Федеральное государственное унитарное предприятие "Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова "

На правах рукописи

Урвачев Егор Михайлович

Многомерное моделирование сверхновых с помощью М1-приближения для переноса излучения

Специальность 01.03.02— «Астрофизика и звездная астрономия»

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук Блинников Сергей Иванович

Оглавление

Стр.

| Введе | ние | 4 |
|-------|---|----|
| Глава | 1. Моделирование сверхмощных сверхновых с | |
| | использованием М1-приближения для переноса | |
| | излучения | 14 |
| 1.1 | Система уравнений переноса излучения в лабораторной системе | |
| | отсчета | 15 |
| | 1.1.1 Тест излучающей сферы | 18 |
| | 1.1.2 Тест двух излучающих сфер | 21 |
| | 1.1.3 Тест тени | 23 |
| | 1.1.4 Тест луча света | 25 |
| | 1.1.5 Радиационно-доминированные ударные волны | 26 |
| | 1.1.6 Тест рассеяния излучения в движущейся среде | 28 |
| 1.2 | Моделирование сверхмощных сверхновых | 31 |
| 1.3 | Расчет болометрических кривых блеска сверхмощных сверхновых | 39 |
| 1.4 | Выводы главы 1 | 42 |
| Глава | 2. Моделирование сверхновой SN2009ip | 52 |
| 2.1 | Система уравнений переноса излучения в сопутствующей | |
| | системе отсчета | 52 |
| | 2.1.1 Тест рассеяния излучения в движущейся среде | 54 |
| | 2.1.2 Тест распада разрыва с учетом переноса излучения | 55 |
| 2.2 | Радиационно-гидродинамическое моделирование сверхновой | |
| | SN2009ip | 58 |
| 2.3 | Выводы главы 2 | 62 |
| Глава | 3. Моделирование сверхновых типа IIP | 64 |
| 3.1 | Численная реализация модуля переноса излучения кода FRONT . | 65 |
| 3.2 | Радиационно-гидродинамический расчет модели сверхновой | |
| | второго типа | 69 |
| 3.3 | Кривые блеска сверхновых второго типа | 72 |
| 3.4 | Выводы главы 3 | 75 |

| Глава 4. Транзиент AT2018cow: сценарий с плотным | | | |
|---|--|--|--|
| экваториальным диском | | | |
| 4.1 Модель | | | |
| 4.2 Радиационно-гидродинамический расчет | | | |
| 4.3 Выводы главы 4 | | | |
| Глава 5. Применение машинного обучения для определения | | | |
| параметров моделей сверхновых по их кривым блеска. 87 | | | |
| 5.1 Определение масс радиоактивных изотопов по кривой блеска 88 | | | |
| 5.2 Выводы главы 5 | | | |
| Заключение | | | |
| Список литературы 102 | | | |
| Список рисунков | | | |
| Приложение А. Развитие многогрупповой версии модуля | | | |
| переноса излучения кода FRONT 126 | | | |
| А.1 Тест излучения горячей области | | | |
| A.2 Развитие модуля расчета непрозрачности в коде FRONT 128 | | | |
| Приложение Б. Исследование сильного масштабирования кода | | | |
| $\mathbf{FRONT} \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots $ | | | |

Введение

Актуальность темы

Сверхновые являются одними из наиболее примечательных объектов для исследования в астрофизике. Они играют важную роль в динамике межзвездной среды [1; 2] и ее обогащении химическими элементами [3—5], генерации и ускорении космических лучей [6—9], формировании нейтронных звезд [10; 11]. Использование сверхновых как инструмента для измерения космологических расстояний делает возможным определение параметров космологической модели нашей Вселенной, что крайне важно для понимания фундаментальных законов физики.

Есть несколько различных способов определения расстояний с помощью сверхновых. Одним из самых известных является метод, основанный на сверхновых типа Ia [12—14], позволивший открыть ускоренное расширение Вселенной [15; 16]. Тем не менее, такой подход требует калибровки, которая производится по объектам в локальной Вселенной. На больших красных смещениях свойства сверхновых типа Ia могут быть другими, поэтому такой метод может привести к значительным ошибкам при измерении расстояния до далеких объектов. Такой проблемы помогут избежать прямые методы определения космологических расстояний.

Существуют различные прямые методы для определения расстояний, например, с использование параллакса квазаров [17], на основе аккреционных дисков [18; 19]. Отдельно можно выделить группу методов, основанных на расширяющейся фотосфере [20—22] сверхновых типа IIP — наиболее часто наблюдаемого подтипа коллапсирующих сверхновых [23; 24]. Идеи этих методов лежат в основе прямого "метода плотного слоя" (Dense Shell Method, DSM) [25; 26], основанного на сверхновых типа IIn, активно обнаруживаемых в текущую эру многоканальной астрономии, в том числе и на больших красных смещениях [27; 28].

Среди сверхновых типа IIn встречаются представители класса сверхмощных сверхновых, максимальное значение светимости которых на один-два порядка превосходит аналогичное значения для известных классов сверхновых [29; 30]. Для корректного использования таких объектов в различных целях необходимо понимать механизмы возникновения столь большой светимости. В настоящее время существует несколько сценариев образования сверхмощных сверхновых, например, парная неустойчивость (парно-нестабильные сверхновые) [31—34] и магнитарная накачка [35—39]. Тем не менее, модель для парнонестабильных сверхновых, которая основана на очень массивной предсверхновой и большой энергии взрыва, может объяснить лишь очень медленные кривые блеска. [33]. С другой стороны, магнитарный сценарий требует экстремальных физических свойств быстро вращающейся и сильно намагниченной нейтронной звезды (период вращения ~ 1 мс и магнитное поле ~ 10^{15} Г). Хотя магнитарные модели быстрее меняют поток, чем парно-нестабильные, но все же не могут объяснять самые быстрые сверхмощные сверхновые.

Согласно одному из наиболее вероятных сценариев образования сверхмощных сверхновых столь высокая светимость может быть объяснена прохождением сильной ударной волны по плотному околозвездному веществу (ударно-волновой механизм) [40—42]. Эта модель была широко исследована в одномерном моделировании. При таком сценарии вещество собирается в плотный, геометрически тонкий слой, а максимум кривой блеска может превосходить значение ~ 10⁴⁵ эрг/с [43—46]. Положение такого слоя совпадает с положением фотосферы, параметры которой на этапе роста кривой блеска и используются в методе DSM для определения расстояний. При этом в текущих вариантах метода предполагается, что слой сферически симметричный. За счет же различных гидродинамических неустойчивостей слой может деформироваться или даже фрагментироваться, что приведет к изменениям параметров фотосферы, следовательно, и к ошибке в определении расстояний.

Важно отметить, что в основном в литературе представлены исследования неустойчивости плотного слоя, возникшего в результате катастрофического охлаждения уже на стадии остатка сверхновой [47]. Хотя механизмы образования таких слоев и являются схожими, тем не менее, на этапе роста кривой блеска физические параметры системы могут быть другими, что может изменить результат. В работах [48—50] представлены результаты многомерного моделирования плотного слоя в остатках сверхновых с учетом магнитного поля. Было показано, что плотный тонкий слой подвержен возмущениям из-за неустойчивости типа Рэлея–Тейлора. При этом использовалось приближение свободно уходящего излучения, для которого важны лишь локальные свойства среды. Другим предельным случаем является оптически толстый режим, при котором свободный пробег фотонов существенно меньше характерных пространственных масштабов системы. При этом может быть применен гидродинамический подход с учетом вклада излучения в уравнение состояния вещества. Подобный метод, близкий к диффузионному режиму для переноса излучения, был использован в работе [51] для трехмерного моделирования магнитарного сценария сверхмощных сверхновых.

В реальности в сверхновых одни области могут бысть оптически толстыми, а другие — оптически прозрачными, особенно на поздних стадиях. Поэтому для более полного ответа на вопрос неустойчивости тонкого плотного слоя в сверхмощных сверхновых необходимо проведение многомерных расчетов с учетом более точной модели переноса излучения, одновременно учитывающей эти два режима. Кроме этого, неучитываемые в более простых моделях нелокальные эффекты переноса могут изменить темп роста возмущений и в результате привести к стабилизации слоя.

Многомерное радиационно-гидродинамическое моделирование необходимо не только для сверхмощных сверхновых, но и, например, для сверхновых типа IIP. Поляризационные наблюдения и спектральные данные для отдельных сверхновых типа IIP указывают на признаки отсутствия сферической симметрии, происхождение которой может объясняться различными факторами: асферическим распределением ⁵⁶Ni в центральных областях оболочки [52; 53]; асимметричным выбросом или асимметричным звездным ветром на досверхновой стадии, как, например, для Бетельгейзе [54]; неоднородной оболочкой со сгустками [55].

Отдельным вопросом является объяснение жесткого рентгеновского излучения от разнообразных объектов. Такое излучение может быть задетектировано, например, с помощью Международной обсерватории гамма-лучей (INTEGRAL) [56—59]. Одним из интересных объектов, наблюдавшимся в том числе с помощью INTEGRAL, является AT2018cow, ставший первоначальником целого класса объектов, так называемых "коров". Этот транзиент обладает целым рядом удивительных наблюдательных особенностей [60; 61]. Высокая светимость объекта может объясняться в рамках ударно-волнового сценария [62; 63]. Тем не менее, для объяснения высокой светимости на хвосте кривой блеска требуется наличие дополнительного источника энергии: радиоактивный распад [63], магнитарная накачка [64], приливное разрушение в поле черной дыры [65] и т.д. Помимо прочего, объект примечателен своим сильным рентгеновским излучением [66], что как раз и является общим свойством для объектов класса "коров". Согласно одному из возможных сценариев, такое излучение объясняется наличием в системе плотного экваториального диска [66]. Динамику такой системы невозможно учесть в одномерном сферически-симметричном расчете. Кроме этого, совсем недавно с помощью российско-немецкого телескопа "Спектр-РГ" [67] был обнаружен транзиент AT2020nrf [68] — самая яркая вспышка из класса "коров".

Запущенный в декабре 2021 года крупнейший в истории человечества космический телескоп "Джеймс Уэбб" поможет заглянуть гораздо дальше во Вселенную и открыть еще более удивительные объекты [69—71]. К примеру, взрыв сверхмассивной звезды третьего поколения может наблюдаться как постоянный источник излучения в инфракрасном диапазоне [72]. При этом сценарий взрыва такой звезды также является существенно многомерным [73]. Также коллапс сверхмассивной звезды может привести к всплеску высокоэнергетического излучения подобного длинным гамма-всплескам [74; 75].

Цели и задачи диссертационного исследования

Одной из главных целей настоящей диссертации является развитие методики многомерного радиационно-гидродинамического моделирования и дальнейшее ее применение для исследования существенно многомерных сценариев, корректное рассмотрение которых невозможно в сферически-симметричном приближении:

- Ударно-волновой сценарий для сверхновых: распространение сильной ударной волны по плотному околозвездному веществу, сопровождаемое образованием плотного тонкого слоя, который может быть подвержен различным неустойчивостям.
- Взрыв сверхновой в изначально асимметричной системе на примере сценария с экваториальным диском для AT2018cow.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Выбор наиболее приемлемого приближения для моделирования переноса излучения в астрофизических объектах, а также его дальнейшая реализация в численном коде.

- 2. Верификация разработанной методики на тестовых задачах с известными аналитическими и полуаналитическими решениями, а также ее валидация на одномерных моделях астрофизических объектов, также рассчитанных с помощью другого радиационно-гидродинамического кода.
- 3. Создание упрощенной модели ударно-волнового сценария для сверхмощной сверхновой и дальнейшее исследование с ее помощью влияния неустойчивости плотного слоя на кривую блеска объекта.
- 4. Создание двумерной модели для AT2018cow с наличием в системе плотного экваториального диска и исследование с ее помощью возможности объяснения раннего рентгеновского излучения от объекта.

Научная новизна

- Впервые проведено многомерное радиационно-гидродинамическое моделирование ударно-волнового сценария для сверхновых с учетом М1-приближения для переноса излучения. В рамках модели серой непрозрачности сделан новый вывод о совпадении характера изменения болометрической светимости сверхновой на этапе роста кривой блеска в одномерной и двумерной моделях, обладающих изначальной сферической симметрией.
- 2. Впервые проведено многомерное радиационно-гидродинамическое моделирование сценария для AT2018cow с учетом наличия в системе плотного экваториального диска в рамках M1-приближения для переноса излучения. Показаны особенности динамики такой системы, сделан вывод о возможности объяснения раннего рентгеновского излучения от объекта при таком сценарии.
- 3. Проведено сравнительное моделирование одномерного сценария для сверхновой второго типа с помощью кодов, основанных на лагранжевом и эйлеровом гидродинамических подходах. Впервые явно продемонстрированы проблемы при использовании эйлеровых кодов для моделирования таких сверхновых, а также показаны возможные пути их решения.

Научная и практическая значимость

Сделанный вывод о совпадении в одномерной и многомерной постановках ударно-волнового сценария для сверхновых характера изменения болометрической светимости на этапе роста кривой блеска важен для прямого метода определения космологических расстояний DSM. Текущие варианты этого метода основаны на сферической симметрии возникающего в системе плотного слоя. Отработанная методика моделирования может также применяться для исследования разнообразных астрофизических объектов, обладающих существенно многомерной структурой. Кроме этого, развиваемый радиационно-гидродинамический код может использоваться и для моделирования земных экспериментов, в частности, для решения задач лазерного термоядерного синтеза.

Методология и методы исследования

Основной метод исследования — построение численных моделей радиационной гидродинамики. Кроме этого, применяются модули, разработанные автором диссертации, для учета радиационной гидродинамики в численном коде, разрабатываемом в коллаборации.

Основные положения, выносимые на защиту

- Использование модели серой непрозрачности при учете переноса излучения в М1-приближении позволяет воспроизвести образование и динамику движения плотного тонкого слоя, а также поведение болометрической кривой светимости при ударно-волновом сценарии для сверхновых.
- Для моделирования ударно-волнового сценария для сверхновых при рассмотрении системы уравнений на моменты интенсивности излучения в М1-приближении в рамках модели серой непрозрачности достаточна точность O(v²/c²), если моменты заданы в лабораторной системе отсчета, и точность O(v/c), если они заданы в сопутствующей.
- 3. Характер изменения болометрической светимости на этапе роста кривой блеска согласуется на уровне 10% в одномерной и двумерной моделях ударно-волнового сценария для сверхновых, обладающих изначальной сферической симметрией, при использовании М1-приближения переноса излучения в рамках серой модели непрозрачности.
- 4. Моделирование сверхновых второго типа с помощью явных численных схем годуновского типа в эйлеровых кодах требует использования схем

с малой численной диффузией. Это может быть обеспечено модификацией римановского решателя, при которой в пределе большой оптической толщины поток между гранями ячеек стремится к потоку, согласующемуся с определяемым из диффузионного приближения.

5. Область высокой температуры в объекте AT2018cow может быть получена при наличии в системе плотного экваториального диска (в рамках модели серой непрозрачности). Такая область видна в близком к рентгеновскому дипазоне под углами, близкими к углу раскрытия диска, и позволяет указать на механизм формирования наблюдаемого излучения.

Достоверность полученных результатов

Достоверность реализованной автором диссертации методики радиационно-гидродинамического моделирования в рамках M1-приближения для переноса излучения в многомерном коде FRONT, разрабатываемом в коллаборации (обновленной версии кода FRONT3D [76]), обеспечивается путем сравнения результатов расчета тестовых задач с известными аналитическими и полуаналитическими решениями, а также с результатами, полученными с помощью многомерного кода HERACLES [77] (верификация). Кроме этого, проводилось сравнение результатов расчета одномерных моделей для различных астрофизических объектов с решениями, полученными с помощью многократно апробированного для расчета кривых блеска сверхновых одномерного кода STELLA [78], в котором реализована более точная модель переноса излучения, а также с наблюдаемыми данными (валидация).

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались на следующих семинарах и конференциях:

- Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике МКТЭФ в 2019, 2020, 2021 годах
- HED@FAIR Annual meeting в 2019 году
- Седьмая Тарусская школа-семинар "Магнитоплазменные процессы в релятивистской астрофизике" в 2019 году
- 54-ая Зимняя школа НИЦ "Курчатовский Институт" ПИЯФ в 2020 году

- XV и XVI научно-технические конференции ВНИИА в 2021 и 2022 годах
- Конференция Успехи Российской Астрофизики 2021: теория и эксперимент

Результаты работы также обсуждались на семинарах ИТЭФ, Kavli IPMU (Токийский университет, Япония).

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 4 статьях, опубликованных в рецензируемых научных издания [79—82].

Личный вклад

Автором были реализованы методы для моделирования переноса излучения в рамках М1-приближения в численном многомерном коде FRONT, развиваемом в коллаборации. Модуль гидродинамики, использующийся при проведении представленных в диссертации расчетов, реализован Глазыриным С. И. Описание реализованных методик представлено в работах [79; 81; 82]. Использованная для демонстрации особенностей М1-приближения в работе [79] версия кода SHDOM разрабатывается Шидловским Д. С. (в работе [79] вклад авторов равный). Обсуждение результатов, полученных с помощью кода SHDOM, не является предметом настоящей диссертации.

Автор проделывал ключевые шаги в многомерном моделировании ударноволнового сценария для сверхновых [79; 81] и сценария асимметричного взрыва для AT2018cow [80]. Также автором была проведена отработка применения развитой методики к сверхновых типа IIP [82].

В основных результатах, выносимых на защиту, вклад диссертанта является определяющим.

Объем и структура работы

Диссертация состоит из введения, 5 глав, заключения и 2 приложений. Полный объём диссертации составляет 137 страниц, включая 51 рисунок. Список литературы содержит 162 наименования.

Краткое содержание диссертации

Диссертация имеет следующую структуру:

Во введении обосновывается актуальность диссертационного исследования. Подчеркивается важность корректного учета переноса излучения при моделировании астрофизических объектов, а также необходимость проведения многомерных расчетов для их исследования. Дается обзор современного состояния области, формулируются цели и ставятся задачи работы, оценивается научная новизна, а также практическая и научная значимости представляемой работы.

В главе 1 рассматривается система уравнений на моменты интенсивности, измеренные в лабораторной системе отсчета. С помощью рассмотренного подхода проводится исследование модельной постановки ударно-волнового сценария образования сверхмощной сверхновой в рамках одномерных и многомерных расчетов.

В главе 2 рассматривается система уравнений на моменты интенсивности, измеренные в сопутствующей системе отсчета. Проводится сравнительное моделирование сценария для сверхновой SN2009ip в приближении серой непрозрачности с учетом рассмотренного подхода, а также подхода в лабораторной системе координат.

В главе 3 описываются детали численной реализации метода учета переноса излучения на основе подхода в сопутствующей системе отсчета. Также с использованием описанной методики проводится моделирование сверхновой типа IIP в рамках одномерной постановки. Явно демонстрируются проблемы, возникающие при моделировании таких объектов на эйлеровых кодах, и описываются возможные пути их решения.

В главе 4 проводится исследование сценария для транзиента AT2018cow с учетом наличия в системе плотного экваториального диска в рамках двумерных радиационно-гидродинамических расчетов. Делаются предсказания для наблюдаемых под различными углами картин объекта в рентгеновском диапазоне.

В главе 5 проводится исследование эффективности применения инструментов машинного обучения для определения параметров моделей сверхновых по их кривым блеска. На основе модели кривой блеска сверхновой на поздних этапах проводится набор базы данных синтетических кривых блеска при различных значениях масс радиоактивных изотопов. На полученном наборе проводится обучение алгоритма градиентного бустинга и дальнейшая оценка точности предсказания выбранного метода.

В заключении суммированы основные результаты диссертации.

В **приложении А** описан текущий вариант реализации многогруппового модуля переноса излучения кода FRONT.

В **приложении Б** представлены результаты исследования сильного масштабирования кода FRONT.

Глава 1. Моделирование сверхмощных сверхновых с использованием М1-приближения для переноса излучения

Как было отмечено во введении при моделировании сверхновых крайне важен корректный учет переноса излучения. Моделирование переноса излучения является очень сложной задачей: уравнения для интенсивности излучения являются семимерными – наряду с пространственными координатами и временем, они содержат еще направления лучей и значения энергии фотонов [83; 84]. Наряду с нетривиальным описанием взаимодействия между излучением и веществом, это приводит к крайне высоким требованиям на вычислительную мощность для многих практических задач. На практике используются упрощенные модели, которые основаны на уравнениях меньшей размерности: исходные уравнения интегрируются по телесному углу, а также иногда и по энергии фотонов. В результате информация об отдельных лучах теряется (также как и информация о спектральных свойствах при использовании проинтегрированных по энергии уравнений), а поле излучения описывается интегральными характеристиками, такими как плотность энергии излучения, поток излучения и т.п.

Наиболее простая группа моделей (диффузионные с ограничителем потока) [85—88] основана на предположении, что излучение практически изотропно, что является хорошим приближением при малых средних пробегах фотонов. Более сложная модель, М1-приближение, также включает в себя другой режим – свободное распространение луча света. Модель использует некоторую обоснованную интерполяцию [89—92] для эддингтоновского тензора, связывающего давление излучения с плотностью энергии, между диффузионным режимом и режимом свободного распространения излучения. Именно поэтому, основанные на М1-приближении методики [77; 93—96] могут быть использованы для моделирования переноса излучения в среде с переменной оптической толщиной. Важно отметить, что подобные методы могут быть обобщены и на задачи переноса нейтрино [97; 98].

Тем не менее, из-за упрощенного описания поля излучения в таких моделях два различных луча света взаимодействуют друг с другом даже при наличии слабого взаимодействия между излучением и веществом, что проявляется в нефизичном уярчении в области пересечения потоков излучения [99; 100]. Именно поэтому необходимо аккуратно использовать такой метод, особенно при наличии нескольких источников излучения. Более совершенный подход [101], основанный на методе сферических характеристик и дискретных ординат [102; 103], позволяет избежать таких проблем. Подход основан на решении нестационарных уравнений переноса для нахождения интенсивности излучения, имеющую угловую зависимость, с учетом рассеяния с помощью метода разложения на сферические гармоники. Такой подход позволяет корректно решить уравнение переноса в случаях, когда интенсивность обладает высокой степенью анизотропии, а также сохранять больше информации о поле излучения. Однако, и этот метод обладает своими недостатками, среди которых можно выделить, прежде всего, крайне высокую вычислительную стоимость.

Уравнения переноса излучения на моменты интенсивности, полученные в M1-приближении, гиперболические и физически схожи с уравнениями гидродинамики, поэтому излучение рассматривается как некая жидкость. Преимуществом такого подхода является то, что такие уравнения могут быть легко встроены в гидродинамические коды. В настоящей диссертации рассматривается реализация M1-приближения для переноса излучения в гидродинамическом коде FRONT.

Во многих реальных астрофизических объектах вещество движется с огромными скоростями, поэтому одной из главных трудностей при использовании моментных уравнений является учет движения среды. Существует два хорошо известных способа это сделать: можно рассматривать уравнения переноса в лабораторной системе отсчета [104; 105] (mixed-frame в зарубежной литературе), либо в сопутствующей [94; 106]. Каждый из них обладает как своими плюсами, так и минусами, которые были обнаружены в ходе работы с ними.

В настоящей главе рассматривается подход в лабораторной системе отсчета.

1.1 Система уравнений переноса излучения в лабораторной системе отсчета

Уравнение переноса излучения для интенсивности $I(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\mathbf{v})$ на частоте \mathbf{v} , с направлением \mathbf{n} , на момент времени t и для точки с координатами \mathbf{x} может

быть записано в форме [83]:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial I\left(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\boldsymbol{\nu}\right)}{\partial t} + \mathbf{n} \cdot \nabla I\left(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\boldsymbol{\nu}\right) = \eta\left(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\boldsymbol{\nu}\right) - \left(\kappa\left(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\boldsymbol{\nu}\right) + \sigma\left(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\boldsymbol{\nu}\right)\right)I\left(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\boldsymbol{\nu}\right), \qquad (1.1)$$

где ∇ — оператор набла, *c* — скорость света, $\kappa(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\mathbf{v})$ — коэффициент поглощения, $\sigma(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\mathbf{v})$ – коэффициент рассеяния, а $\eta(\mathbf{x},t;\mathbf{n},\mathbf{v})$ — эмиссия, которая разделяется на тепловую часть, η^T , и часть от рассеяния, η^S .

После интегрирования уравнения (1.1) и умноженного уравнения (1.1) на вектор **n** по телесному углу Ω и по частоте можно получить следующие моментные уравнения [104; 105]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \partial_i F_i = -cG^0, \qquad (1.2)$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial F_i}{\partial t} + \partial_j P_{ij} = -G_i, \qquad (1.3)$$

где U, F и P_{ij} — проинтегрированные по частоте плотность энергии, поток и тензор давления излучения соответственно:

$$U = \frac{1}{c} \int_0^\infty d\mathbf{v} \oint I d\Omega, \tag{1.4}$$

$$F_i = \int_0^\infty d\mathbf{v} \oint n_i I d\Omega, \tag{1.5}$$

$$P_{ij} = \frac{1}{c} \int_0^\infty d\mathbf{v} \oint n_i n_j I d\Omega, \qquad (1.6)$$

и члены правой части уравнений:

$$G^{0} = \frac{1}{c} \int_{0}^{\infty} d\nu \oint \left(\eta - (\kappa + \sigma)I\right) d\Omega, \qquad (1.7)$$

$$G_i = \frac{1}{c} \int_0^\infty d\mathbf{v} \oint n_i \left(\mathbf{\eta} - (\mathbf{\kappa} + \mathbf{\sigma})I \right) d\Omega.$$
(1.8)

Система уравнений (1.2), (1.3) может быть объединена с уравнениями нерелятивистской гидродинамики следующим образом [105]:

$$\frac{\partial \mathbf{\rho}}{\partial t} + \partial_i \left(\mathbf{\rho} v_i \right) = 0, \qquad (1.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho v_i \right) + \partial_j \left(\rho v_i v_j + p \delta_{ij} \right) = G_i, \qquad (1.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho e + \rho \frac{v^2}{2} \right) + \partial_i \left(\left(\rho e + \rho \frac{v^2}{2} + p \right) v_i \right) = cG^0, \tag{1.11}$$

где ρ , v, p, e — плотность, скорость, давление и удельная внутренняя энергия газа соответственно, а δ_{ij} — дельта-символ Кронекера.

Среда движется со скоростью v и все моменты излучения при рассматриваемом подходе измерены в лабораторной (неподвижной) системе отсчета, в то время как предполагается, что коэффициенты поглощения и рассеяния, как и эмиссия (тепловая и от рассеяния) изотропны в сопутствующей системе отсчета (которая движется со скорость v относительно лабораторной). Именно поэтому необходимо выполнить преобразование Лоренца правой части уравнения (1.1) [83]. Члены G^0 и G_i также требуют такого преобразования. Во многих случаях должны быть сохранены лишь члены порядка v/c в G^0 и G_i [107], но есть некоторые ситуации (например, режим неравновесной динамической диффузии), в которых необходимы члены порядка v^2/c^2 [105]. Более того, существуют выражения для проинтегрированных по частоте G^0 и G_i содержащие все порядки по v/c [104].

В настоящей диссертации рассматриваются выражения для G^0 и G_i с точностью до второго порядка по v/c и ниже приводятся ситуации, когда второй порядок необходим. Более того, рассматривается только приближение серой непрозрачности, когда коэффициенты поглощения и рассеяния в сопутствующей системе не зависят от частоты, поэтому $\kappa_0(\nu) = \kappa = 1/l_{\rm abs}$ и $\sigma_0(\nu) = \sigma = 1/l_{\rm scat}$, где l – свободный пробег, а индекс 0 означает, что значение измеряется в сопутствующей системе отсчета. В этом случае выражения для G^0 и G_i выглядят следующим образом [105]:

$$G^{0} = \kappa \left(U - aT^{4} \right) + (\sigma - \kappa) \frac{v_{i}F_{i}}{c^{2}} + \frac{1}{2}\frac{v^{2}}{c^{2}} \left[\kappa \left(U - aT^{4} \right) - 2\sigma U \right] - \sigma \frac{v_{i}v_{j}P_{ij}}{c^{2}}, \quad (1.12)$$

$$G_{i} = (\kappa + \sigma) \frac{F_{i}}{c} + \kappa \frac{v_{i}}{c} \left(U - aT^{4} \right) - \frac{(\kappa + \sigma)}{c} \left(v_{i}U + v_{j}P_{ij} \right) + \frac{1}{2} \frac{v^{2}}{c^{2}} \left(\kappa + \sigma \right) \frac{F_{i}}{c} + 2\sigma \frac{v_{j}F_{j}v_{i}}{c^{3}}, \qquad (1.13)$$

где T является температурой газа, а $a = 8\pi^5 k_B^4 / 15h^3 c^3$ — радиационная постоянная (k_B — постоянная Больцмана, h — постоянная Планка).

Система уравнений (1.2), (1.3) является точной, но при этом незамкнутой — для решения необходима информация о P_{ij} . Если тензор P_{ij} для некоторых задач известен заранее, то решение задачи будет точным. Главной идеей M1-приближения является предсказание общей зависимости между P_{ij} , U, и F_i , и замыкание системы [90; 91]:

$$P_{ij} = D_{ij}U, (1.14)$$

$$D_{ij} = \frac{1-\xi}{2}\delta_{ij} + \frac{3\xi - 1}{2}n_i n_j, \qquad (1.15)$$

$$\xi = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}}, \qquad f = \frac{|F|}{cU}, \qquad n_i = \frac{F_i}{|F|}.$$
(1.16)

Описанные выше вариант М1-приближения был реализован в астрофизическом коде FRONT. Для проверки работоспособности и корректности реализации, а также демонстрации особенностей метода стоит рассмотреть несколько тестовых задач. Для дополнительной верификации реализованной методики на двумерных вариантах тестов проводится сравнение с результатами, полученными с помощью кода HERACLES [77].

1.1.1 Тест излучающей сферы

В данном тесте, схожем с тестами, обсуждаемыми в работах [108; 109], рассматривается типичный сценарий, когда горячая, оптически толстая сфера излучает энергию в окружающую оптически тонкую среду. Эта ситуация схожа с возникающей в сверхновых, когда существует выходящий поток из оптически толстой области, поэтому этот тест позволяет проверить корректность определения потока с поверхности. В области с цилиндрической симметрией и размерами $L \times L$, $L = 10^{10}$ см задана сфера с радиусом $R = 2 \times 10^9$ см. Ее центр располагается на оси z (z₁ = 0 см). Внутри сферы свободный пробег принимает значение $l = 2 \times 10^8$ см (предполагается полностью поглощающая среда), поэтому оптическая толща au = R/l = 10 (оптически толстая область) и температура вещества — $T_m = 3000$ К (следовательно и $U_p = aT_m^4$), а снаружи: $l = 10^{12}$ см $(\tau = L/l = 0.01 -$ оптически прозрачная среда) и $T_m = 10$ К. Теплоемкость вещества принимается равной бесконечности, поэтому температура вещества не изменяется во время моделирования. К тому же, предполагается, что среда имеет нулевую скорость во время всего расчета. Температура излучения T_r (которая определяется из чернотельного приближения $-U = aT_r^4$) в начальный момент равна температуре вещества: $T_r = T_m$. Для расчета используется только радиационный модуль без расчета гидродинамики, который решает систему

уравнений (1.2), (1.3) со всеми членами в (1.12), (1.13). Член тепловой эмиссии (aT^4) снаружи сферы пренебрежимо мал из-за низкой температуры вещества, поэтому он не изменяет значительно общий поток излучения. Граничные условия устанавливаются свободными (условие нулевого градиента) на наружной границе области, а на внутренней — отражающими (зеркальными).

Для такой постановки можно получить аналитическое решение для потока излучения, если предположить, что свободный пробег внутри сферы $l \to 0$, а снаружи — $l \to \infty$:

$$F(r,z,t) = \begin{cases} 0, & \sqrt{r^2 + z^2} \ge R + ct, \\ \sigma_{\rm SB}T^4 \left[1 - \left(\frac{r^2 + z^2 + (ct)^2 - R^2}{2\sqrt{r^2 + z^2}ct} \right)^2 \right], & R + ct > \sqrt{r^2 + z^2} \ge \sqrt{R^2 + (ct)^2}, \\ \sigma_{\rm SB}T^4 \frac{R^2}{r^2 + z^2}, & \sqrt{R^2 + (ct)^2} > \sqrt{r^2 + z^2} \ge R, \\ 0, & R > r, \end{cases}$$

$$(1.17)$$

где T = 3000 K, а $\sigma_{\rm SB} = 2\pi^5 k_B^4 / 15 h^3 c^2$ — постоянная Стефана-Больцмана.

Поскольку поток излучения стремительно уменьшается (в общем случае как ~ $1/(r^2 + z^2)$), то светимость $L = 4\pi (r^2 + z^2) |F|$ является наиболее показательной величиной для сравнения. В области между $R_1 = \sqrt{R^2 + (ct)^2}$ и $R_2 = R + ct$, величина L должна уменьшаться. С другой стороны, светимость должна оставаться постоянной в области между R и R_1 . Результаты моделирования на момент времени t = 0.2 с представлены на рисунке 1.1.

Численное решение в целом находится в согласии с аналитическим: светимость между излучающей сферой и $R_1 = \sqrt{R^2 + (ct)^2}$ примерно постоянная, снаружи R_2 равняется нулю, а между R_1 и $R_2 = R + ct$ более или менее повторяет аналитическое решение. В коде FRONT по умолчанию используется аппроксимация второго порядка по пространству из-за линейной реконструкции (более детально понятие реконструкции будет введено в главе 3, при описании деталей реализации численной схемы). В этом случае световой фронт менее размыт в коде FRONT, чем в коде HERACLES, который является более диффузионным. С другой стороны, это приводит к более выраженным нитевидным структурам в оптически прозрачной области. Если же использовать в модуле переноса излучения кода FRONT аппроксимацию первого порядка по пространству, то такие структуры будут подавляться за счет большей диффузионности численной схемы. Однако, это будет сопровождаться и более размытым световым фронтом.



Рисунок 1.1 — Профили светимости $L = 4\pi (r^2 + z^2) |F|$ на момент времени t = 0.2 с в расчетах теста излучающей сферы, проведенных с помощью различных численных кодов. Для кода FRONT приведены результаты с аппроксимацией как первого порядка по пространству, так и второго. Также представлены аналитическое решение и сравнительный график для среза r = z. Внутренний черный круг соответствует $R_1 = \sqrt{R^2 + (ct)^2}$, а внешний зеленый — $R_2 = R + ct$.

20

стей столкновения потоков между гранями граничных ячеек, появляющихся при дискретном описании сферы на прямоугольной сетке, и возникновения в них нефизичных уярчений. Более явно эта ситуация будет рассмотрена в тесте ниже. Вместе с тем, важно заметить, что поскольку на рисунке изображена величина $\sim |F|R^2$, то на больших радиусах влияние такого отклонения от сферической симметрии в потоке излучения будет малым.

1.1.2 Тест двух излучающих сфер

С целью явно продемонстрировать эффект столкновения лучей в М1-приближении рассматривается тест двух излучающих сфер [99]. Этот тест аналогичен тесту излучающей сферы, но теперь присутствует еще одна сфера, чей центр расположен на оси z ($z_2 = 7 \times 10^9$ см).

Аналитическое решение для этой постановки может быть получено путем суммирования двух решений для каждой из сфер (снова предполагается, что свободный пробег внутри сферы $l \to 0$, а снаружи $-l \to \infty$):

$$U_{1,2}(r,z,t) = \begin{cases} 0, & \sqrt{r^2 + (z - z_{1,2})^2} \ge R + ct, \\ \frac{aT^4}{2} \left(1 - \frac{r^2 + (z - z_{1,2})^2 + (ct)^2 - R^2}{2\sqrt{r^2 + (z - z_{1,2})^2} ct} \right), & R + ct > \sqrt{r^2 + (z - z_{1,2})^2} \ge R_{ct}, \\ \frac{aT^4}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{r^2 + (z - z_{1,2})^2}} \right), & R_{ct} > \sqrt{r^2 + (z - z_{1,2})^2} \ge R, \\ aT^4, & R > \sqrt{r^2 + (z - z_{1,2})^2} , \end{cases}$$

$$(1.18)$$

где T = 3000 К и $R_{ct} = \sqrt{R^2 + (ct)^2}$. Для нахождения полной плотности энергии излучения U (и как следствие температуры излучения $T_r = (U/a)^{1/4}$) необходимом учесть, что плотность энергии излучения внутри сфер $U_s = aT^4$ остается постоянной:

$$U(r,z,t) = \max\left\{U_1 + U_2, aT^4\right\}.$$
(1.19)

Результаты моделирования на момент времен
иt=0.2с представлены на рисунке 1.2.



Рисунок 1.2 — Профили температуры излучения на момент времени t = 0.2 с в расчетах теста двух излучающих сфер с помощью различных численных кодов. Также приведено аналитическое решение и сравнительный график для срезаr = 0.

В рассматриваемом тесте реализуется ситуация, когда происходит прямое столкновение потоков излучения, которая приводит к образования области уяр-

22

чения между двумя сферами из-за жидкостноподобного поведения излучения в M1-приближении. Этот эффект полностью аналогичен возникающему в тесте пересекающихся лучей, например, см. [100]. Важно отметить, что аналитическое решение получено в предположении, что сферы излучают независимо, поэтому параметры каждой сферы не зависят от излучения от второй. В используемой постановке это реализовано путем установления бесконечной теплоемкости среды.

Такой эффект уярчение отсутствует в более примитивном (по сравнению с М1-методом) приближении диффузии с ограничителем потока (Flux Limited Diffusion, FLD), в котором излучение рассматривается как диффузионная субстанция, а не жидкостноподобная. В результате, область уярчения не образуется, что хорошо видно из расчетов с диффузионным приближением на коде FRONT. При этом, FLD-приближение используется во всей области: как для оптические толстых, так и для оптически прозрачных областей. Применение диффузионного приближения для оптически прозрачных областей не совсем обоснованно. Однако представленные расчеты использовались лишь для исследования появление пика в плотности энергии излучения (т.е. области уярчения).

Такая особенность M1-приближения должна быть принята во внимание при многомерных расчетах. Например, при исследовании неустойчивости плотного слоя в сверхмощных сверхновых. При распаде такого слоя на отдельные фрагменты, они будут являться отдельными источниками излучения, что в итоге приведет к аналогичной структуре. Такое же поведение численных решений может наблюдаться и для других задач переноса излучения, в которых присутствуют несколько источников излучения.

1.1.3 Тест тени

В реальных астрофизических объектах, структура среды может быть сложной, и области с большой оптической толщиной могут чередоваться с областями с малой. Если поток излучения, распространяющийся через непоглощающую среду, падает на область с сильным поглощением, то за этой область должна образовываться тень. Для тестирования такого поведения используется модификацию теста излучающей сферы с дополнительной оптически толстой сферой. Параметры этой сферы составляют $l = 10^7$ см, $R_s = 10^9$ см ($\tau = R_s/l = 100$) и T = 10 К, а ее центр расположен вблизи центра области моделирования ($r = 4 \times 10^9$ см, $z = 4 \times 10^9$ см). Таким образом, в данном тесте рассматривается область с большой оптической толщиной, окруженная оптически прозрачной средой, аналогично как в [110; 111].

Результаты моделирования на момент времени t = 0.2 с представлены на рисунке 1.3.



FRONT, FLD

Рисунок 1.3 — Профили температуры излучения на момент времени t = 0.2 с в расчетах теста тени с помощью различных численных кодов. Также приведен сравнительный график для среза r = z.

M1-приближение воспроизводит появление области тени. Размытие границ теневой области связано с численной реализацией конкретной модели и численной диффузией используемой схемы. Световой фронт в результатах, полученных на коде FRONT менее размыт, чем на коде HERACLES. Кроме этого, в результатах кода FRONT присутствуют нитевидные структуры в оптически прозрачной области, как и в тесте излучающей сферы. Для сравнения представлены результаты, полученные с помощью диффузионного приближения на коде FRONT, где излучение распространяется изотропно и попадает за препятствие, из-за этого теневая область не образуется.

1.1.4 Тест луча света

М1-приближение также может описать режим направленного излучения. Для демонстрации этого факта можно рассмотреть типичный тест переноса излучения, который был широко обсужден, например, в [112; 113]. В области с цилиндрической симметрией и размерами $L \times L, L = 10^{10}$ см задается идущий вверх поток излучения на левой половине оси *r*. Рассматривается входящая ($\cos \theta \ge 0$) интенсивность на нижней границе оси z: $I_b = I_0 \delta(\cos \theta)$, где θ — угол между направлением луча и осью z, а δ — дельта-функция Дирака, $I_0 = 3 \cdot 10^{10}$ эрг/см²с. Свободный пробег составляет $l = 10^{10}$ см вдоль всей области моделирования (предполагается полностью поглощающая среда), поэтому оптическая толщина всей области $\tau = L/l = 1$. Следовательно, интенсивность остается ненулевой лишь вдоль оси z, и F = cU. В расчетах кодами FRONT и HERACLES задается U и входящий поток излучения $F = cU = I_0$ на левой половине оси *r* для луча. Наружные граничные условия — свободные. Также предполагается низкая температура вещества $T_m = 10$ К (теплоемкость вещества принимается равной бесконечности) во всей области для избежания образования ячеек с нулевой энергией. Температура излучения в начальный момент времени равняется температуре вещества. Кроме этого, предполагается, что вещество имеет нулевую скорость, которая не изменяется во время всего расчета. Для этого теста также используется только радиационный модуль без расчета гидродинамики.

Результаты расчета на момент времени t = 0.3 с представлены на рисунке 1.4.

Световой фронт менее размыт в коде FRONT, чем в коде HERACLES. За исключением этого, решения, полученные различными кодами, находятся в хорошем согласии друг с другом.



Рисунок 1.4 — Профили плотности энергии излучения на момент времени t = 0.3 с в расчетах теста луча света с помощью различных численных кодов. Также приведен сравнительный график для среза r = 0.

1.1.5 Радиационно-доминированные ударные волны

Для верификации кода FRONT рассматривается несколько стандартных тестов ударных волн с присутствием излучения. Такие тесты соотносятся с режимами, когда ударная волна распространяется по оптически толстой среде при ударно-волновом сценарии образования сверхмощных сверхновых. Структура фронта таких ударных волн отличается от случая чистой гидродинамики, поскольку излучение приводит к перераспределению энергии между слоями газа. Излучение переносит энергию от горячего газа за ударной волной к вбегающему газу и прогревает его. В зависимости от силы предпрогрева (которая находится в прямой зависимости от силы ударной волны), можно выделить два типа ударных волны: докритические и сверхкритические. Если темпера-

26

тура непосредственно перед фронтом ударной волны (входящая температура) меньше температуры за фронтом ударной волны, то ударная волна называется докритической. Если эти температуры равны, то это является критическим случаем. Дальнейшее увеличение силы ударной волны не может привести к тому, что входящая температура превысит температуру за фронтом (поскольку нарушился бы второй закон термодинамики), вместо этого энергия тратится на прогревание более толстых слоев перед фронтом ударной волны. Теория таких ударных волн детально рассмотрена в [114].

Для исследования структуры ударной волны используется начальная постановка стационарных ударных волн [115], которая основана на полуаналитических решениях [116]. Сила ударной волны зависит от числа Маха Ма, поэтому рассматривается два случая: Ма = 2 для докритической ударной волны и Ma = 5 для сверхкритической. Результаты моделирования представлены на следующих рисунках: рисунок 1.5 соответствует докритической ударной волне, а рисунок 1.6 – сверхкритической. Для всех расчетов в настоящей диссертации использовались равномерные и прямоугольные сетки. Временной шаг для всех расчетов определялся из условия Куранта.

Решения, полученные с помощью М1-приближения, находятся в хорошем согласии с полуаналитическими решениями.

Теперь можно исследовать процесс формирования структуры фронта ударной волны. Для этого рассматривается течение среды, в которой задан небольшой градиент температуры излучения (и как следствие поток излучения). Отражение от одной из стенок вызывает распространение радиационнодоминированной ударной волны по среде. Такая же постановка для нестационарного случая была использована в [117]. Результаты моделирования представлены на следующих рисунках: рисунок 1.7 соответствует докритической ударной волне, а рисунок 1.8 — сверхкритической.

Структура ударной волны совпадает с описанной в теории [114]. В профиле температуры газа присутствует пик, называемый пиком Зельдовича. В докритическом случае, температура газа отличается от температуры излучения, но в сверхкритическом случае, они находятся в равновесии и начинаются различаться гораздо дальше перед фронтом. Также, как и ожидалось, температура перед ударной волной равна температуре за ее фронтом.



Рисунок 1.5 — Профили безразмерной температуры (T/T_0) , плотности (ρ/ρ_0) , и скорости (u/a_0) газа, а также температуры излучения (T_r/T_0) в стационарной ударной волне с числом Маха Ма = 2. Результаты, полученные с помощью кода FRONT соответствуют черным линиям. Красные линии соответствуют полуаналитическому решению.

Структура фронта ударной волны в сверхмощных сверхновых является сверхкритической, поэтому данный тест верифицирует код FRONT для данного режима.

1.1.6 Тест рассеяния излучения в движущейся среде

В таких астрофизических объектах как сверхновые, скорость среды может быть большой, поэтому численный код должен аккуратно рассматривать перенос излучения в движущейся среде. Для тестирования кода FRONT при таких условиях исследуется эволюция гауссова профиля излучения $U_0(x,t = 0) = U_g \exp(-(x - x_0)^2/a_g^2)$, (профиль задан в сопутствующей системе отсчета, $U_g = 10^{11} \operatorname{spr/cm}^3$, $x_0 = 1 \operatorname{cm}$ и $a = 0.125 \operatorname{cm}$) в полностью рассеивающей оптически толстой среде со свободным пробегом $l = 0.01 \operatorname{cm} (\tau = L/l = 200,$ где $L = 2 \operatorname{cm}$ размер всей одномерной области моделирования [0,L]), движу-



Рисунок 1.6 — Профили безразмерной температуры (T/T_0) , плотности (ρ/ρ_0) , и скорости (u/a_0) газа, а также температуры излучения (T_r/T_0) в стационарной ударной волне с числом Маха Ма = 5. Результаты, полученные с помощью кода FRONT соответствуют черным линиям. Красные линии соответствуют полуаналитическому решению.

щейся со скоростью $v = 2 \times 10^9$ см/с, которая не изменяется во время всего моделирования [115].

Предполагается, что среда имеет очень низкую температуру, которая не меняется во время расчета (бесконечная теплоемкость газа), поэтому диффузионно-адвекционное уравнение дает аналитическое решение для профиля плотности энергии излучения в сопутствующей системе отсчета:

$$U_0(x,t) = \frac{U_g}{\sqrt{1 + 4Dt/a_g^2}} \exp\left(-\frac{(x - (x_0 + vt))^2}{a_g^2 + 4Dt}\right),$$
(1.20)

где D = cl/3. Затем можно преобразовать этот профиль в лабораторную систему отсчета, предполагая, что поскольку среда оптически толстая, то поток излучения в сопутствующей системе $F_0 \approx -cl\partial_x P_{0,00}$, а $P_{0,ij} \approx U_0 \delta_{ij}/3$ [105]:

$$U = U_0 + 2\frac{v_i F_{0,i}}{c^2} + \frac{1}{c^2} \left(v^2 E_0 + v_i v_j P_{0,ij} \right).$$
(1.21)

Такая постановка является примером режима неравновесной динамической диффузии, когда перенос излучения происходит по оптически толстой



Рисунок 1.7 — Профили температуры газа (T_G) и температуры излучения (T_R) в нестационарной докритической ударной волне. Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени $t = 5.4 \times 10^3, 1.7 \times 10^4, 2.8 \times 10^4, 3.8 \times 10^4$ с. Результаты получены с помощью кода FRONT.



Рисунок 1.8 — Профили температуры газа (T_G) и температуры излучения (T_R) в нестационарной сверхкритической ударной волне. Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени $t = 8.6 \times 10^2, 4 \times 10^3, 7.5 \times 10^3, 1.3 \times 10^4$ с. Результаты получены с помощью кода FRONT.

движущейся со значительной скоростью среде, и в таком случае члены порядка v^2/c^2 в выражении (1.12) для S^0 имеют такой же порядок как и член vF[105]. В рассматриваемом тесте происходит лишь расчет переноса излучения без расчета гидродинамики. При этом проводятся два различных расчета: первый – только с членами порядка v/c, а второй – с членами порядка v/c и v^2/c^2 в правых частях системы уравнений переноса излучения для подчеркивания критической роли членов порядка v^2/c^2 в таком режиме. Граничные условия свободные (нулевой градиент физических величин). Результаты моделирования представлены на рисунке 1.9.



Рисунок 1.9 — Профили плотности энергии излучения в тесте адвекции излучения. Расположение профилей сверху вниз соответствует моментам времени $t = 5 \times 10^{-12}, 10^{-11}, 2 \times 10^{-11}, 5 \times 10^{-11}, 10^{-10}$ с. Результаты получены с помощью кода FRONT (штриховые линии) с точностью O(v/c) и $O(v^2/c^2)$. Аналитическое решение соответствует сплошным линиям.

Распространение и расплытие гауссова профиля корректно воспроизводится М1-приближением с учетом членов порядка v^2/c^2 (профили совпадают с аналитическим решением) при описании взаимодействия излучения и вещества. Если учитывать лишь члены порядка v/c, то численное решение значительно отличается от аналитического. Данный тест верифицирует код FRONT для расчетов с большой скоростью среды.

После удостоверения корректности реализации модуля переноса излучения на основе рассмотренных тестов можно перейти к моделированию сверхмощных сверхновых.

1.2 Моделирование сверхмощных сверхновых

Кинетическая энергия расширяющегося выброса для типичный сверхновой превосходит излучаемую энергию. Добавление любого механизма, который

может эффективно диссипатировать и излучать кинетическую энергию, позволит существенно увеличить светимость объекта. Возможным механизмом для этого является распространение радиационно-доминированной ударной волны по протяженной звездной оболочке. Теория звездной эволюции дает несколько сценариев образования таких оболочек: обширные звездные ветра до звездных взрывов и т.п. В настоящей диссертации не уделяется внимание механизму формирования такой структуры предсверхновой, и используются простые аналитические выражения для задания оболочки в представленных расчетах – см. рисунок 1.10. Оболочка состоит из гидростатического ядра, имеющего политропную структуру с зависимостью давление-плотность $p \propto \rho^{1.4}$, массу $1M_{\odot}$ (M_{\odot} – масса Солнца) и радиус 4×10^{14} см. Для области $r > 4 \times 10^{14}$ см предполагается, что плотность имеет степенной ветровой закон $\rho \propto r^{-1.8}$, а температура постоянна и равняется $T = 3 \times 10^3$ K, как в работе [45].



Рисунок 1.10 — Начальные профили плотности и энергии в модели сверхмощной сверхновой.

Подробные одномерные расчеты сверхмощных сверхновых направлены на воспроизведение мелких деталей реальных кривых блеска сверхмощных сверхновых [45]. Большая часть излучаемой энергии уходит с плотного тонкого слоя, который формируется во время взаимодействия ударной волны с окружающей оболочкой. Многомерные эффекты могут играть существенную роль, потому что в некоторых случаях слой оказывается неустойчивым: он изгибается и разваливается (как было показано в [48] для плотного слоя на стадии остатка сверхновой), поэтому излучаемая энергия может измениться. Для исследования такого эффекта в настоящей диссертации в многомерных постановках физическая модель из исследования [45] упрощается для уменьшения вычислительной стоимости расчетов. Тем не менее, такая упрощенная модель корректно воспроизводит эффекты формирования и распространения ударной волны, которые важны для исследования вопроса устойчивости. Во-первых, пренебрегается химическим многообразием, которое появляется из-за нуклеосинтеза во время взрыва сверхновой. Выброс сверхновой равномерно заполнен смесью углерода с кислородом с добавлением металлов, как в работе [45]. Средний атомный вес составляет $\mu = 1.75$. Во-вторых, предполагается уравнение состояния полностью ионизованной идеальной плазмы с показателем адиабаты $\gamma = 5/3$. Радиативные свойства среды также принимаются постоянными с непрозрачностью $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\text{г}$ за счет чистого поглощения, что соответствует томпсоновскому рассеянию в полностью ионизованной безводородной плазме.

Ключевой особенностью механизма образования сверхмощной сверхновой, рассмотренного здесь является то, что детали начального энерговыделения ("центральная машина") не играют ключевой роли: оно приводит к формированию сильной ударной волны, но не влияет на стадию ее распространения по оболочке, когда и излучается энергия. Именно поэтому используется простое приближение теплового взрыва с энергией типичной (но сильной) сверхновой для задания динамики: маленькая область в центре нагревается энергией $E = 4 \times 10^{51}$ эрг в течении t = 10 с (это время мало по сравнению с характерным временем кривой блеска).

Начальная стадия динамики сверхновой, когда устанавливаются структура ударной волны и общее течение, моделируется с помощью кода STELLA. Эта стадия требует учета самогравитации, которая также учитывается с помощью кода STELLA; результаты показывают, что вклад гравитационной энергии в общую энергию становится малым после t_i . В этот момент времени ($t_i = 2.7$ дней) профили всех гидродинамических переменных были экспортированы в код FRONT, в то время как расчет кодом STELLA также продолжается для дополнительной валидации результатов. Код FRONT не учитывает самогравитацию, которая может быть игнорирована с момента времени t_i .

Результаты сравнения одномерных сферически-симметричных расчетов кодами FRONT и STELLA представлены на рисунке 1.11 и рисунке 1.12.

Рисунки демонстрируют структуру сверхновой на моменты времени, когда плотный тонкий слой уже сформировался: ударная волна сопровождается



Рисунок 1.11 — Профили плотности, температуры и скорости для модельной сверхмощной сверхновой, рассчитанные с помощью кода STELLA (штриховые линии) и одномерного запуска кода FRONT (сплошные линии). Расположение вертикальных линий соотносится с положением фотосферы. Расположение линий слева направо соответствует моментам времени t = 2, 5, 10, 25, 40, 60 дней.

скачком плотности, сжатие на котором значительно превосходит предельное значение $(\gamma + 1)/(\gamma - 1)$ для обычной адиабатической сильной ударной волны. Такая структура поддерживается долгое время (несколько дней). Результаты, полученные различными кодами, находятся в согласии друг с другом. Различия наблюдаются лишь в профилях температуры, которые наиболее чувствительны к деталям переноса излучения. Расчет кодом STELLA показывает более быстрый предпрогрев окружающей среды на ранних временах, но затем различие умень-



Рисунок 1.12 — Болометрические кривые блеска модельной сверхмощной сверхновой, рассчитанные с помощью кодов STELLA (черные линии) и FRONT (красные линии).

шается. Температура и плотность за фронтом ударной не различаются между расчетами. Основные законы динамики движения слоя также совпадают.

Плотность в области за фронтом ударной волны уменьшается, что указывает на то, что все больше и больше вещества вовлекается в движение слоя: практически вся масса оболочки становится сконцетрированной в геометрически тонком слое. В коде STELLA, реализована лагранжева численная схема, которая содержит дополнительную искусственную вязкость, которая несколько размывает фронт ударной волны. Код FRONT основан на эйлеровой схеме, и фронт ударной волны размывается уже из-за численной диффузии схемы. Плотный слой может быть неустойчив в многомерном случае [48; 49] (см. также [47]), что является физической причиной для размытия плотного слоя. В коде STELLA реализован дополнительный член, который контролирует толщину слоя. Этот член используется для учета многомерных эффектов (размытие слоя) в одномерных расчетах. Он работает в добавок к общеизвестной искусственной вязкости Фон-Неймана и имеет схожий вид, однако полное значение кинетической энергии при этом сохраняется. Этот член пропорционален параметру B_q , который определяет силу размытия слоя (большее значение B_q соответствует более сильному размытию). Точное значение параметра B_q несколько неопределенно и может быть вычислено из сравнения с многомерными расчетами. Как результат, более толстый слой менее эффективно излучает энергию [118]. В представленных расчетах используется стандартное значение $B_q=1$ в

коде STELLA во время всего моделирования, и хорошо видно из рисунка 1.11, что слой в коде STELLA более размыт и распространяется чуть быстрее, чем в коде FRONT после $t \sim 25$ дней. Важно заметить, что лагранжева сетка может двигаться, в то время как эйлерова сетка зафиксирована, что приведет к тому, что основные структуры выйдут за границу эйлеровой сетки. Для решения этой проблемы добавляется область с низкой плотностью в коде FRONT, которая не изменяет динамику системы. Эта область соотносится с сильным паданием в профилем плотности вблизи внешней границы.

Одним из важных вопросов динамики сверхмощной сверхновой является расположение фотосферы, поскольку оно напрямую определяет кривую блеска. Расположение фотосферы остается полностью неподвижным по крайней мере до $t \sim 60$ дней и совпадает в результатах расчетов обоими кодами.

Кривые светимости (или кривые блеска) в целом согласуются (см. рисунок 1.12) между двумя кодами. Подробные определения светимости, а также фотосферы будут даны ниже. Важно, что пиковые значения совпадают в обоих расчетах и превосходят значение 10⁴⁵ эрг/с, что означает, что модель воспроизводит сверхмощную сверхновую. Важно заметить, что эти пики были совмещены по времени в двух численных моделях. В коде FRONT пик происходит чуть позднее. Этот сдвиг обусловлен конечной скоростью света: в эйлеровом расчете присутствует дополнительная область с низкой плотностью, и излучению требуется время, что пройти через нее. Эта область оптически прозрачна, поэтому она не меняет абсолютное значение потока. Последующее падение (т.е. хвост кривой блеска) сильнее в коде STELLA, чем в коде FRONT из-за дополнительного размытия из-за параметра B_a , который является одним из параметров модели сверхновой. Это размытие влияет только на хвост кривой блеска, и уменьшение параметра B_q приводит к более медленному падению кривой блеска [119], поэтому хвост кривой блеска в коде STELLA будет более совпадать с кодом FRONT при использовании меньшего значения B_q .

На следующем шаге после одномерных расчетов производятся двумерные расчеты с помощью кода FRONT с использованием *RZ*-цилиндрической геометрии (с азимутальной симметрией). Начальные условия задаются аналогичным образом как и для одномерного расчета. Во время многомерного движения сферическая симметрия слоя может нарушиться. Для кривой блеска важнейшим вопросом является момент разрушения и его влияние на поток излучения, поскольку во многих исследованиях кривая блеска вычисляется в приближении
сферической симметрии. Результаты расчета на сетке 1024² представлены на рисунке 1.13.

Сферическая симметрия начинает нарушаться на момент времени $t_p \approx 50$ дней, когда возмущения становятся различимыми на радиальном пространственном размере слоя. Эти возмущения продолжают расти во время дальнейшего расширения слоя. Возмущение слоя вблизи осей имеют численное происхождение — хорошо известный карбункул-эффект (см., например, [120]). Эти возмущения расположены лишь возле оси и не влияют на другие части слоя.

Несмотря на то, что слой теряет сферическую симметрию, общее направление его движения остается радиальным, и слой не разделяется на отдельные фрагменты. Поток излучения также сохраняет свою радиальную компоненту как доминирующую. Именно поэтому, эффект уярчения из-за столкновения потоков от соседних источников излучения (которыми являются фрагменты слоя) [99], присущий М1-приближению, незначителен в этом расчете сверхмощной сверхновой. Этот вывод может быть неверным для поздних стадий эволюции остатка сверхновой, когда слой разрушается на отдельные облака, но такая стадия не рассматривается в настоящей диссертации.

В среднем (для 2D цилиндрической геометрии усредняются значения по сферическому радиусу $R = (r^2 + z^2)^{1/2}$) динамика центра масс плотного тонкого слоя совпадает в 1D и 2D расчетах — см. рисунок 1.14. Для моментов времени t < 10 дней распределение плотности содержит пик, который геометрически толстый. Далее для моментов времени t > 10 дней образуется плотный слой: большая часть вещества собирается в геометрически тонкой области. Этот слой в 2D расчете толще из-за процедуры усреднения, а маленький пик, появляющийся на момент времени t = 25 дней имеет численное происхождение – это след возмущений из-за карбункул-эффекта. Далее, для моментов времени $t > t_p$, структура слоя подвержена неустойчивости: он значительно расширяется. Как обсуждалось выше, этот эффект учитывается в одномерном моделировании кодом STELLA за счет параметра B_q .

Поскольку структура возмущений плотного слоя несколько схожа с нитевидными структурами, продемонстрированными в тесте излучающей сферы в разделе 1.1.1 на рисунке 1.1, то интересно взглянуть на результаты, получающиеся при увеличении пространственного разрешения сетки. На рисунке 1.15 представлены профили плотности, полученные в результате моделирования на сетках 2048² и 4096². Видно, что характер развития возмущений сохраняется при изменении числа ячеек в несколько раз. Можно сравнить динамику движения центра масс плотного слоя в среднем для 2D расчетов с различным пространственным разрешением также, как это было сделано для 1D и 2D. Результаты, представленные на рисунке 1.16, демонстрируют, что эта динамика совпадает при различных использованных пространственных разрешениях сетки. На начальных временах, когда возмущения слоя еще не успели развиться, толщина слоя меньше, а сопровождающий его скачок плотности больше на более подробных сетках. На поздних же временах толщина слоя примерно совпадает в проведенных расчетах из-за развивающихся в нем возмущений.

Структура возмущений плотного несколько похожа на нитевидную структуру, рассмотренную в тесте излучающей сферы — см. рисунок 1.1. Кроме этого, с увеличением пространственного разрешения сетки увеличивается и число возмущений плотного слоя. Это может навести на мысли о численной природе продемонстрированной неустойчивости, вызванной нефизичными потоками излучения, образующимися при столкновении потоков излучения между гранями соседних ячеек. Вместе с тем, важно отметить, что в рассмотренном в параграфе 1.1.1 тесте нитевидная структура возникала в оптически прозрачной области. В случае же плотного слоя его оптическая толщина будет значительна в модели серой непрозрачности из-за его высокой плотности. В тесте с излучающей сферой нитевидные структуры подавляются, если использовать схему с аппроксимацией первого порядка по пространству. Тем мне менее, уменьшение порядка аппроксимации при моделировании плотного слоя не приводит к подавлению неустойчивости — см. рисунок 1.17.

Эффекта столкновения лучей, возникающего из-за перпендикулярности граней соседних ячеек, можно избежать при моделировании на сетке, например, с $R\theta$ -сферической геометрией. На рисунке 1.18 представлены результаты расчета модельной сверхмощной сверхновой на такой двумерной сетке с разрешением 1024 × 128 (1024 ячеек по радиусу и 128 по углу). В таком расчете слой сохраняет свою изначальную сферическую симметрию. Важно отметить, что расчет на сетке с $R\theta$ -сферической симметрией приводит к тому, что сферическую симметрию сохранит даже физически неустойчивый плотный тонкий слой на стадии остатка сверхновой [48; 49], если не задать начальные возмущения плотности. Если задать в области $R > 6 \times 10^{14}$ см возмущения плотности в виде случайных мод белого шума со средним квадратичным отклонением по-

рядка 5%, то плотный слой несколько искривится, начиная с момента времени t ≈ 50 дней — см. рисунок 1.19. С увеличением возмущения плотности степень искривленности слоя также увеличивается, к тому же возмущения становятся заметными уже и на ранних этапах — см. рисунок 1.20 для возмущений порядка 10% и рисунок 1.21 — для возмущений порядка 20%. Такое поведение указывает и на возможную физическую природу неустойчивости, а не только численную.

Важно заметить, что возмущения уже на уровне 10% являются достаточно большими и возникает вопрос о возможности таких возмущений в реальном околозвездном веществе. Более того, были рассмотрены лишь возмущения в виде случайных мод белого шума, в то время как в реальности возмущения могут возникнуть по физическим причинам, например, из-за турбулентности или неустойчивости Рэлея-Тейлора. Вопрос о природе неустойчивости плотного слоя остается открытым и требует дальнейших исследований даже в модели серой непрозрачности, в том числе в рамках 3D моделирования и 1D расчетов с очень большим числом ячеек для детального разрешения структуры плотного слоя. Текущие расчеты в различных 2D геометриях указывают на вероятную физическую причину неустойчивости. Тем не менее, важным выводом, в том числе для прямого метода определения расстояний DSM, является слабость возмущений плотного слоя на этапе роста кривой блеска, показанная при 2D расчетах с RZ-цилиндрической геометрией и $R\theta$ -сферической геометрией при умеренных начальных возмущениях плотности (< 5%).

1.3 Расчет болометрических кривых блеска сверхмощных сверхновых

Результаты расчетов, представленные выше, позволяют вычислить кривые блеска и сравнить их для различных геометрий. М1-модель переноса излучения, которая используется в настоящей диссертации, включает в себя поток излучения **F** как динамическое поле. Светимость объекта можно найти по формуле:

$$L = 4\pi R^2 F(R), \qquad (1.22)$$

где F(R) — поток излучения через границу, располагающуюся на расстоянии R от центра.

В одномерных расчетах можно получить значение болометрической светимости напрямую L_{bol}^{dir} , взяв полный поток излучения $F_{bol}(R_b)$ на границе расчетной области R_b напрямую из расчета. Этот метод обозначается как прямой. Для двумерных расчетов применение такого метода нетривиально: необходимо проинтегрировать поток вдоль границы прямоугольной формы, учитывая угловое распределение в каждой точке. Для представленного расчета используется более простой подход — фотосферный метод, причем вычисление кривой блеска ограничивается моментами времени $t < t_p$, когда решение близко к сферически симметричному. Метод основан на интегрировании оптической толщины от внешней границы расчетной области к ее центру (схожий подход был использован в [121]):

$$\tau(R) = \int_{R_{\rm b}}^{R} \kappa(R') \,\rho(R') \,dR'. \tag{1.23}$$

Поскольку рассматриваются времена, когда решение близко к сферически-симметричному, функция оптической толщины $\tau(R)$ не должна зависеть от выбранного направления. Положение фотосферы определяется как $\tau(R_{\rm ph}) = 2/3$ [122]. Важно заметить, что это определение исходит из предположения геометрически тонкой атмосферы. Для различных случаев значение $\tau(R_{\rm ph})$ отличается, однако остается порядка единицы [123; 124]. Это различие мало для используемой простой модели: из-за постоянной непрозрачности обусловленной чистым поглощением, оптическая толщина растет с расстоянием от границы до центра очень быстро из-за степенного закона для плотности, который на моменты времени t < 50 дней практически полностью совпадает с начальным распределением. По определению, $R_{\rm ph}$ — это радиус, с которого фотоны уходят на бесконечность, следовательно он определяет значение светимости. При этом предполагается, что внешние слои $R > R_{\rm ph}$ не поглощают и не рассеивают излучение. Само значение потока может быть оценено из чернотельного приближения:

$$F_{\nu}^{\text{BB}}(R_{\text{ph}}) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T_{\text{ph}}) - 1},$$
(1.24)

где $T_{\rm ph}$ — температура вещества на фотосфере. В таком случае полный болометрический поток $F_{\rm bol}(R_{\rm ph}) = \sigma_{\rm SB}T_{\rm ph}^4$, где $\sigma_{\rm SB} = 2\pi^5 k_B^4/15h^3c^3$ — постоянная Стефана—Больцмана. Для согласованности расчета и для исключения численных эффектов вблизи осей, оптическая толщина интегрируется по диагонали в двумерных расчетах (r = z в цилиндрических координатах). Для одномерных расчетов применяется как прямой, так и фотосферный метод, а для двумерных расчетов только фотосферный метод. Несмотря на различия в методах, кривые блеска хорошо согласуются друг с другом – см. рисунок 1.22. Различие в пиковом значении светимости составляет порядка 14% между прямым и фотосферным методами для одномерного расчета и порядка 2% между фотосферным методом для 1D и 2D. Различия в значениях на момент времени t = 50 дней составляют порядка 14% и 7% соответственно. Пиковые значения, полученные различными методами также были синхронизированы по времени. Из рисунка 1.11 хорошо видно, что положение фотосферы ближе к центру чем внешняя граница, и свету требуется некоторое время для прохождения этого расстояния.

Важным результатом является то, что для рассмотренной упрощенной модели сверхмощной сверхновой, этап роста кривой блеска совпадает для одномерных и двумерных расчетов. Это происходит из-за того, что, как это хорошо видно из рисунка 1.11, положение фотосферы находятся далеко от плотного слоя, следовательно, параметры на ней не меняются из-за возможных возмущений. Кривая блеска определяется температурой на фотосфере, которая в свою очередь зависит от силы предпрогрева излучением, рождающимся на оптически тонком слое. В рассмотренной простой модели, даже если присутствуют небольшие возмущения слоя, температура успевает выровняться из-за долгого распространения по полностью поглощающей среде с большой оптической толщиной между слоем и фотосферой. Эти выводы, сделанные все же для реалистичной модели, очень важны для прямого метода определения космологических расстояний, который основан непосредственно на этапе роста кривой блеска сверхмощной сверхновой [26] и зависит от параметров на фотосфере (особенно от скорости). Для модели с более физичной моделью непрозрачности внешние холодные слои могут быть оптически прозрачными, следовательно, фотосфера будет располагаться ближе к тонкому слою. Вследствие всего этого тонкий слой может потерять сферическую симметрию гораздо раньше, что изменит параметры слоя и, как следствие, параметры фотосферы.

1.4 Выводы главы 1

В настоящей главе представлены результаты моделирования сверхмощных сверхновых с помощью М1-приближения для переноса излучения. При этом применяется подход, при котором моменты интенсивности излучения измеряются в лабораторной системе отсчета. Рассматривается сценарий, когда взрывающаяся звезда окружена плотным облаком вещества. Радиационно-доминированная ударная волна, бегущая по облаку, приводит к образованию плотного, геометрически тонкого слоя, который эффективно излучает свою кинетическую энергию. Такой сценарий был тщательно исследован в одномерном приближении с помощью кода STELLA. Для многомерного исследования в настоящей диссертации представлена упрощенная постановка, которая воспроизводит формирование слоя и его общую динамику. Эта постановка была исследована с помощью кодов STELLA и FRONT, которые дали согласующиеся друг с другом результаты. Постановка воспроизводит ударно-волновой сценарий для сверхмощной сверхновой: пиковое значение кривой блеска в расчетах превышает значение 10⁴⁵ эрг/с на момент времени $t \approx 15$ дней после взрыва.

Упрощенная постановка сверхмощной сверхновой позволила исследовать многомерную динамику плотного слоя при учете переноса излучения в рамках M1-приближения. Слой становится неустойчивым при 2D моделировании, но это не влияет на кривую блеска на ранних временах. Вычисленная кривая блеска двумя различными методами позволила сделать вывод, что параметры на фотосфере, которые определяют кривую блеска, не различаются в одномерном и двумерном случаях. В рамках этой модели такой вывод верифицирует прямой метод определения космологических расстояний [26], однако этот вывод не является общим поскольку он основан на упрощенной постановке.



Рисунок 1.13 — Профили плотности и температуры излучения на различные моменты времени в двумерном расчете модельной сверхмощной сверхновой. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетке 1024^2 с RZ-цилиндрической геометрией.



Рисунок 1.14 — Профили плотности и температуры излучения в расчетах модельной сверхмощной сверхновой кодом FRONT в 1D (сплошные линии) и 2D (штриховые линии) постановках на сетках с 1024 ячейками по радиусу. Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени t = 0, 1, 5, 10, 25, 50, 100 дней.



Рисунок 1.15 — Профили плотности и температуры излучения на различные моменты времени в двумерных расчетах модельной сверхмощной сверхновой. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетках 2048² и 4096² с *RZ*-цилиндрической геометрией.



Рисунок 1.16 — Профили плотности в расчетах модельной сверхмощной сверхновой кодом FRONT в 2D постановках на сетках с разрешением 1024² (черные линии), 2048² (синии линии) и 4096² (красные линии) в *RZ*-цилиндрической геометрии. Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени t = 10, 25, 50, 100 дней.



Рисунок 1.17 — Профили плотности на момент времени t = 100 дней в двумерных расчетах модельной сверхмощной сверхновой. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетке 1024^2 с RZ-цилиндрической геометрией при 1-ом и 2-ом порядке аппроксимации по пространству.



Рисунок 1.18 — Профили плотности на различные моменты времени в двумерном расчете модельной сверхмощной сверхновой. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетке 1024 × 128 с *R*θ-сферической геометрией.



50 дней

100 дней

Рисунок 1.19 — Профили плотности на различные моменты времени в двумерном расчете модельной сверхмощной сверхновой с начальными возмущениями плотности в виде случайных мод белого шума со средним квадратичным отклонением порядка 5%. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетке 1024 × 128 с *R***θ**-сферической геометрией.



50 дней

100 дней

Рисунок 1.20 — Профили плотности на различные моменты времени в двумерном расчете модельной сверхмощной сверхновой с начальными возмущениями плотности в виде случайных мод белого шума со средним квадратичным отклонением порядка 10%. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетке 1024 × 128 с *R***θ**-сферической геометрией.





100 дней

Рисунок 1.21 — Профили плотности на различные моменты времени в двумерном расчете модельной сверхмощной сверхновой с начальными возмущениями плотности в виде случайных мод белого шума со средним квадратичным отклонением порядка 20%. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетке 1024 × 128 с *R***θ**-сферической геометрией.



Рисунок 1.22 — Болометрические кривые блеска для модельной сверхмощной сверхновой, полученные с помощью кода FRONT. Прямой метод соответствует черным сплошным линиям для 1D, а фотосферный метод – синим штриховым для 1D и красным штриховым для 2D.

Глава 2. Моделирование сверхновой SN2009ip

В предыдущей главе при моделировании переноса излучения использовалась система уравнений на моменты интенсивности, измеренные в лабораторной системе отсчета. Главным преимуществом такого подхода является то, что правая часть системы уравнений (1.2), (1.3) простая и полностью дивергентная. Это позволяет применять для решения этой системы полностью консервативную численную схему, схожую со схемой, используемой для решения уравнений гидродинамики. При всем этом, правая часть системы уравнений, описывающая взаимодействие между излучением и веществом, является сложной, и требуется по крайней мере точность $O(v^2/c^2)$ для корректного моделирования некоторых режимов, например, динамической диффузии. Кроме этого, подробное моделирование астрофизических объектов требует учета сложной модели непрозрачности, когда коэффициенты поглощения и рассеяния зависят от частоты фотонов. Спектр излучения при этом может существенно отличаться от планковского. Для учета такого режима спектр задается с использованием некоторого конечного относительно узких диапазонов — групп по излучению, которые покрывают весь рассматриваемый диапазон. Уравнения в лабораторной системе отсчета в многогрупповом приближении оказываются крайне трудными для численного моделирования уже при точности O(v/c) [125], не говоря про точность $O(v^2/c^2)$ (уравнение для интенсивности излучения в таком приближении см., например, в [126]).

Другим подходом является использование системы уравнений на моменты излучения, измеренные в сопутствующей системе отсчета. Такой метод, рассматривающийся в настоящей главе, может помочь избежать указанных проблем, однако и он имеет свои недостатки.

2.1 Система уравнений переноса излучения в сопутствующей системе отсчета

Уравнения переноса излучения для измеренных в сопутствующей системе отсчета (движущейся со скоростью *v* относительно неподвижного наблюдате-

$$\partial_t U_{\mathbf{v}} + \partial_i \left(F_{\mathbf{v}i} + v_i U_{\mathbf{v}} \right) + P_{\mathbf{v}ij} \partial_j v_i - \partial_j v_i \partial_{\mathbf{v}} \left(\mathbf{v} P_{\mathbf{v}ij} \right) = -c G_{\mathbf{v}}^0, \tag{2.1}$$

$$\partial_t F_{\nu i} + \partial_j \left(c^2 P_{\nu i j} + v_j F_{\nu i} \right) + F_{\nu j} \partial_i v_j - \partial_k v_j \partial_\nu \left(\mathbf{v} Q_{\nu i j k} \right) = -c^2 G_{\nu i}, \qquad (2.2)$$

где U_{ν} , $F_{\nu i}$, $P_{\nu ij}$, $Q_{\nu ijk}$ — плотность энергии, поток, тензор давления и тензор теплового потока излучения на частоте ν уже в сопутствующей системе отсчета соответственно, а члены правой части уравнений:

$$G_{\nu}^{0} = \kappa_{\nu} \left(U_{\nu} - U_{\nu}^{pl} \right), \qquad (2.3)$$

$$G_{\nu i} = (\kappa_{\nu} + \sigma_{\nu}) \frac{F_{\nu i}}{c}, \qquad (2.4)$$

где κ_{ν} и σ_{ν} — коэффициенты поглощения и рассеяния на частоте ν соответственно, а

$$U_{\nu}^{pl} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp(h\nu/k_B T) - 1}.$$
 (2.5)

Можно проинтегрировать уравнения (2.1) и (2.2) по частоте, учитывая, что также как и в предыдущей главе коэффициенты поглощения и рассеяния не зависят от частоты и равняются к и **σ** соответственно [77; 94]:

$$\partial_t U + \partial_i \left(F_i + v_i U \right) + P_{ij} \partial_j v_i = -cG^0, \qquad (2.6)$$

$$\partial_t F_i + \partial_j \left(c^2 P_{ij} + v_j F_i \right) + F_j \partial_i v_j = -c^2 G_i, \qquad (2.7)$$

$$G^0 = \kappa \left(U - aT^4 \right), \tag{2.8}$$

$$G_i = (\kappa + \sigma) \frac{F_i}{c}, \qquad (2.9)$$

Для замыкания систем так же, как и для метода в лабораторной системе отсчета, используется М1-приближение (1.14)—(1.16). Ниже будет показано, что в сопутствующей системе необходима точность лишь O(v/c) для корректного описания режима динамической диффузии, в то время как в лабораторной системе требовалась точность $O(v^2/c^2)$. Более этого, одним из главных плюсов такого подхода является простота правой части системы уравнений (2.6) и (2.7). Это позволит с легкостью обобщить подход на многогрупповой случай при условии выполнения условия локального термодинамического равновесия (ЛТР), см. приложение А. Обсуждение уравнений переноса излучения с учетом не-ЛТР эффектов приводится, например, в [127]. Тем не менее, существенным недостатком метода является недивергентная форма левой части этой системы уравнений. Как следствие, используемая для решения схема неконсервативна, что оказывает необходимость контролировать баланс энергии во время расчетов.

Уравнения (2.6) и (2.7) объединены с уравнениями гидродинамики следующим образом [94; 97]:

$$\partial_t \mathbf{\rho} + \partial_i \left(\mathbf{\rho} v_i \right) = 0, \qquad (2.10)$$

$$\partial_t \left(\rho v_i \right) + \partial_j \left(\rho v_i v_j + p \delta_{ij} \right) = G_i, \qquad (2.11)$$

$$\partial_t \left(\rho e + \rho \frac{v^2}{2} \right) + \partial_i \left(\left(\rho e + \rho \frac{v^2}{2} + p \right) v_i \right) = cG^0 + v_i G_i, \qquad (2.12)$$

Описанная система уравнений аналогична подходу, применяемому в лабораторной системе отсчета, за исключением уравнения (2.12): ключевым отличием является наличие часто отбрасываемого (как раз особенно в лабораторном подходе) члена v_iG_i . Учет этого члена в уравнении оказывается важен в некоторых ситуациях [83].

Для проверки корректности реализации, а также для демонстрации некоторых особенностей метода снова приводится несколько тестов.

2.1.1 Тест рассеяния излучения в движущейся среде

Повторное рассмотрение теста рассеяния излучения в движущейся среде позволит показать достаточность точности O(v/c) метода в сопутствующей системе отсчета для корректного описания режима динамической диффузии. Результаты расчетов переноса излучения без учета гидродинамики представлены на рисунке 2.1.

Поскольку численное решение практически совпадает с аналитическим, можно сделать вывод, что движение и размытие гауссова профиля излучения корректно описывается в сопутствующей системе уже при точности O(v/c), а не $O(v^2/c^2)$ как для подхода в лабораторной системе отсчета.

Дополнительно можно рассмотреть многомерную вариацию описанного теста [77]. Пусть теперь в двумерной области размерами $[0,L] \times [0,L]$ задан гауссов профиль с начальной плотностью энергии излучения $U_2(x,y,t=0) =$



Рисунок 2.1 — Профили плотности энергии излучения в тестовой задаче рассеяния излучения. Расположение профилей сверху вниз соответствует моментам времени $t = 5 \times 10^{-12}, 10^{-11}, 2 \times 10^{-11}, 5 \times 10^{-11}, 10^{-10}$ с. Расчеты кодом FRONT (сплошные линии) с помощью радиационного модуля в сопутствующей системе

отсчета. Аналитическое решение соответствует пунктирным линиям.

 $U_g \exp\left(-(x-x_0)^2/a_g^2-(y-y_0)^2/a_g^2\right)$, где $x_0 = y_0$ и все параметры теста аналогичны его одномерной версии. Скорость задается под углом 45° в положительном направлении по осям x и y, так что $v_x^2 + v_y^2 = v^2$.

В таком случае аналитическое решение записывается в виде:

$$U(x,t) = \frac{U_g}{1 + 4Dt/a_g^2} \exp\left(-\frac{\left(x - (x_0 + v_x t)\right)^2 + \left(y - (y_0 + v_y t)\right)^2}{a_g^2 + 4Dt}\right).$$
 (2.13)

Результаты расчета представлены на рисунке 2.2.

В двумерном варианте теста численное решение также практически полностью совпадает с аналитическим, что показывает корректность реализации многомерного варианта радиационного модуля.

2.1.2 Тест распада разрыва с учетом переноса излучения

Для тестирования корректности описания режима динамической диффузии в радиационно-гидродинамическом расчете рассматривается тест распада



Рисунок 2.2 — Профили плотности энергии излучения на начальный момент времени и $t = 10^{-10}$ с в двумерном расчете тестовой задачи рассеяния излучения по коду FRONT. Также представлено сравнение с аналитическим решением на срезе x = y. Расчеты кодом FRONT с помощью радиационного модуля в сопутствующей системе отсчета соответствуют сплошным линиям. Аналитическое решение изображено пунктирными линиями. Расположение профилей сверху вниз соответствует моментам времени $t = 5 \times 10^{-12}, 10^{-11}, 2 \times 10^{-11}, 5 \times 10^{-11}, 10^{-10}$ с.

разрыва при наличии излучения [88]. Одномерная область моделирования размерами [0,L], где L = 100 см, разделена на две половины: температура вещества в левой половине составляет $T_L = 1.5 \times 10^6$ K, а в правой — $T_R = 3 \times 10^5$ K. Начальная плотность однородна и равна $\rho = 10^{-5}$ г/см³, изначально среда находится в покое. Предполагается, что среда подчиняется уравнению состояния идеального газа с $\gamma = 4/3$ и $\mu = 1$. Изначально излучение и вещество находятся в равновесии, поэтому температура излучения (определяемая из условия

56

 $U = aT_r^4)$ в начальный момент равняется температуре вещества $T_r = T$. Среда является сильно поглощающей $\kappa = 10^{20}$ см⁻¹. Из-за такой большой непрозрачности система близка к пределу, когда $U \approx aT^4$, а давление илучения изотропно и равно $P_r \approx aT^4/3$. Поэтому эталонное решение можно получить путем чисто гидродинамического расчета, но с учетом плотности энергия и давления излучения в уравнении состояния вещества. Поскольку в режиме динамической диффузии важен член v_iG_i в уравнении (2.12) [83], то можно провести два расчета: с учетом и без учета этого члена для демонстрации необходимости его учета. Граничные условия в данном тесте фиксированные (на границах поддерживаются начальные значения физических величин). Результаты расчета на момент времени $t = 10^{-6}$ с представлены на рисунке 2.3.



Рисунок 2.3 — Профили плотности, скорости и температуры вещества в тесте распада разрыва с учетом переноса излучения. Расчеты кодом FRONT с учетом члена v_iG_i в уравнении (2.12) (красные линии) и без его учета (синие линии). Эталонное решение соответствует черным линиям.

Решение, учитывающее член v_iG_i в уравнении (2.12) хорошо согласуется с эталонным решением. Если же не учитывать этот член, то происходит зани-

жение температуры (внутренней энергии) и завышение скорости (кинетической энергии), т.е. неверно описывается баланс между энергиями, который зависит от этого члена.

Теперь можно перейти от тестовых задач к расчетам реальных астрофизических объектов. При этом для дополнительной валидации расчеты кодом FRONT проводились с помощью модуля переноса излучения как в лабораторной системе отсчета, так и в сопутствующей.

2.2 Радиационно-гидродинамическое моделирование сверхновой SN2009ip

В настоящей главе рассматривается моделирование сверхновой SN2009ip, до которой с помощью прямого метода DSM удается определить расстояние, которое оказывается в очень хорошем согласии с расстоянием до родительской галактики [128]. Разработанная для этой сверхновой модель, качественно описывающая этап роста кривой блеска объекта, включает в себя учет многих факторов: реалистичный химический состав, изменяющееся ионизационное состояние вещества, зависимость непрозрачности от частоты и т.д. [26]. Для доступности проведения многомерных расчетов модель для SN2009ip была упрощена аналогично рассмотренной модели в главе 1. Предполагалось, что среда описывается уравнением состояния идеального газа с $\gamma = 5/3$ и $\mu = 0.879$, что соответствует полностью ионизованной смеси водорода и гелия. Непрозрачность также принималась постоянной и равной $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\Gamma$. Расчет такой модели с помощью одномерного лагранжевого кода STELLA показал, что несмотря на упрощение этап роста кривой блеска качественно описывается правильно. На начальном этапе также оказывается важным учет самогравитации, который отсутствует в коде FRONT, поэтому начальные профили были импортированы в коде FRONT на момент времени $t_i \approx 1.68$ дней (после этого момента вклад гравитационной в общую энергию пренебрежимо мал). Расчет кодом FRONT проводился при этом с помощью двух различных модулей переноса излучения: в сопутствующей и в лабораторной системах. Сравнение одномерных сферически-симметричных расчетов представлены на рисунке 2.4 и рисунке 2.5.



Рисунок 2.4 — Профили плотности, температуры и скорости для сверхновой SN2009ip, рассчитанные с помощью кода STELLA (штриховые линии) и одномерных расчетов кодом FRONT с модулем переноса излучения в сопутствующей (сплошные линии) и в лабораторной (пунктирные линии) системах отсчета. Расположение линий слева направо соответствует моментам времени t = 1, 5, 11, 16 дней с начала расчета кодом FRONT.

Важным вопросом является оценка корректности используемой модели путем сравнения с наблюдаемыми данными. Расчет кодом STELLA с учетом реалистичной модели непрозрачности [26] показывает довольно быстрый (за время порядка десятка дней) рост болометрической светимости до максимального значения, превышающего 10⁴⁴ эрг/с. При этом, значения болометрической светимости, приводимые в работе [129], оказываются на порядок меньше. На самом деле, такое различие вовсе не указывает на некорректность используе-



Рисунок 2.5 — Болометрические кривые блеска для сверхновой SN2009ip, рассчитанные с помощью кода STELLA с учетом реалистичной модели непрозрачности (фиолетовая сплошная линия), а также серой модели непрозрачности (черная сплошная линия). Также изображена кривая блеска в диапазоне UBVRI, рассчитанная кодом STELLA при реалистичной непрозрачности (фиолетовая штриховая линия), и наблюдательные болометрические данные из работы [129] (фиолетовые точки). Результат одномерного расчета кодом FRONT в сером приближении с модулем переноса излучения в сопутствующей системе отсчета соответствует красной линии, а с модулем в лабораторной системе отсчета — синей.

мой модели. Поскольку рассматриваемая в работе [26] и данной диссертации модель для сверхновой основана на ударно-волновом механизме, то доминирующий вклад в истинный полный поток будет вносить диапазон экстремального ультрафиолета, который не наблюдается и не учитывается в чернотельных фитах в работе [129]. Полученный же в расчете кодом STELLA поток в диапазоне UBVRI, являющийся по своей сути наблюдаемой болометрикой, находится в удовлетворительном согласии с данными [129], в то время как истинная болометрическая светимость оказывается на порядок больше. Кроме этого, наблюдателями отмечается, что объект, скорее всего, является существенно много-

60

мерным, например, за счет клочкообразной структуры [129], поэтому в рамках одномерной модели трудно получить все наблюдаемые особенности.

Этап роста полных болометрических кривых блеска в сером приближении несколько различается между кодами STELLA и FRONT, однако оба кода воспроизводят резкое увеличение светимости до максимального значения, превышающего 2×10^{44} эрг/с, которое достигается примерно на $t_m = 5$ день, что по порядку величины максимальной светимости и времени роста кривой блеска совпадает с моделью реалистичной непрозрачности. Таким образом, при упрощении модели для сверхновой SN2009ip за счет использования серой непрозрачности сохраняется особенность полной болометрической кривой блеска, заключающаяся в ее быстром росте до довольно большого значения.

Пространственные распределения физических величин, полученные с помощью двух разных модулей на коде FRONT совпадают, а также хорошо согласуются с кодом STELLA в сером приближении. Характер отличий между результатами кодов STELLA и FRONT аналогичен различиям для модельной постановки сверхмощной сверхновой, рассмотренной в главе 1. Более сильное размазывание плотного слоя в коде STELLA связано с использованием дополнительного члена, который учитывает многомерные эффекты в одномерном расчете [118].

Далее было проведено двумерное моделирование с помощью кода FRONT с использованием RZ-цилиндрической геометрии (с азимутальной симметрией). Начальные условия задаются аналогичным образом как и для одномерного расчета. Главный вопрос заключается в том, потеряет ли плотный слой сферическую симметрию на этапе роста кривой блеска. Результаты на момент времени достижения максимальной светимости $t_m = 5$ дней представлены на следующих рисунках: рисунок 2.6 соответствует запуску кода FRONT с модулем переноса излучения в сопутствующей системе, а рисунок 2.7 — с помощью подхода в лабораторной системе.

Результаты согласуются между двумя методами и показывают, что слой сохраняет сферическую симметрию по крайней мере на этапе роста кривой блеска.



Рисунок 2.6 — Профили плотности и температуры излучения на момент времени $t_m = 5$ дней в двумерном расчете сверхновой SN2009ip. Результаты получены кодом FRONT с модулем переноса излучения в сопутствующей системе.



Рисунок 2.7 — Профили плотности и температуры излучения на момент времени $t_m = 5$ дней в двумерном расчете сверхновой SN2009ip. Результаты получены кодом FRONT с модулем переноса излучения в лабораторной системе.



В настоящей главе рассмотрены результаты моделирования сверхновой SN2009ip, которая дает хорошие результаты при использовании для прямого метода определения космологических расстояний. Для моделирования использовался упрощенный сценарий ударно-волнового механизма в приближении серой непрозрачности, когда непрозрачность не зависит от частоты. Несмотря на упрощение, такая постановка воспроизводит особенности кривой блеска объекта, а также динамику движения системы.

Расчеты проводились с использованием модулей кода FRONT, основанных на моментной системе уравнений переноса излучения как в лабораторной, так и в сопутствующей системах отсчета. Результаты, полученные с помощью этих двух различных подходов, согласуются друг с другом, а также с одномерным кодом STELLA. Продемонстрировано, что за несколько дней светимость объекта резко увеличивается до максимального значения, превышающего 2×10^{44} эрг/с, которое достигается примерно на $t_m = 5$ день. Также было проведено двумерное моделирование кодом FRONT, которое показало, что возникающий в системе слой сохраняет сферическую симметрию по крайней мере на этапе роста кривой блеска. Такие результаты, полученные уже для модели реальной сверхновой SN2009ip, подтверждают вывод о корректности применения сферически-симметричного приближения для прямого метода определения космологических расстояний, сделанный в главе 1.

Глава 3. Моделирование сверхновых типа IIP

Результаты, полученные для сверхновой SN2009ip с помощью модуля переноса излучения в сопутствующей системе отсчета, позволяют сделать вывод о возможности применения его реализации в коде FRONT для моделирования астрофизических объектов. Несмотря на недостаток подхода в сопутствующей системе, связанного с неконсервативностью используемой численной схемы, метод обладает серьезными преимуществами, которые в будущем позволят расширить его на многогрупповой вариант. Прежде всего, среди преимуществ, можно выделить необходимость лишь точности O(v/c) для моделирования режима динамической диффузии, а также простоту описания взаимодействия излучения и вещества. Именно поэтому было принято решение использовать модуль в переноса излучения в сопутствующей системе излучения как основной метод для переноса излучения в коде FRONT для решения астрофизических задач.

Одними из важных объектов для моделирования являются сверхновые типа IIP. Как было упомянуто во введение структура таких объектов может быть существенно многомерной. В отличии от сверхмощных сверхновых, обладающих протяженной оболочкой плотного околозвездного вещества, при моделировании сверхновых типа IIP на эйлеровых кодах возникают определенные проблемы. Среди них необходимость имитировать протяженную зону вакуума для моделирования свободного разлета на фиксированной эйлеровой сетке, а также проблема численной диффузии. Для наглядной демонстрации описанных проблем и возможных путей их решения в настоящей главе рассматривается модельная постановка сверхновой второго типа. Поскольку первым шагом к многомерным расчетам является воспроизведение уже имеющихся результатов в рамках одномерного приближения, то проводится сравнительное моделирование сверхновой второго типа кодами STELLA и FRONT в рамках одномерной постановки.

3.1 Численная реализация модуля переноса излучения кода FRONT

Ниже приводится краткое описание деталей реализации численной схемы, поскольку определенные ее части крайне важны для корректного моделирования сверхновых типа IIP. Для решения системы уравнений радиационной гидродинамики применяется разделение по физическим процессам. Сначала происходит учет уравнений гидродинамики (2.10)—(2.12) без правой части с помощью явной схемы годуновского типа [76]. Затем происходит учет уравнений переноса излучения (2.6) и (2.7), который разделен на два последовательных шага. На первом шаге решается система без правой части:

$$\partial_t \mathcal{U} + \partial_i \mathcal{F}_i + \mathcal{G} = 0, \qquad (3.1)$$

$$\mathcal{U} = \begin{cases} U\\ F_j \end{cases}, \quad \mathcal{F} = \begin{cases} F_i + v_i U\\ c^2 P_{ij} + v_i F_j \end{cases}, \quad \mathcal{G} = \begin{cases} P_{ij} \partial_j v_i\\ F_i \partial_j v_i \end{cases}.$$
(3.2)

Для решения используется явная численная схема годуновского типа. Для наглядности рассматривается одномерная ситуация, когда изменение величин происходит лишь вдоль одного направления:

$$\frac{\mathcal{U}_{k}^{n+1} - \mathcal{U}_{k}^{n}}{\Delta t} + \frac{S_{k+1/2}\mathcal{F}_{k+1/2} - S_{k-1/2}\mathcal{F}_{k-1/2}}{V_{k}} + \mathcal{K}^{n} = 0, \qquad (3.3)$$

где индекс k соответствует номеру ячейки, индексы k - 1/2 и k + 1/2 соответствуют левой и правой границе ячейки с номером k. $S_{k\pm 1/2}$ — площадь соответствующей границы ячейки, а V — объем ячейки. Индекс n соответствует предыдущему временному шагу, а n + 1 — следующему. Член \mathcal{K} , вычисляемый по значениям на n шаге по времени, содержит геометрические члены, а также неконсервативный член \mathcal{G} .

Система уравнений на моменты интенсивности излучения в М1-приближении имеет гиперболический вид. При малых пробегах же поле излучения должно корректно описываться диффузионным приближением, т.е. уравнением параболического типа. Стандартным подходом для решения гиперболических систем является использование римановских решателей для нахождения потоков через границы ячеек. Полученный в результате поток излучения при применении стандартных решателей, как, например, HLL [77], в случае малых пробегов будет сильно отличаться от предсказанного на основе диффузионного приближения за счет численной диффузии в самом решателе [130]. Поэтому стандартный римановский решатель должен быть некоторым образом модифицирован для использования его при моделировании систем с большой оптической толщиной. В некотором смысле это интуитивно понятно, поскольку система гиперболических уравнений кардинально отличается от системы параболического типа. В коде FRONT для нахождения потоков $\mathcal{F}_{k\pm 1/2}$ через соответствующие границы ячейки используется приближенный римановский решатель аналогичный описанному в [94]:

$$\mathcal{F}_{k\pm 1/2} = \mathcal{F}_{\mathrm{HLLcor}} + \mathcal{F}_{\mathrm{adv}}, \qquad (3.4)$$

в котором первое слагаемое отвечает за вклад членов, относящихся лишь к характеристикам поля излучения F_i и P_{ij} , а второе — за вклад членов, содержащих скорость среды. Первое слагаемое представляет собой модифицированный решатель HLL [94]:

$$\mathcal{F}_{\text{HLLcor}} = \begin{cases} \mathcal{F}_{\text{L}}, & \lambda_{\min} \ge 0, \\ \mathcal{F}_{\text{R}}, & \lambda_{\max} \le 0, \\ \frac{\lambda_{\max} \mathcal{F}_{\text{L}} - \lambda_{\min} \mathcal{F}_{\text{R}} + \delta \lambda_{\min} \lambda_{\max} (\mathcal{U}_{\text{R}} - \mathcal{U}_{\text{L}})}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}, & \lambda_{\min} < 0 < \lambda_{\max}, \end{cases}$$
(3.5)

где $\mathcal{F}_L, \, \mathcal{F}_R, \, \mathcal{U}_L, \, \mathcal{U}_R$ — значения слева и справа от рассматриваемой границы соответственно. Значения физических величин в коде FRONT являются средними по объему ячейки и поэтому приписываются центрам ячеек. Для получения значений на границах ячеек на основе значений в их центрах необходимо произвести так называемую реконструкцию. В текущей реализации кода используется линейное приближение: $a_{i\pm 1/2} = a_i \pm a' \Delta x/2$, где величина с целым индексом соответствует значению в центрах ячеек, с полуцелым — на их границах, а Δx расстояние между центрами соседних ячеек, которое для равномерной по пространству сетки совпадает с размером ячейки. Для нахождения множителя a', по своей сути являющегося производной по направлению в центральной точке, используется трехпараметричный ограничитель потока — выбирается наименьшее абсолютное значение градиентов изменения физической величины между i и $i\pm 1$ ячейками, а также между $i\pm 1$ ячейками. Минимальное λ_{\min} и максимальное λ_{\max} собственные числа якобиана $\partial \mathcal{F} / \partial \mathcal{U}$ могут быть как вычислены в линейном приближении для M1-замыкания [93], так и приниматься равными $\lambda_{\min} = -c$ и $\lambda_{\max} = c$ для уменьшение вычислительной стоимости расчета.

Ключевой особенностью используемого решателя является множитель δ [94]:

$$\delta = \min\left(1, \frac{1}{\tau}\right),\tag{3.6}$$

где τ — среднее арифметическое оптических толщин dx/l ячеек слева и справа от рассматриваемой границы вдоль направления, перпендикулярного этой границе. Именно этот множитель δ позволяет корректно описать выход системы на диффузионный режим, когда поток пропорционален градиенту плотности энергии. Благодаря такому подходу использование М1-приближения приводит к корректным результатам при моделировании теста распада разрыва с учетом переноса излучения, рассмотренного в главе 2. Описанный тест является крайне трудным для моделей переноса, основанных на методах решения с помощью стандартных римановских решателей. Необходимость использования модифицированного римановского решателя для моделирования сверхновой второго типа будет явно показана ниже.

Использование римановских решателей позволяет избежать проблемы возникновения осцилляций при сильный перепадах величин. Для решения этой проблемы в классических схемах необходим учет дополнительных членов, отвечающих за искусственную вязкость [118]. Более того, такая явная схема годуновского типа может быть эффективно распараллелена, см. приложение А.

Учет членов содержащих скорость среды производится следующим образом [94]:

$$\mathcal{F}_{adv} = \begin{cases} v^* \mathcal{F}_{L}, & v^* \ge 0, \\ v^* \mathcal{F}_{R}, & v^* < 0, \end{cases}$$
(3.7)

где $v^* = (v_{k-1} + v_{k+1})/2$ — среднее арифметическое скоростей среды в ячейках слева и справа от рассматриваемой границы.

Член \mathcal{G} необходим для учета геометрических поправок и слагаемых, содержащих градиент скорости:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_{\text{geom}} + \mathcal{G}_{\text{gv}}.$$
(3.8)

Член $\mathcal{G}_{\text{geom}}$ должен быть согласован с членом $\partial_i \mathcal{F}_i$ для корректности численной схемы. Для члена же \mathcal{G}_{gv} используется простая дискретизация. Например, текущий вариант реализации для одномерной сферической геометрии:

$$\mathcal{G}_{\text{geom}} = \left\{ \begin{array}{c} 0\\ \left(P_{\theta\theta} + P_{\varphi\phi}\right) \frac{S_{k+1/2} - S_{k-1/2}}{V_k} \right\},\tag{3.9}$$

$$\mathcal{G}_{gv} = \begin{cases} -\frac{1}{4} \left[(P_{rr,k} + P_{rr,k+1}) \frac{(v_{k+1} - v_k)}{\Delta x} + (P_{rr,k} + P_{rr,k-1}) \frac{(v_k - v_{k-1})}{\Delta x} \right] - (P_{\theta\theta,k} + P_{\varphi\varphi,k}) \frac{v_k}{x_k} \\ -\frac{1}{4} \left[(F_k + F_{k+1}) \frac{(v_{k+1} - v_k)}{\Delta x} + (F_k + F_{k-1}) \frac{(v_k - v_{k-1})}{\Delta x} \right] \end{cases} \end{cases},$$
(3.10)

где x_k обозначает координаты центра ячейки с индексом k, а индексы k-1 и k+1 относятся к ячейкам слева и справа от ячейки k.

На втором шаге модуля переноса излучения происходит одновременный учет правых частей, т.е. членов взаимодействия, в моментных уравнениях и в уравнениях гидродинамики с помощью неявной схемы. Поскольку в таком случае взаимодействие излучения и вещества описывается лишь локальными свойствами среды и поля излучения, то схема может быть записана для каждой ячейки в отдельности. Важность учета члена v_iG_i в уравнении (2.12) явно показана в главе 2. К тому же, благодаря этому члену уравнения на плотность энергии и поток излучения можно рассматривать отдельно друг от друга:

$$\frac{U^{n+1} - U^n}{\Delta t} = -c\kappa \left(U^{n+1} - a \left(T^{n+1} \right)^4 \right), \qquad (3.11)$$

$$\rho \frac{e(T^{n+1}) - e(T^n)}{\Delta t} = c\kappa \left(U^{n+1} - a(T^{n+1})^4 \right), \qquad (3.12)$$

$$\frac{F_i^{n+1} - F_i^n}{\Delta t} = -c \left(\kappa + \sigma\right) F^{n+1}, \qquad (3.13)$$

$$\rho \frac{v_i^{n+1} - v_i^n}{\Delta t} = \frac{(\kappa + \sigma)}{c} F^{n+1}.$$
(3.14)

Выразив из уравнения (3.11) значение U^{n+1} :

$$U^{n+1} = \frac{U^n + c\kappa\Delta ta \left(T^{n+1}\right)^4}{1 + c\kappa\Delta t},$$
(3.15)

а затем подставив его в уравнение (3.12) можно получить неявное уравнение на T^{n+1} :

$$\rho\left(e\left(T^{n+1}\right) - e\left(T^{n}\right)\right) + \frac{c\kappa\Delta t}{1 + c\kappa\Delta t}\left(\left(T^{n+1}\right)^{4} - U^{n}\right) = 0.$$
(3.16)

Для его решения применяется итерационный метод Ньютона, начальным приближением для которого является значение температуры T^n на предыдущем шаге по времени. В случаях, когда метод не сходится, можно использовать, например, метод бисекции [93]. Из уравнений (3.13) и (3.14) можно мгновенно получить значения потока и скорости на следующем шаге по времени:

$$F_i^{n+1} = \frac{c\left(\kappa + \sigma\right)\Delta t}{1 + c\left(\kappa + \sigma\right)\Delta t}F_i^n,\tag{3.17}$$

$$v_i^{n+1} = v_i^n + \frac{(\kappa + \sigma)\,\Delta t}{c\rho} F_i^{n+1}.$$
(3.18)

Описанная численная реализация была протестирована и уже была применена для моделирования сверхновой SN2009ip, при этом показав хорошее согласие с кодом STELLA и с подходом в лабораторной системе в коде FRONT.

3.2 Радиационно-гидродинамический расчет модели сверхновой второго типа

Для сравнительного моделирования с помощью одномерного лагранжевого кода STELLA и кода FRONT была выбрана упрощенная модель сверхновой, основанная на предсверхновой массой 18 солнечных и радиусом 1000 солнечных. Использовалась модель постоянной непрозрачности полного поглощения $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\Gamma$, а также уравнение состояния идеальной плазмы, соответствующее полностью ионизованной смеси, близкой к солнечному составу. Тепловой взрыв с энергией $E = 1.2 \times 10^{51}$ эрг в небольшой центральной области моделировался в коде STELLA, а затем профили физических величин на момент времени t = 1 день были импортированы на одномерную сетку кода FRONT со сферической симметрией. Особенностью моделей, подобных рассматриваемой, является то, что стадия свободного разлета начинается практически сразу же после выхода ударной волны. Лагранжева сетка кода STELLA позволяет легко моделировать такой сценарий за счет движущихся границ зон. Внешний же край эйлеровой сетки в коде FRONT зафиксирован в пространстве, поэтому область моделирования должна быть дополнена областью "вакуума", чтобы ударная волна не выбежала за ее внешнюю границу. Начальная плотность, а также температура устанавливаются на 9 порядков ниже, чем в последней зоне лагранжевой сетки. Стоит отметить, что существуют лагранжево-эйлеровы методы, позволяющие учесть эффекты движения области моделирования более аккуратно, см., например, [131]. Тем не менее, ниже будет показано, что рассматриваемый более примитивный способ, хорошо согласуется с чистым лагранжевым подходом.

Сравнение профилей физических величин, полученных с помощью моделирования различными кодами, представлено на рисунке 3.1.



Рисунок 3.1 — Профили плотности ρ , температуры T и скорости вещества v для модельной сверхновой второго типа, рассчитанные с помощью кода STELLA (штриховые линии) и кода FRONT (сплошные линии). Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени t = 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20 дней. Вертикальные пунктирные линии соответствуют положению фотосферы. Положения фотосферы для первых двух моментов времени совпадают между собой.

Профили физических величин хорошо согласуются между двумя кодами. Различие проявляется лишь на момент времени t = 20 дней в профиле температуры — в коде FRONT из-за простоты используемой неконсервативной схемы начинает ухудшаться баланс энергии, и, как следствие, занижается температура вещества. При моделировании кодом STELLA вещество расширяется в пустоту. В коде же FRONT расширение хоть и происходит в область низкой плотности, но все равно сопровождается образованием ударной волны, что выражается в пике температуры на ее фронте. Тем не менее, за ее фронтом профили скорости хорошо согласуются с эталонным решением кода STELLA. Поэтому можно сделать вывод о правильности описании стадии свободного разлета. Если бы такая бегущая по веществу с низкой плотностью ударная волна все же приводила к различиям в динамике движения, то потребовалось бы еще более сильное понижение плотности и температуры в этой области.

Важно заметить, что характерная плотность на начальный момент времени t = 1 дней составляет $\rho \sim 10^{-7}$ г/см³, что для используемой модели непрозрачности соответствует свободному пробегу $l \sim 5 \times 10^7$ см. Если число Пекле, равное отношению размера ячейки dx к пробегу превышает Pe = dx/l > 2/3, то численная диффузия в стандартном римановском решателе HLL начинает превышать физическую [130]. Если рассматривать размер первоначальной лагранжевой сетки $L \sim 7 \times 10^{13}$ см, то для корректного описания динамики системы на одномерной эйлеровой сетке аналогичного размера необходимо по крайней мере $N \sim 4 \times 10^6$ ячеек. Такое число полностью закрывает возможность многомерного моделирования таких объектов с помощью стандартных римановских решателей для переноса излучения. Модифицированный же римановский решатель [94] позволяет избежать такой проблемы и как показано хорошо согласуется с эталонным решением кода STELLA. Для сравнения на рисунке 3.2 приводятся результаты моделирования с помощью стандартного римановского решателя [77] с аналогичным пространственным разрешением, как и для модифицированного.

Ключевым различием результатов, полученных с помощью стандартного римановского решателя при малом пространственном разрешении, является завышение температуры и скорости вещества в области вакуума. Такое поведение профилей указывает на завышение потока излучения, выходящего с границы оптически толстой области в оптически прозрачную. Это завышение, связанное со вкладом диффузионного численного потока, приводит к нефизичному увеличению светимости объекта. Такую особенность необходимо учитывать при моделировании схожих моделей сверхновых с помощью методов переноса излучения, основанных на стандартных римановских решателях. Стоит отметить, что другим вариантом решения проблемы численной диффузии может являться применение гибридного подхода, комбинирующего М1-подход и диффузионное приближение, описанного в [132].



Рисунок 3.2 — Профили плотности ρ , температуры T и скорости вещества v для модельной сверхновой второго типа на момент времени t = 2 дней, рассчитанные с помощью кода STELLA (пунктирные линии) и кода FRONT с использование стандартного (штриховые линии) и модифицированного (сплошные линии) римановских решателей.

3.3 Кривые блеска сверхновых второго типа

Многогрупповой радиационно-гидродинамический расчет кодом STELLA позволяет получить значение потока излучения для каждой из групп по энергиям фотонов на границе расчетной области. Таким образом можно получить значение как болометрической светимости, так и светимости в конкретном фильтре напрямую.

Светимость объекта в заданном фильтре можно также найти по формуле (1.22), на этот раз считая, что поток F(R) является суммарным потоком в заданном фильтре через границу, располагающуюся на расстоянии R от центра. Для его нахождения необходимо произвести свертку спектрального потока

72
$F_{\mathbf{v}}(R)$ с функцией пропускания фильтра \mathcal{K} :

$$F(R) = \int_0^\infty F_{\mathbf{v}}(R) \,\mathcal{K}(\mathbf{v}) \,d\mathbf{v}. \tag{3.19}$$

При этом для болометрического потока принимается $\mathcal{K}\left(\mathbf{v}\right)\equiv 1.$

Поскольку при расчете кодом FRONT не производилось разбиение на отдельные энергетические группы, то с помощью прямого метода можно получить только значение болометрической светимости, так же как и для модели сверхмощной сверхновой, описанной в главе 1. Для нахождения светимости в заданном фильтре может быть применен фотосферный метод, также описанный в главе 1.

На рисунке 3.3 приводятся болометрические кривые светимости, а также кривые светимости в фильтре UX [133].



Болометрика

 Φ ильтр UX

Рисунок 3.3 — Болометрические кривые светимости и кривые светимости в фильтре UX для модельной сверхновой второго типа, рассчитанные с помощью кода STELLA (пунктирные линии) и кода FRONT с использованием прямого метода (штриховые линии) и фотосферного (сплошные линии).

Поскольку в радиационно-гидродинамическом расчете кодом FRONT напрямую вычислялся только полный поток излучения, прямой метод использовался лишь для определения болометрической кривой светимости. Вычисленная таким способом светимость хорошо согласуется с болометрической светимостью, полученной с помощью кода STELLA. Поскольку все моделирование кодом FRONT проводилось на фиксированной эйлеровой сетке, то в начальные моменты времени потоку излучения необходимо было пройти достаточно большую область вещества с низкой плотностью, имитирующую "вакуум". Несмотря на то, что при таких условиях поглощение практически отсутствует, в используемой модели переноса направленный поток излучения аналогичен потоку некой жидкости. Численная же реализация в таком случае приводит к некоторому размытию светового фронта — вместо резкой ступенчатой границы получается размытая (см. рисунок 1.4), что и приводит к менее резкому пику в болометрической кривой блеска. Если для моделирования начальных моментов времени использовать меньшую по размерам область, а затем переинтерполировать профили физических величин на сетку с большим пространственным размером, то пики кривой блеска также будут совпадать.

При использовании фотосферного метода несколько сильнее различие в пике болометрической кривой блеска, также выше и темп падения светимости после примерно 10 дня. Тем не менее результаты, полученные с помощью различных методов, согласуются друг с другом и с кодом STELLA, что позволяет с определенной долей доверия использовать фотосферный метод для определения кривых блеска в различных фильтрах. Результаты в фильтре UX согласуются между кодом STELLA и FRONT. Стоит отметить, что небольшое различие (которое на рисунке для фильтра UX заметнее из-за использования линейной шкалы, а не логарифмической, как для болометрических кривых) может быть связано с деталями интерполяции результатов. Несмотря на то, что в коде STELLA был произведен расчет с 126 группами по энергиям фотонов, в заданный достаточно узкий фильтр UX (с максимумом пропускания на длине волны $\lambda = 370$ нм) попадает всего лишь 3 группы. Если вычислять поток в этом фильтре по формуле (3.19) всего лишь по трем этим значениям потока, то такое грубое приближение приведет к тому, что результаты, по сравнению с фотосферным методом кода FRONT, будут различаться в несколько раз. Поэтому спектр выходящего излучения в коде STELLA был проинтерполирован на большее число точек по частоте перед сверткой с функцией пропускания фильтра.

Характерной особенностью кривой светимости в фильтре UX является ее двухпиковая структура. При этом амплитуды пиков примерно совпадают, а продолжительность второго пика больше, чем первого. Для рассматриваемой модельной сверхновой второго типа первый пик в кривой светимости в фильтре UX связан со свечением фронта ударной волны в момент ее выхода на поверхность (shock-breakout в зарубежной литературе), когда положение фотосферы геометрически совпадает с фронтом ударной волны. Затем происходят два процесса: расширение фотосферы, вследствие разлета самого вещества сверхновой в пустоту, а также уменьшения потока излучения из-за остывания вещества. Их сложная взаимосвязь приводит сначала к эффекту минимума светимости в фильтре UX, а затем и ко второму пику в нем. При этом температура фотосферы рассмотренной модельной сверхновой второго типа после первоначального максимума падает с течением времени монотонно, а не имеет минимум, совпадающий по времени с минимум светимости в заданном фильтре — см. рисунок 3.4. Если же в сверхновой вещество будет разлетаться не в пустоту, а в плотное околозвездное вещество со сложным химическим составом (как, например, в ударно-волновом сценарии образования сверхмощных сверхновых [46]), то просветление может быть еще сильнее, и температура фотосферы будет иметь минимум за счет того, что сначала идет адиабатическое охлаждение фотосферы, а затем будут видны более глубокие и горячие области сверхновой.



Рисунок 3.4 — Зависимости температуры фотосферы от времени для модельной сверхновой второго типа, рассчитанные с помощью кода STELLA (пунктирные линии) и кода FRONT (сплошные линии).

3.4 Выводы главы 3

В настоящей главе представлены результаты моделирования сверхновых второго типа. Параметры моделей таких объектов приводят к некоторым проблемам при их расчете кодами, основанными на явных численных схемах годуновского типа на эйлеровых сетках с фиксированным пространственным размером. Во-первых, использование стандартных приближенных римановских решателей приводит к завышению потока излучения за счет доминирующего вклада численной диффузии при больших оптических толщинах. Во-вторых, на эйлеровой сетке должны быть разрешены как начальные профили физических величин, так и профили на момент достаточно поздних времен, когда вещество уже разлетелось достаточно далеко. Эти проблемы были наглядно продемонстрированы в рамках разработанной с помощью одномерного лагранжевого кода STELLA упрощенной постановки сверхновой второго типа. Были описаны возможные пути решения вышеописанных проблем, реализованные при моделировании параллельным кодом FRONT, модуль переноса излучения в котором основан на явной схеме с приближенными римановскими решателями. Для уменьшения влияния численной диффузии использовалась модифицированная версия римановского решателя HLL [94], в которой корректно описывается выход на диффузионный режим. Для моделирования разлета в вакуум начальная область моделирования была дополнена областью вещества с крайне низкой плотностью и температурой. На основе сравнительного моделирования было показано, что как профили физических величин, так и кривые блеска модельной сверхновой второго типа, полученные в расчетах кодами STELLA и FRONT, хорошо согласуются друг с другом. Стоит отметить, что проблема численной диффузии, показанная на примере серой непрозрачности, сохранится и в модели с более реалистичной непрозрачностью, только в этом случае она затронет некоторое число энергетических групп. Описанный метод решения этой проблемы с легкостью обобщается на многогрупповой случай.

Также была подчеркнута интересная особенность кривой светимости в фильтре UX — ее двухпиковая структура. Для рассмотренной модели сверхновой за первый пик ответственно свечение фронта ударной волны. Также в момент первого пика максимальна и температура фотосферы. Дальнейшее же ее остывание и расширение приводят сначала к минимуму светимости в фильтре UX, а затем и ко второму пику. При этом температура фотосферы после своего первоначального максимума падает со временем монотонно, а не имеет минимум, совпадающий по времени с минимумом светимости в фильтре UX.

Глава 4. Транзиент AT2018cow: сценарий с плотным экваториальным диском

Развитый инструмент для многомерного радиационно-гидродинамического моделирования, описанный в главах 2 и 3, можно использовать в том числе для исследования сценариев, при котором асимметрия уже изначально заложена в систему. В настоящей главе описаны результаты моделирования сценария для AT2018cow с учетом наличия в системе выброса плотного вещества в экваториальной плоскости. Такой сценарий может помочь объяснить наличие раннего рентгеновского излучения от объекта.

4.1 Модель

Для транзиента AT2018cow с помощью одномерного лагранжевого кода STELLA в рамках ударно-волнового механизма было разработано несколько моделей, согласующихся с наблюдаемыми кривыми блеска в течении первых десятков дней после вспышки. Модель на основе взрыва массивной звезды [63] требует довольно искусственного перемешивания радиоактивного материала во внешних слоях. Другая многообещающая модель (Сорокина и др., готовится к публикации) основана на расчётах эволюции и взрыва с выбросом малой массы [134]. В настоящей главе используется модификация такой маломассивной модели: в центре находится плотное ядро ("нейтронная звезда"), массой 1.37 солнечных, окруженное выбросом, с малой массой 0.28 солнечных. По аналогии с моделями, описанными в предыдущих главах, эта модель была упрощена: было использовано уравнение состояния идеального газа с $\gamma = 5/3$ и $\mu = 1.33$, а также постоянная непрозрачность чистого поглощения $\kappa = 0.2~{
m cm}^2/{
m r},$ не зависящая от частоты и состояния среды. На момент времени $t_m = 0.38$ дней после взрыва профили физических величин из кода STELLA были отображены на одномерную сферически-симметричную сетку в многомерный радиационно-гидродинамический код FRONT. Использованные профили изображены на рисунке 4.1. Полная энергия системы на этот момент времени составляет 1.2×10^{51} эрг, из которых 6×10^{50} эрг приходится на кинетическую энергию и столько же на тепловую.



Рисунок 4.1 — Профили плотности, температуры и скорости, используемые в качестве начальных для одномерного моделирования AT2018cow кодом FRONT.

Для построения модели с наличием плотного экваториального диска, окружающего центральный источник, подобного тому, который обсуждался в работе [66] лишь на качественном уровне, начальные профили физических величин из сферической модели были отображены уже на двумерную сетку кода FRONT с RZ-цилиндрической геометрией, обладающей азимутальной симметрией. Затем была задана область диска со следующими параметрами: $r_{\rm in} = 2 \times 10^{14}$ см (внутренний радиус), $r_{\rm out} = 7.5 \times 10^{14}$ см (внешний радиус) и tg $\theta_{\rm disk} = 0.18$ ($\theta_{\rm disk}$ — угол раскрытия диска). Связь плотности $\rho_{\rm d}$, скорости $v_{\rm d}$ и температуры $T_{\rm d}$ вещества в каждой конкретной точке диска со значениями аналогичных величин в начальной одномерной модели в точке с соответствующим радиусом (обозначены индексом "0") задаются следующим образом: $\rho_{\rm d} = 5\rho_0$, $v_{\rm d} = 0.2v_0$, $T_{\rm d} = 0.2T_0$. Использованные начальные профили физических величин для двумерного моделирования изображены на рисунке 4.2.



Рисунок 4.2 — Профили плотности и температуры, используемые в качестве начальных для двумерного моделирования AT2018cow кодом FRONT.

4.2 Радиационно-гидродинамический расчет

Методика расчета полностью аналогична использованной для моделирования сверхновой второго типа в главе 3. Сравнение кривых блеска, полученных в одномерных расчетах различными кодами, представлено на рисунке 4.3.



Рисунок 4.3 — Болометрических кривые блеска, рассчитанные с помощью кода STELLA (штрих-пунктирная линия) и кода FRONT (сплошная линия). Наблюдаемые значения для болометрики изображены треугольниками, а для рентгена

(в интервале 0.3 - 10 кэВ) — квадратами. Данные взяты из статьи [66].

79

На этапе роста кривой блеска и в максимуме светимости результаты, полученные с помощью различных кодов, хорошо совпадают. Различие начинает проявляться на участке падения светимости (хвосте кривой блеска). Оно также как и при моделировании сверхмощных сверхновых в главах 1 и 2 связано с присутствием в численной схеме кода STELLA члена, ответственного за дополнительное размытие плотного слоя, возникающего на фронте ударной волны. Кроме того, в рассматриваемой модели вещество крайне сильно расширяется по сравнению с радиусом начальной области, в которой оно сосредоточено. Для моделирования такого эффекта на фиксированной эйлеровой сетке в коде FRONT область вне начального радиуса была заполнена веществом с низкой плотностью и температурой, так же как и в главе 3. Это приводит к образованию на границе плотного и низкоплотного вещества ударной волны, которая ответственна за небольшой горб в кривой блеска на момент времени $t \approx 5$ дней. На лагранжевой же сетке кода STELLA вещество расширяется в вакуум. Несмотря на сильное упрощение модели, расчетные болометрические кривые согласуются с наблюдательными данными. Тем не менее, использованная модель постоянной непрозрачности, качественно воспроизводящая общую динамику системы, приводит к нефизичному катастрофическому занижению значения рентгеновского потока в интервале 0.3-10 кэВ. Кривая светимости в этом интервале, вычисленная с помощью кода STELLA, идет гораздо ниже, чем 10³⁹ эрг/с, поэтому даже не изображается на рисунке 4.3. В коде FRONT не производилось разбиение на группы по энергиям фотонов, поэтому кривая светимости в указанном интервале также не приводится. Расчеты с реалистичной моделью непрозачности (Сорокина и др., готовится к публикации) дают более физически правильную картину, но все равно значения светимости в интервале 0.3 – 10 кэВ оказываются меньше наблюдаемых. Именно поэтому для их объяснения необходим дополнительный источник рентгеновского изучения.

Тем не менее, в целом болометрические результаты согласуются друг с другом, что позволяет сделать вывод о возможности использования кода FRONT для моделирования ударно-волнового сценария для AT2018cow. Результаты двумерного моделирования кодом FRONT на сетке 1024² представлены на рисунке 4.4.

Резкие небольшие провалы в профилях температуры (соответствуют черным точкам на графиках) возникают в области низкой плотности, которая нужна для описания расширения вакуума на эйлеровой сетке. Эти провалы имеют



Рисунок 4.4 — Профили плотности и температуры вещества на различные моменты времени в двумерном расчете кодом FRONT сценария с наличием экваториального диска для AT2018cow.

как численную, так и физическую причину: наличие скорости вследствие образовавшейся на границе раздела плотного и низкоплотного вещества ударной волны приводит к тому, что из-за используемой численной схемы образуются ячейки, в которых плотность энергии излучения, а также и температура вещества становятся отрицательными. В рассматриваемом расчете эти значения исправляются на некоторое небольшое число, что, тем не менее, не приводит к изменению динамики системы.

Хорошо видно, что ударная волна по плотному диску распространяется медленнее, чем по исходному облаку меньшей плотности, а также приводит к более сильному нагреву вещества. Такая сильно нагретая область как раз и может объяснять наличие раннего рентгеновского излучения от AT2018cow. Тем не менее, эта область будет видна для наблюдателя лишь в некотором интервале углов. Поскольку используется модель постоянной непрозрачности поглощения, то для оценки наблюдаемых данных можно применить аналогичный уже использованному в главах 1 и 3 фотосферный метод. Отличие заключается в том, что оптическая толщина $d\tau = \kappa \rho dx$ интегрируется вдоль лучей под определенным углом θ , а не вдоль выбранного радиального направления. Положение фотосферы определяется для оценки как $\tau = 1$. При этом предполагается, что как и для радиационно-гидродинамического расчета $\kappa = 0.2 \text{ см}^2/\text{г}.$

На следующих рисунках изображены карты фотосферных температур для различных углов наблюдения: рисунок 4.5 соответствует моменту времени t = 5 дней, а рисунок 4.6 — t = 10 дней.

При наблюдениях объекта сверху ($\theta = \pi/2$) четко виден хорошо известный эффект потемнения к краю (проявляющийся уже при наблюдениях Солнца), что указывает на правильность реализации постобработки результатов радиационно-гидродинамического моделирования. Область высокой температуры лучше видна при наблюдениях под углами, близкими к углу раскрытия диска. Различие в температурах при этом проявляется сильнее на момент времени t = 10 дней, поскольку в этот момент фронт ударной волны находится ближе к внешнему краю диска, чем на момент времени t = 5 дней. Если же предположить $\kappa = 0.02 \text{ см}^2/\text{г}$ (что в 10 раз меньше использованного ранее значения), то разница в температуре будет хорошо заметна уже на момент времени t = 5 дней — см. рисунок 4.7. Важно отметить, что значение $\kappa = 0.02 \text{ см}^2/\text{г}$ радиационно-гидродинамического моделирования. Это позволяет получить более реалистичную картину для наблюдателя, когда высокоэнергичные рентгеновские фотоны имеют больший пробег.

Можно оценить долю излучения, попадающую в наблюдаемый рентгеновский диапазон 0.3-10 кэВ в чернотельном приближении, см. рисунок 4.8. Из рисунка 4.7 хорошо видно, что при наблюдениях объекта сверху ($\theta = \pi/2$) темпе-



Рисунок 4.5 — Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения на момент времени t=5 дней при непрозрачности $\kappa=0.2~{\rm cm}^2/{\rm r}.$

ратура фотосферы $T_{\rm ph} \sim 50000$ К. Относительный вклад интервала 0.3–10 кэВ в полный поток при такой температуре оказывается пренебрежимо малым (~ 2 × 10⁻²⁴). При наблюдениях же в плоскости экваториального диска оказывается видим более горячий участок с $T_{\rm ph} \sim 65000$ К. Относительный вклад рассматриваемого интервала в таком случае оказывается больше, но все равно он крайне мал (~ 10⁻¹⁹). Как было отмечено ранее, более реалистичная модель непрозрачности приведет к еще большей доле в этом интервале за счет существенно нетеплового спектра или комптонизации. Стоит также заметить, что другие параметры диска могут увеличить температуру на фронте ударной волны. Например, при $T_{\rm ph} \sim 400000$ К относительный вклад интервала 0.3–10 кэВ в полный поток составляет несколько процентов даже для теплового спектра, что уже может объяснить наблюдаемые данные. Кроме этого, в системе может быть другой источник рентгеновского излучения [66]. При этом, рассмотрение других параметров самого околозвездного вещества помимо параметров



Рисунок 4.6 — Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения на момент времени t = 10 дней при непрозрачности $\kappa = 0.2$ см²/г.

плотного диска может изменить значение угла наблюдения, при котором лучше всего будет наблюдаться рентгеновский поток в диапазоне 0.3 – 10 кэВ. Для окончательного ответа на вопрос необходимо проведение многомерных многогрупповых расчетов.

4.3 Выводы главы 4

В настоящей главе рассмотрено моделирование объекта AT2018cow, который помимо прочего примечателен наличием раннего рентгеновского излучения. Одним из возможных объяснений такого излучения является наличие более плотного выброса массы в экваториальной плоскости. Результаты расчета упрощенной одномерной модели ударно-волнового сценария, качественно

84



Рисунок 4.7 — Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения на момент времени t = 5 дней при непрозрачности $\kappa = 0.02$ см²/г.

воспроизводящие болометрическую кривую блеска, согласуются между кодом FRONT и одномерным кодом STELLA. На основе этой модели была создана двумерная модель с присутствием в системе плотного экваториального диска. Результаты двумерного радиационно-гидродинамического моделирования кодом FRONT показали, что ударная волна движется по такому диску медленнее, чем по исходной области меньшей плотности, и приводит к образованию сильно нагретой области. Такая область, лучше всего видимая в рентгеновском диапазоне под углами, близкими к углу раскрытия диска, как раз и может объяснять особенности рентгеновского излучения транзиента.

85



Рисунок 4.8 — Спектр черного тела (в условных единицах) при различных температурах вещества. Вертикальными линиями обозначен диапазон энергий $0.3-10~{
m k}$ эВ.

Глава 5. Применение машинного обучения для определения параметров моделей сверхновых по их кривым блеска

Для исследования всевозможных астрофизических объектов строятся разнообразные физические модели, параметры которых, в отличие от земных лабораторных экспериментов, заранее неизвестны. Ограничения на некоторые параметры могут быть определены из физических соображений. Тем не менее, диапазоны параметров могут оказаться достаточно широкими, и для их определения часто требуется решать в общем случае весьма нетривиальную обратную задачу — по наблюдаемым данным определять параметры модели. Например, одним из характерных наблюдательных признаков сверхновых являются их кривые блеска. При этом, согласно общепринятым моделям, одним из механизмов свечения на поздних стадиях кривой блеска является распад радиоактивных элементов [135]. Значения масс отдельных изотопов могут пролить свет на некоторые вопросы теории звездной эволюции и нуклеосинтеза, а также объяснить наблюдаемые данные от объектов [136—141]. В работе [142] исследовался вклад доминирующих изотопов ⁴⁴Ti, ⁵⁵Fe, ⁵⁶Co, ⁵⁷Co и ⁶⁰Co в кривую блеска сверхновой SN1987A на поздних временах [143—145]. Для нахождения кривой светимости использовалась модель, основанная на вкладе от пяти наиболее важных цепочек распадов. Затем с помощью итеративного метода фитирования кривых, основанного на методе наименьших квадратов, находились значения масс изотопов, которые дают наилучшее совпадение с наблюдаемыми данными.

В рассмотренной работе [142] физическая модель является достаточно простой, и итеративный алгоритм фитирования кривых справился с задачей достаточно хорошо. Недостатком такого подхода является необходимость его применения к каждому новому событию заново, независимо от предыдущих. Это затруднит его использование при ситуациях, когда требуется обрабатывать большой поток информации и быстро принимать решения, например, при наблюдениях на современных телескопах с высокой частотой наблюдений [146]. Кроме того, в более сложных моделях связь их параметров с полученным результатом может быть крайне нетривиальной, что может привести к снижению точности типовых методов фитирования, а также увеличению числа требуемых итераций. Для решения таких задач могут использоваться инструменты машинного обучения, которые позволяют находить нетривиальные связи, а также отделить процесс обучения, который обычно занимает большую долю времени, от непосредственного предсказания. Машинное обучение уже активно применяется в астрофизике, например, для обнаружения аномалий при наблюдениях транзиентов [147], поиска экзопланет [148].

В настоящей главе представлены первые шаги по применению библиотеки машинного обучения CatBoost [149], свободно распространяемой компанией Яндекс, для предсказания параметров моделей сверхновых по их кривым блеска. Этот инструмент машинного обучения уже успешно применялся в физике, например, в эксперименте LHCb [150]. Для демонстрации возможностей метода и его валидации рассматривается уже описанная во введении задача об определении масс радиоактивных изотопов по полученной синтетической кривой блеска.

5.1 Определение масс радиоактивных изотопов по кривой блеска

Для работы любого алгоритма машинного обучения нужна исходная выборка данных. Для задачи определения масс радиоактивных изотопов в данной работе используется набор синтетических кривых блеска на поздних временах после взрыва сверхновой, вычисленных с помощью свободно распространяемого кода Ф. Х. Тиммеса [151], использованного в работах [142; 145]. В основе кода лежит модель радиоактивного распада с учетом пяти цепочек, начинающихся с ⁵⁶Ni, ⁵⁷Ni, ⁴⁴Ti, ²²Na, ⁶⁰Co, массы которых и являются параметрами этой модели.

На рисунке 5.1 представлена кривая блеска, вычисленная при заложенных автором кода стандартных значениях масс изотопов для SN1987A: $m_0(^{56}\text{Ni}) = 6.9 \times 10^{-2} M_{\odot}, m_0(^{57}\text{Ni}) = 3.3 \times 10^{-3} M_{\odot}, m_0(^{44}\text{Ti}) = 10^{-4} M_{\odot}, m_0(^{22}\text{Na}) = 2 \times 10^{-6} M_{\odot}, m_0(^{60}\text{Co}) = 2 \times 10^{-5} M_{\odot}$ [152; 153].

Видно, что основной вклад в кривую блеска дают цепочки распадов, начинающиеся с ⁵⁶Ni, ⁵⁷Ni и ⁴⁴Ti. Поэтому на первом этапе исследования для демонстрации работоспособности алгоритма можно построить набор синтетических кривых блеска при различных массах указанных изотопов. Для исследования, описанного в настоящей главе, в качестве минимально и максимально



Рисунок 5.1 — Кривая блеска, вычисленная на основе модели, учитывающей пять наиболее важных цепочек радиоактивного распада, при стандартных значениях масс изотопов. Также изображен вклад отдельных цепочек, начинающихся с указанного изотопа.

возможных значений масс использовались значения $0.1m_0$ и $10m_0$ соответственно, где m_0 — стандартная масса для каждого изотопа. Таким образом, перепад значений является достаточно высоким и составляет два порядка. Далее вычисляется N кривых блеска со случайными значениями масс изотопов ⁵⁶Ni, ⁵⁷Ni и ⁴⁴Ti, равномерно распределенными по интервалу от $0.1m_0$ до $10m_0$ в логарифмическом масштабе. Массы изотопов ²²Na и ⁶⁰Co фиксируются равными m_0 . Поскольку каждая кривая блеска может быть вычислена независимо от других, то для ускорения времени набора базы данных вычисления были распараллеленны с использованием библиотеки multiprocessing для языка Python. Затем набор кривых блеска был случайным образом разделен на 2 части в пропорции 3 к 1, из которых первая использовалась для обучения модели, а вторая — для тестирования.

В качестве алгоритма машинного обучения используется CatBoostRegressor. По своему типу он относится к так называемым алгоритмам градиентного бустинга. Общей идеей таких алгоритмов является объединение довольно простых алгоритмов (в CatBoost ими являются деревья решений) в ансамбль. При этом ансамбль строится последовательно, т.е. каждое предыдущее дерево решений используется для улучшения следующего. В итоге, финальное предсказание такого набора простых моделей оказывается гораздо более точным, чем при использовании одного отдельного алгоритма, даже более сложного. Для предсказания масс каждого из изотопов строилась отдельная модель.

Результаты применения алгоритма с использованием стандартных глобальных параметров для предсказания масс трех изотопов на основе начальной базы данных, включающей в себя $N_1 = 1000$ кривых блеска, представлены на рисунке 5.2.



Рисунок 5.2 — Сравнение предсказанных с помощью инструментов CatBoost на основе модели с тремя изменяемыми параметрами и реальных масс различных изотопов. Начальная база данных включает в себя $N_1 = 1000$ случайных кривых блеска.

На графиках изображаются зависимости предсказанных масс изотопов на основе синтетических кривых блеска от масс, использованных для вычисления этих кривых блеска. Попадание на отмеченную на графиках диагональную линию указывает на хорошую точность предсказания в данной области значений параметра. Поскольку используемый алгоритм машинного обучения основан на минимизации средней квадратичной ошибки, то в качестве количественной оценки (в процентах) ошибки **о** определения масс изотопов можно использовать следующее соотношение:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} \frac{(m_i - \widetilde{m_i})^2}{m_i^2}} \times 100\%,$$
(5.1)

где $\widetilde{m_i}$ — масса изотопа, которая была предсказана на основе кривой блеска, вычисленной при реальном значении массы m_i , а N_t — число кривых блеска в тестовой выборке. Для массы ⁴⁴Ti предсказания оказываются достаточно хорошими на всем интервале рассмотренных параметров. Для ⁵⁶Ni результаты также являются удовлетворительными. Оценка процентной ошибки при этом составляет: $\sigma(^{44}\text{Ti}) = 2.8\%$ и $\sigma(^{56}\text{Ni}) = 8.0\%$. Стоит отметить, что такая довольно неплохая точность достигнута при достаточно малой первоначальной базе данных. Например, при построении типовой сетки моделей, включающей в себя одинаковое число различных значений для каждого из параметров, то при общем числе различных кривых блеска $N_1 = 1000$ мы имели бы лишь по 10 различных масс каждого из трех изотопов. Факт достижения хорошей точности при малых обучающих выборках является одним из преимуществ библиотеки машинного обучения CatBoost. Предсказания массы ⁵⁷Ni являются приемлемыми лишь в области высоких значений масс, в области же самых маленьких значений наблюдается достаточно сильная переоценка в несколько раз, что приводит к большой усредненной ошибке: σ (⁵⁷Ni) = 34.8%.

Анализируя поведение суммарной кривой блеска, а также вклады отдельных цепочек радиоактивных распадов, можно сделать вывод, что на начальном отрезке рассматриваемой кривой блеска, доминирует цепочка, начинающаяся с ⁵⁶Ni, а на конечном — с ⁴⁴Ti. По сравнению с этими цепочками распада, роль ⁵⁷Ni является не столь очевидной, поэтому низкая точность его определения может быть следствием недостатка данных в обучающей выборке. Для проверки этого факта была построена более подробная начальная база из $N_2 = 10000$ кривых блеска. Также было увеличено число итераций самого алгоритма. Результаты предсказания на расширенной базе данных представлены на рисунке 5.3.

Хорошо заметно, что при большей по размеру базе данных точность предсказания стала выше, что подтверждается и значениями ошибок: σ (⁴⁴Ti) = 0.7%, σ (⁵⁶Ni) = 1.3%, σ (⁵⁷Ni) = 6.4%. Тем не менее, все равно для самых



⁴⁴Ti

Рисунок 5.3 — Сравнение предсказанных с помощью инструментов CatBoost на основе модели с тремя изменяемыми параметрами и реальных масс различных изотопов. Начальная база данных включает в себя $N_2 = 10000$ случайных кривых блеска.

маленьких из рассмотренного интервала значений массы изотопа ⁵⁷Ni наблюдается некая переоценка. Однако, важно подчеркнуть, что интервал масс для всех изотопов был искусственно выбран достаточно широким. Из физических же соображений и других наблюдений можно получить различные ограничения на массы изотопов [137; 144; 145], что внесет корректировки на используемые интервалы.

Поскольку алгоритм показал свою работоспособность на модели с произвольными массами трех изотопов, то можно теперь его применить и для модели с произвольными массами всех изотопов. Для этого при генерации новой базы кривых блеска массы изотопов ²²Na и ⁶⁰Co также были равномерно случайно распределены по интервалу от $0.1m_0$ до $10m_0$ в логарифмическом масштабе. Результаты применения алгоритма для предсказания пяти масс изотопов на основе начальной базы данных, включающей в себя $N_2 = 10000$ кривых блеска, представлены на рисунке 5.4.

Как было отмечено выше, на начальном этапе рассматриваемой кривой блеска вклад других цепочек распада, кроме начинающейся с ⁵⁶Ni, пренебрежимо мал. Именно поэтому использование модели уже со всеми пятью массами изотопов не приводит к сколько бы то ни было заметному ухудшению предсказания массы ⁵⁶Ni, σ (⁵⁶Ni) = 1.3%. На поздних же временах вклад других цепочек сильнее и уже может быть сравним друг с другом. Поэтому трудно отличить низкие значения масс изотопов из доминирующих цепочек от высоких значений масс других изотопов. Точность предсказания для масс ⁴⁴Ti и ⁵⁷Ni несколько ухудшилась, по сравнению с моделью с тремя параметрами. Ошибки при этом составляют σ (⁴⁴Ti) = 6.8% и σ (⁵⁷Ni) = 20.2%. Причем, как и ожидалось, основной вклад в ошибку дают самые низкие значения из рассматриваемых интервалов масс. Предсказания для ⁶⁰Со являются удовлетворительными лишь для самых больших масс из рассмотренного интервала, а для 22 Na вовсе неудовлетворительны на всем интервале. Такое поведение, вероятнее всего, связано с крайне малым вкладом этих цепочек в суммарную кривую блеска из-за их очень низкой массы. В работе [142], использующей другой алгоритм фитирования, также приводится лишь верхний предел массы для изотопа ⁶⁰Co. Таким образом, если необходимо определять точную массу этих изотопов, то лишь на основании кривой блеска, скорее всего, это будет сделать трудно. Тем не менее, подбор глобальных параметров алгоритма машинного обучения может изменить результат.

В реальности наблюдения подвержены различным ошибкам, которые могут привести к ошибкам в предсказании масс изотопов. Для оценки работоспособности алгоритма определения масс в таких условиях можно рассмотреть случай, когда каждое из значений светимости в тестовой выборке будет подвержено случайной ошибке с максимальным отклонением в 5%. Результаты предсказания в случае зашумленной тестовой выборки представлены на рисунке 5.5. Видно, что даже при небольшой ошибке результаты предсказания сильно ухудшились даже для масс 3-х доминирующих изотопов, особенно в интервале малых масс. Тем не менее, для окончательного вывода о возможности предсказания масс изотопов по реальным наблюдениям необходимо провести дополнительное исследование. В частности, необходимо учесть влияние реалистичных фотометрических ошибок на поздней стадии кривой блеска, а также звездного фона родительской галактики. Вполне вероятно, что в таком случае для достижения приемлемой точности понадобится использовать еще и другие инструменты машинного обучения, например, для некоторой предобработки входных данных.

Тем не менее, в целом положительный результат применения метода для простой модели показывает перспективность его применения для определения параметров моделей сверхновых как на основе кривых блеска, вычисленных с помощью как других аналитических моделей, например [154—156], так и более самосогласованных подходов, например [78; 157], а также с помощью инструментов, описанных в настоящей диссертации.

5.2 Выводы главы 5

В настоящей главе рассматривалось применение открытой библиотеки машинного обучения CatBoost для определения параметров моделей сверхновых по их кривым блеска. Для демонстрации возможностей алгоритма была выбрана модель для поздних стадий кривых блеска сверхновых, когда основным источником энергии является распад радиоактивных элементов. В рассмотренной модели учитываются пять наиболее энергичных цепочек распадов, начинающихся с ⁵⁶Ni, ⁵⁷Ni, ⁴⁴Ti, ²²Na, ⁶⁰Co, при этом доминируют вклады от ⁵⁶Ni, ⁵⁷Ni, ⁴⁴Ti. Сначала было проведено исследование по определению масс изотопов по полученным синтетическим кривым блеска, вычисленным при различных массах трех доминирующих изотопов. При этом перепад значений был довольно сильным и составлял два порядка. Массы ²²Na, ⁶⁰Co при этом были фиксированы. Показано, что алгоритм с использованием даже стандартных настроек неплохо предсказывает массы изотопов даже при малой базе из $N_1 = 1000$ кривых блеска. При увеличении числа кривых блеска в базе данных до $N_2 = 10000$ точность определения масс значительно повышается. Также алгоритм был применен и в случае, когда кривые блеска вычислялись при различных массах всех пяти используемых в модели изотопов. В этом случае точность определения масс ⁵⁶Ni, ⁵⁷Ni и ⁴⁴Ti несколько ухудшилась, но все равно осталась на приемлемом уровне. В то же время, предсказания для масс ⁶⁰Co и ²²Na в целом

оказались неудовлетворительными, вероятнее всего, из-за их слабого вклада в общую кривую блеска. В случае зашумленной тестовой выборки (рассматривалась случайная ошибка в значениях светимости с максимальным отклонением в 5%) точность предсказания масс даже трех доминирующих изотопов резко ухудшилась, особенно в интервале малых масс.



Рисунок 5.4 — Сравнение предсказанных с помощью инструментов CatBoost на основе модели с пятью изменяемыми параметрами и реальных масс различных изотопов. Начальная база данных включает в себя $N_2 = 10000$ случайных кривых блеска.



Рисунок 5.5 — Сравнение предсказанных с помощью инструментов CatBoost на основе модели с тремя изменяемыми параметрами и реальных масс различных изотопов. Начальная база данных включает в себя $N_2 = 10000$ случайных кривых блеска. В каждое из значений светимости в тестовой выборке внесена случайная ошибка с максимальным отклонением в 5%.

Заключение

Основные результаты диссертационного исследования заключаются в следующем:

- 1. Разработан модуль переноса излучения в многомерном коде FRONT в рамках М1-приближения. При этом были реализованы численные схемы для решения системы уравнений на интегральные по частоте моменты интенсивности, измеренные как в лабораторной системе отсчета, так и в сопутствующей. Два рассмотренных подхода позволяют корректно учитывать перенос излучения при наличии больших скоростей вещества. В ходе работе с модулем в лабораторной системе отсчета была продемонстрирована необходимость учета, по крайней мере, точности $O(v^2/c^2)$ для корректного описания режима динамической диффузии, когда оптически толстая среда движется со значительной скоростью. Метод же, основанный на уравнениях переноса в сопутствующей системе, требует точности лишь O(v/c) для описания такого режима. Кроме этого, более простое описание взаимодействия излучения и вещества делает модуль в сопутствующей системе более привлекательным для будущего обобщения на многогрупповой случай. Именно поэтому, было принято решение об использовании метода в сопутствующей системе как основного инструмента для моделирования сверхновых кодом FRONT. При этом метод был эффективно распараллелен.
- 2. Было проведено многомерное моделирование ударно-волнового сценария для сверхновых. При этом использовалась как модельная постановка ударно-волнового механизма для сверхмощных сверхновых, так и модель реальной сверхновой SN2009ip, показавшей хорошие результаты при использовании в прямом методе определения космологических расстояний DSM. Для уменьшения вычислительной стоимости многомерных расчетов модели были упрощены: использовалась модель серой непрозрачности, когда коэффициенты поглощения не зависят от частоты фотонов. Несмотря на такое приближение, упрощенные модели корректно воспроизводят как особенности болометрической кривой блеска таких сверхновых, так и динамику движения системы. При этом результаты одномерных расчетов кодом FRONT в сферической геомет-

рии согласуются с результатами одномерного кода STELLA. Результаты двумерных расчетов кодом FRONT показали, что возмущения возникающего в системе плотного тонкого слоя не влияют на болометрическую светимость объекта на этапе роста кривой блеска в рамках модели серой непрозрачности.

- 3. В качестве первого шага к многомерному моделированию сверхновых типа IIP были проведены расчеты одномерной постановки сверхновой такого типа с помощью кодов FRONT и STELLA. Было показано, что профили физических величин, а также особенности кривых светимости, полученные с помощью различных подходов, находятся в хорошем согласии друг с другом. При этом явно продемонстрированы проблемы, возникающие при моделировании таких объектов с помощью эйлеровых кодов. Во-первых, использование стандартных римановских решателей для переноса излучения приводит к завышению потока излучения из-за доминирования численной диффузии при больших оптических толщинах. Во-вторых, на фиксированной эйлеровой сетке должны быть хорошо разрешимы, как начальные профили физических величин, так и профили на поздних стадиях. Также представлены пути решения описанных проблем. Для решения проблемы численной диффузии была проведена модификация римановского решателя, которая позволила корректно описать в М1-приближении выход системы на диффузионный режим. Для моделирования разлета вещества в вакуум начальная область моделирования была дополнена областью вещества с крайне низкой плотностью и температурой.
- 4. С помощью разработанного инструмента многомерного моделирования был проведен расчет сценария для AT2018cow с учетом наличия плотного выброса массы в экваториальной плоскости. Были проведены расчеты одномерного сценария ударно-волнового механизма на основе модели с маломассивным выбросом в приближении серой непрозрачности. При этом показано, что результаты расчетов, полученные с помощью кодов STELLA и FRONT согласуются друг с другом. На основе такой одномерной модели была создана двумерная модель с присутствием в системе плотного экваториального диска. Результаты моделирования двумерного сценария с учетом диска показали, что ударная волна по такому диску распространяется медленнее, чем по исходной области

меньшей плотности, а также приводит к образованию сильно нагретой области. Продемонстрировано, что такая область лучше всего видна в рентгеновского диапазоне под углами, близкими к углу раскрытия диска. Именно эта горячая область может объяснять наличие раннего рентгеновского излучения от объекта.

5. Также в диссертации рассмотрен пример обратной задачи в астрофизике — определение массы радиоактивных изотопов по кривой блеска сверхновой на поздней стадии. На основе модели, учитывающей пять наиболее энергичных цепочек распада, было проведено исследование применимости одного из инструментов машинного обучения — алгоритма градиентного бустинга. Было продемонстрировано, что даже на малой набранной выборке синтетических кривых блеска алгоритм дает хорошую точность предсказания для трех доминирующих изотопов. При этом, при увеличении размера обучающей выборки точность предсказания существенно увеличивается. Тем не менее, даже при большой выборке результаты для двух оставшихся изотопов в целом оказываются неудовлетворительными, скорее всего, из-за их слабого вклада в общую кривую блеска. Кроме этого, в случае зашумленной тестовой выборки точность предсказания масс даже трех доминирующих изотопов резко ухудшается.

Таким образом, прежде всего в настоящей диссертации представлен инструмент, позволяющий проводить многомерное моделирование различных астрофизических объектов. Текущая реализация основана на модели серой непрозрачности, когда коэффициенты поглощения и рассеяния не зависят от частоты фотонов. Тем не менее, такая упрощенная модель все равно позволяет сделать некоторые выводы о многомерной динамике таких объектов и сделать предсказания касательно наблюдаемых данных. Проведенный анализ методов моделирования переноса излучения позволил приблизить реализацию многогрупповой версии радиационно-гидродинамического кода FRONT, которая в будущем позволит проводить многомерные расчеты с использованием реалистичной модели непрозрачности. Такие многогрупповые расчеты позволят провести более детальное сравнение полученных в рамках многомерного моделирования результатов с наблюдаемыми данными. Также интересно было бы посмотреть на влияние учета более точного переноса излучения, например, на развитие неустойчивости тонкого плотного слоя в ударно-волновом механизме для сверхновых. Важно отметить, что развиваемый численный код может быть применен не только для моделирования астрофизических задач, но и для моделирования земных экспериментов. Среди главных возможных применений — планирование экспериментов по лазерному термоядерному синтезу. При этом высокая параллельная эффективность кода позволит проводить расчеты на вычислительных кластерах высокой производительности.

В заключении автор выражает огромную благодарность и признательность Сергею Ивановичу Блинникову за научное руководство, всеобъемлющую поддержку и помощь. Автор также благодарит Александра Викторовича Андрияша и Сергея Евгеньевича Куратова, которые сделали настоящую работу возможной. Кроме этого, автор хотел бы выразить отдельную благодарность Семёну Игоревичу Глазырину, Дмитрию Сергеевичу Шидловскому, Петру Валерьевичу Бакланову, Елене Ильиничне Сорокиной и Александру Александровичу Шестакову за обсуждения результатов и научные дискуссии.

Список литературы

- A supernova-regulated interstellar medium: simulations of the turbulent multiphase medium [Текст] / М. Когрі [и др.] // The Astrophysical Journal Letters. — 1999. — Т. 514, № 2. — С. L99.
- Kim, C.-G. Momentum injection by supernovae in the interstellar medium [Tekct] / C.-G. Kim, E. C. Ostriker // The Astrophysical Journal. - 2015. -T. 802, № 2. - C. 99.
- Matteucci, F. Relative roles of type I and II supernovae in the chemical enrichment of the interstellar gas [Текст] / F. Matteucci, L. Greggio // Astronomy and Astrophysics. — 1986. — Т. 154. — С. 279—287.
- The first supernova explosions: Energetics, feedback, and chemical enrichment [Текст] / Т. Н. Greif [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2007. — Т. 670, № 1. — С. 1.
- Nomoto, K. Nucleosynthesis in stars and the chemical enrichment of galaxies [Текст] / К. Nomoto, C. Kobayashi, N. Tominaga // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. — 2013. — Т. 51. — С. 457—509.
- Hillas, A. Can diffusive shock acceleration in supernova remnants account for high-energy galactic cosmic rays? [Teкст] / A. Hillas // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. - 2005. - T. 31, № 5. - R95.
- Butt, Y. Beyond the myth of the supernova-remnant origin of cosmic rays [Tekct] / Y. Butt // Nature. — 2009. — T. 460, № 7256. — C. 701—704.
- Observational signatures of particle acceleration in supernova remnants [Текст] / Е. Helder [и др.] // Space Science Reviews. — 2012. — Т. 173, № 1—4. — С. 369—431.
- Bykov, A. Particle Acceleration in Mildly Relativistic Outflows of Fast Energetic Transient Sources [Текст] / А. Bykov, V. Romansky, S. Osipov // Universe. — 2022. — Т. 8, № 1. — С. 32.
- 10. *Cameron*, A. G. Neutron stars [Текст] / А. G. Cameron // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. 1970. Т. 8, № 1. С. 179—208.
- 11. Neutron stars and pulsars [Текст] / W. Becker [и др.]. 2009.

- Branch, D. Type Ia supernovae as standard candles [Текст] / D. Branch,
 G. Tammann // Annual review of astronomy and astrophysics. 1992. —
 T. 30, № 1. С. 359—389.
- 13. Pskovskii, I. P. Light curves, color curves, and expansion velocity of type I supernovae as functions of the rate of brightness decline [Текст] / I. P. Pskovskii // Soviet Astronomy. 1977. Т. 21. С. 675—682.
- 14. Phillips, M. M. The absolute magnitudes of Type IA supernovae [Текст] / M. M. Phillips // The Astrophysical Journal. — 1993. — Т. 413. — C. L105—L108.
- Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant [Текст] / А. G. Riess [и др.] // The Astronomical Journal. — 1998. — Т. 116, № 3. — С. 1009.
- Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae [Текст] /
 S. Perlmutter [и др.] // The Astrophysical Journal. 1999. Т. 517, № 2. —
 C. 565.
- Elvis, M. Quasar parallax: a method for determining direct geometrical distances to quasars [Tekct] / M. Elvis, M. Karovska // The Astrophysical Journal Letters. — 2002. — T. 581, № 2. — C. L67.
- A new direct method for measuring the Hubble constant from reverberating accretion discs in active galaxies [Текст] / S. Collier [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1999. — Т. 302, № 1. — С. L24—L28.
- The megamaser cosmology project. IV. A direct measurement of the Hubble constant from UGC 3789 [Текст] / M. Reid [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2013. — Т. 767, № 2. — С. 154.
- Schmidt, B. P. Expanding photospheres of type II supernovae and the extragalactic distance scale [Текст] / В. Р. Schmidt, R. P. Kirshner, R. G. Eastman // The Astrophysical Journal. — 1992. — Т. 395. — C. 366—386.
- The distances to five Type II supernovae using the expanding photosphere method, and the value of H0 [Текст] / В. Р. Schmidt [и др.] // The Astrophysical Journal. — 1994. — Т. 432. — С. 42—48.

- 22. Type IIP supernovae as cosmological probes: a spectral-fitting expanding atmosphere model distance to SN 1999em [Текст] / E. Baron [и др.] // The Astrophysical Journal Letters. 2004. Т. 616, № 2. С. L91.
- 23. Weaver, T. The physics of supernova explosions [Текст] / Т. Weaver,
 S. Woosley // Annual review of astronomy and astrophysics. Volume 24. 1986.
- Burrows, A. Colloquium: Perspectives on core-collapse supernova theory [Текст] / А. Burrows // Reviews of Modern Physics. — 2013. — Т. 85, № 1. — С. 245.
- 25. Direct determination of the hubble parameter using type IIn supernovae [Текст] / S. Blinnikov [и др.] // JETP letters. — 2012. — Т. 96, № 3. — C. 153—157.
- 26. Study of supernovae important for cosmology [Текст] / Р. V. Baklanov [и др.] // JETP letters. 2013. Т. 98, № 7. С. 432—439.
- 27. Cooke, J. Detecting z> 2 type IIn supernovae [Текст] / J. Cooke // The Astrophysical Journal. 2008. Т. 677, № 1. С. 137.
- 28. Type IIn supernovae at redshift z=2 from archival data [Текст] / J. Cooke [и др.] // Nature. 2009. Т. 460, № 7252. С. 237—239.
- 29. *Gal-Yam*, *A*. Luminous supernovae [Текст] / A. Gal-Yam // Science. 2012. Т. 337, № 6097. С. 927—932.
- Nicholl, M. Superluminous supernovae: an explosive decade [Текст] / M. Nicholl // Astronomy and Geophysics. — 2021. — Т. 62, № 5. — С. 5—34.
- Langer, N. The evolution of very luminous stars. I-Presupernova evolution [Текст] / N. Langer, M. El Eid // Astronomy and Astrophysics. — 1986. — Т. 167. — С. 265—273.
- 32. Kasen, D. Pair instability supernovae: light curves, spectra, and shock breakout [TekcT] / D. Kasen, S. Woosley, A. Heger // The Astrophysical Journal. - 2011. - T. 734, № 2. - C. 102.
- Kozyreva, A. Can pair-instability supernova models match the observations of superluminous supernovae? [Текст] / А. Коzyreva, S. Blinnikov // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2015. — Т. 454, № 4. — C. 4357—4365.

- 34. Woosley, S. E. The deaths of very massive stars [Текст] / S. E. Woosley,
 A. Heger // Very Massive Stars in the Local Universe. Springer, 2015. —
 C. 199—225.
- 35. Woosley, S. Bright supernovae from magnetar birth [Текст] / S. Woosley // The Astrophysical Journal Letters. — 2010. — Т. 719, № 2. — С. L204.
- 36. Kasen, D. Supernova light curves powered by young magnetars [Текст] / D. Kasen, L. Bildsten // The Astrophysical Journal. 2010. Т. 717, № 1. С. 245.
- Barkov, M. V. Recycling of neutron stars in common envelopes and hypernova explosions [Текст] / М. V. Barkov, S. S. Komissarov // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2011. — Т. 415, № 1. — С. 944—958.
- 38. Slowly fading super-luminous supernovae that are not pair-instability explosions [Текст] / М. Nicholl [и др.] // Nature. — 2013. — Т. 502, № 7471. — С. 346—349.
- 39. Super-luminous type Ic supernovae: catching a magnetar by the tail [Текст] / C. Inserra [и др.] // The Astrophysical Journal. 2013. Т. 770, № 2. C. 128.
- 40. Grasberg, E. Type II supernovae-Two successive explosions? [Текст] / E. Grasberg, D. Nadezhin // Pisma v Astronomicheskii Zhurnal. 1986. T. 12. C. 168—175.
- 41. The Type IIn supernova 1994W: evidence for the explosive ejection of a circumstellar envelope [Текст] / N. N. Chugai [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2004. Т. 352, № 4. С. 1213—1231.
- Woosley, S. E. Pulsational pair instability as an explanation for the most luminous supernovae [Teκcτ] / S. E. Woosley, S. Blinnikov, A. Heger // Nature. - 2007. - T. 450, № 7168. - C. 390-392.
- 43. Chevalier, R. A. Shock breakout in dense mass loss: luminous supernovae [Teкст] / R. A. Chevalier, C. M. Irwin // The Astrophysical Journal Letters. 2011. T. 729, № 1. C. L6.
- 44. An analytic bolometric light curve model of interaction-powered supernovae and its application to Type IIn supernovae [Текст] / Т. J. Moriya [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2013. Т. 435, № 2. С. 1520—1535.

- 45. Type I superluminous supernovae as explosions inside non-hydrogen circumstellar envelopes [Текст] / E. Sorokina [и др.] // The Astrophysical Journal. 2016. Т. 829, № 1. С. 17.
- 46. Moriya, T. J. Superluminous supernovae [Текст] / Т. J. Moriya,
 E. I. Sorokina, R. A. Chevalier // Space Science Reviews. 2018. —
 T. 214, № 2. С. 1—37.
- 47. Chevalier, R. Hydrodynamic instabilities in supernova remnants: Early radiative cooling [Текст] / R. Chevalier, J. M. Blondin // The Astrophysical Journal. — 1995. — Т. 444. — С. 312—317.
- 48. On physical and numerical instabilities arising in simulations of non-stationary radiatively cooling shocks [Текст] / D. Badjin [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2016. Т. 459, № 2. С. 2188—2211.
- Badjin, D. A. Physical and numerical instabilities of radiatively cooling shocks in turbulent magnetized media [Текст] / D. A. Badjin, S. I. Glazyrin // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2021. — Т. 507, № 1. — C. 1492—1512.
- 50. Шарова, Ю. С. Исследование влияния фоновой нейтральной компоненты на динамику оболочки в остатках сверхновых [Текст] / Ю. С. Шарова, С. И. Глазырин, В. А. Гасилов // Письма в Астрономический журнал. — 2021. — Т. 47, № 11. — С. 773—781.
- 51. Chen, K.-J. Three-dimensional Simulations of Magnetar-powered Superluminous Supernovae [Текст] / К.-J. Chen, S. Woosley, D. J. Whalen // The Astrophysical Journal. — 2020. — Т. 893, № 2. — С. 99.
- 52. Utrobin, V. P. Asymmetry of SN 1987A: fast Ni-56 clump [Текст] / V. P. Utrobin, N. N. Chugai, A. A. Andronova // Astronomy and Astrophysics. 1995. T. 295. C. 129—135.
- Chugai, N. N. Optical signatures of circumstellar interaction in type IIP supernovae [Текст] / N. N. Chugai, R. A. Chevalier, V. P. Utrobin // The Astrophysical Journal. — 2007. — Т. 662, № 2. — С. 1136.
- 54. The close circumstellar environment of Betelgeuse-II. Diffraction-limited spectro-imaging from 7.76 to 19.50 µm with VLT/VISIR [Текст] / P. Kervella [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2011. Т. 531. А117.

- 55. Utrobin, V. Parameters of type IIP SN 2012A and clumpiness effects [Текст] / V. Utrobin, N. Chugai // Astronomy & Astrophysics. 2015. Т. 575. A100.
- 56. The INTEGRAL mission [Текст] / C. Winkler [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2003. Т. 411, № 1. С. L1—L6.
- 57. INTEGRAL observations of the cosmic X-ray background in the 5–100 keV range via occultation by the Earth [Текст] / E. Churazov [идр.] // Astronomy & Astrophysics. 2007. Т. 467, № 2. С. 529—540.
- 58. 15 years of galactic surveys and hard X-ray background measurements [Текст] / R. A. Krivonos [и др.] // New Astronomy Reviews. 2021. C. 101612.
- 59. INTEGRAL/IBIS 17-yr hard X-ray all-sky survey [Текст] / R. A. Krivonos [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2022. Т. 510, № 4. С. 4796—4807.
- 60. The cow: discovery of a luminous, hot, and rapidly evolving transient [Текст] / S. Prentice [и др.] // The Astrophysical Journal Letters. 2018. Т. 865, № 1. С. L3.
- 61. The fast, luminous ultraviolet transient AT2018cow: extreme supernova, or disruption of a star by an intermediate-mass black hole? [Текст] / D. A. Perley [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2019. Т. 484, № 1. С. 1031—1049.
- Fox, O. D. Signatures of circumstellar interaction in the unusual transient AT 2018cow [Teкct] / O. D. Fox, N. Smith // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. - 2019. - T. 488, № 3. - C. 3772-3782.
- 63. A Model for the Fast Blue Optical Transient AT2018cow: Circumstellar Interaction of a Pulsational Pair-instability Supernova [Текст] / S.-C. Leung [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2020. — Т. 903, № 1. — С. 66.
- 64. Multimessenger Implications of AT2018cow: High-energy Cosmic-Ray and Neutrino Emissions from Magnetar-powered Superluminous Transients [Текст] / К. Fang [и др.] // The Astrophysical Journal. 2019. Т. 878, № 1. С. 34.

- 65. Swift spectra of AT2018cow: a white dwarf tidal disruption event? [Текст] / N. P. M. Kuin [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2019. Т. 487, № 2. С. 2505—2521.
- 66. An embedded X-ray source shines through the aspherical AT 2018cow: revealing the inner workings of the most luminous fast-evolving optical transients [Текст] / R. Margutti [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2019. — T. 872, № 1. — C. 18.
- 67. *Clery*, *D*. X-ray telescope keeps Russia's space science hopes alive [Текст] / D. Clery. 2019.
- 68. The X-ray and Radio Loud Fast Blue Optical Transient AT2020mrf: Implications for an Emerging Class of Engine-Driven Massive Star Explosions [Текст] / Y. Yao [и др.] // arXiv preprint arXiv:2112.00751. — 2021.
- 69. The james webb space telescope [Текст] / J. P. Gardner [и др.] // Space Science Reviews. 2006. Т. 123, № 4. С. 485—606.
- 70. Detection of isolated population III stars with the James Webb Space Telescope [Текст] / С.-Е. Rydberg [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2013. — Т. 429, № 4. — С. 3658—3664.
- 71. Kalirai, J. Scientific discovery with the James Webb space telescope [Текст] / J. Kalirai // Contemporary Physics. 2018. Т. 59, № 3. С. 251—290.
- 72. Observational properties of a general relativistic instability supernova from a primordial supermassive star [Текст] / Т. J. Moriya [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2021. Т. 503, № 1. С. 1206—1213.
- 73. The general relativistic instability supernova of a supermassive Population III star [Текст] / К.-J. Chen [и др.] // The Astrophysical Journal. 2014. Т. 790, № 2. С. 162.
- 74. Komissarov, S. S. Supercollapsars and their X-ray bursts [Текст] / S. S. Komissarov, M. V. Barkov // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters. 2010. Т. 402, № 1. С. L25—L29.
- Barkov, M. V. Hard X-Ray bursts in collapse of supermassive stars [Tekct] /
 M. V. Barkov // Astrophysical Bulletin. 2010. T. 65, № 3. C. 217-222.
- Glazyrin, S. Investigation of burning in type Ia supernovae [Текст] / S. Glazyrin // Astronomy Letters. 2013. Т. 39, № 4. С. 221—226.
- 77. Gonzalez, M. HERACLES: a three-dimensional radiation hydrodynamics code
 [Текст] / М. Gonzalez, E. Audit, P. Huynh // Astronomy & Astrophysics. –
 2007. Т. 464, № 2. С. 429—435.
- 78. Theoretical light curves for deflagration models of type Ia supernova [Текст] / S. Blinnikov [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2006. Т. 453, № 1. С. 229—240.
- 79. The Simulation of Superluminous Supernovae Using the M1 Approach for Radiation Transfer [Tekct] / E. Urvachev [et al.] // The Astrophysical Journal Supplement Series. - 2021. - Vol. 256, no. 1. - P. 8.
- 80. Урвачев, Е. М. Транзиент АТ2018соw: сценарий с экваториальным диском [Текст] / Е. М. Урвачев, С. И. Блинников, К. Номото // Письма в Астрономический журнал. — 2021. — Т. 47, № 11. — С. 765—772.
- Урвачев, Е. М. Моделирование болометрических кривых блеска сверхновой SN2009ip [Текст] / Е. М. Урвачев, С. И. Глазырин // Математическое моделирование. — 2022. — Т. 34, № 1. — С. 16—32.
- 82. Об особенностях моделирования сверхновых типа IIP в приближении серой непрозрачности и свойства их кривых блеска [Текст] / Е. М. Урвачев [и др.] // Письма в Астрономический журнал. 2022. Т. 48, № 1. С. 24—33.
- 83. Mihalas, D. Foundations of radiation hydrodynamics [Текст] / D. Mihalas,
 B. Mihalas. New York, 1984.
- 84. Castor, J. I. Radiation hydrodynamics [Tekct] / J. I. Castor. 2004.
- 85. Levermore, C. A flux-limited diffusion theory [Текст] / C. Levermore,
 G. Pomraning // The Astrophysical Journal. 1981. Т. 248. С. 321—334.
- 86. Turner, N. A module for radiation hydrodynamic calculations with ZEUS-2D using flux-limited diffusion [Текст] / N. Turner, J. Stone // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2001. Т. 135, № 1. С. 95.
- 87. Equations and algorithms for mixed-frame flux-limited diffusion radiation hydrodynamics [Текст] / M. R. Krumholz [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2007. — Т. 667, № 1. — С. 626.
- CASTRO: a new compressible astrophysical solver. III. Multigroup radiation hydrodynamics [Текст] / W. Zhang [и др.] // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2012. — Т. 204, № 1. — С. 7.

- Minerbo, G. N. Maximum entropy Eddington factors [Текст] / G. N. Minerbo // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. — 1978. — Т. 20, № 6. — С. 541—545.
- 90. Levermore, C. Relating Eddington factors to flux limiters [Текст] /
 C. Levermore // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 1984. Т. 31, № 2. С. 149—160.
- 91. Dubroca, B. Etude theorique et numerique d'une hierarchie de modeles aux moments pour le transfert radiatif [Текст] / В. Dubroca, J.-L. Feugeas // Comptes Rendus de l'Academie des Sciences-Series I-Mathematics. 1999. Т. 329, № 10. С. 915—920.
- 92. *Ripoll, J.* Modelling radiative mean absorption coefficients [Текст] / J. Ripoll,
 B. Dubroca, G. Duffa // Combustion Theory and Modelling. 2001. Т. 5,
 № 3. С. 261.
- 93. Skinner, M. A. A two-moment radiation hydrodynamics module in Athena using a time-explicit Godunov method [Текст] / М. А. Skinner, E. C. Ostriker // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2013. Т. 206, № 2. С. 21.
- 94. Fornax: A flexible code for multiphysics astrophysical simulations [Текст] / M. A. Skinner [и др.] // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2019. Т. 241, № 1. С. 7.
- 95. Anninos, P. Multi-frequency General Relativistic Radiation-hydrodynamics with M-1 Closure [Текст] / P. Anninos, P. C. Fragile // The Astrophysical Journal. — 2020. — Т. 900, № 1. — С. 71.
- 96. Weih, L. R. Two-moment scheme for general-relativistic radiation hydrodynamics: a systematic description and new applications [Teκcτ] / L. R. Weih, H. Olivares, L. Rezzolla // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2020. T. 495, № 2. C. 2285-2304.
- 97. Just, O. A new multidimensional, energy-dependent two-moment transport code for neutrino-hydrodynamics [Текст] / O. Just, M. Obergaulinger, H.-T. Janka // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2015. Т. 453, № 4. С. 3386—3413.

- 98. Murchikova, E. Analytic closures for M1 neutrino transport [Текст] /
 E. Murchikova, E. Abdikamalov, T. Urbatsch // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2017. Т. 469, № 2. С. 1725—1737.
- 99. Stone, J. All about Athena (five lectures), Lecture 4 [Текст] / J. Stone. 2015. — URL: http://hipacc.ucsc.edu/LectureSlides/22/333/130801_1_ Stone.pdf.
- 100. Beyond moments: relativistic lattice Boltzmann methods for radiative transport in computational astrophysics [Текст] / L. Weih [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2020. — Т. 498, № 3. — C. 3374—3394.
- 101. Tominaga, N. Time-dependent Multi-group Multi-dimensional Relativistic RadiativeTransfer Code Based on the Spherical Harmonic Discrete Ordinate Method [Текст] / N. Tominaga, S. Shibata, S. I. Blinnikov // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2015. — T. 219, № 2. — C. 38.
- 102. Evans, K. F. The spherical harmonics discrete ordinate method for threedimensional atmospheric radiative transfer [TekcT] / K. F. Evans // Journal of the Atmospheric Sciences. - 1998. - T. 55, № 3. - C. 429-446.
- 103. Pincus, R. Computational cost and accuracy in calculating three-dimensional radiative transfer: Results for new implementations of Monte Carlo and SHDOM [Tekct] / R. Pincus, K. F. Evans // Journal of the Atmospheric Sciences. - 2009. - T. 66, № 10. - C. 3131-3146.
- 104. Mihalas, D. On laboratory-frame radiation hydrodynamics [Текст] /
 D. Mihalas, L. Auer // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 2001. Т. 71, № 1. С. 61-97.
- 105. Krumholz, M. R. Radiation-hydrodynamic simulations of collapse and fragmentation in massive protostellar cores [Текст] / М. R. Krumholz, R. I. Klein, C. F. McKee // The Astrophysical Journal. 2007. Т. 656, № 2. С. 959.
- 106. A numerical model for multigroup radiation hydrodynamics [Текст] / N. Vaytet [и др.] // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. — 2011. — Т. 112, № 8. — С. 1323—1335.

- Mihalas, D. On the solution of the time-dependent inertial-frame equation of radiative transfer in moving media to O (vc) [Текст] / D. Mihalas, R. I. Klein // Journal of Computational Physics. 1982. Т. 46, № 1. С. 97—137.
- 108. Stromgren, B. The physical state of interstellar hydrogen. [Текст] /
 B. Stromgren // The Astrophysical Journal. 1939. Т. 89. С. 526.
- 109. Spitzer Jr, L. 1978, Physical Processes in the Interstellar Medium [Текст] /
 L. Spitzer Jr // Willey and Sons, New York. 2003.
- 110. Hayes, J. C. Beyond flux-limited diffusion: parallel algorithms for multidimensional radiation hydrodynamics [Текст] / J. C. Hayes, M. L. Norman // The Astrophysical Journal Supplement Series. 2003. Т. 147, № 1. С. 197.
- 111. Jiang, Y.-F. A Godunov method for multidimensional radiation magnetohydrodynamics based on a variable Eddington tensor [Текст] / Y.-F. Jiang, J. M. Stone, S. W. Davis // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2012. — Т. 199, № 1. — С. 14.
- Radiative transfer with finite elements-I. Basic method and tests [Текст] / S. Richling [и др.] // Astronomy and Astrophysics. 2001. Т. 380, № 2. С. 776—788.
- 113. Explicit-implicit scheme for relativistic radiation hydrodynamics [Текст] /
 H. R. Takahashi [и др.] // The Astrophysical Journal. 2013. Т. 764,
 № 2. С. 122.
- 114. Зельдович, Я. Б. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений [Текст] / Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. — М.: Наука, 1966.
- 115. Roth, N. Monte Carlo radiation-hydrodynamics with implicit methods [Текст] / N. Roth, D. Kasen // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2015. — Т. 217, № 1. — С. 9.
- 116. Lowrie, R. B. Radiative shock solutions with grey nonequilibrium diffusion [Текст] / R. B. Lowrie, J. D. Edwards // Shock Waves. — 2008. — Т. 18, № 2. — С. 129—143.

- 117. Ensman, L. Test problems for radiation and radiation-hydrodynamics codes
 [Текст] / L. Ensman // The Astrophysical Journal. 1994. Т. 424. С. 275—291.
- 118. A comparative modeling of supernova 1993J [Текст] / S. Blinnikov [и др.] // The Astrophysical Journal. — 1998. — Т. 496, № 1. — С. 454.
- 119. Light-curve modelling of superluminous supernova 2006gy: collision between supernova ejecta and a dense circumstellar medium [Текст] / Т. J. Moriya [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2013. Т. 428, № 2. С. 1020—1035.
- 120. Liou, M.-S. Mass flux schemes and connection to shock instability [Текст] / M.-S. Liou // Journal of Computational Physics. 2000. Т. 160, № 2. С. 623—648.
- 121. Suzuki, A. Supernova ejecta with a relativistic wind from a central compact object: a unified picture for extraordinary supernovae [Текст] / А. Suzuki, K. Maeda // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2017. Т. 466, № 3. С. 2633—2657.
- 122. *Соболев*, *В. В.* Курс теоретической астрофизики [Текст] / В. В. Соболев. М.: Наука, 1985.
- 123. *Mihalas, D.* Stellar atmospheres [Текст] / D. Mihalas // San Francisco: WH Freeman. 1978.
- 124. Baschek, B. The parameters R and Teff in stellar models and observations [Текст] / B. Baschek, M. Scholz, R. Wehrse // Astronomy and Astrophysics. - 1991. - T. 246. - C. 374-382.
- 125. Hubeny, I. A New Algorithm for 2-D Transport for Astrophysical Simulations:
 I. General Formulation and Tests for the 1-D Spherical Case [Текст] /
 I. Hubeny, A. Burrows // arXiv preprint astro-ph/0609049. 2006.
- 126. Ferguson, J. M. The equilibrium-diffusion limit for radiation hydrodynamics [Текст] / J. M. Ferguson, J. E. Morel, R. Lowrie // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. — 2017. — Т. 202. — С. 176—186.

- 127. Поташов, М. Ш. Модификация уравнений переноса излучения для включения не-ЛТР эффектов при расчете кривых блеска сверхновых радиационно-гидродинамическим кодом STELLA [Текст] / М. Ш. Поташов, П. В. Бакланов, С. И. Блинников // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2021. № 87. С. 1—27.
- 128. Direct Distance Measurements to SN2009ip [Текст] / M. Potashov [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2012. — Дек. — Т. 431.
- 129. A panchromatic view of the restless SN 2009ip reveals the explosive ejection of a massive star envelope [Текст] / R. Margutti [и др.] // Astrophysical Journal. — 2014. — Т. 780, № 1.
- 130. Teyssier, R. Grid-based hydrodynamics in astrophysical fluid flows [Текст] / R. Teyssier // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. — 2015. — T. 53. — C. 325—364.
- 131. The fixed-mesh ALE approach for the numerical approximation of flows in moving domains [Текст] / R. Codina [и др.] // Journal of Computational Physics. - 2009. - T. 228, № 5. - C. 1591-1611.
- 132. A new hybrid radiative transfer method for massive star formation [Текст] / R. Mignon-Risse [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2020. Т. 635. A42.
- 133. Bessell, M. UBVRI passbands. [Текст] / М. Bessell // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. — 1990. — Т. 102, № 656. — С. 1181.
- 134. Light-curve Modeling of Fast-evolving Supernova KSN 2015K: Explosion in Circumstellar Matter of a Super-AGB Progenitor [Текст] / А. Tolstov [и др.] // The Astrophysical Journal. 2019. Т. 881, № 1. С. 35.
- 135. Barbon, R. Radioactive decays and supernova light curves [Текст] / R. Barbon, E. Cappellaro, M. Turatto // Astronomy and Astrophysics. 1984. Т. 135. С. 27—31.
- 136. Discovery of hard X-ray emission from supernova 1987A [Текст] / R. Sunyaev
 [и др.] // Nature. 1987. Т. 330, № 6145. С. 227-229.
- 137. Hard-X-ray emission lines from the decay of 44 Ti in the remnant of supernova 1987A [Текст] / S. Grebenev [и др.] // Nature. — 2012. — Т. 490, № 7420. — С. 373—375.

- 138. Cobalt-56 γ-ray emission lines from the type Ia supernova 2014J [Текст] /
 E. Churazov [и др.] // Nature. 2014. Т. 512, № 7515. С. 406—408.
- 139. Early 56Ni decay gamma rays from SN2014J suggest an unusual explosion [Текст] / R. Diehl [и др.] // Science. — 2014. — Т. 345, № 6201. — С. 1162—1165.
- 140. Asymmetries in core-collapse supernovae from maps of radioactive 44 Ti in Cassiopeia A [Текст] / В. Grefenstette [и др.] // Nature. 2014. Т. 506, № 7488. С. 339—342.
- 141. Nucleosynthesis during a Thermonuclear Supernova Explosion [Текст] / I. Panov [и др.] // Astronomy Letters. 2018. Т. 44, № 5. С. 309—314.
- 142. Seitenzahl, I. R. The light curve of SN 1987A revisited: Constraining production masses of radioactive nuclides [Tekct] / I. R. Seitenzahl, F. Timmes, G. Magkotsios // The Astrophysical Journal. 2014. T. 792, № 1. C. 10.
- 143. Pinto, P. A. SN 1987A-out on the tail [Текст] / Р. А. Pinto, S. Woosley,
 L. M. Ensman // The Astrophysical Journal. 1988. Т. 331. —
 C. L101—L104.
- 144. Woosley, S. Hard emission at late times from SN 1987A [Текст] / S. Woosley,
 P. A. Pinto, D. Hartmann // The Astrophysical Journal. 1989. Т. 346. —
 C. 395—404.
- 145. The production of 44Ti and 60Co in supernovae [Текст] / F. Timmes [и др.] // The Astrophysical Journal. — 1996.
- 146. Rapidly rising transients from the Subaru Hyper Suprime-Cam transient survey [Текст] / М. Tanaka [и др.] // The Astrophysical Journal. 2016. Т. 819, № 1. С. 5.
- 147. Anomaly detection in the Zwicky Transient Facility DR3 [Текст] / K. Malanchev [и др.] // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2021. Т. 502, № 4. С. 5147—5175.
- 148. Exominer: A Highly Accurate And Explainable Deep Learning Classifier That Validates 200+ New Exoplanets [Текст] / H. Valizadegan [и др.] // American Astronomical Society Meeting Abstracts. T. 53. — 2021. — С. 108—06.

- 149. Dorogush, A. V. CatBoost: gradient boosting with categorical features support [Текст] / A. V. Dorogush, V. Ershov, A. Gulin // arXiv preprint arXiv:1810.11363. — 2018.
- 150. Derkach, D. Machine Learning based Global Particle Identification Algorithms at the LHCb Experiment [Текст] / D. Derkach, M. Hushchyn, N. Kazeev // EPJ Web of Conferences. T. 214. — EDP Sciences. 2019. — C. 06011.
- 151. Timmes, F. Cococubed, snlite: supernova light curves tool [Текст] /
 F. Timmes. 2021. URL: http://cococubed.asu.edu/code_pages/
 snlite.shtml.
- 152. Woosley, S. The evolution and explosion of massive Stars II: Explosive hydrodynamics and nucleosynthesis [Текст] : тех. отч. / S. Woosley, Т. А. Weaver ; Lawrence Livermore National Lab., CA (United States). 1995.
- 153. Fransson, C. Radioactivities and nucleosynthesis in SN 1987A [Текст] / C. Fransson, C. Kozma // New Astronomy Reviews. 2002. Т. 46, № 8—10. С. 487—492.
- 154. Arnett, W. D. Type I supernovae. I-Analytic solutions for the early part of the light curve [Текст] / W. D. Arnett // The Astrophysical Journal. 1982. Т. 253. С. 785—797.
- 155. Dado, S. Analytical Expressions for Light Curves of Ordinary and Superluminous Type Ia Supernovae [Текст] / S. Dado, A. Dar // The Astrophysical Journal. — 2015. — Т. 809, № 1. — С. 32.
- 156. A semianalytical light curve model and its application to type IIP supernovae
 [Текст] / А. Р. Nagy [и др.] // Astronomy & Astrophysics. 2014. Т. 571. — А77.
- 157. Lyutykh, A. Light Curves of Type Ia Supernovae [Текст] / А. Lyutykh,
 M. Pruzhinskaya, S. Blinnikov // Astronomy Letters. 2021. Т. 47, № 1. С. 1—11.
- 158. *Graziani*, *F.* Computational methods in transport: verification and validation [Текст]. Т. 62 / F. Graziani. Springer, 2008.
- 159. NIST Atomic Spectra Database [Текст] / А. Kramida [и др.] // Online. 2021.

- 160. Atomic data for astrophysics. II. New analytic fits for photoionization cross sections of atoms and ions [Текст] / D. Verner [и др.] // arXiv preprint astro-ph/9601009. 1996.
- 161. The Opacity Project-computation of atomic data [Текст] / М. Seaton [и др.] // Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica, vol. 23. — 1992. — Т. 23.
- 162. A new generation of Los Alamos opacity tables [Текст] / J. Colgan [и др.] // The Astrophysical Journal. — 2016. — Т. 817, № 2. — С. 116.

Список рисунков

Профили светимости $L = 4\pi \left(r^2 + z^2\right) |F|$ на момент времени 1.1 t = 0.2 с в расчетах теста излучающей сферы, проведенных с помощью различных численных кодов. Для кода FRONT приведены результаты с аппроксимацией как первого порядка по пространству, так и второго. Также представлены аналитическое решение и сравнительный график для среза r = z. Внутренний черный круг соответствует $R_1 = \sqrt{R^2 + (ct)^2}$, а внешний зеленый $-R_2 = R + ct$. 201.2Профили температуры излучения на момент времени t = 0.2 с в расчетах теста двух излучающих сфер с помощью различных численных кодов. Также приведено аналитическое решение и сравнительный график для среза r = 0.... 221.3Профили температуры излучения на момент времени t = 0.2 с в расчетах теста тени с помощью различных численных кодов. Также 24Профили плотности энергии излучения на момент времени t = 0.3 с 1.4 в расчетах теста луча света с помощью различных численных кодов. Также приведен сравнительный график для среза r = 0. . . . 26 Профили безразмерной температуры (T/T_0) , плотности (ρ/ρ_0) , и 1.5скорости (u/a_0) газа, а также температуры излучения (T_r/T_0) в стационарной ударной волне с числом Маха Ма = 2. Результаты, полученные с помощью кода FRONT соответствуют черным линиям. Красные линии соответствуют полуаналитическому решению. . . . 281.6Профили безразмерной температуры (T/T_0) , плотности (ρ/ρ_0) , и скорости (u/a_0) газа, а также температуры излучения (T_r/T_0) в стационарной ударной волне с числом Маха Ма = 5. Результаты, полученные с помощью кода FRONT соответствуют черным линиям. Красные линии соответствуют полуаналитическому решению. . . . 29

| 1.7 | Профили температуры газа (T_G) и температуры излучения (T_R) в | |
|------|---|----|
| | нестационарной докритической ударной волне. Расположение | |
| | профилей слева направо соответствует моментам времени | |
| | $t=5.4\times 10^3, 1.7\times 10^4, 2.8\times 10^4, 3.8\times 10^4$ с. Результаты получены с | |
| | помощью кода FRONT | 30 |
| 1.8 | Профили температуры газа (T_G) и температуры излучения (T_R) в | |
| | нестационарной сверхкритической ударной волне. Расположение | |
| | профилей слева направо соответствует моментам времени | |
| | $t = 8.6 \times 10^2, 4 \times 10^3, 7.5 \times 10^3, 1.3 \times 10^4$ с. Результаты получены с | |
| | помощью кода FRONT | 30 |
| 1.9 | Профили плотности энергии излучения в тесте адвекции | |
| | излучения. Расположение профилей сверху вниз соответствует | |
| | моментам времени $t = 5 \times 10^{-12}, 10^{-11}, 2 \times 10^{-11}, 5 \times 10^{-11}, 10^{-10}$ с. | |
| | Результаты получены с помощью кода FRONT (штриховые линии) с | |
| | точностью $O(v/c)$ и $O(v^2/c^2)$. Аналитическое решение | |
| | соответствует сплошным линиям | 31 |
| 1.10 | Начальные профили плотности и энергии в модели сверхмощной | |
| | сверхновой | 32 |
| 1.11 | Профили плотности, температуры и скорости для модельной | |
| | сверхмощной сверхновой, рассчитанные с помощью кода STELLA | |
| | (штриховые линии) и одномерного запуска кода FRONT (сплошные | |
| | линии). Расположение вертикальных линий соотносится с | |
| | положением фотосферы. Расположение линий слева направо | |
| | соответствует моментам времени $t=2,5,10,25,40,60$ дней | 34 |
| 1.12 | Болометрические кривые блеска модельной сверхмощной | |
| | сверхновой, рассчитанные с помощью кодов STELLA (черные линии) | |
| | и FRONT (красные линии) | 35 |
| 1.13 | Профили плотности и температуры излучения на различные | |
| | моменты времени в двумерном расчете модельной сверхмощной | |
| | сверхновой. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетке | |
| | 1024 ² с <i>RZ</i> -цилиндрической геометрией | 43 |
| | | |

- 1.14 Профили плотности и температуры излучения в расчетах модельной сверхмощной сверхновой кодом FRONT в 1D (сплошные линии) и 2D (штриховые линии) постановках на сетках с 1024 ячейками по радиусу. Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени t = 0, 1, 5, 10, 25, 50, 100 дней. 44
- 1.16 Профили плотности в расчетах модельной сверхмощной сверхновой кодом FRONT в 2D постановках на сетках с разрешением 1024² (черные линии), 2048² (синии линии) и 4096² (красные линии) в RZ-цилиндрической геометрии. Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени t = 10, 25, 50, 100 дней. . . 46
- 1.17 Профили плотности на момент времени t = 100 дней в двумерных расчетах модельной сверхмощной сверхновой. Результаты получены с помощью кода FRONT на сетке 1024² с RZ-цилиндрической геометрией при 1-ом и 2-ом порядке аппроксимации по пространству. 46

- 1.22 Болометрические кривые блеска для модельной сверхмощной сверхновой, полученные с помощью кода FRONT. Прямой метод соответствует черным сплошным линиям для 1D, а фотосферный метод синим штриховым для 1D и красным штриховым для 2D. . . 51
- 2.1 Профили плотности энергии излучения в тестовой задаче рассеяния излучения. Расположение профилей сверху вниз соответствует моментам времени t = 5 × 10⁻¹², 10⁻¹¹, 2 × 10⁻¹¹, 5 × 10⁻¹¹, 10⁻¹⁰ с. Расчеты кодом FRONT (сплошные линии) с помощью радиационного модуля в сопутствующей системе отсчета. Аналитическое решение соответствует пунктирным линиям. 55

2.4 Профили плотности, температуры и скорости для сверхновой SN2009ip, рассчитанные с помощью кода STELLA (штриховые линии) и одномерных расчетов кодом FRONT с модулем переноса излучения в сопутствующей (сплошные линии) и в лабораторной (пунктирные линии) системах отсчета. Расположение линий слева направо соответствует моментам времени t = 1, 5, 11, 16 дней с 592.5Болометрические кривые блеска для сверхновой SN2009ip, рассчитанные с помощью кода STELLA с учетом реалистичной модели непрозрачности (фиолетовая сплошная линия), а также серой модели непрозрачности (черная сплошная линия). Также изображена кривая блеска в диапазоне UBVRI, рассчитанная кодом STELLA при реалистичной непрозрачности (фиолетовая штриховая линия), и наблюдательные болометрические данные из работы [129] (фиолетовые точки). Результат одномерного расчета кодом FRONT в сером приближении с модулем переноса излучения в сопутствующей системе отсчета соответствует красной линии, а с 60 2.6Профили плотности и температуры излучения на момент времени $t_m = 5$ дней в двумерном расчете сверхновой SN2009ip. Результаты получены кодом FRONT с модулем переноса излучения в сопутствующей системе. 622.7Профили плотности и температуры излучения на момент времени $t_m = 5$ дней в двумерном расчете сверхновой SN2009ip. Результаты получены кодом FRONT с модулем переноса излучения в лабораторной системе. 623.1Профили плотности ρ , температуры T и скорости вещества v для модельной сверхновой второго типа, рассчитанные с помощью кода STELLA (штриховые линии) и кода FRONT (сплошные линии). Расположение профилей слева направо соответствует моментам времени t = 1, 2, 3, 4, 5, 10, 20 дней. Вертикальные пунктирные линии соответствуют положению фотосферы. Положения фотосферы для первых двух моментов времени совпадают между 70

| 3.2 | Профили плотности $ ho$, температуры T и скорости вещества v для | |
|-----|---|----|
| | модельной сверхновой второго типа на момент времени $t=2$ дней, | |
| | рассчитанные с помощью кода STELLA (пунктирные линии) и кода | |
| | FRONT с использование стандартного (штриховые линии) и | |
| | модифицированного (сплошные линии) римановских решателей | 72 |
| 3.3 | Болометрические кривые светимости и кривые светимости в | |
| | фильтре UX для модельной сверхновой второго типа, | |
| | рассчитанные с помощью кода STELLA (пунктирные линии) и кода | |
| | FRONT с использованием прямого метода (штриховые линии) и | |
| | фотосферного (сплошные линии) | 73 |
| 3.4 | Зависимости температуры фотосферы от времени для модельной | |
| | сверхновой второго типа, рассчитанные с помощью кода STELLA | |
| | (пунктирные линии) и кода FRONT (сплошные линии) | 75 |
| 4.1 | Профили плотности, температуры и скорости, используемые в | |
| | качестве начальных для одномерного моделирования ${ m AT2018cow}$ | |
| | кодом FRONT | 78 |
| 4.2 | Профили плотности и температуры, используемые в качестве | |
| | начальных для двумерного моделирования AT2018cow кодом FRONT. | 79 |
| 4.3 | Болометрических кривые блеска, рассчитанные с помощью кода | |
| | STELLA (штрих-пунктирная линия) и кода FRONT (сплошная | |
| | линия). Наблюдаемые значения для болометрики изображены | |
| | треугольниками, а для рентгена (в интервале 0.3 – 10 кэВ) — | |
| | квадратами. Данные взяты из статьи [66] | 79 |
| 4.4 | Профили плотности и температуры вещества на различные | |
| | моменты времени в двумерном расчете кодом FRONT сценария с | |
| | наличием экваториального диска для AT2018cow | 81 |
| 4.5 | Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения | |
| | на момент времени $t=5$ дней при непрозрачности $\kappa=0.2~{ m cm}^2/{ m r}$ | 83 |
| 4.6 | Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения | |
| | на момент времени $t=10$ дней при непрозрачности $\kappa=0.2~{ m cm}^2/{ m r.}$. | 84 |
| 4.7 | Карты фотосферных температур для различных углов наблюдения | |
| | на момент времени $t=5$ дней при непрозрачности $\kappa=0.02~{ m cm}^2/{ m r.}$. | 85 |

| 4.8 | Спектр черного тела (в условных единицах) при различных температурах вещества. Вертикальными линиями обозначен диапазон энергий 0.3 – 10 кэВ. | 86 |
|-----|---|----------|
| 5.1 | Кривая блеска, вычисленная на основе модели, учитывающей пять наиболее важных цепочек радиоактивного распада, при стандартных значениях масс изотопов. Также изображен вклад | |
| 5.2 | отдельных цепочек, начинающихся с указанного изотопа | 89 |
| | основе модели с тремя изменяемыми параметрами и реальных масс различных изотопов. Начальная база данных включает в себя N. — 1000 алицойник крирцу блоско | 00 |
| 5.3 | Паравнение предсказанных кривых олеска | 90 |
| 5.4 | $N_2 = 10000$ случайных кривых блеска | 92 |
| | основе модели с пятью изменяемыми параметрами и реальных масс различных изотопов. Начальная база данных включает в себя | |
| 5.5 | N₂ = 10000 случайных кривых блеска. Сравнение предсказанных с помощью инструментов CatBoost на основе модели с тремя изменяемыми параметрами и реальных масс различных изотопов. Начальная база данных включает в себя N₂ = 10000 случайных кривых блеска. В каждое из значений светимости в тестовой выборке внесена случайная ошибка с максимальным отклонением в 5%. | 96 97 |
| A.1 | Спектральная плотность энергии излучения на расстояния 0.04 см от горячей области на момент времени $t = 10^{-10}$ с. Аналитическое решение изображено сплошной линией, а результаты расчета кодом | |
| A.2 | FRONT — крестиками. С Спектральные значения полной непрозрачности смеси Н ($X_{\rm H} = 0.3$) и Не ($X_{\rm He} = 0.7$) для двух типовых значений пар плотности и температуры. Расчеты с помощью модуля кода FRONT. Также | 128 |
| | приводены данные этос-туламосской пациональной лаоораторий (ПА). | 104 |

124

- А.3 Спектральные значения полной непрозрачности смеси С (X_C = 0.5)
 и О (X_O = 0.5) для двух типовых значений пар плотности и температуры. Расчеты с помощью модуля кода FRONT. Также приведены данные Лос-Аламосской национальной лаборатории (LA). 133
- А.4 Спектральные значения полной непрозрачности смеси Н
 (X_H = 0.3), Не (X_{He} = 0.69) и Fe (X_{Fe} = 0.01) для двух типовых значений пар плотности и температуры. Расчеты с помощью текущей версии модуля кода FRONT, а также с использованием формулы Крамерса для учета фотоионизации (К). Также приведены данные Лос-Аламосской национальной лаборатории (LA). 135

Приложение А

Развитие многогрупповой версии модуля переноса излучения кода FRONT

Для получения многогрупповых уравнений переноса излучения можно проинтегрировать уравнения (2.1) и (2.2) по частоте от \mathbf{v}_1 до \mathbf{v}_2 в пределах одной группы (а не от 0 до ∞ , как при выводе одногрупповых уравнений), учитывая, что коэффициенты поглощения и рассеяния в пределах отдельной конкретной группе не зависят от частоты и равняются $\mathbf{\kappa}_{gr}$ и $\mathbf{\sigma}_{gr}$ соответственно. При этом в текущей реализации пренебрегается членами $\partial_j v_i \partial_{\mathbf{v}} (\mathbf{v} P_{\mathbf{v}ij})$ и $\partial_k v_j \partial_{\mathbf{v}} (\mathbf{v} Q_{\mathbf{v}ijk})$, описывающими переход энергии между группами за счет доплеровского смещения:

$$\partial_t U_{gr} + \partial_i \left(F_{gr,i} + v_i U_{gr} \right) + P_{gr,ij} \partial_j v_i = -c G_{gr}^0, \tag{A.1}$$

$$\partial_t F_{gr,i} + \partial_j \left(c^2 P_{gr,ij} + v_j F_{gr,i} \right) + F_{gr,j} \partial_i v_j = -c^2 G_{gr,i}, \tag{A.2}$$

$$G_{gr}^0 = k_{gr} \left(U_{gr} - U_{gr}^{pl} \right), \tag{A.3}$$

$$G_{gr,i} = (\kappa_{gr} + \sigma_{gr}) \frac{F_{gr,i}}{c}, \qquad (A.4)$$

где $U_{gr}^{pl} = \int_{\mathbf{v}_1}^{\mathbf{v}_2} U_{\mathbf{v}}^{pl} d\mathbf{v}$. При это полные значения плотности энергии и потока излучения являются суммой всех групповых, а значение тензора давления излучения для каждой конкретной группы вычисляется помощью М1-приближения, как и для одногруппового варианта реализации: [90; 91]:

$$P_{gr,ij} = D_{ij}U_{gr},\tag{A.5}$$

$$D_{ij} = \frac{1-\xi}{2}\delta_{ij} + \frac{3\xi - 1}{2}n_i n_j,$$
(A.6)

$$\xi = \frac{3 + 4f^2}{5 + 2\sqrt{4 - 3f^2}}, \qquad f = \frac{|F_{gr}|}{cU_{gr}}, \qquad n_i = \frac{F_{gr,i}}{|F_{gr}|}.$$
 (A.7)

Уравнения (А.1) и (А.2) объединены с уравнениями гидродинамики следующим образом [94]:

$$\partial_t \mathbf{\rho} + \partial_i \left(\mathbf{\rho} v_i \right) = 0, \tag{A.8}$$

$$\partial_t \left(\rho v_i \right) + \partial_j \left(\rho v_i v_j + p \delta_{ij} \right) = \sum_{groups} G_{gr,i}, \tag{A.9}$$

$$\partial_t \left(\rho e + \rho \frac{v^2}{2} \right) + \partial_i \left(\left(\rho e + \rho \frac{v^2}{2} + p \right) v_i \right) = \sum_{groups} \left[cG_{gr}^0 + v_i G_{gr,i} \right], \quad (A.10)$$

где ρ, p, e — плотность, давление и удельная внутренняя энергия вещества, а δ_{ij} — дельта-символ Кронекера.

Численная реализации многогруппового модуля в описанном приближении практически полностью аналогична используемой для одногруппового случая (каждая отдельная группа рассматривается независимо друг от друга).

А.1 Тест излучения горячей области

Моделирование многогруппового переноса излучения прежде всего будет играть существенную роль в задачах, в которых спектр излучения существенно отличается от планковского. Для тестирования возможности кода FRONT учитывать такой режим было рассмотрено излучение от горячей области, с температурой 1500 эВ, в холодную, с температурой 50 эВ. Учитывалось 60 групп по энергии от 0.5 эВ до 306 кэВ, разделенных равномерно по логарифмической шкале. Использовалась модель непрозрачности с чистым поглощением, коэффициент которого зависит от частоты следующим образом: $\kappa_{\rm v} = 2 \times 10^{13} (1 \text{ eV}/\text{v})^3$, где характерная для группы частота ν (частота в центральной точке группы) измеряется в эВ. Среда остается неподвижной во время всего времени моделирования. В таком случае, можно получить аналитический вид спектра на некотором расстоянии от горячей области при предположении бесконечной теплоемкости газа [158], результаты сравнения с которым представлены на рисунке A.1.

Численное решение хорошо согласуется с аналитическим, при этом явно видно, что спектр является двухпиковым, т.е. существенно нетепловым. Схожим спектром будет обладать, в частности, излучение от AT2018cow, однако для более корректного его моделирования необходим учет взаимодействия между группами.



Рисунок А.1 — Спектральная плотность энергии излучения на расстояния 0.04 см от горячей области на момент времени $t = 10^{-10}$ с. Аналитическое решение изображено сплошной линией, а результаты расчета кодом FRONT — крестиками.

A.2 Развитие модуля расчета непрозрачности в коде FRONT

Для многогрупповых расчетов необходимо также знать непрозрачность среды для различных частот фотонов. Именно поэтому в коде FRONT также развивается модуль, позволяющий вычислять пробеги фотонов напрямую в самом коде, а не с использованием готовых таблиц непрозрачности.

Текущая реализация модуля использует физическую модель, которая включает в себя учет свободно-свободных, свободно-связанных электронных переходов, а также рассеяния на свободных электронах. Для учета описанных процессов необходимо знать X_i — массовые доли ионов каждого из элементов. Оно находится в предположении равновесия по Саха. При этом концентрация каждого из ионов n_i , а также общая концентрация электронов n_e :

$$n_i = \frac{\rho X_i}{m_u A_i}, \quad n_e = \sum_{\text{ions}} Z_i n_i, \tag{A.11}$$

где A_i и Z_i — относительный атомный вес и заряд иона, ρ — плотность среды, а $m_{\rm u}$ — атомная единица массы. Такой подход позволяет также найти давление

pи удельную энергию e при известной плотности ρ и температуре среды T:

$$p = \left(n_e + \sum_{\text{ions}} n_i\right) k_B T = \left(\sum_{\text{ions}} \frac{Z_i X_i}{A_i} + \sum_{\text{ions}} \frac{X_i}{A_i}\right) \frac{\rho k_B T}{m_u}, \quad (A.12)$$

$$e = \frac{3}{2} \left(\sum_{\text{ions}} \frac{Z_i X_i}{A_i} + \sum_{\text{ions}} \frac{X_i}{A_i} \right) \frac{k_B T}{m_u}, \tag{A.13}$$

где k_B — постоянная Больцмана. Стоит отметить, что подобная методика, применяемая в коде FRONT, позволяет учитывать уравнение состояния вещества и пробеги в среде согласованно.

Теперь можно перейти к описанию используемой модели непрозрачности. Для учета свободно-свободных переходов используется формула Крамерса [114]:

$$\kappa_{\nu}^{(\text{ff})} = \frac{4}{3} \left(\frac{2\pi}{3m_e k_B T} \right)^{1/2} \frac{h^2 e_0^6}{m_e c (h\nu)^3} \sum_{\text{ions}} Z_i^2 n_i n_e, \qquad (A.14)$$

где m_e и e_0 — масса и заряд электрона соответственно, h — постоянная Планка, c — скорость света, а \mathbf{v} — частота фотона. Такой механизм тормозного поглощения имеет определяющий вклад в общий коэффициент поглощения при высоких температурах, когда среда практически полностью ионизованна.

Когда температура падает, и среда перестает быть полностью ионизованной, начинают играть роль процессы фотоионизации, при которых ион поглощает квант излучения с переходом электрона в непрерывный спектр. Для расчета общей непрозрачности в таком случае необходимо учесть для каждого иона различные возбужденные состояния *n*:

$$\kappa_{\nu}^{(\mathrm{bf})} = \sum_{\mathrm{ions}} \sum_{n=1}^{n=n_{\mathrm{max}}} n_{i,n} \sigma_{\nu n}, \qquad (A.15)$$

где $\sigma_{\nu n}$ — сечение поглощения ионом, находящемся в состоянии n, кванта частотой ν . Из-за низкой вероятности нахождения иона в состоянии с высокими значениями n на практике сумма считается до некоторого максимального n_{\max} (в текущем варианте модуля расчета непрозрачности $n_{\max} = 10$). Для расчета населенности n уровня каждого из ионов используется формула Больцмана [114]:

$$n_{i,n} = n_i \frac{1}{\mathcal{Z}} \frac{g_n}{g_1} \exp\left\{-\frac{I_i}{k_B T_e} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\right\},\tag{A.16}$$

где I_i — энергия ионизация для рассматриваемого иона, $g_n = 2n^2$ — статистический вес, а \mathcal{Z} — сумма необходимая для нормировки вероятности нахождения в каждом из состояний:

$$\mathcal{Z} = \sum_{n=1}^{n=n_{\text{max}}} \frac{g_n}{g_1} \exp\left\{-\frac{I_i}{k_B T_e} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\right\}.$$
(A.17)

Необходимо отметить, что в текущем варианте модуля используются значения ионизационной энергии по данным Национального института стандартов и технологий [159], в отличии от более грубого приближения для водородоподобных атомов, используемого в [114], когда $I_i^{\rm H} = I_H(Z')^2$, где I_H — потенциал ионизации атома водорода, а Z' = Z + 1 — заряд остатка (для иона с зарядом Z).

Одним из главных вопросов при учете фотоионизации является вычисление сечения $\sigma_{\nu n}$. Для его нахождения можно использовать формулу Крамерса для водородоподобных атомов [114]:

$$\sigma_{\nu n} = K \frac{n}{(Z')^2} \left(\frac{\nu_n}{\nu}\right)^3,\tag{A.18}$$

$$K = \frac{64\pi^4}{3\sqrt{3}} \frac{e^{10}m_e}{h^3 c I_H^3}, \quad \mathbf{v}_n = \frac{1}{h} \frac{I_i}{n^2}, \tag{A.19}$$

причем в общей сумме (А.15) учитывается вклад лишь тех сечений, для которых $\mathbf{v} \geq \mathbf{v}_n$. Это объясняется тем, что фотон должен иметь по крайней мере энергию, соответствующую частоте \mathbf{v}_n , для отрыва электрона от иона в состоянии *n*. Тем не менее, такое приближение может оказаться несколько грубым, например, для элементов с большим зарядовым числом. Именно поэтому в текущем варианте модуля для вычисления $\sigma_{\mathbf{v}n}$ используется гладкая полуаналитическая аппроксимация [160] результатов, полученных с помощью более точного метода вычисления сечений с использованием R-матриц [161].

При больших степенях ионизации вещества также необходимо учитывать рассеяние на свободных электронах. В текущем варианте модуля учитывается Томпсоновское рассеяние, при котором коэффициент рассеяния одинаковый при любых частотах фотонов:

$$\kappa_{\nu}^{(\text{es})} = C_T \rho \sum_{\text{ions}} \frac{Z_i X_i}{A_i},\tag{A.20}$$

где $C_T pprox 0.4 \ \mathrm{cm}^2/\mathrm{r}.$

Итого, суммарный коэффициент непрозрачности κ_{ν} :

$$\kappa_{\nu} = \left(\kappa_{\nu}^{(\text{ff})} + \kappa_{\nu}^{(\text{bf})}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{k_BT}\right)\right) + \kappa_{\nu}^{(\text{es})}, \qquad (A.21)$$

где множитель в скобках при $\kappa_{\nu}^{(\mathrm{ff})}$ и $\kappa_{\nu}^{(\mathrm{bf})}$ описывает исправление на вынужденное излучение.

Для тестирования модуля было проведено сравнение непрозрачностей различных смесей элементов при двух типовых парах значений плотности и температуры: $\rho = 10^{-11} \text{ г/см}^3$, T = 20 эВ и $\rho = 10^{-13} \text{ г/см}^3$, T = 1 эВ. В качестве эталонных использовались данные Лос-Аламосской национальной лаборатории [162]. Результаты сравнения для смеси Н ($X_{\rm H} = 0.3$) и Не ($X_{\rm He} = 0.7$) представлены на рисунке А.2.

При высоких температурах смесь Н и Не является полностью ионизованной и доминирующим процессом в полной непрозрачности является рассеяние на свободных электронах. Непрозрачность, рассчитанная с помощью модуля кода FRONT находится в хорошем согласии с данными Лос-Аламосской национальной лаборатории. Поскольку непрозрачность от рассеяния в используемой модели напрямую зависит от числа электронов в системе, то хорошее согласие с эталонными данными также указывает на корректность расчета ионизационного состояния. Некоторое отклонение для низкоэнергетичных квантов связано с использованием в модуле кода FRONT простой формулы для учета свободно-свободных процессов. Для получения более точного значения необходимо учитывать квантово-механические поправки. Тем не менее, это различие проявляется при энергиях квантов, которые не играют определяющей роли в общей динамике поля излучения. При уменьшении температуры начинают сказываться процессы фотоионизации — это проявляется в характерном пилообразном поведении непрозрачности в области высоких значений энергии фотонов. Также начинает проявляться роль линий, которые соответствуют связанно-связанным электронным переходам. Однако, для рассматриваемой смеси их роль мала, поэтому для расчетов непрозрачности подобных смесей можно пользоваться физической моделью без их учета. Тем не менее, для элементов с большим зарядовым числом роль линий становится все сильнее. На рисунке А.3 представлены результаты сравнения для смеси С ($X_{\rm C} = 0.5$) и О ($X_{\rm O} = 0.5$).

При высоких температурах непрозрачность смеси С и О все еще неплохо описывается моделью без учета связанно-связанных электронных переходов значения, полученные с помощью модуля кода FRONT, хорошо согласуются с данными Лос-Аламосса. При более низкой температуре вклад линий становится значительней. В реальности же практически всегда в смеси есть элементы с еще большим зарядовым числом. Даже небольшая их массовая доля может



Рисунок А.2 — Спектральные значения полной непрозрачности смеси Н (X_H = 0.3) и Не (X_{He} = 0.7) для двух типовых значений пар плотности и температуры. Расчеты с помощью модуля кода FRONT. Также приведены данные Лос-Аламосской национальной лаборатории (LA).

значительно изменить картину непрозрачности как за счет линий, так и за счет процессов фотоионизации. На рисунке A.4 представлены результаты сравнения для смеси H ($X_{\rm H} = 0.3$), He ($X_{\rm He} = 0.69$) и Fe ($X_{\rm Fe} = 0.01$).

При высоких температурах картина непрозрачности для смеси с Fe сильно отличается от простой смеси H и He за счет процессов фотоионизации железа



Рисунок А.3 — Спектральные значения полной непрозрачности смеси С (X_C = 0.5) и О (X_O = 0.5) для двух типовых значений пар плотности и температуры. Расчеты с помощью модуля кода FRONT. Также приведены данные Лос-Ала-мосской национальной лаборатории (LA).

и его линий. Также хорошо видно, что использование формулы Крамерса [114] для нахождения сечений свободно-связанных переходов в железе приводит к сильному занижению непрозрачности в области высокоэнергетичных квантов. Если использовать полуаналитические аппроксимационные формулы [160], реализованные в текущей версии модуля FRONT, то результат будет находится в

133

хорошем согласии с эталонными данными Лос-Аламосской национальной лаборатории. С уменьшением температуры вклад линий в непрозрачности смеси с наличием Fe становится еще сильнее.

Итого, проведенное тестирование модуля расчета непрозрачности кода FRONT показало, что в целом для большинства энергий фотонов значения находится в хорошем согласии с эталонными данными Лос-Аламосса. Тем не менее, для более корректного описания поведения непрозрачности на большем интервале энергий фотонов необходим учет связанно-связанных электронных переходов.



Рисунок А.4 — Спектральные значения полной непрозрачности смеси H ($X_{\rm H} = 0.3$), He ($X_{\rm He} = 0.69$) и Fe ($X_{\rm Fe} = 0.01$) для двух типовых значений пар плотности и температуры. Расчеты с помощью текущей версии модуля кода FRONT, а также с использованием формулы Крамерса для учета фотоионизации (K). Также приведены данные Лос-Аламосской национальной лаборатории (LA).

Приложение Б

Исследование сильного масштабирования кода FRONT

В коде FRONT используется схема параллельности с использованием MPI, при которой счетная область разбивается на N областей. Каждая из областей считается в своем MPI-процессе с использованием одинакового алгоритма, а для синхронизации между различными процессами используются дополнительные ячейки по периметру этой области. Число расчетных ячеек падает с уменьшением области быстрее, чем число ячеек синхронизации, поэтому наступает момент, когда их числа становятся сравнимыми. Это приводит к уменьшению параллельной эффективности.

Было проведено исследование сильного масштабирования кода FRONT, т.е. исследование зависимости изменения времени счета фиксированной задачи от числа используемых процессов. Исследовались отдельно как модуль переноса излучения в сопутствующей системе, так и реализация радиационно-гидродинамической модели. Для первого исследования использовался двумерный тест рассеяния излучения на сетке 1024^2 , а для второго — двумерное моделирование сверхновой SN2009ip на сетке аналогичного разрешения. Рассматривалась зависимость отношения времени расчета на 1 процессе к времени на N процессах в зависимости от их числа. При идеальном сильном масштабировании увеличение числа процессов в определенное число раз должно приводит к пропорциональному падению времени счета. Результаты представлены на рисунке Б.1.

Хорошо видно, что, пока размер области, получающейся при разбитии на *N* процессов достаточно большой, сильное масштабирование близко к идеальному. При использовании 256 процессов размер каждой из таких областей равняется 64×64 ячеек и эффективность параллельного счета падает за счет необходимости использования сравнимого количества ячеек синхронизации. Дальнейшее увеличение числа процессов выглядит нецелесообразным. Также видно, что параллельная эффективность отдельного радиационного модуля оказывается несколько выше, чем для полного радиационно-гидродинамического расчета. Полученный результат важен при планировании расчетов задач, требующих большое число вычислительных ресурсов.



Рисунок Б.1 — Зависимость отношения времени расчета фиксированной задачи на 1 процессе к времени на N процессах в зависимости от их числа для кода FRONT с использованием только модуля переноса излучения в сопутствующей системе (синие линии) и полного радиационно-гидродинамического расчета (черные линии). Зависимость, соответствующая идеальному сильному масштабированию, изображена красным цветом.