4.26. То же, что и на Рис. 4.25, но для значений смещения  $-0.3,\,-0.1$  и 0.0.



Рис. 4.27. То же, что и на Рис. 4.25, но для значений смещения 0.1, 0.3 и 0.5.



Рис. 4.28. То же, что и на Рис. 4.25, но для значений смещения 0.7 и 0.9. го пятна в моменты переключения аккреции. Данный метод заключается в построении зависимости отношения светимостей горячих пятен от величины смещения. Поскольку отношение светимостей индивидуально для конкретной двойной системы, то синтез искомой зависимости на основе одного поляра (например, рассматриваемого в данной работе CD Ind) будет носить качественный характер, позволяющий выявить характерные точки графика, свойственные определённому смещению диполя. Очевидно, что для данного поляра возможна и достаточно точная количественная оценка величины смещения по кривым блеска. В других асинхронных полярах количественная оценка смещения диполя может выполняться с учётом по-



Рис. 4.29. Синтетические болометрические кривые блеска поляра CD Ind для значений смещения магнитного диполя -0.9, -0.7 и -0.5 (указаны сверху каждой панели) в момент переключения течения с северного магнитного полюса на южный. По оси y отложена величина потока излучения в единицах  $10^{33}$  эрг/с, по оси x — время в орбитальных периодах от начала отсчёта.



Рис. 4.30. То же, что и на Рис. 4.29, но для значений смещения  $-0.3,\,-0.1$  и 0.0.



Рис. 4.31. То же, что и на Рис. 4.29, но для значений смещения 0.1, 0.3 и 0.5.



Рис. 4.32. То же, что и на Рис. 4.29, но для значений смещения 0.7 и 0.9. лученных характерных особенностей графика и индивидуальных величин светимостей горячих пятен исследуемых систем.

Чтобы продемонстрировать применение описанного метода к поляру CD Ind, было выполнено 11 численных расчетов для различных значений смещения диполя. Центр диполя перемещался только вдоль оси вращения белого карлика (вдоль оси z). Поскольку в крайних точках (на географических полюсах звезды) магнитное поле диполя будет стремиться к бесконечности, во избежание неопределенности в расчетах максимальные смещения были ограничены значениями 0,9 и -0,9 соответственно.

На Рис. 4.25 — 4.32 представлено семейство синтетических болометри-

ческих кривых блеска CD Ind в момент переключения полюсов для различных значений смещения диполя. Следует обратить внимание на то, что при построении этих кривых учитывались углы, под которыми наблюдатель с Земли видит горячие пятна. Следовательно, отношение потоков излучения от пятен как в режиме униполярной аккреции, так и в момент переключения будет отличаться от отношения потоков, наблюдаемых вдоль вектора нормали к плоскости пятна. Поэтому в зависимости от метода получения синтетической кривой блеска (с учётом наклона плоскости пятна к наблюдателю или вдоль нормали к этой плоскости) оценка смещения диполя может различаться для наблюдательной и модельной кривой блеска.

Анализ представленных кривых блеска выявил следующие особенности.

При заданных углах ориентации магнитного диполя  $\theta$  и  $\phi$  положение горячего пятна на экваторе белого карлика соответствует смещению +0.34 для южного пятна и -0.34 для северного. В этом положении пятно проходит максимально близко к внутренней точке Лагранжа, что обеспечивает наибольшее значение темпа аккреции и потока излучения. Действительно, на приведенных выше рисунках максимум потока излучения вблизи момента переключения достигается на панелях, показывающих кривые блеска для значений смещения -0.3 и +0.3. При переключении с южного магнитного полюса на северный смещение диполя -0.3 соответствует наибольшему потоку от северного пятна, а смещение +0.3 — наибольшему потоку от южного пятна. При обратном переключении схема меняется на противоположную.

На границах расчетного диапазона, т. е. для значений смещения -0.9и +0.9, наблюдается значительная разница в светимостях пятен, что связано с резким увеличением напряженности магнитного поля в пятнах, как ее абсолютного значения, так и соотношения значений для обоих пятен. Кроме того, угол расположения пятен относительно наблюдателя в рассматриваемом случае быстро приближается к 90°, что также способствует сильной разнице в потоках излучения. Численное моделирование структуры потока для этих значений смещения показало, что продолжительность процессов переключения магнитных полюсов увеличивается примерно на один орбитальный период по сравнению с центральными положениями диполя. Сильное магнитное поле дольше удерживает вещество в арке, и последующая аккреция накопленного вещества протекает более плавно.

Особый интерес представляет вид кривой блеска при центральном расположении диполя (z = 0). При таком положении магнитной оси оба полюса имеют одинаковую напряженность поля и поэтому предположительно должны вызывать симметричную аккрецию. Однако на соответствующих кривых блеска (см. Рис. 4.26 и 4.30) наблюдается небольшая разница в потоках излучения в области униполярной аккреции, и южный магнитный полюс выглядит более «сильным». Прежде всего, разница в яркости пятен для этого дипольного смещения обусловлена наличием силы Кориолиса. Из-за отклонения течения в сторону от аккретора в момент переключения потока с южного полюса на северный большая часть вещества направляется к первому. При обратном переключении с северного полюса на южный наблюдается аналогичный вид кривой блеска при значении смещения -0.1. Нулевое смещение здесь несколько отличается от предыдущего случая. Из кривой блеска видно, что непосредственно перед переключением происходит небольшое накопление вещества вблизи северного полюса (при предыдущем переключении накопление вещества происходит только в момент смены полюса, а не предшествует ему), которое затем быстро выпадает на южный полюс и обеспечивает большую яркость южного горячего пятна по сравнению с северным.

По полученным кривым блеска можно оценить соотношение потоков излучения горячих пятен в момент переключения, который совпадает с 9-м орбитальным периодом. Чтобы получить сопоставимые значения искомого

160

соотношения, в качестве делимого было выбрано большее значение потока. Таким образом, для переключения с южного полюса на северный вычисляется отношение потоков северного пятна к южному N/S, а при обратном переключении — южного пятна к северному S/N.



Рис. 4.33. Зависимость отношения светимостей горячих пятен (численные значения указаны для каждой точки графика) от величины смещения магнитного диполя для асинхронного полярного CD Ind. Кривая SP1 соответствует переключению потока с южного магнитного полюса на северный, кривая SP2 — с северного магнитного полюса на южный.

Выявленная зависимость наглядно показана на Рис. 4.33.

Графики показывают симметрию соотношений светимости горячих пятен для обоих процессов переключения в диапазоне смещений диполя от -0.1 до +0.1. Дальнейшее смещение диполя вниз для переключения с южного полюса на северный (кривая SP1) и вверх для переключения с северного полюса на южный (кривая SP2) демонстрирует увеличение соотношения потоков примерно в 2 раза. Это указывает на то, что увеличение магнитной индукции южного полюса быстрее приводит к увеличению яркости соответствующего горячего пятна. Однако при максимальных смещениях +0.9 и -0.9 соотношение потоков излучения горячих пятен становится сопоставимым. Это связано с экспоненциальным увеличением напряженности магнитного поля по мере приближения магнитных полюсов к центру диполя и быстрым увеличением угла наклона пятен. Большие величины смещения магнитного диполя в реальных полярах пока не обнаружены, но моделирование таких ситуаций, несомненно, представляет интерес для понимания физики аккреции вещества на белый карлик в экстремальных случаях. В то же время эти смещения легко обнаруживаются с помощью наблюдательных кривых блеска, основанных на предлагаемом методе.

### 4.6. Выводы по главе 4

- Численное моделирование показало наличие качественных изменений структуры течения в процессах переключения аккреции: увеличение сечения струи в начале магнитной части траектории и формирование арки плотного вещества во внутренней области магнитосферы белого карлика, обращённой к донору. В ходе переключения внутренний радиус арки уменьшается, что соответствует сближению горячих пятен на поверхности аккретора. Вслед за этим происходит быстрый процесс размыкания струи с предыдущим магнитным полюсом и формирование новой однополюсной аккреции.
- 2. Карты температуры поверхности первичного компонента показывают заметный дрейф горячих пятен в процессах переключения полюсов. Смещение зон энерговыделения происходит в основном по долготе в среднем на 15° ÷ 25°, при этом наблюдается их взаимное сближение при формировании арки вещества в магнитосфере белого карлика.
- 3. Моменты переключения характеризуются накоплением вещества в

магнитосфере белого карлика.

- 4. Кривые блеска показали, что в системе со смещенным диполем существенно (примерно в 2 раза) отличаются светимости в периоды однополюсной аккреции. В моменты же переключения аккреции быстрые колебания светимости могут отличаться в 3.5 раза, в зависимости от направления процесса.
- 5. Разработанный на основе вычисления соотношения светимостей горячих пятен в моменты переключения течения между магнитными полюсами метод оценки конфигурации магнитного поля аккретора позволяет выявить величину смещения диполя относительно центра звезды.

## Заключение

Для исследования структуры течения в полярах использована трёхмерная численная МГД модель, которая в полной мере учитывает ряд динамических эффектов, связанных с наличием магнитного поля. Применение в модели расчётной области с адаптивной сеткой и разностной схемы повышенного пространственного разрешения позволило детально изучить процесс аккреции вещества на белый карлик и предоставить весь необходимый материал для интерпретации наблюдательных данных поляров.

Представленная численная модель была опробована на двух типах поляров — синхронном и асинхронном.

Проведённое исследование структуры течения в синхронном поляре подтвердило однозначное соответствие между состоянием активности двойной системы и значением темпа массообмена. Кроме того, моделирование показало, что вариации темпа приводят к заметным изменениям геометрии течения: с увеличением темпа массообмена растет длина баллистической части аккреционной струи, что способствует отклонению течения от направления на белый карлик. Это приводит к соответствующим изменениям на наблюдательных кривых блеска, появлению на них дополнительных провалов.

Построенные по результатам численных расчётов температурные карты поверхности аккретора выявили формирование двух зон аккреции, сосредоточенных около северного (основная зона) и южного (вторичная зона) магнитных полюсов белого карлика. Южная зона аккреции является гораздо менее интенсивной, поскольку формируется за счет потока вещества из околозвездной оболочки. Характеристики северного горячего пятна существенно зависят от темпа аккреции. При переходе от низкого состояния активности к высокому это пятно смещается как по долготе (на 30°), так и по широте (на 20°). Такие результаты хорошо согласуются с наблюдениями.

Кроме вариаций геометрии течения, проведённые расчёты выявили ещё один эффект, обуславливающий существенные изменения яркости во вторичном минимуме на наблюдательных кривых блеска. Показано, что данный эффект связан с прогревом оболочки донора рентгеновским излучением из зон аккреции.

Использование численной модели для асинхронного поляра CD Ind позволило получить общую картину структуры течения в зависимости от фазы периода биений. Её анализ показал, что наблюдаемые вариации геометрии течения обусловлены только асинхронным вращением аккретора, а не темпом массообмена. Изучение положения горячих пятен с помощью температурных карт выявило сосредоточение зон аккреции около магнитных полюсов. В течение периода биений обнаружен заметный дрейф горячих пятен: основное их смещение наблюдается по долготе — в среднем на 20°, смещения по широте при этом не происходит.

Кроме того, в ходе расчетов было обнаружено, что в системе CD Ind дважды за период биений происходит переключение течения между магнитными полюсами, в процессе которого резко изменяется конфигурация аккреционной струи. При этом из-за смещенной оси диполя относительно центра звезды, а также из-за наклона диполя относительно оси вращения этот процесс происходит несимметричным по времени образом.

Более детальное изучение процессов переключения аккреции обнаружило качественные изменения структуры течения. В частности, наблюдалось увеличение сечения струи в начале магнитной части траектории и формирование арки плотного вещества во внутренней области магнитосферы белого карлика, обращенной к донору. Образование арки происходит примерно в течение 5 орбитальных периодов. Далее ее внутренний радиус начинает уменьшаться, что соответствует сближению горячих пятен на поверхности аккретора. На 9-м орбитальном периоде происходит быстрый процесс размыкания струи с предыдущим магнитным полюсом и формирование новой однополюсной аккреции.

Изучение движения горячих пятен с помощью температурных карт показало заметный дрейф зон энерговыделения в процессах переключения полюсов. Смещение пятен происходит в основном по долготе в среднем на  $15^{\circ} \div 25^{\circ}$ .

Из анализа рассчитанных темпов аккреции следует, что в моменты переключения в системе имеют место процессы накопления вещества в магнитосфере белого карлика. При переключении с южного полюса на северный сброс вещества из арки происходит за короткий промежуток времени и ведёт к заметному росту светимости северного горячего пятна. Обратное переключение характеризуется более продолжительной аккрецией накопленного вещества, что приводит к увеличению темпа аккреции на 15%, однако в этом случае резких изменений светимости поляра не наблюдается.

Направлением развития исследования, проведенного в данной работе, может служить задача синтеза кривых блеска в УФ-диапазоне для рассмотренных поляров и сравнение их с наблюдательными данными, так как этот участок спектра сможет предоставить много новой информации о двойной системе, в частности, позволит более детально изучить процесс аккреции. В данном случае наблюдательные данные могут быть получены благодаря возможностям космической обсерватории "Спектр-УФ", запуск которой планируется в ближайшее время [137].

Не менее интересно изучение поляров в рентгеновском диапазоне, так как на этот участок спектра приходится основная доля излучения горячих пятен. Это означает, что получая рентгеновские кривые блеска из наблюдений, можно более подробно изучить физические процессы непосредственно в зоне аккреции — в аккреционной колонке, где возникает ударная волна, и более точно определить физические параметры этой области.

Представленные в Разделе 1.1 оценки физических параметров течения и зоны аккреции показали, с одной стороны, возможный диапазон изменения данных параметров в рамках используемой численной модели, с другой — выявили некоторые недостатки модели с точки зрения сделанных начальных предположений. Всё это определяет ещё одно направление дальнейшего развития темы диссертации: изменение численной модели с целью правильного учёта физических процессов в поляре, а также более точный расчёт параметров структуры течения. В частности, оценка показала, что при наличии даже небольшого количества нейтральных атомов водорода вещество струи становится оптически толстым для всех значений темпа массообмена. Поэтому для расчёта его прогрева излучением горячих пятен необходимо использовать диффузионное приближение вместо условия локального термодинамического равновесия. Кроме того, следует более точно учесть химический состав самого вещества струи: вместо чисто водородной компоненты задать в качестве начальных условий численного моделирования солнечный состав. Это может повлиять на форму синтетических кривых блеска в области затмения пятна струёй, а также внесёт некоторые изменения в газодинамические параметры течения.

Также в численную модель можно добавить более детальный учёт структуры аккреционной колонки, что позволит уточнить параметры этой зоны, например, температуры горячих пятен при наличии ударной волны.

## Благодарности

Автор выражает благодарность научному руководителю Жилкину А. Г. за всестороннюю помощь в проведении исследований и создании материала для данной работы, в частности за предоставленный трёхмерный численный код, научному консультанта Бисикало Д. В. за критические замечания и соавторство в написании статей и данной работы, Кайгородову П. В. за техническую поддержку и помощь в работе. Также автор благодарит за предоставленный наблюдательный материал по поляру V808 Aur команду наблюдателей САО РАН под руководством Габдеева М. М. и по поляру CD Ind группу сотрудников Южноафриканской Обсерватории во главе с Дэвидом Бакли.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-52-60001.

Численные расчёты выполнялись с использованием оборудования центра коллективного пользования "Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мегакласса" НИЦ "Курчатовский институт", а также вычислительного кластера Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН.

## Литература

- Duchene G., Kraus A. Stellar Multiplicity // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. 2013. V. 51. Nº269. P. 269–310.
- Moe M., Di Stefano R. Mind Your Ps and Qs: The Interrelation between Period (P) and Mass-ratio (Q) Distributions of Binary Stars // Astrophysical Journal Supplement Series. 2017. V. 230. Nº2. P. 15.
- Масевич А. Г., Тутуков А. В. Эволюция звезд: теория и наблюдения. М.: Наука, 1988.
- Kolb U. A model for the intrinsic population of cataclysmic variables // Astronomy and astrophysics. 1993. V. 271, P. 149.
- Ritter H. Principles of semi-detached binary evolution. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- Юнгельсон Л. Р. Эволюция тесных двойных с потерей массы из системы. III. Системы с белыми карликами // Научная информация Астросовета АН СССР. 1973. Т. 26, С. 71.
- Федорова А. В., Бисикало Д. В., Боярчук А. А., Кузнецов О. А., Тутуков А. В., Юнгелъсон Л. Р. Неконсервативная эволюция катаклизмических двойных звёзд // Астрономический журнал. 2000. Т. 77, С. 357.
- Warner B. Cataclysmic Variable Stars. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- Bath G. T., Pringle J. E. Cataclysmic variables: a theoretical review. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.

- Sion E. M. White dwarfs in cataclysmic variables // Publications of the astronomical society of the Pacific. 1999. V. 111, PP. 532–555.
- Бисикало Д. В., Жилкин А. Г., Боярчук А. А. Газодинамика тесных двойных звёзд. М.: Физматлит, 2013.
- Norton A., Wynn J. A. Somerscales R. V. The spin periods and magnetic moments of white dwarfs in magnetic cataclysmic variables // Astrophysical Journal. 2004. V. 614, P. 349.
- Campbell C. G. Magnetohydrodynamics in binary stars. Dordrecht: Kluwer Academy Publishers, 1997.
- Schmidt G. D., West S. C., Liebert J., Green R. F., Stockman H. S. The new magnetic white dwarf PG1031+234: polarization and field structure at more than 500 million Gauss // Astrophysical Journal. 1986. V. 309, P. 218.
- Campbell C. G., Schwope A. D. Asynchronous rotation in the polars // Astronomy and Astrophysics. 1999. V. 343, P. 132–136.
- Piirola V., Coyne G. V., Takalo S. J. UBVRI polarimetry of AM Herculestype binaries. V. The asynchronous polar BY Camelopardalis (H0538+608) // Astronomy and Astrophysics. 1994. V. 283, PP. 163-174.
- Mason P. A., Andronov I. L., Kolesnikov S. V., Pavlenko E. P., Shakovskoy N. M. Asynchronism and multipole accretion in BY Cam // Astronomical Society of the Pacific Conference Series. 1995. V. 85, P. 496.
- 18. Черепащук А. М. Тесные двойные звезды. Т. 1–2. М.: Физматлит, 2013.
- 19. King A. R. The accretion of diamagnetic blobs by a rotating magnetosphere // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1993. V. 261. Nº1. P. 144.

- Ikhsanov N.R., Neustroev V. V., Beskrovnaya N. G. On the mass transfer in AE Aquarii // Astronomy and Astrophysics. 2004. V. 421, P. 1131.
- Norton A. J., Butters O. W., Parker T. L., Wynn G. A. The Accretion Flows and Evolution of Magnetic Cataclysmic Variables // Astrophysical Journal. 2008. V. 672. Nº1. P. 524.
- 22. Бисноватый-Коган Г. С., Рузмайкин А. А. Аккреция вещества коллапсирующей звездой в присутствии магнитного поля. II. Самосогласованная стационарная картина // Астрофизика и космическая наука. 1976. Т. 42, С. 401–424.
- Allen M. P., Tildesley A. K. Computer simulation of liquids. Oxford: Clarendon Press, 1987.
- Evans M. W., Halrow F. H. The particle-in-cell method for hydrodynamic calculations // Los Alamos Scientific Laboures. 1957. LA-2139.
- Harlow F. H., Welch J. E. Numerical calculations of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface // Physics of Fluids. 1965. V. 8, Nº12, P. 2182.
- 26. Григорьев Ю. Н., Вшивков В. А., Федорук М. П. Численное моделирование методами частиц-в-ячейках. М.: Изд. СО РАН, 2004.
- Gingold R. A., Monaghan J. J. Kernel estimates as a basis for general particle methods in hydrodynamics // Journal of computational physics. 1982. V. 46, P. 429.
- Koldoba A. V., Romanova M. M., Ustyugova G. V., Lovelace R.V.E. Threedimensional magnetohydrodynamic simulations of accretion to an inclined rotator: The «Cubed Sphere» Method // Astrophysical Journal. 2002. V. 576. Nº1. P. L53–L56.

- Romanova M. M., Ustyugova G. V., Koldoba A. V., Wick J. V., Lovelace R. V. E. Magnetohydrodynamic simulations of disk-magnetized star interactions in the quiescent regime: funnel flows and angular momentum transport // Astrophysical Journal. 2003. V. 595, P. 1009.
- Romanova M. M., Ustyugova G. V., Koldoba A. V., Wick J. V., Lovelace R.
  V. E. Three-dimensional simulations of disk accretion to an inclined dipole.
  II. Hot spots and variability // Astrophysical Journal. 2004 V. 610, P. 920.
- 31. Romanova M. M., Ustyugova G. V., Koldoba A. V., Wick J. V., Lovelace R. V. E. The propeller regime of disk accretion to a rapidly rotating magnetized star // Astrophysical Journal. 2004. V. 616, P. L151.
- Monaghan J. J., Gingold R. A. Shock simulation by the particle method SPH // Journal of computational physics. 1983. V. 52, P. 374.
- Monaghan J. J., Lattanzio J. C. A refined particle method for astrophysical problems // Astronomy and astrophysics. 1985. V. 149, P. 135.
- Monaghan J. J. An introduction to SPH // Computer physics communications. 1988. V. 48, P. 89.
- Monaghan J. J. Smoothed particle hydrodynamics // Annual Review of Astronomy and astrophysics. 1992. V. 30, P. 543.
- 36. Serna A., Alimi J. M., Chieze J. P. Adaptive smooth particle hydrodynamics and particle-particle coupled codes: energy and entropy conservation // Astrophysical Journal. 1996. V. 461, P. 884.
- 37. Owen J. M., Villumsen J. V., Shapiro P. R., Martel H. Adaptive smoothed particle hydrodynamics: II. Methodology // Astrophysical Journal Supplement Series. 1998. V. 116, P. 155.
- Cummins S. J., Rudman M. A SPH projection method // Journal of computational physics. 1999. V. 152, P. 584.

- Schiissler J., Schmitt D. Comments on smoothed particle hydrodynamics // Astronomy and astrophysics. 1981. V. 97, P. 373.
- 40. Thomas D., Wood M. The emergence of negative superhumps in cataclysmic variables: smoothed particle hydrodynamics simulations // Astrophysical Journal. 2015. V. 803, P. 55.
- Nagasawa M., Matsuda T., Kuwahara K. Smoothed particle rendering for fluid visualization «Three-dimensional accretion disk and jet formation» // Numerical Astrophysics Japan. 1991. V. 2, P. 27.
- 42. Бисикало Д. В., Жилкин А. Г., Боярчук А. А. Структура течения в тесных двойных звёздах с учётом магнитного поля // Успехи физических наук. 2012. Т. 182, С. 121.
- 43. Mason P., Ramsay G., Andronov I., Kolesnikov S., Shakhovskoy N., Pavlenko E. Evidence for pole switching in the magnetic cataclysmic variable BY Cam // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. 1998. V. 295, P. 511.
- 44. Pavlenko E. P., Andreev M., Babina Ju. V. Observational evidence for a complex magnetic field structure of the asynchronous polar BY Cam // The Astronomical society of the pacific conference series. 2007. V. 372, P. 537.
- 45. Жилкин А. Г., Бисикало Д. В., Масон П. А. Трехмерное МГД моделирование структуры аккреционного течения в магнитных катаклизмических переменных с сильным и сложным магнитным полем // Астрономический журнал. 2012. Т. 89, С. 291.
- 46. Wu K., Wickramasinghe D. T. Accretion onto AM Herculis binaries with a multipole magnetic field // The Astronomical society of the pacific conference series. 1992, V. 29, P. 203.

- 47. Long M., Romanova M. M., Lovelace R. V. E. Accretion to stars with nondipole magnetic fields // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. 2007. V. 374, P. 436.
- 48. Long M., Romanova M. M., Lovelace R. V. E. Three-dimensional simulations of accretion to stars with complex magnetic fields // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. 2008. V. 386, P. 1274.
- 49. Romanova M. M., Long M., Lamb F. K. Global 3D simulations of disc accretion onto the classical T Tauri star V2129 Oph // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. 2011. V. 411, P. 915.
- Zhilkin A. G., Bisikalo D. V. Formation of an accretion disc in close binary systems with magnetic field // Astronomical Journal. 2010. V. 87, P. 1155.
- Zhilkin A. G., Bisikalo D. V., Ustyugov V. A. New magnetohydrodynamic model for close binary stars: Applicability for moderate magnetic fields // AIP Conference Proceedings. 2013. V. 1551, P. 22.
- 52. Жилкин А. Г., Бисикало Д. В. Влияние магнитного поля на структуру аккреционных дисков в полуразделенных двойных системах // Астрономический журнал. 2009. Т.86, С. 475.
- 53. Курбатов Е. П., Жилкин А. Г., Бисикало Д. В. Модель модифицированной магнитной гидродинамики с учётом волновой турбулентности в приложениях к астрофизике // Успехи физических наук. 2017. Т. 187, №8, С. 857-878.
- Moffatt H. K. Magnetic field generation in electrically conducting fluids. Cambridge: Cambridge University Press, 1978.
- Тихонов А. Н., Самарский А. Л. Уравнения математической физики.
  М.: Наука, 1966.

- 56. Hakala P., Ramsay G., Potter S. B., Beardmore A., Buckley D. A. H., Wynn G. TESS observations of the asynchronous polar CD Ind: mapping the changing accretion geometry // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. 2019. V. 486, P. 2549.
- 57. Климишин И. А. Ударные волны в оболочках звезд. М.: Наука, 1984.
- 58. Shakura N., Sunyaev R. A theory of the instability of disk accretion on to black holes and the variability of binary x-ray sources, galactic nuclei and quasars // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. 1976. V. 175, P. 613.
- Silber A., Szkody P., Hoard D. W. The Noah Project: detection of the beat period of BY Camelopardalis // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1997. V. 290, P. 25.
- 60. Tanaka T. Finite volume TVD scheme on an unstructured grid system for three-dimensional mhd simulation of inhomogeneous systems including strong background potential fields // Journal of Computational Physics. 1994. V. 111, P. 381.
- Powell K., Roe P., Linde T., Gombosi T., Zeeuw D. A solutionadaptive upwind scheme for ideal magnetohydrodynamics // Journal of Computational Physics. 1999. V. 154, P. 284.
- Куликовский А., Погорелов Н., Семёнов А. Математические вопросы численного решения систем гиперболических уравнений. М.: Физматлит, 2001.
- Брагинский С. И. Магнитогидродинамика слабопроводящих жидкостей // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1960. Т. 37, С. 1417.

- Galtier S., Nazarenko S. V., Newell A. C., Pouquet A. A weak turbulence theory for incompressible magnetohydrodynamics // Journal of Plasma Physics. 2000. V. 63, P. 447.
- 65. Захаров В. Е. Слабая турбулентность в средах со спектром затухания // Журнал прикладной механики и технической физики. 1965. Т. 6, С. 22.
- 66. Ирошников П. С. Турбулентность в проводящей жидкости в сильном магнитном поле // Советская астрономия. 1964. Т. 7, С. 566.
- Kraichnan R. H. Inertial range spectrum in hydromagnetic turbulence // Physics of Fluids. 1965. V. 8, P. 1385.
- Zhilkin A. G., Bisikalo D. V. The effect of turbulent dissipation of magnetic field on flow structure in close binaries // Advances in space research. 2010.
   V. 45, P. 437.
- Drell S. D., Foley H. M., Ruderman M. A., Geophys J. Drag and propulsion of large satellites in the ionosphere // Journal of Geophysical Research. 1965. V. 70, P. 3131.
- 70. Гуревич А. В., Крылов А. Л., Федоров Е. Н. Индукционное взаимодействие проводящих тел с замагниченной плазмой // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1978. Т. 75, С. 2132.
- Рафиков Р. Р., Гуревич А. В., Зыбин К. П. Индукционное взаимодействие проводящих быстродвижущихся вращающихся тел с замагниченной плазмой // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1999. Т. 115, С. 542.
- 72. Исакова, П. Б., Ихсанов Н. Р., Жилкин А. Г., Бисикало Д. В., Бескровная Н. Г. Особенности течения вещества в пекулярной взрывной

(катаклизмической) переменной AE Aqu // Астрономический журнал. 2016. Т. 93, С. 474.

- Франк-Каменецкий Д. А. Лекции по физике плазмы. М.: Атомиздат, 1968.
- 74. Чен Ф. Введение в физику плазмы. М.: Мир, 1987.
- 75. Трубников Б. А. Теория плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1996, 462 с.
- 76. Zhilkin A. G., Bisikalo D. V. The effect of diffusion of magnetic field on flow structure in close binaries // Advances in Space Research. 2010. V. 45, P. 437-444.
- 77. Cox D. P., Daltabuit E. Radiative Cooling of a Low-Density Plasma // Astrophysical Journal. 1971. V. 167, P. 113.
- Dalgarno A., McCray R. A. Heating and Ionization of HI Regions // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. 1972. V. 10, P. 375.
- Raymond J. C., Cox D. P., Smith B. W. Radiative cooling of a low-density plasma // Astrophysical Journal. 1976. V. 204, P. 290.
- 80. Спитцер Л. Физические процессы в межзвездной среде. М.: Мир, 1981.
- Spitzer L. the temperature of interstellar matter. I. // Astrophysical Journal. 1948. V. 107, P. 6.
- 82. Flannery B. The location of the hot spot in cataclysmic variable stars as determined from particle trajectories // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1975. V. 170, P. 325.
- Frank J., King A. R., Raine D. J. Accretion power in astrophysics. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- 84. Степанов Н. Н. Сферическая тригонометрия. М.: ОГИЗ, 1948.

- 85. Погорелов А. В. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1968).
- 86. Соболев В. В. Курс теоретической астрофизики. М.: Наука, 1985.
- Вочкарёв Н. Г. Основы физики межзвездной среды: Учебное пособие.
  Изд. 2-е. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
- Lubow S. H., Shu F. H. Gas dynamics of semi-detached binaries // Astrophysical Journal. 1975. V. 198, P. 383.
- 89. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
- 90. Cargo P., Gallice G. Roe matrices for ideal MHD and systematic construction of Roe matrices for systems of conservation laws // Journal of Computational Physics. 1997. V. 136, P. 446.
- 91. Osher S., Chakravarthy S. R. A new class of high accuracy TVD schemes for hyperbolic conservation laws // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. 1985. V. 85, P. 0363.
- 92. Dedner A., Kemm F., Kroner D., Munz C.-D., Schnitzer T., Wesenberg M. Hyperbolic Divergence Cleaning for the MHD Equations // Journal of Computational Physics. 2002. V. 175, P. 645.
- 93. Roe P. L. The use of the Riemann problem in finite-difference schemes // Lecture Notes in Physics. 1980. V. 141, P. 354.
- Godunov S. K. Difference method for numerical calculation of discontinuous solutions in hydrodynamics // Sbornik Mathematics. 1959. V. 47, P. 271.
- 95. Brio M., Wu C. C. An Upwind Difference scheme for the equations of ideal magnetohydrodynamics // Journal of Computational Physics. 1988. V. 75, P. 400.

- 96. Balsara D. S. Linearized formulation of the Riemann problem for adiabatic and isothermal magnetohydrodynamics // Astrophysical Journal Supplement Series. 1998. V. 116, P. 119.
- Einfeldt B. On Godunov-Type Methods for Gas Dynamics // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1988. V. 25, P. 294.
- Boyarhuk A. A., Bisikalo D. V., Kuznetsov O. A., Chechetkin V. M. Mass transfer in close binary stars. London: Taylor & Francis, 2002.
- Templeton M., Oksanen A., Boyd D., Pickard R., Maehara H. Variable Star in Auriga // Central Bureau for Astronomical Telegrams. 2009. Nº1652.
- 100. Drake A. J., Djorgovski S. G., Mahabal A. First Results from the Catalina Real-Time Transient Survey // Astrophysical Journal. 2009. V. 696, P. 870.
- 101. Drake A. J., Gänsicke B. T., Djorgovski S. G. Cataclysmic variables from the Catalina Real-time Transient Survey // Monthly Notices Royal Astronomical Society. 2014. V. 441, P. 1186.
- 102. Kazarovets E. V., Samus N. N., Durlevich O. V., Kireeva N. N., Pastukhova E. N. The 81st name-list of variable stars. Part I - RA 00h to 17h30 // IAU Information Bulletin of Variable Stars. 2015. V. 6151, P. 1.
- 103. Самусь Н. Н., Казаровец Е. В., Дурлевич О. В., Киреева Н. Н., Пастухова Е. Н. Общий каталог переменных звёзд. Версия 5.1 // Астрономический журнал. 2017. V. 94, Р. 87.
- 104. Gaia Collaboration, VizieR Online Data Catalog. 2018. V. 1345.
- 105. Worpel H., Schwope A. D. XMM-Newton and optical observations of the eclipsing polar CSS081231:071126+440405 // Astronomy & Astrophysics. 2015. V. 583, P. A130.

- 106. Schwope A. D., Mackebrandt F., Thinius B. D. Multi-epoch timeresolved photometry of the eclipsing polar CSS081231:071126+440405 // Astronomische Nachrichten. 2015. V. 336, P. 115.
- 107. Борисов Н. В., Габдеев М. М., Афанасьев В. Л. Фотополяриметрические наблюдения выборки кандидатов в поляры // Астрофизический бюллетень. 2016. Т. 71, С. 101.
- 108. Борисов Н. В., Габдеев М. М., Шиманский В. В. Фотометрические и спектральные исследования затменного поляра CRTS CSS 081231 J071126+440405 // Астрофизический бюллетень. 2016. Т. 71, С. 108.
- 109. Marsh T. R. A spectroscopic study of the deeply eclipsing dwarf nova IP Peg // Monthly Notices Royal Astronomical Society. 1988. V. 231, P. 1117.
- 110. Euchner P., Jordan S., Beuermann K., Gansicke B. T., Hessman F. V. Zeeman tomography of magnetic white dwarfs. I. Reconstruction of the field geometry from synthetic spectra // Astronomy and astrophysics. 2002. V. 390, P. 633.
- 111. Euchner P., Reinsch K., Jordan S., Beuermann K., Gansicke B. T. Zeeman tomography of magnetic white dwarfs. II. The quadrupole-dominated magnetic field of HE1045-0908 // Astronomy and astrophysics. 2005. V. 442, P. 651.
- 112. Euchner P., Reinsch K., Jordan S., Beuermann K., Gansicke B. T. Zeeman tomography of magnetic white dwarfs. III. The 70-80 Megagauss magnetic field of PG1015+014 // Astronomy and astrophysics. 2006. V. 451, P. 671.
- 113. Euchner P., Reinsch K., Jordan S., Beuermann K., Gansicke B. T. Zeeman tomography of magnetic white dwarfs. IV. The complex field structure of the polars EF Eridani, BL Hydri and CP Tucanae // Astronomy and astrophysics. 2007. V. 463, P. 647.
- 114. Schwarz R., Schwope A. D., Staude A., Remillard R. A. Doppler tomography of the asynchronous polar BY Camelopardalis // Astronomy and astrophysics. 2005. V. 444, P. 213.
- 115. Fabbiano G., Hartmann L., Raymond J., Steiner J. Coordinated X-ray, ultraviolet and optical observations of AM Herculis, U Geminorum, and SS Cygni // Astrophysical Journal. 1981. V. 243, P. 911.
- 116. Колбин А. И., Серебрякова Н. А., Габдеев М. М., Борисов Н. В. Анализ оптического циклотронного излучения поляра CRTS CSS081231 J071126+440405 // Астрофизический бюллетень. 2019. Т. 74, С. 67.
- 117. Wells N., Mason P. McDonald 2.1-m and CRTS Photometry of Eclipsing Polars // American Astronomical Society, AAS Meeting. 2018. V. 231, P. 358.06.
- 118. Breytenbach H., Buckley D. A. H., Hakala P. Discovery, observations, and modelling of a new eclipsing polar: MASTER OT J061451.70-272535.5 // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2019. V. 484, P. 3831.
- 119. Khangale Z. N., Potter S. B., Kotze E. J., Woudt P. A., Breytenbach H. High-speed photometry of the eclipsing polar UZ Fornacis // Astronomy & Astrophysics. 2019. V. 621, ID. A31.
- 120. Wang Q. S., Qian S. B., Han Z. T., Zejda M., Fernández-Lajus E., Zhu L. Y. Photometric analysis of the eclipsing polar MN Hya // Research in Astronomy and Astrophysics. 2018. V. 18, ID. 075.
- 121. Brown A. G. A., Vallenari F., Prusti T., Bruijne J. H. J. Gaia Data Release 2. Summary of the contents and survey properties // Astronomy & Astrophysics. 2018. V. 616, ID. A1.
- 122. Sytov A. Y., Kaigorodov P. V., Bisikalo D. V., Kuznetsov O. A., Boyarchuk

A. A. The mechanism of circumbinary envelope formation in close binaries// Astronomy Reports. 2007. V. 51, PP. 836–846.

- 123. Sytov A. Y., Bisikalo D. V., Kaigorodov P. V., Boyarchuk A. A. The structure of the common envelope in a close binary system // Astronomy Reports. 2009. V. 53, P. 223.
- 124. Исакова П. Б., Жилкин А. Г., Бисикало Д. В. Особенности структуры течения в окрестности внутренней точки Лагранжа в полярах // Астрономический журнал. 2018. Т. 95, С. 519.
- 125. Schwope A. D., Thomas H. C., Beuermann K., Burwitz V., Jordan S., Haefner R. Two-pole accretion in the high-field polar RXJ1938.6-4612 // Astronomy and astrophysics. 1995. V. 293, P. 764.
- 126. Vennes S., Wickramasinghe D. T., Thorstensen J. R., Christian D. J., Bessell M. J. On the orbital period of the new cataclysmic variable EUVE J2115-586J2115-58 // Astrophysical Journal. 1996. V. 112, P. 2254.
- 127. Schwope A., Buckley D. A. H., O'Donoghue D., Hasinger G., Trümper J., Voges W. RX J2115.7–5840: a short-period, asynchronous polar // Astronomy & Astrophysics. 1997. V. 326, P. 195.
- 128. Ramsay G., Buckley D. A. H., Cropper M., Harrop-Allin M. K. RX J2115–5840: confirmation of a new near-synchronous polar // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. 1999. V. 303, P. 96.
- 129. Ramsay G., Buckley D. A. H., Cropper M., Harrop-Allin M. K., Potter S. Simultaneous optical polarimetry and X-ray data of the near synchronous polar RX J2115-5840 // Monthly Notes of the Royal Astronomical Society. 2000. V.316, P. 225.
- 130. Myers G., Patterson J., Miguel E. Resynchronization of the Asynchronous

Polar CD Ind // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. 2017. V. 129, P. 4204.

- 131. Wynn G. A., King A. R. Diamagnetic accretion in intermediate polars
  I. Blob orbits and spin evolution // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1995. V. 275, P. 9.
- 132. Wynn G. A., King A. R., Horne K. A magnetic propeller in the cataclysmic variable AE Aquarii // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1997. V. 286, P. 436.
- 133. King A. R., Wynn G. A. The spin period of EX Hydrae // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 1999. V. 310, P. 203.
- 134. Глаголевский Ю. В. Структуры магнитных полей химически пекулярных звезд // Астрофизический бюллетень. 2011. Т. 66, №2, С. 158.
- 135. Беленькая Е. С. Магнитосферы планет, обладающих собственным магнитным полем // Успехи физических наук. 2009. Т. 179, С. 809.
- 136. Moore K. M., Yadav R. K., Kulowski L. A complex dynamo inferred from the hemispheric dichotomy of Jupiter's magnetic field // Nature. 2018. V. 561, P. 76.
- 137. Боярчук А. А., Шустов Б. М., Саванов И. С. Научные задачи космического проекта "СПЕКТР-УФ"// Астрономический журнал. 2016. Т. 93, №1, С. 3.