

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт
астрономии Российской академии наук

На правах рукописи

Сичевский Сергей Григорьевич

**Межзвёздное поглощение и характеристики звёзд:
использование больших обзоров неба**

Специальность 01.03.02 —
Астрофизика и звёздная астрономия

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, доцент
Малков Олег Юрьевич

Москва — 2021

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Оценка характеристик звезд на основе эволюционных расчетов	17
1.1 Оценка радиуса звезды по ее эффективной температуре и ускорению силы тяжести	19
1.2 Оценка радиуса с учетом эффектов звездной эволюции	27
1.3 SPI — инструмент для определения характеристик звезд	36
1.4 Оценка характеристик звезд обзора LAMOST	50
1.5 Заключение	53
Глава 2. Оценка характеристик звезд по многоцветной фотометрии	57
2.1 Некоторые аспекты разделения звезд по их характеристикам на основе многоцветной фотометрии	57
2.2 Применимость многоцветных фотометрических наблюдений для определения характеристик звезд	63
2.3 Оценка спектрального типа по WBVR фотометрии	75
2.4 Оценка характеристик звезд по SDSS и 2MASS фотометрии	82
2.5 Заключение	88
Глава 3. Большие фотометрические обзоры неба и вычисление блеска звезды	91
3.1 Большие многоцветные фотометрические обзоры неба	91
3.1.1 Блеск звезды	92
3.1.2 Системы звездных величин	96
3.1.3 GALEX, Gaia, SDSS, Pan-STARRS, IPHAS и 2MASS	97
3.2 Вычисление блеска звезды на основе моделей звездных атмосфер	104
3.2.1 Учет межзвездного поглощения	104
3.2.2 Вычисление блеска звезды	109
3.3 Заключение	116

Глава 4. Оценка межзвездного поглощения по многоцветной фотометрии и априорным данным	117
4.1 Байесовский подход к оценке характеристик звезд и закона межзвездного поглощения по многоцветной фотометрии	118
4.1.1 Теоретико-вероятностная модель	119
4.1.2 Проверка модели	127
4.2 Байесовский подход к созданию трехмерной карты межзвездного поглощения в Галактике	132
4.2.1 Теоретико-вероятностная модель	133
4.2.2 Проверка модели	139
4.2.3 Зависимость поглощения от расстояния для нескольких направлений на небе	152
4.3 Заключение	155
Заключение	158
Список литературы	162
Список рисунков	170
Список таблиц	179
Приложение А. Выборка звезд для первого направления	180
Приложение Б. Выборка звезд для второго направления	186
Приложение В. Выборка звезд для третьего направления	192

Введение

Галактика Млечный Путь — единственная галактика, которую можно наблюдать в мельчайших деталях, но большая часть плоскости Галактики закрыта межзвездной пылью, которая является частью межзвездной среды — вещества и поля, заполняющих межзвездное пространство. Пылевые облака составляют малую часть межзвездной среды — всего около 1 % по массе, однако существенно ослабляют проходящее сквозь них излучение. Суммарный эффект ослабления излучения обусловлен рассеянием и поглощением на пылевых частицах межзвездной среды: межзвездная пыль поглощает и рассеивает излучение в УФ, оптической и ближней ИК областях спектра, переизлучая его в средний и дальний ИК. Характерной особенностью межзвездного поглощения является его зависимость от длины волны, которая получила название «кривая межзвездного поглощения». Кривые содержат данные для понимания природы и размера пылинок и обладают несколькими спектральными особенностями, отражающими их конкретные свойства. Наиболее характерной особенностью является широкий пик в УФ-диапазоне с максимумом на длине волны 2175 ангстрем. Данный пик традиционно приписывается пылевым частицам графита, хотя в практике также рассматривались и другие углеродсодержащие соединения. Хотя масса пылевых частиц составляет небольшую часть от массы межзвездной среды, им отводится ключевая роль в ее химическом и энергетическом балансе.

Загадка происхождения межзвездной пыли на сегодняшний день полностью не решена. Считается, что определенная доля пылинок образуется в холодных атмосферах красных гигантов и сверхгигантов, а также в планетарных туманностях, где температура и давление способствуют конденсации углеродистых соединений и силикатов. Новообразованные частицы затем выбрасываются в межзвездное пространство давлением излучения звезды. С другой стороны, теоретические оценки показывают, что ударные волны, обусловленные взрывами сверхновых звезд, уничтожают пылевые частицы с большей скоростью, чем скорость закачки пылинок из атмосфер холодных звезд. Поэтому, кроме звезд, необходимы другие источники для поддержания наблюдаемого количества пылевых частиц. Знание пространственного распределения межзвездной пыли имеет решающее значение для УФ и оптической астрономии, где пыль является поглощающей преградой, внегалактической

астрономии и космологии, где она является излучающим фоном, и для звездообразования, где сама межзвездная пыль выступает объектом исследования.

Детальные исследования звездных популяций и пространственных структур в Галактике требуют поправок за поглощение и покраснение из-за влияния межзвездной пыли. Так, галактическая плоскость, содержащая большую часть звездного населения, является областью, в которой излучение звезд наиболее сильно ослаблено межзвездной пылью. Но пыль — это не только проблема для астрономов. Распределение межзвездной пыли имеет тенденцию к повторению распределения межзвездного газа, поэтому детальная карта пространственного распределения пыли помогла бы в понимании процессов, формирующих Галактику: от звездообразования до сверхновых звезд и звездных ветров, формирующих межзвездную среду нашей Галактики.

Межзвездное поглощение из-за пылевых частиц изменяет распределение энергии в спектре звезды так, что это приводит к покраснению наблюдаемого блеска звезды. Это обуславливает взаимосвязанность процесса исследования звезд и межзвездного поглощения. Однако измерить спектр звезды с достаточно высокой точностью непросто. В связи с этим для исследования излучения звезд обычно применяют многополосную (многоцветную) фотометрию, то есть измерение потока излучения в определенных спектральных диапазонах (полосах). В многополосных фотометрических обзорах (GALEX, Gaia, Pan-STARRS, SDSS, IPHAS, 2MASS) накоплены результаты наблюдений миллионов звезд, и неявным образом содержится информация о межзвездной среде. В связи с этим создание на основе фотометрических наблюдений с использованием априорных данных трехмерной карты межзвездного поглощения и распределения пыли в Галактике, используя теоретико-вероятностный подход, является актуальной задачей. Теоретико-вероятностный подход позволяет использовать любые предварительные знания: область возможных значений оцениваемых характеристик или степень доверия к тому, что некоторые их оценки более реалистичны, чем другие. В частности, такой подход позволяет не применять усредненный по всем направлениям в Галактике закон межзвездного поглощения, а варьировать его в области вероятных значений R_V .

До недавнего времени абсолютные спектрофотометрические измерения производились с земной поверхности в ограниченном спектральном интервале, причем применявшаяся аппаратура, как правило, обладала невысокой проникающей способностью. Поэтому речь шла о близких и ярких объектах, и зачастую

достаточно было использовать средний закон межзвездного поглощения, полученный еще Уитфордом в 1958 году [1]. Для многих целей указанная поправка обеспечивала достаточную точность.

С развитием фотоприемной аппаратуры и освоением новых спектральных диапазонов появилась необходимость получения достаточно простого способа учета межзвездного поглощения в широком диапазоне — от вакуумного УФ до далекой ИК области.

Построить карту распределения межзвездной пыли можно, исследуя излучение, проходящее через пылевые облака, а также измеряя собственное излучение пыли, которое в дальнем ИК особенно чувствительно к плотности пылевого облака, его температуре и распределению пылинок по размеру. Моделируя эти характеристики, возможно получить карту колонковой плотности межзвездной пыли, которая затем может быть преобразована в поглощение или в покраснение путем применения соответствующей калибровки. Подобные методы, основанные на исследовании собственного излучения пыли, позволяют построить карту углового распределения пыли, но не ее распределения по расстоянию. В 1982 году по наблюдению межзвездного водорода были получены и опубликованы карты распределения поглощающей материи для галактических широт $|b| > 10^\circ$ [2]. Позже, в 1998 году, Шлегель составил широко применяемую карту галактического покраснения, используя DIRBE и IRAS карту дальнего ИК для моделирования колонковой плотности межзвездной пыли и температуры [3]. В своей работе Пик и Грайвс [4] использовали галактики в качестве стандартного источника с известным цветом, чтобы внести поправки в карту, составленную Шлегелем в 1998 году. Однако такие карты обладают ограничениями: отсутствием зависимости поглощения от расстояния, невозможностью оценки поглощения для близких объектов и объектов в плоскости Галактики. Кроме того, для двумерных (плоских) карт, построенных на основе наблюдения собственного излучения пыли, возможны систематические ошибки при переходе от излучения пыли к поглощению.

Второй класс карт межзвездной пыли основан на исследовании покраснения наблюдаемых источников излучения, распределенных по небу. Лада и др. в работе [5] сравнивали средние значения показателя цвета $H - K_s$ и количество звезд в заданных и контрольных областях на небе, чтобы построить двумерную карту межзвездного покраснения.

Поскольку звезды распределены по всей Галактике, их можно использовать для отслеживания распределения межзвездной пыли в трех измерениях. Для этого небесную сферу разбивают на отдельные небольшие области, а затем определяют покраснение звезд как функцию расстояния для каждой области. Особенность указанного подхода заключается в необходимости одновременного определения спектрального типа звезд (и, следовательно, истинных показателей цвета и светимости), расстояния и покраснения только на основе фотометрии.

Маршаллом и др. [6] был разработан метод, который последовательно улучшает оценки расстояния и покраснения по звездам, отошедшим от главной последовательности, обновляя с каждой итерацией зависимость покраснения от расстояния так, чтобы истинные показатели цвета звезд соответствовали тем, которые предсказаны Безансонской моделью Галактики [7]. Маршалл и др. применили этот метод и на основе данных обзора 2MASS создали трехмерную карту покраснения в плоскости Галактики, охватывающую расстояние в несколько килопарсек. Сале и др. в работе [8] на основе данных обзора IPHAS выполнили исследование распределения межзвездного поглощения вдоль луча зрения в галактической плоскости.

Клочковатая структура межзвездной среды обуславливает большую трудоемкость при выяснении распределения поглощающего вещества на луче зрения. Поэтому, несмотря на то что изучению распределения поглощающего вещества в Галактике посвящены сотни статей, работа до сих пор далека до завершения.

Целью данной работы является решение важной с практической точки зрения задачи: создание способа построения трехмерной карты межзвездного поглощения в Галактике на основе байесовского вероятностного подхода к оценке характеристик звезд и закона межзвездного поглощения на основе фотометрических наблюдений с использованием априорных знаний.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Исследовать возможность вычисления интервальных и точечных оценок радиуса звезды по ее температуре и поверхностному ускорению на основе результатов расчетов теории строения звезд и их эволюции.
2. Разработать способ, позволяющий за приемлемое время выполнять массовый поиск наиболее вероятных интервальных и точечных оценок

- характеристик (радиус, масса, светимость) звезд по значениям их температуры и поверхностного ускорения, используя результаты расчетов теории строения звезд и их эволюции.
3. Исследовать возможность определения физических условий в атмосфере звезды по многоцветным фотометрическим наблюдениям, изначально не оптимизированным для решения такой задачи.
 4. Исследовать особенности фотометрических систем обзоров (основные обзоры: GALEX, SDSS, Pan-STARRS, Gaia, 2MASS, IPHAS) для вычисления блеска звезды с учетом межзвездного поглощения на основе моделей звездных атмосфер.
 5. Разработать способ вычисления блеска звезды с учетом межзвездного поглощения, позволяющий сократить время поиска оптимальной оценки характеристик звезд и межзвездного поглощения.
 6. Исследовать возможность применения байесовского подхода к оценке характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения по широкополосным многоцветным фотометрическим наблюдениям.
 7. Разработать способ оценки межзвездного поглощения по многоцветной фотометрии звезд и априорному знанию их характеристик.
 8. Исследовать возможность применения байесовского подхода к созданию способа построения пространственной карты межзвездного поглощения в Галактике.
 9. Разработать способ исследования зависимости межзвездного поглощения от расстояния по многоцветной фотометрии звезд и априорному знанию их характеристик и вида зависимости поглощения от расстояния.
 10. Вычислить зависимость межзвездного поглощения от расстояния для выбранных направлений, используя многоцветную фотометрию звезд и априорные данные: значения температуры, поверхностного ускорения из LAMOST, значения параллакса из Gaia и ограничение в виде не убывания поглощения с увеличением расстояния.
 11. Сравнить вычисленные зависимости межзвездного поглощения от расстояния с существующими оценками максимального покраснения в Галактике.

Научная новизна:

1. Разработан эффективный способ оценок радиуса, массы, светимости звезд по значениям их температуры, ускорению силы тяжести и металличности. Способ основан на анализе эволюционных треков звезд; применение эволюционных расчетов звезд двух типов — с учетом и без учета вращения звезды — позволяет учесть неопределенность, связанную с отсутствием данных о скорости вращения исследуемых звезд. В отличие от методов других авторов этот метод свободен от предположений о геометрическом подобии эволюционных треков.
2. Разработан новый способ оценки межзвездного поглощения по многоцветной фотометрии звезд и априорному знанию их характеристик и вида зависимости поглощения от расстояния, который позволяет совместно использовать многоцветную фотометрию из обзоров разных диапазонов длин волн (основные обзоры: GALEX, SDSS, Pan-STARRS, Gaia, 2MASS, IPHAS), что приводит к уменьшению неопределенности оценки поглощения.
3. Не используется обычное упрощение — использование усредненного закона межзвездного поглощения, так как хорошо известно, что значение параметра R_V может меняться в больших пределах, и, следовательно, использование усредненного закона межзвездного поглощения может привести к непредсказуемым ошибкам в значениях определяемых характеристик звезд и межзвездной среды. Поэтому в отличие от работ, в которых принимается $R_V = 3.1$, в проводимом исследовании его значение не фиксируется, а допускается изменение в широком диапазоне.
4. Впервые определена зависимость межзвездного поглощения от расстояния для двух областей, используя многоцветную фотометрию звезд (Pan-STARRS, Gaia, 2MASS) и априорные данные: значения температуры, ускорения силы тяжести из LAMOST и значения параллакса из Gaia.

Практическая значимость работы заключается в том, что знание межзвездного поглощения важно в астрономических исследованиях на разных масштабах, от внегалактической астрономии, где требуется учитывать вклад поглощения всей Галактики вдоль луча зрения, и исследований структуры Галактики, в которых корректность определения поглощения связана с точностью шкалы расстояний, до исследований звезд, где она обуславливает правильность оценки энерговыделения, и поиска экзопланет, в котором межзвездное

поглощение — один из факторов, накладывающих ограничения на вероятность обнаружения таких объектов. Кроме того, знание межзвездного поглощения может быть использовано для изучения уже найденных экзопланет и их связи с родительскими звездами, а исследования экзопланет являются наиболее актуальным и востребованным направлением современной астрономии и астрофизики.

Результаты диссертационного исследования могут быть применены в построении трехмерной карты межзвездного поглощения в Галактике, угловая детализация которой будет определяться только возможностью разбиения небесной сферы на неравные области, зависимость поглощения от расстояния в которых считается одинаковой для всех звезд. При этом допустимо, чтобы в каждой такой области содержалось небольшое количество звезд — порядка десятка штук. В зависимости от детализации карта может быть полезной для выделения пространственных структур в Галактике — струи, спиральные рукава и т.п., а также может позволить определить систематические ошибки в двумерных картах, построенных на основе наблюдения собственного излучения пыли.

В ближайшее время угловое разрешение будет ограничиваться спектроскопическими обзорами. При этом доступные данные из современных спектроскопических обзоров (LAMOST, RAVE) обеспечивают достаточное (один-два десятка) количество звезд для получения зависимости поглощения от расстояния в областях неба размером $\sim 10'$, что заметно превышает разрешение (градусы), используемое в современных трехмерных картах межзвездного поглощения, особенно для высоких и средних галактических широт.

Методология и методы исследования. Современные теории звездных атмосфер, строения и эволюции звезд позволяют оценивать то, как должны излучать звезды. Межзвездные пылевые облака изменяют проходящее сквозь них излучение звезд. Таким образом, каждая звезда является инструментом, который позволяет изучить пылевую среду между наблюдателем и звездой. Определение межзвездного поглощения между наблюдателем и миллионами звезд по всему небу позволит построить карту пространственного распределения межзвездного поглощения в Галактике. При этом, чем больше наблюдений звезд доступно, тем более детальную карту можно построить.

Определить межзвездное поглощение, как и характеристики звезды, можно по анализу ее спектра. Однако измерить спектр с достаточно высокой

точностью непросто — необходимо использовать телескоп с большой апертурой, или наблюдаемый объект должен быть достаточно ярким. По этой причине для исследования распределения энергии в спектре звезд обычно применяют фотометрию — измерение потока излучения в определенных участках спектра (полосах). Современные фотометрические каталоги содержат результаты наблюдений сотен миллионов объектов. Так, в обзоре 2MASS — JHKs фотометрия $\sim 5 \cdot 10^8$ точечных источников, в Pan-STARRS — grizy фотометрия $\sim 8 \cdot 10^8$ источников, в SDSS — ugriz фотометрия $\sim 3 \cdot 10^8$ источников и в IPHAS — $H_{\alpha}gi$ фотометрия $2 \cdot 10^8$ источников.

С другой стороны, недавно появились спектроскопические обзоры SEGUE (содержит около $2 \cdot 10^5$ спектров), и LEGUE (содержит более 10^6 спектров). Для звезд, входящих в эти обзоры, определены значения параметров их атмосфер (эффективная температура, ускорение силы тяжести, химический состав). Однако ценность указанных обзоров не в сверхточной оценке атмосферных параметров звезд, а в том, что они обеспечивают такие оценки для большого числа объектов. Исследование зависимости межзвездного поглощения от расстояния предлагается проводить по совместной оценке межзвездного поглощения и расстояния для всех звезд в выбранном направлении, поэтому невысокая точность исходных данных для отдельных звезд может быть скомпенсирована их количеством.

На первом этапе необходимо подготовить исходные данные — провести взаимное отождествление одних и тех же объектов во всех используемых фотометрических и спектроскопических обзорах. Для этого подходит алгоритм быстрого позиционного отождествления больших астрономических каталогов в площадках малого (до градуса) размера с фильтрацией ложных сопоставлений [9].

Далее, на основе результатов отождествления объектов, необходимо провести разбиение небесной сферы на неравные области. В каждой такой области закон межзвездного поглощения считается одинаковым для всех звезд. Особенность в том, что размер области должен соответствовать угловым изменениям межзвездного поглощения, при этом содержать достаточное количество звезд.

После подготовки исходных данных для каждой выделенной области, применяя теоретико-вероятностный подход на основе теоремы Байеса, необходимо провести оптимальную оценку параметров кривой межзвездного поглощения и характеристик звезд — восстановить зависимость межзвездного поглощения от

расстояния. В отличие от классического подхода, в байесовском, посредством априорной плотности вероятности, выражается степень доверия к различным возможным значениям определяемых характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения. Одним из преимуществ такого подхода является то, что анализируются не одиночные звезды, а вся совокупность звезд в рассматриваемой области. Это позволяет использовать дополнительную априорную информацию о том, что межзвездное поглощение не может убывать с увеличением расстояния от наблюдателя.

Одним из общих способов оценки значения исследуемого параметра по результатам наблюдений является метод максимального правдоподобия. В рассматриваемом случае оценкой максимального правдоподобия характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения будут такие их значения, которым соответствует максимум апостериорной функции плотности вероятностей. Как правило, оптимальный способ оценки представляет собой некоторую итеративную процедуру, требующую расчета теоретического значения измеренной величины, т.е. блеска звезды. Вычисления теоретического блеска звезд выполнено на основе моделей звездных атмосфер [10] с использованием предложенного Карделли и др. [11] аналитического выражения для кривой межзвездного поглощения, в котором в качестве параметра принята величина $R_V = A_V/E(B - V)$. При этом в вычислениях не применяется усредненная по всем направлениям в Галактике кривая межзвездного поглощения, а допускаются ее вариации в области допустимых значений R_V .

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработан эффективный метод, реализованный с доступом через веб-интерфейс¹, для вычисления наиболее вероятных с учетом эффектов эволюции звезд оценок характеристик звезды (радиуса, массы и светимости) по значениям ее эффективной температуры, ускорения силы тяжести и металличности. Метод основан на эволюционных треках звезд, но независим от предположений об их геометрическом подобии, и использует алгоритмы быстрого поиска. Это позволяет его применять в задачах массового вычисления интервальных и точечных оценок характеристик звезд.
2. Разработан метод, основанный на принципе максимального правдоподобия и построении индекса для быстрого поиска — специальным

¹Адрес в сети Интернет <http://spi.inasan.ru/>

- образом упорядоченной структуры данных по типу k-d дерева, позволяющий быстро и массово получать предварительные оценки температуры звезд и полного поглощения исключительно по фотометрическим наблюдениям обзоров SDSS и 2MASS. Метод не зависит от предположения о первоначальных значениях определяемых характеристик и попадания в локальные экстремумы. Это позволяет его применять в задачах оптимального оценивания для определения первоначальных значений температуры звезды и полного поглощения.
3. Сделан вывод, что при исследовании звезд, как отдельных объектов, знание значений их температуры и ускорения силы тяжести с погрешностью $\Delta_{lg g} = 1.5$ и $\Delta_{T_{\text{eff}}} = 450$ К позволяет исключительно по данным SDSS и 2MASS достичь оценки полного поглощения с погрешностью $0^{\text{m}}3$, а углового диаметра звезды с относительной погрешностью 10 %. При определенных подходах к методам исследования эти обзоры могут служить источником данных для массового определения зависимости поглощения от расстояния.
 4. Разработан метод определения зависимости межзвездного поглощения от расстояния по анализу совокупности звезд, не требующий точных данных о расстояниях до звезд, их температурах и ускорениях силы тяжести и учитывающий не убывание поглощения с увеличением расстояния. Применение данного метода к двум выбранным направлениям на небе позволило для них впервые определить зависимость покраснения от расстояния.

Достоверность полученных в диссертационной работе результатов исследования способов получения оценок межзвездного поглощения и характеристик звезд подтверждается их сравнением с результатами, полученными другими авторами. Результаты опубликованы в рецензируемых журналах, рекомендованных ВАК.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

1. Всероссийской конференции «Современная звездная астрономия – 2018» (ГАИШ МГУ, Москва, 22-26 октября 2018 года).
2. Всероссийской конференции «Современная звездная астрономия – 2015» (ГАИШ МГУ, Москва, 29-30 мая 2015 года).
3. ВАК-2013. «Многоликая Вселенная» (Санкт-Петербург, 23-27 сентября 2013 года).

4. Всероссийской конференции «Современная звездная астрономия –2013» (ГАО РАН, Санкт-Петербург, Пулковое, 10-12 июня 2013 года).
5. Joint European and National Astronomy Meeting (St. Petersburg, Russia, July 4-8, 2011)
6. Всероссийской конференции «Современная звездная астрономия – 2011» (ГАИШ МГУ, Москва, 15-16 июня 2011 года).

Личный вклад. Автор принимал активное участие в постановке задач, написании программного обеспечения, получении и обработке результатов численных экспериментов, совместно с соавторами участвовал в обсуждении результатов и формулировке выводов.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 20 печатных изданиях, 10 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК.

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

- A1 *Сичевский С. Г.* Применимость широкополосной фотометрии для определения характеристик звезд и межзвездного поглощения // *Астрофизический бюллетень*. — 2018. — Т. 73, № 1. — С. 103–113.
- A2 *Сичевский С. Г.* Определение фундаментальных характеристик звезд на основе эволюционных расчетов // *Астрономический журнал*. — 2017. — Т. 94, № 3. — С. 210–223.
- A3 *Сичевский С. Г.* Оценка радиусов, масс и светимостей звезд обзора LAMOST // *Астрофизический бюллетень*. — 2017. — Т. 72, № 1. — С. 55–62.
- A4 *Сичевский С. Г.* Байесовский подход к оценке характеристик звезд и закона межзвездного поглощения на основе фотометрии // *Астрофизический бюллетень*. — 2017. — Т. 72, № 2. — С. 156–165.
- A5 *Сичевский С. Г.* Оценка радиуса звезды по эффективной температуре и поверхностному ускорению с учетом эффектов звездной эволюции // *Астрономический журнал*. — 2016. — Т. 93, № 9. — С. 804.

- A6 *Sichevsky S., Malkov O.* Estimating stellar parameters and interstellar extinction from evolutionary tracks // *Baltic Astronomy*. — 2016. — Vol. 25. — Pp. 67–74.
- A7 *Сичевский С. Г.* Оценка радиуса звезды по эффективной температуре и поверхностному ускорению // *Астрономический журнал*. — 2016. — Т. 93, № 6. — С. 581.
- A8 *Сичевский С. Г., Миронов А. В., Малков О. Ю.* О точности определения параметров звезд, имеющих многоцветные фотометрические данные // *Астрофизический бюллетень*. — 2014. — Т. 69, № 2. — С. 170–179.
- A9 *Sichevskiy S. G., Mironov A. V., Malkov O. Y.* Classification of stars with WBVR photometry // *Astronomische Nachrichten*. — 2013. — Vol. 334. — P. 832.
- A10 *Сичевский С. Г.* Метод определения параметров звезд на основе их многоцветной фотометрии // *Астрономический журнал*. — 2012. — Т. 89, № 9. — С. 787.
- Другие публикации автора по теме диссертации:**
- B11 *Malkov O.* Stellar and interstellar parameters from large photometric surveys // *Communications of the Byurakan Astrophysical Observatory*. — 2020. — Vol. 67. — Pp. 272–280.
- B12 Учет межзвездного поглощения при анализе фотометрических данных / О. Ю. Малков, О. Б. Длужневская, А. О. Жуков и др. // *Научные труды Института астрономии РАН*. — 2020. — Т. 5. — С. 322–326.
- B13 *Сичевский С. Г.* Вычисление полного межзвездного поглощения на основе моделей звездных атмосфер // *Научные труды Института астрономии РАН*. — 2020. — Т. 5. — С. 258–264.
- B14 *Сичевский С. Г., Малков О. Ю.* Применение современных обзоров для исследования межзвездного поглощения // *Научные труды Института астрономии РАН*. — 2019. — Т. 4. — С. 405–410.

- B15 *Сичевский С. Г.* Расчет звездных величин в современных фотометрических системах // *Научные труды Института астрономии РАН.* — 2019. — Т. 4. — С. 366–373.
- B16 *Сичевский С. Г., Малков О. Ю., Жао Г.* Соотношение между радиусом и атмосферными параметрами звезд // *Научные труды Института астрономии РАН.* — 2019. — Т. 4. — С. 272–276.
- B17 *Сичевский С. Г.* SPI — инструмент для определения характеристик звезд // Сборник трудов конференции «Звезды и спутники», посвященной 100-летию со дня рождения А.Г. Масевич / Под ред. Д. В. Бисикало, Б. М. Шустов. — 2018. — С. 202–207.
- B18 Cross Catalogue Matching with Virtual Observatory and Parametrization of Stars / O. Malkov, O. Dluzhnevskaya, S. Karpov et al. // *Baltic Astronomy.* — 2012. — Vol. 21. — Pp. 319–330.
- B19 *Сичевский С. Г.* Теоретико-вероятностное построение трехмерной карты поглощения в Галактике // Сборник трудов конференции «Звезды и спутники», посвященной 100-летию со дня рождения А.Г. Масевич / Под ред. Д. В. Бисикало, Б. М. Шустов. — 2018. — С. 409–415.
- B20 On the parameterization of single and binary stars / O. Malkov, S. Sichevskij, D. Kovaleva, V. Myakutin // *Stellar Populations - Planning for the Next Decade* / Ed. by G. R. Bruzual, S. Charlot. — Vol. 262 of *IAU Symposium.* — 2010. — Pp. 379–380.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 196 страниц, включая 83 рисунка и 15 таблиц. Список литературы содержит 79 наименований.

Глава 1. Оценка характеристик звезд на основе эволюционных расчетов

Теория звездной эволюции описывает изменение со временем фундаментальных характеристик звезд. Численные расчеты в рамках данной теории позволяют строить изохроны и эволюционные треки [12], в то время как модели звездных атмосфер являются своеобразным связующим звеном между фундаментальными характеристиками звезды (массой, радиусом, светимостью) и ее наблюдаемым спектром. Определение этих характеристик звезд — одна из важнейших задач астрофизики. Известно, что прямой и наиболее точный способ оценки массы звезды по ее наблюдаемым характеристикам возможен только в ограниченном количестве случаев, например, когда она является компонентом разделенной затменной двойной, в спектре которой наблюдаются линии обоих компонентов. Таких звезд недостаточно для решения многих астрофизических задач: результаты с точностью в несколько процентов получены менее чем для ста двойных звезд данного типа [13]. Массу одиночной звезды определяют, используя косвенные методы, например, соотношение масса–светимость или различные калибровки, полученные в ходе наблюдений или из теоретических соображений. Радиус звезды можно определить из ее параллакса и углового размера. Последний можно оценить методом инфракрасных потоков [14; 15] или методом, использующим интерферометрию или покрытие Луной [16]. Также радиус можно определить для цефеиды, пульсирующей переменной звезды, благодаря известной зависимости, связывающей ее радиус и период пульсаций [17–19].

В последнее время появились обзоры, содержащие миллионы спектров звезд. Например, спектроскопический обзор LAMOST охватывает практически половину небесной сферы и содержит около 10 миллионов спектров звезд и галактик [20]. Обзор содержит не только спектры, но и три каталога с оценками атмосферных характеристик звезд: около миллиона звезд с высоким качеством спектров, принадлежащих к спектральным классам А, F, G и K, приблизительно сто тысяч звезд спектрального класса А и более ста тысяч звезд спектрального класса М. Обычно перед спектроскопическими обзорами, содержащими большое количество наблюдений, изначально не ставится задача сверхточного определения атмосферных характеристик звезд. Однако есть аст-

рофизические задачи, в которых важна не столько высокая точность исходных данных, сколько их количество, например, определение зависимости межзвездного поглощения от расстояния по звездам, расположенных компактно в одной области на небе. Определение физических характеристик большего количества звезд для такой задачи является крайне актуальным. Это является дополнительным стимулом для разработки способов, которые позволяют за приемлемое время выполнить оценку характеристик около 10^6 звезд.

С появлением в 1960-х годах массовых расчетов моделей звезд стал широко применяться метод графической интерполяции на сетках эволюционных треков и изохронах [21; 22]. Расчеты звездных моделей показывают, например, что соотношение масса-светимость для красной границы главной последовательности подобно аналогичному соотношению для начальной главной последовательности. На этом факте основан принцип геометрического подобия эволюционных треков. Этот принцип был применен в работе Музылева [23], который показал, что при специальной разбивке эволюционных треков можно по положению звезды на диаграмме Гершпрунга-Рассела определить ее возраст и массу. Следующим шагом стало обобщение метода, предложенного Музылевым, который по существу рассматривал только случай квазигоризонтальных эволюционных треков. Примером такого обобщения является работа Мякутина и Пискунова [24], в которой предложен способ, позволяющий при специальной разбивке эволюционных треков на интервалы определять массы и возрасты звезд в любой области диаграммы Гершпрунга-Рассела.

Другой способ — статистические методы. В частности, байесовский вывод широко применяется для определения космологических параметров и является перспективным для оценки физических характеристик звезд из наблюдений. Так, байесовский вывод применяется для оценки массы и возраста звезды из диаграммы «цвет-звездная величина» [25; 26], а также в ряде исследований, цель которых — определить различные физические характеристики звезд [27–32].

Настоящая глава посвящена описанию способа определения радиуса, массы и светимости звезды по ее атмосферным характеристикам, основанного на эволюционных расчетах звезд. В отличие от методов других авторов этот способ свободен от предположений о геометрическом подобии эволюционных треков, и использует алгоритмы быстрого поиска. Это позволяет его применять в задачах массового вычисления интервальных и точечных оценок характеристик звезд.

1.1 Оценка радиуса звезды по ее эффективной температуре и ускорению силы тяжести

Расчет модели внутреннего строения звезды с учетом потери массы и изменения химического состава из-за протекания ядерных реакций позволяет получать эволюционные треки звезды, которые представляют собой изменение со временем ее фундаментальных характеристик: массы, эффективной температуры, светимости. В настоящее время доступны эволюционные треки звезд, вычисленные разными исследователями для разных целей. Одни соответствуют более широкому диапазону начальных масс звезд и, например, металличности [33]. При расчете других эволюционных треков учитывалось вращение звезд. В данной работе применялись треки, полученные научной группой из Женевской обсерватории [12; 34] без учета вращения и описывающие эволюцию звезд с начальной массой от $0.8 \mathcal{M}$ до $120 \mathcal{M}$ и двух химсоставов — $Z = 0.014$, что соответствует солнечному содержанию металлов [19], и $Z = 0.002$. Эти треки соответствуют этапам звездной эволюции от начала горения водорода в центре звезды, т.е. от момента достижения звездой начальной главной последовательности, до момента, зависящего от начальной массы звезды. Эволюционные треки массивных звезд ограничены моментом начала выгорания углерода в ядре, звезд умеренных масс — ранней асимптотической ветвью гигантов, маломассивных звезд — гелиевой вспышкой.

Светимость и эффективная температура звезды однозначно определяют ее радиус. Если считать, что ускорение на поверхности звезды главным образом зависит от ее массы и радиуса, то к тройке характеристик — масса, эффективная температура, светимость — можно добавить ускорение силы тяжести и радиус. В этом заключалась предварительная подготовка исходных эволюционных треков. При этом применялись следующие соотношения:

$$\lg g = \lg \mathcal{M} + 4 \lg T_{\text{eff}} - \lg L - (4 \lg T_{\odot} - \lg g_{\odot}), \quad (1.1)$$

$$\lg R = 0.5 \lg L - 2 \lg T + 2 \lg T_{\odot}, \quad (1.2)$$

где $\lg T_{\odot}$ и $\lg g_{\odot}$ равны 3.7619 и 4.43775 соответственно.

Хорошо известно, что для звезд главной последовательности существует соотношение между массой и светимостью, описываемое степенным законом.

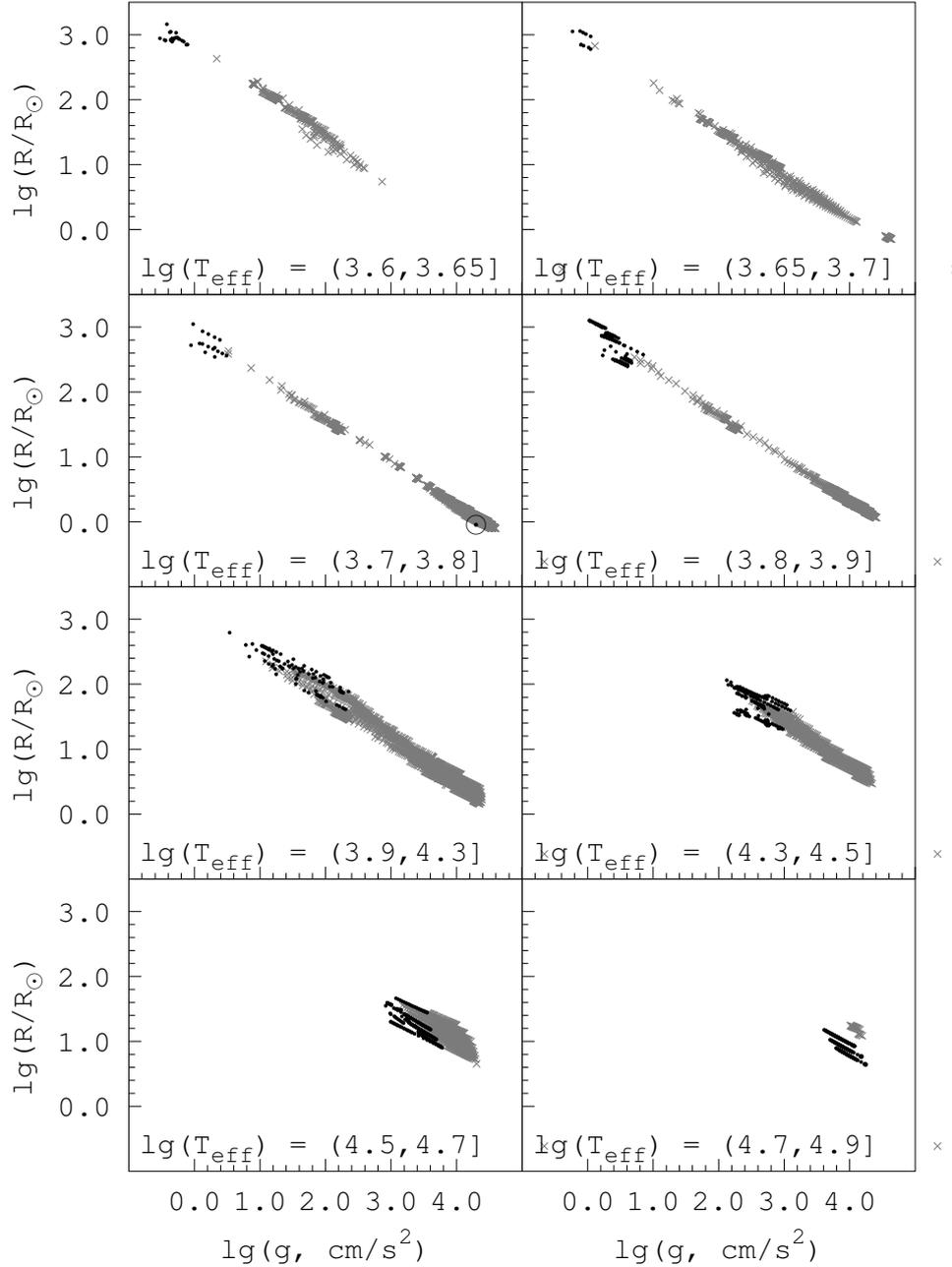


Рисунок 1.1 — Зависимость радиуса от ускорения силы тяжести для различных интервалов эффективной температуры. Черные кружки — звезды из области сверхгигантов.

Используя это соотношение и учитывая, что в логарифмических единицах светимость линейно зависит и от радиуса, и от эффективной температуры, а ускорение силы тяжести линейно зависит от массы и радиуса, легко убедиться в том, что в логарифмических единицах радиус звезды должен линейно зависеть от ее эффективной температуры и ускорения силы тяжести. К сожалению, показатель степени в соотношении масса–светимость сильно зависит от

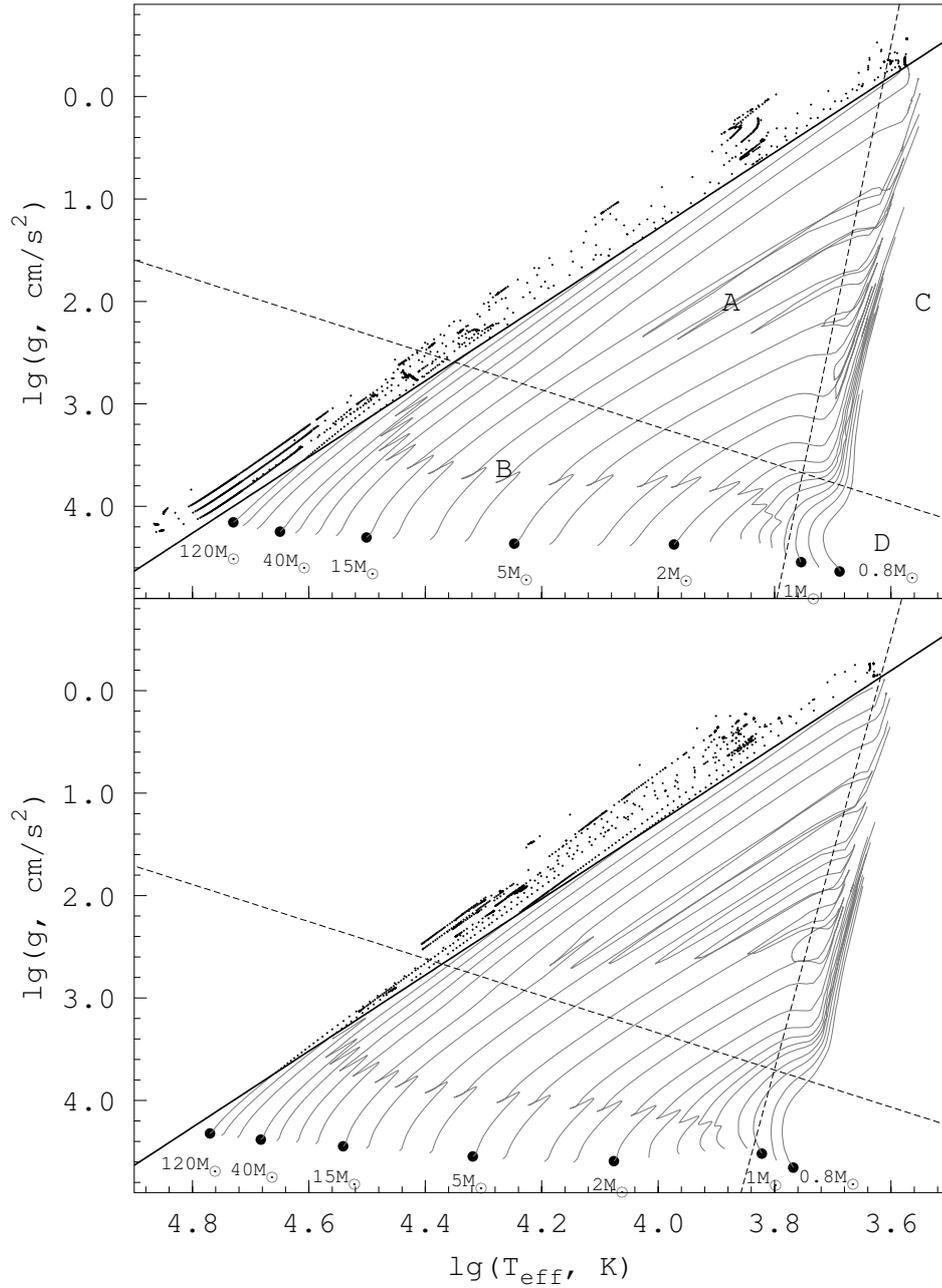


Рисунок 1.2 — Диаграмма Герцшпрунга–Рассела с эволюционными треками звезд. Показана область сверхгигантов (черные кружки), исключенная из рассмотрения, и прямые, разбивающие область ниже сверхгигантов на четыре подобласти. Вверху — $Z = 0.014$, внизу — $Z = 0.002$.

массы звезды, поэтому описанное выше применимо к некоторой области на диаграмме Герцшпрунга–Рассела. Это видно на рисунке 1.1, на котором показана зависимость $\lg R$ от $\lg g$ для разных интервалов T_{eff} . Из указанного рисунка также видно, что в логарифмических единицах значения радиуса, эффективной температуры и ускорения силы тяжести лежат на некоторой поверхности,

близкой к плоскости. Целью данной работы было найти приближение этой поверхности, которое применимо в как можно большей области на диаграмме Герцшпрунга-Рассела и которое дает возможность оценить радиус звезды, зная ее эффективную температуру и ускорение силы тяжести. Очевидно, зависимость между радиусом, эффективной температурой и ускорением силы тяжести неоднозначная — эволюционные треки имеют петли, к тому же треки для разных масс могут пересекаться, особенно для массивных звезд. Кроме этого, в области сверхгигантов звезды с близкими значениями $\lg g$ и $\lg T_{\text{eff}}$ могут очень сильно отличаться радиусами. По этой причине область сверхгигантов была исключена из дальнейшего рассмотрения. Область диаграммы Герцшпрунга-Рассела, которая осталась после исключения сверхгигантов, была разделена на подобласти. Приближение искалось независимо в каждой выделенной области. Такой подход позволяет добиться лучшего приближения в отличие от случая, когда оно ищется для всей области целиком. На рисунке 1.2 для двух типов эволюционных треков, соответствующих различным значениям металличности, показаны как область сверхгигантов, исключенная из рассмотрения, так и выделенные подобласти. Каждая выделенная область имеет общие точки с соседними областями, т.е. они немного перекрывают друг друга. Перекрытие необходимо, чтобы сгладить переход от одной области к другой. Очевидно, простого перекрытия недостаточно, чтобы обеспечить непрерывность перехода, но такая цель и не ставилась. Обеспечив перекрытие, хотелось по возможности уменьшить разрыв на границе на столько, на сколько это получится.

Вид функции, которая использовалась для описания зависимости $\lg R$ от $\lg T_{\text{eff}}$ и $\lg g$, приведен ниже:

$$z(x, y) = a(x, y)x + by + c, \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} a(x, y) = & a_{14}x^4 + a_{13}y^4 + a_{12}x^3y + a_{11}x^2y^2 + \\ & + a_{10}xy^3 + a_9x^3 + a_8y^3 + a_7x^2y + a_6xy^2 + a_5x^2 + a_4y^2 + \\ & + a_3xy + a_2x + a_1y + a_0, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где z — это $\lg R$, x — $\lg T_{\text{eff}}$, а y — $\lg g$.

Поиск коэффициентов в (1.3) и (1.4) был сведен к решению задачи о наименьшей сумме квадратов методом оптимизации. Использовался алгоритм Левенберга-Маркварда, который является альтернативой методу Ньютона и может рассматриваться как его комбинация с методом градиентного спуска.

Результат работы многих численных алгоритмов оптимизации зависит от начальных значений. В этом смысле алгоритм Левенберга-Маркварда не является исключением. В данной работе это не имеет значения, поскольку в коэффициенты никакой смысл не вкладывался. Достаточно, чтобы при найденных коэффициентах сумма квадратов отклонений была как можно меньше.

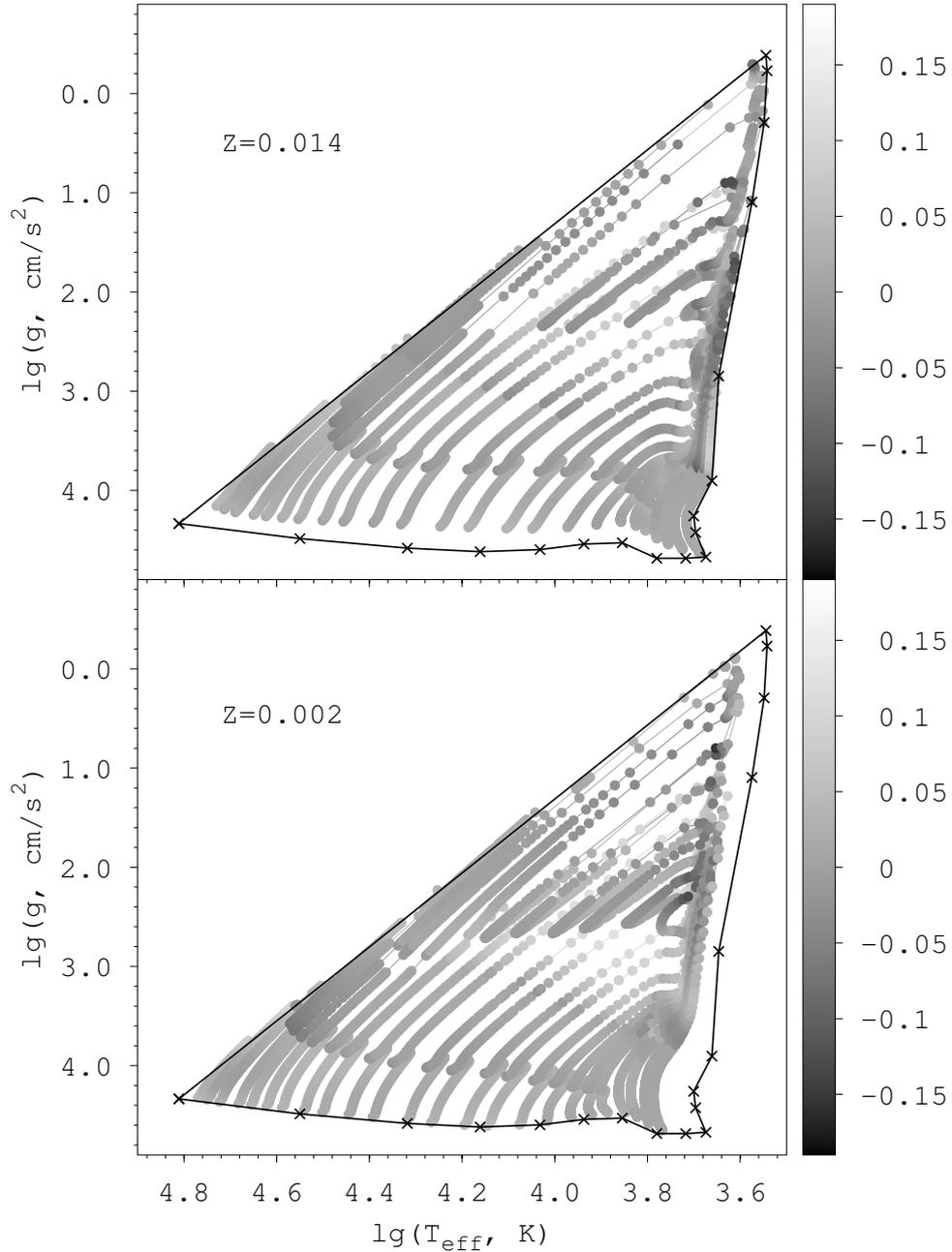


Рисунок 1.3 — Относительная методическая погрешность оценки радиуса по эффективной температуре и ускорению силы тяжести. Сплошная черная линия — граница области, в которой справедлив предложенный метод оценки радиуса звезды.

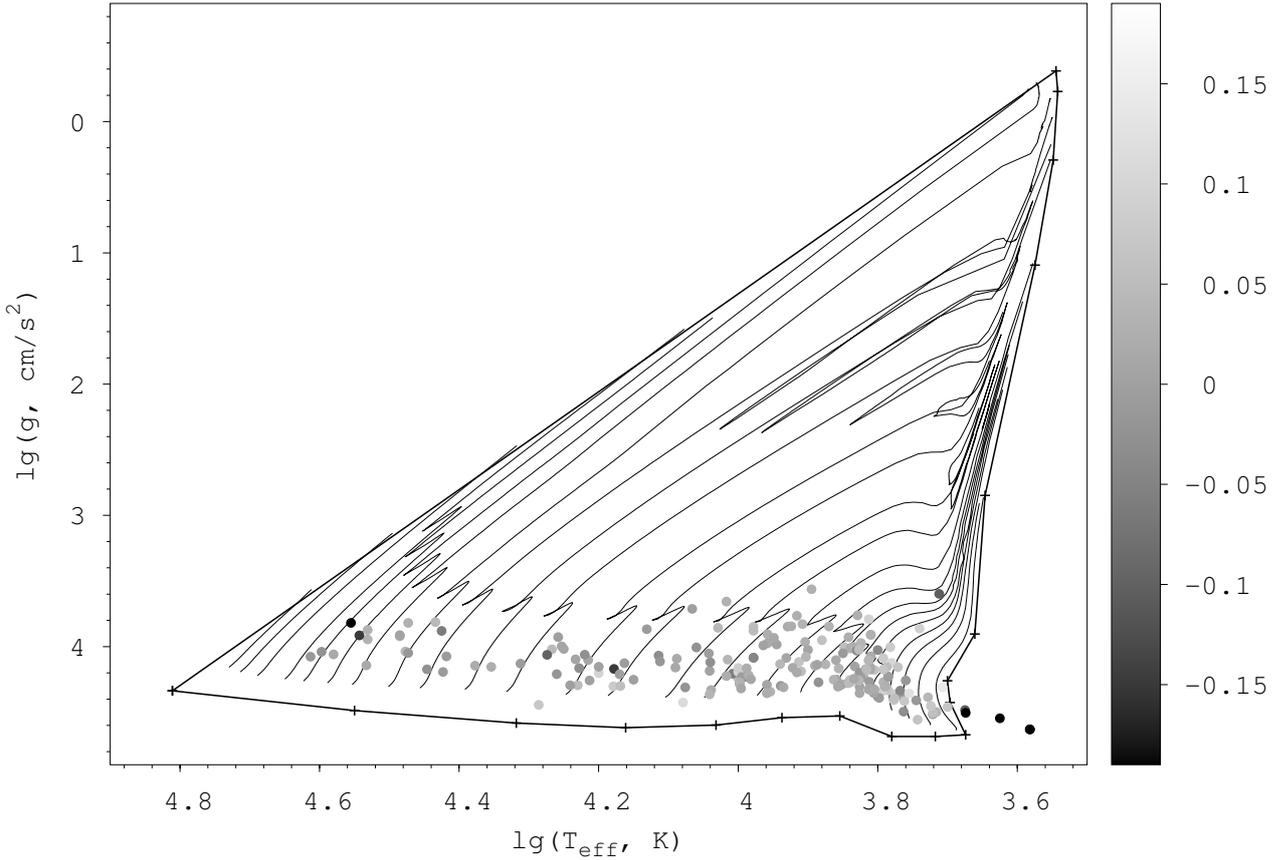


Рисунок 1.4 — Положение затменных двойных на эволюционных треках ($Z = 0.014$). Градацией серого показана относительная погрешность оценки радиуса компонентов двойных звезд по их эффективной температуре и ускорению силы тяжести.

Качественная оценка точности метода показана на рисунке 1.3. На рисунке нанесены эволюционные треки звезд, и их цвет показывает относительную методическую погрешность. Под относительной методической погрешностью нужно понимать величину, равную $(R_m - R_c)/R_m$, где R_m — радиус из расчета модели внутреннего строения звезды, т.е. эволюционного трека, R_c — радиус, вычисленный описанным методом. Хорошо видно, что в значительной области диаграммы Герцшпрунга-Рассела найденное приближение для теоретической зависимости R от $\lg T_{\text{eff}}$ и $\lg g$ имеет погрешность не более 10 %, а в области звезд главной последовательности еще лучше — около 5 %. В самом худшем случае отклонение составляет около 15 %. Это позволяет утверждать, что максимальная относительная методическая погрешность, связанная с упрощениями, положенными в основу метода, составляет около 15 %. Следует отметить, что коэффициенты разложений и оценка точности получены только

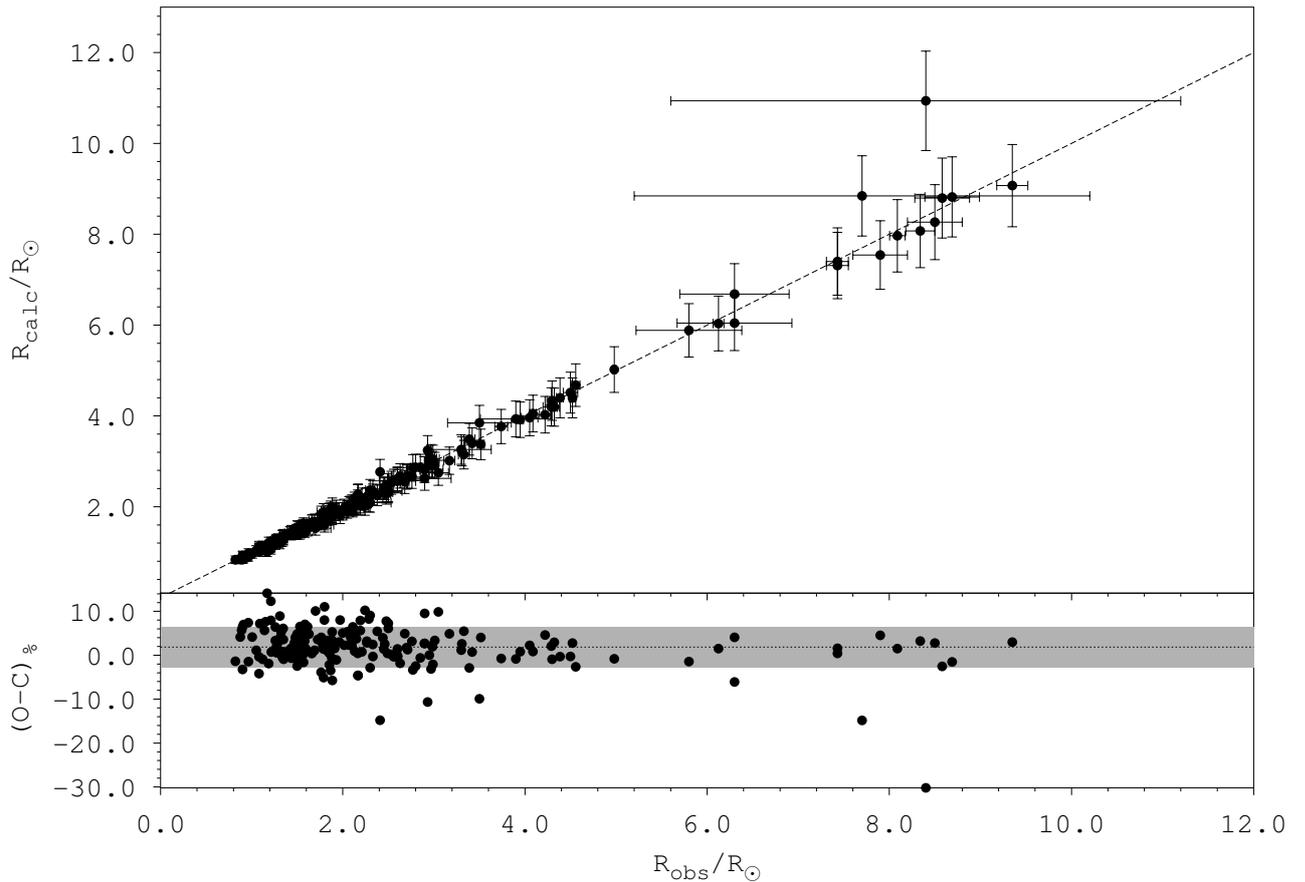


Рисунок 1.5 — Сравнение оценок радиусов двойных звезд с их наблюдаемыми значениями с целью анализа относительной погрешности метода.

Погрешность вычисленных радиусов — 10 %. На нижней панели показаны среднее значение относительной погрешности и ее стандартное отклонение; их значения равны 1.9 % и 4.7 % соответственно.

для эволюционных расчетов Женевско–Тулузской группы и не учитывают возможных вариаций, связанных с использованием эволюционных расчетов других авторов.

Среди всех типов двойных звезд разделенные затменные двойные, в спектре которых наблюдаются линии обоих компонентов, дают возможность с достаточно высокой точностью определять их физические характеристики. Анализ их лучевых скоростей и кривых блеска дает информацию о массе и радиусе их компонентов. Значения эффективной температуры и светимости получают из наблюдаемых показателей цвета и радиусов, используя спектральные данные. Тем самым разделенные затменные двойные представляют собой ценный инструмент для проверки методики определения радиуса звезды по ее эффективной температуре и ускорению силы тяжести. Источником данных о

физических характеристиках таких звезд послужила работа Малкова [35], в которой собраны актуальные данные о массе, светимости, радиусе и температуре компонентов разделенных затменных двойных звезд.

Ускорение силы тяжести двойной звезды, необходимое для оценки радиуса, вычислялось из эффективной температуры, массы и светимости, используя соотношение (1.1). В общей сложности проверка выполнена более чем на ста двойных звездах. На рисунке 1.4 видно положение компонентов двойных звезд относительно эволюционных треков. Градацией серого показана относительная погрешность оценки радиуса. За исключением случая, когда звезда располагается вне области применения метода, можно утверждать, что максимальная относительная погрешность — около 10 %.

На рисунке 1.5 отражен результат более детального анализа относительной погрешности метода. На верхней панели рисунка показано сравнение с наблюдаемыми радиусами затменных двойных звезд. Также нанесены погрешности наблюдаемых и вычисленных радиусов. Значение последних приравнено к 10 %, исходя из оценки методической погрешности в данной области диаграммы Герцшпрунга–Рассела. Видно, что имеется хорошее согласие между наблюдениями и вычислениями. Исключением является двойная звезда Υ Cyg, радиусы компонентов которой завышены. Вероятнее всего, это следствие плохой точности: погрешность оценки радиуса и массы ее компонентов на порядок больше, чем у других затменных двойных звезд. На нижней панели рисунка 1.5 показаны среднее значение относительной погрешности и ее стандартное отклонение; их значения равны 1.9 % и 4.7 % соответственно. Таким образом, в исследуемой области диаграммы Герцшпрунга–Рассела метод имеет систематическое отклонение не более 2 %, и при условии нормального распределения относительной погрешности истинное значение радиуса с вероятностью 99 % лежит в интервале ± 14 %.

Проделанная работа показывает возможность оценки радиуса звезды по эффективной температуре и ускорению силы тяжести. В основе метода положено предположение о возможности приближенно описать соотношение между радиусом, эффективной температурой и ускорением силы тяжести, которое следует из моделей внутреннего строения звезды и ее эволюции. В качестве примера использованы эволюционные расчеты Женевско–Тулузской группы для двух значений химсостава — солнечного и соответствующего 10-кратному дефициту тяжелых элементов. Предложенный метод имеет ряд существенных

ограничений (например, никак не учитываются эффекты звездной эволюции и неопределенность исходных данных), по этой причине необходимо ее развитие и обобщение, которым посвящены следующие разделы настоящей главы.

1.2 Оценка радиуса с учетом эффектов звездной эволюции

Результаты, изложенные в данном разделе, являются продолжением исследования, начатого и описанного ранее, в котором предлагается метод оценки радиуса звезды по ее эффективной температуре и ускорению силы тяжести, основанный на эволюционных расчетах звезд, но не использующий ни байесовскую статистику, ни предположения о геометрическом подобии эволюционных треков. Данная работа имеет ряд важных изменений. Во-первых, применены эволюционные треки звезд двух типов — с рассмотрением и без рассмотрения вращения звезды. Это позволяет учесть неопределенность, связанную с отсутствием данных о скорости вращения звезды, для которой оценивается радиус. Во-вторых, в соответствии с темпом эволюции и начальной функцией масс каждой точке эволюционного трека присваивается вес, что позволяет выполнить оценку радиуса более корректно. В-третьих, радиус вычисляется не в виде точечной оценки, а как набор различных статистик (среднее, среднеквадратичное отклонение, первый, второй и третий квантили).

Одним и тем же значениям эффективной температуры и ускорения силы тяжести могут соответствовать разные радиусы звезд, однако особенности формирования и эволюции звезд приводят к тому, что эти радиусы не будут равновероятны. Чтобы учесть разную скорость эволюции и начальную функцию масс, была получена функция вероятности значения радиуса звезды. Вычисление вероятности наблюдать звезду в заданной области на диаграмме Герцшпрунга–Рассела и определение функции вероятности значения радиуса звезды на основе знаний об эволюции звезд и их популяции — очень похожие задачи. Первую задачу обычно решают численным моделированием. Например, в работе Бейлер-Джонса [29] диаграмма Герцшпрунга-Рассела получена в результате моделирования эволюции 2×10^5 звезд в предположении солпитеровской начальной функции масс и постоянного темпа звездообразования на протяжении 13.7 млрд лет. Часто к указанным предположениям добавляют условие, что

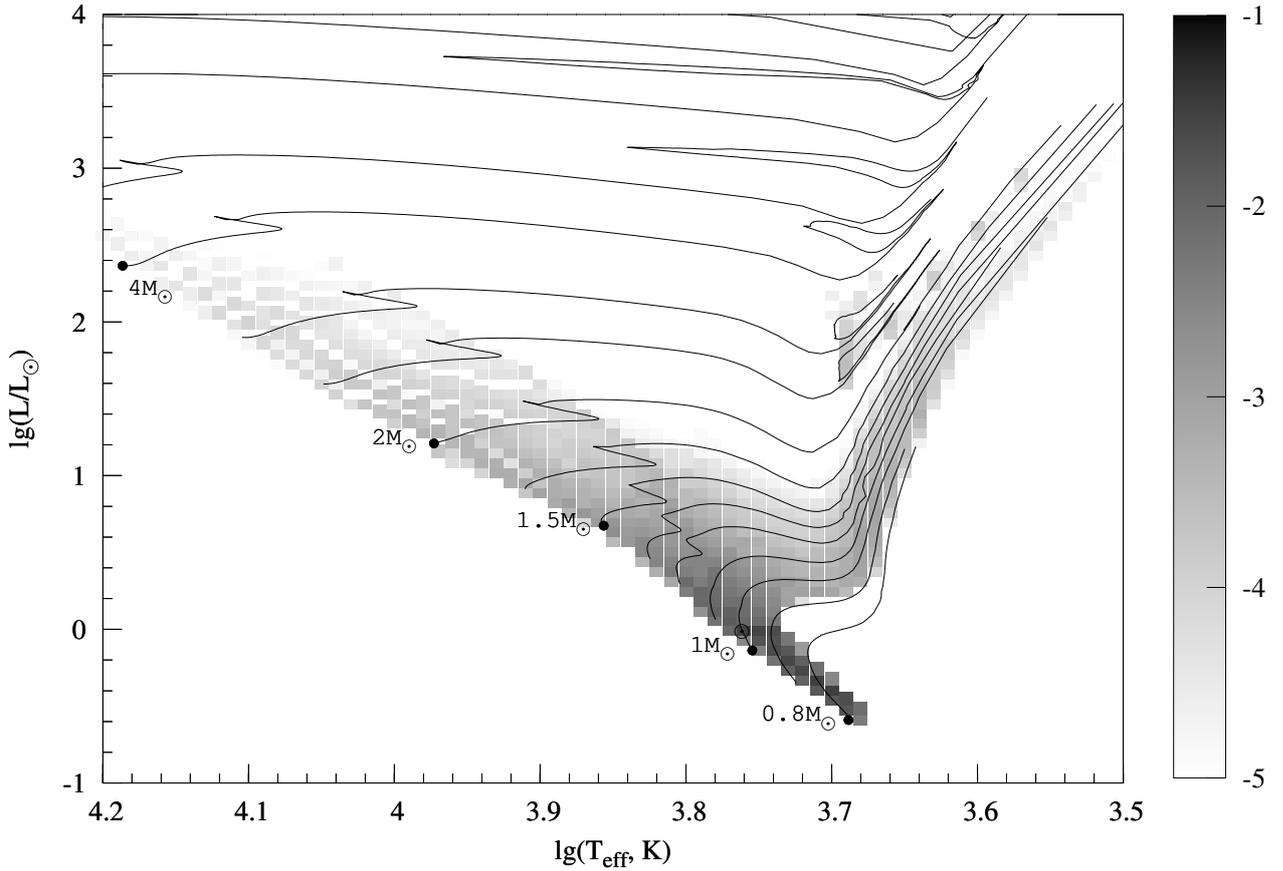


Рисунок 1.6 — Вычисленная диаграмма Герцшпрунга-Рассела для возраста 13.7 млрд лет и $Z = 0.014$. Оттенками серого — логарифм вероятности, что звезда имеет соответствующие эффективную температуру и светимость.

Эволюционные треки показаны сплошными линиями.

звезды эволюционируют независимо друг от друга. Иногда при этом проводят и численное моделирование, хотя, например, как в упомянутой выше работе, задача решается и без него. Достаточно провести следующие рассуждения и вычисления.

Во-первых, исходя из современной оценки возраста Вселенной, необходимо исключить из эволюционных треков звезд этапы эволюции, на которых возраст звезды превышает 13.7 млрд. лет. Во-вторых, постоянный темп звездообразования означает, что количество звезд, которое появляется в единицу времени, определяется только начальной функцией масс. Количество звезд, распределенное по эволюционному треку, равно произведению времени прохождения этого трека и значения начальной функции масс для соответствующей массы. В-третьих, количество звезд на единицу длины трека обратно пропорционально скорости эволюции.

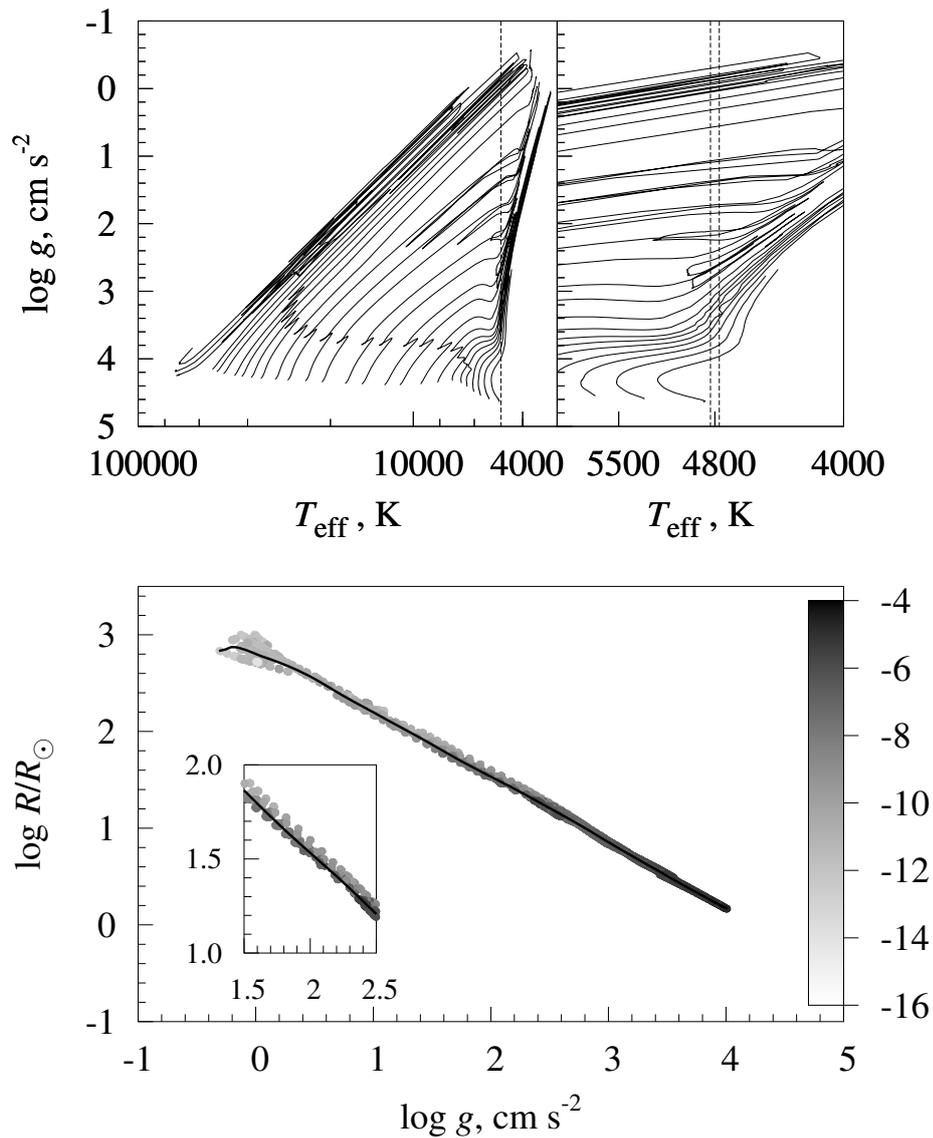


Рисунок 1.7 — Зависимость радиуса от ускорения силы тяжести для узкого интервала эффективных температур. Верхняя панель — область, покрываемая эволюционными треками (слева), и область, для которой на нижней панели показана зависимость радиуса от ускорения силы тяжести (справа). Оттенки серого — логарифм вероятности, что звезда имеет соответствующий радиус при указанной эффективной температуре и ускорении силы тяжести. Сплошная линия на нижней панели — приближение зависимости среднего вероятного значения радиуса от ускорения силы тяжести.

Учитывая вышеизложенное, чтобы получить плотность распределения звезд на диаграмме Герцшпрунга–Рассела, необходимо из эволюционных треков вычислить скорость перемещения на диаграмме Герцшпрунга–Рассела (ско-

рость эволюции), разделить на нее значение начальной функции масс для соответствующей массы и провести нормировку.

Результат вычисления показан на рисунке 1.6, на который для наглядности добавлены исходные эволюционные треки. В качестве начальной функции масс использовалась классическая зависимость из работы Салпитера [36].

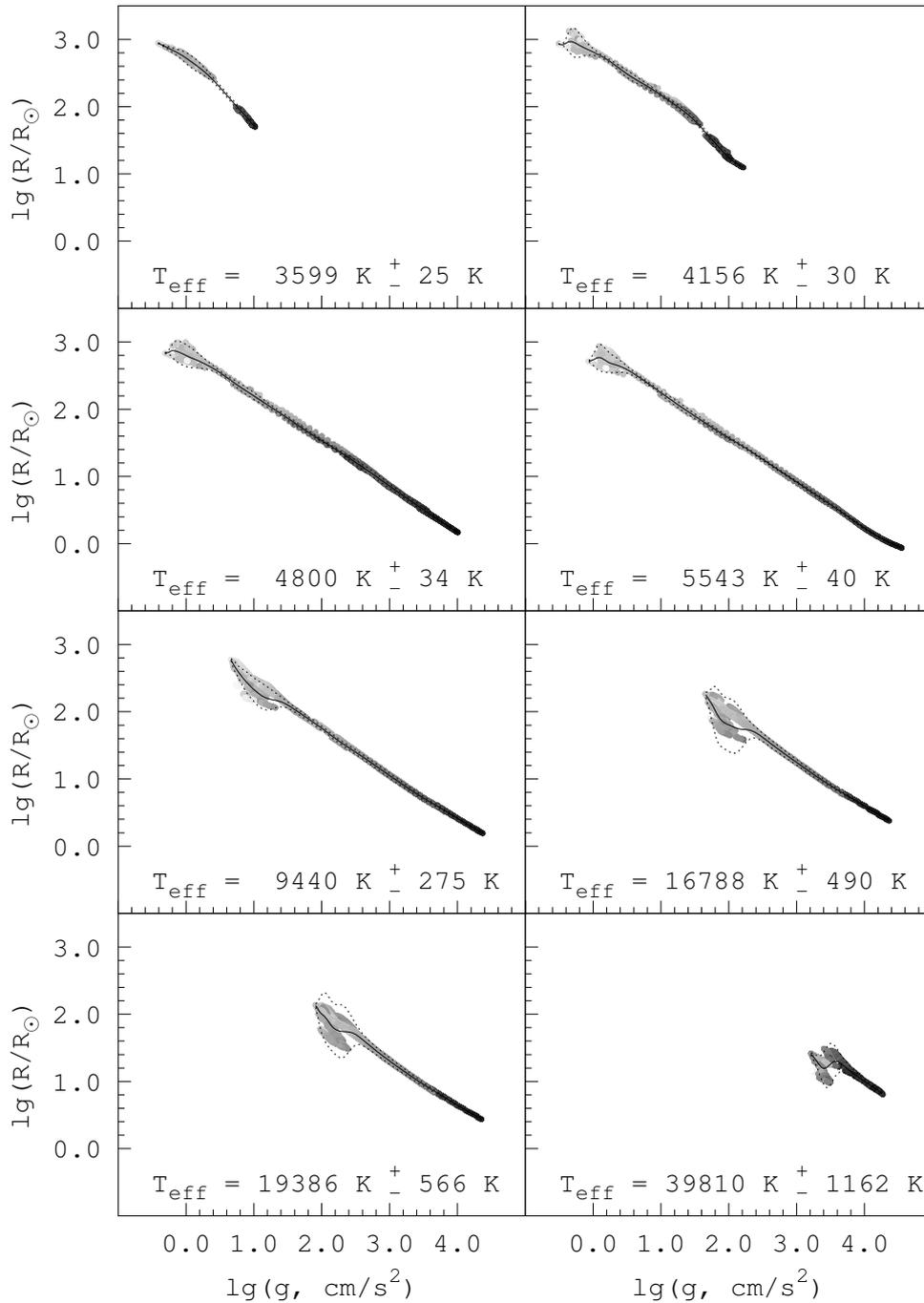


Рисунок 1.8 — Зависимость радиуса от ускорения силы тяжести для различных интервалов эффективной температуры (см. детали в тексте).

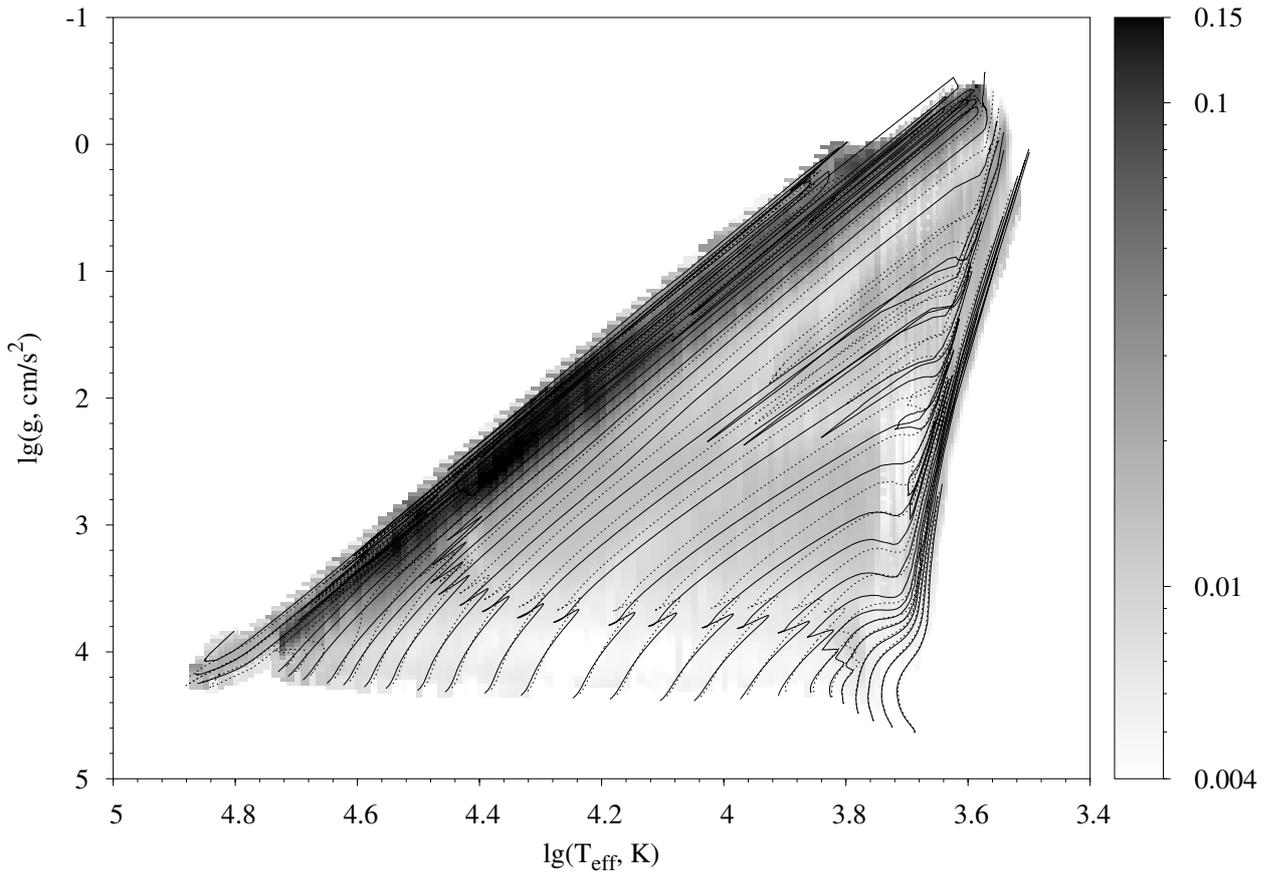


Рисунок 1.9 — Оценка погрешности, связанной с упрощениями, положенными в основу метода. Сплошные линии — эволюционные треки звезд без вращения, пунктирные — с учетом вращения. Оттенки серого — среднеквадратичное отклонение логарифма оценки радиуса для соответствующих значений эффективной температуры и ускорения силы тяжести.

При помощи аналогичных рассуждений была получена зависимость вероятности значения радиуса звезды от эффективной температуры и ускорения силы тяжести. Результат вычислений для случая $Z = 0.014$ и $T_{\text{eff}} = 4800 \pm 43$ К показан на рисунке 1.7, на котором также видно, как влияют скорость эволюции и начальная функция масс на оценку радиуса звезды. На врезке на нижней панели видно, что оценка смещена к более вероятным значениям. Поэтому при обработке реальных данных предположение о равной вероятности всех радиусов приведет к систематическому завышению его оценки. Учет разной вероятности разных значений радиуса делает метод более корректным. На рисунке 1.7 показана зависимость радиуса звезды от ее ускорения силы тяжести только для одного интервала эффективных температур. Аналогичная работа была проделана для узких последовательных интервалов, полностью

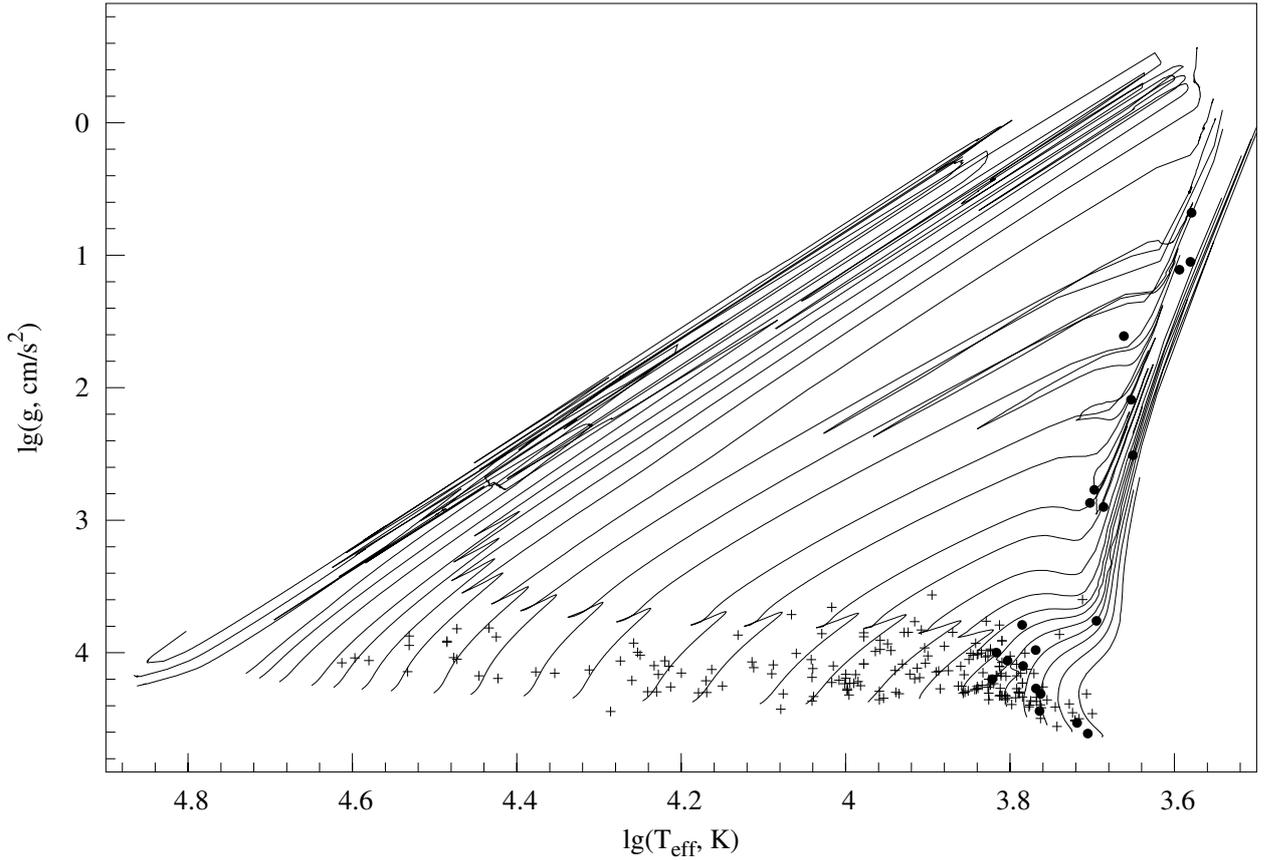


Рисунок 1.10 — Положение используемых затменных двойных (крестики) и ярких звезд (кружки) по отношению к эволюционным трекам с $Z = 0.014$.

покрывающих весь диапазон эффективных температур, определяемый эволюционными треками. С учетом небольшой ширины интервалов считалось, что для эффективной температуры, равной середине соответствующего интервала, получена зависимость радиуса от ускорения силы тяжести. Далее, чтобы получить непрерывную зависимость, применялась линейная интерполяция. Результат проделанной работы для случая $Z = 0.014$ проиллюстрирован на рисунке 1.8, на котором оттенки серого имеют такое же значение, как на рисунке 1.7, а сплошная линия на каждой панели выражает приближение зависимости среднего вероятного значения радиуса от ускорения силы тяжести, а пунктирные линии соответствуют $\pm 3\sigma$. Важно отметить, что для вычислений одновременно используются два типа эволюционных треков — с учетом и без учета вращения звезды. В силу этого в погрешности оценки радиуса (интервал $\pm 3\sigma$) учитываются не только начальная функция масс и разная скорость эволюции, но и неопределенность, связанная с отсутствием данных о скорости вращения звезды.

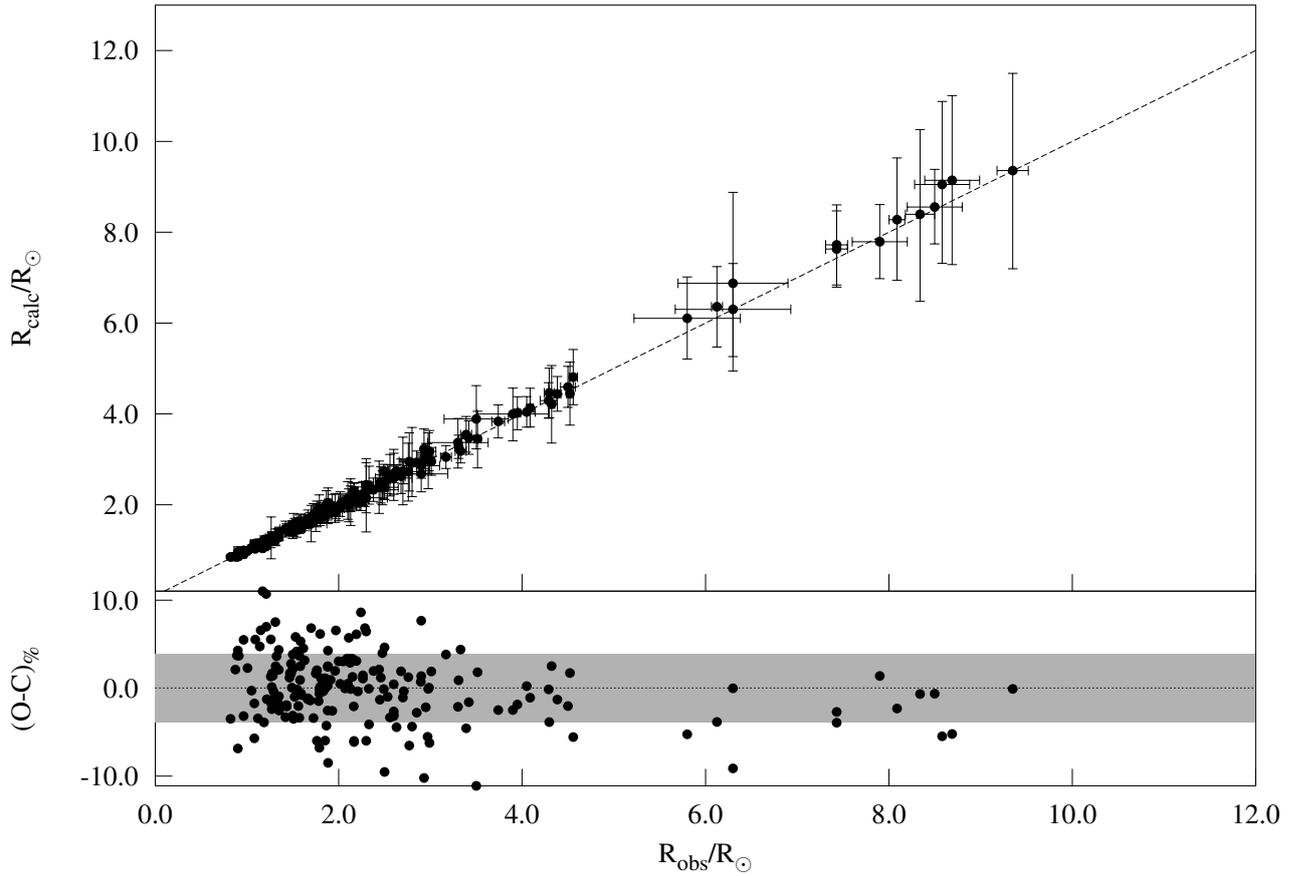


Рисунок 1.11 — Сравнение оценки радиуса двойных звезд с их наблюдаемым значением. На нижней панели рисунка показаны среднее значение относительной погрешности (пунктирная линия) и его стандартное отклонение (серая область), их значения равны 0.03 % и 3.87 %, соответственно.

Преимуществом перед ранее предложенным методом является тот факт, что радиус вычисляется не в виде точечной оценки, а как набор различных статистик (среднее, среднеквадратичное отклонение, первый, второй и третий квантили). Это позволяет получать оценку в виде интервала, который должен с заданной вероятностью содержать истинное значение радиуса. С этой целью используется многократная генерация значений эффективной температуры и ускорения силы тяжести с учетом их погрешности, предполагая их равномерное распределение. Хотя основная цель работы — оценка радиуса звезды, метод позволяет оценить также ее массу и светимость. Оценку массы можно получить из радиуса и ускорения силы тяжести, а оценку светимости — из радиуса и эффективной температуры.

С целью качественной оценки метода были вычислены значения среднеквадратичного отклонения логарифма радиуса, связанные с упрощениями

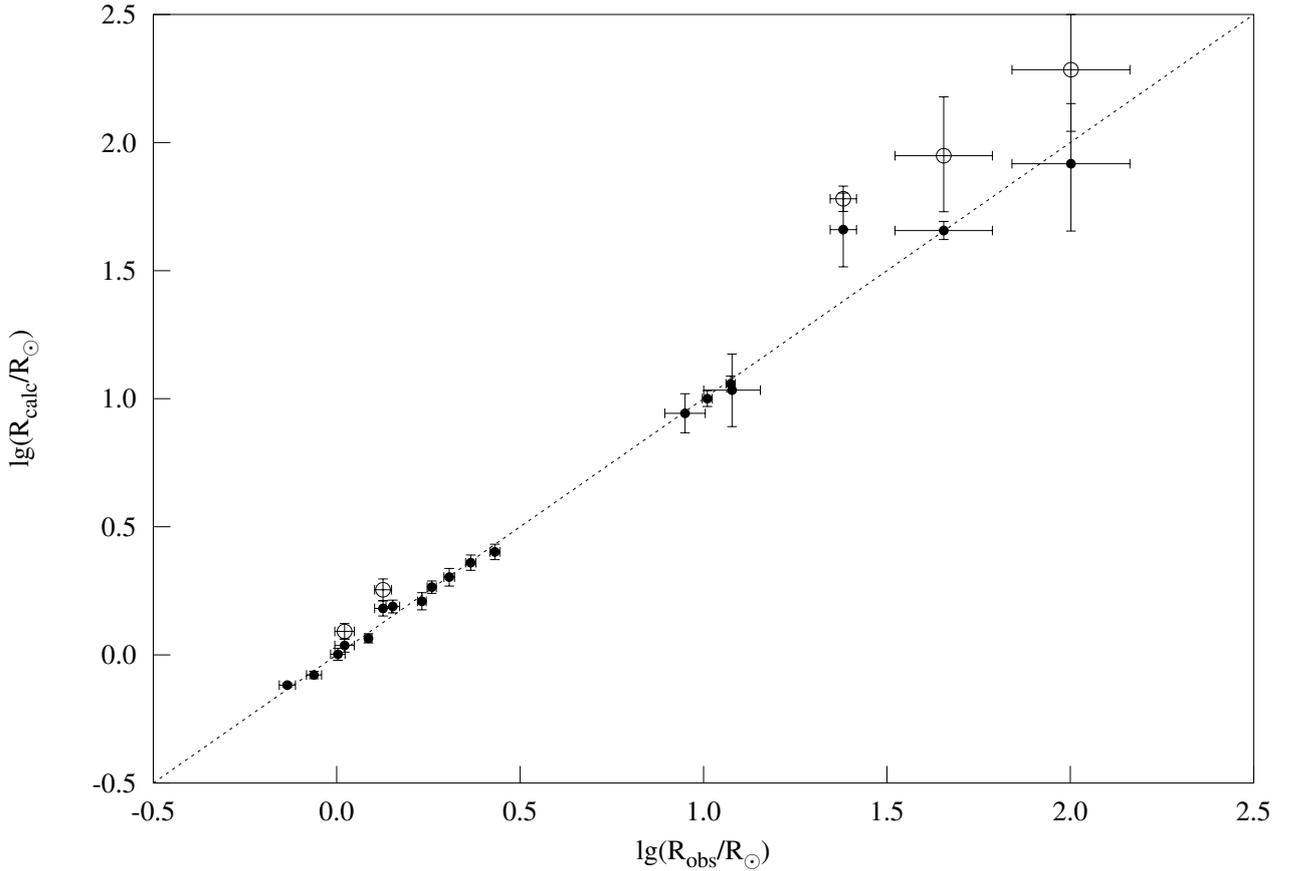


Рисунок 1.12 — Сравнение оценок радиуса ярких звезд с их наблюдаемым значением. Черные кружки — оценка радиуса. Полые кружки соответствуют только звездам с $[\text{Fe}/\text{H}] \leq -0.35$, оценка радиуса для которых получена с использованием эволюционных треков для $Z = 0.014$.

и предположениями, положенными в основу метода. Результат для случая $Z = 0.014$ показан на рисунке 1.9. Хорошо видно, что в большинстве случаев среднеквадратичное отклонение — около 0.01, а в области главной последовательности еще меньше. В худшем случае отклонение составляет около 0.15, поэтому предельная погрешность, связанная со сделанными упрощениями, составляет около 0.15. Похожая ситуация наблюдается для $Z = 0.002$, поэтому аналогичный рисунок не приводится. Высокая неопределенность в области сверхгигантов (более темная область на рисунке) связана с большим диапазоном масс звезд, которые могут находиться в этой достаточно узкой области. Это приводит к тому, что две звезды с близкими значениями атмосферных характеристик (эффективной температуры и ускорения силы тяжести) могут иметь в разы отличающиеся массы и, как следствие, радиусы. Естественно, подобные рассуждения справедливы и для других областей, например, для ветви красных

гигантов. Однако, как видно из рисунка 1.9, только в области сверхгигантов количественная оценка неопределенности заметно выше. Поэтому результаты, полученные для сверхгигантов, должны использоваться с осторожностью и только в виде интервальных оценок радиуса.

Дальнейшая оценка точности метода была связана с использованием данных о хорошо изученных звездах. Данные о физических характеристиках звезд были взяты из работы Малкова [35], в которой собрана актуальная информация о массе, светимости, радиусе и температуре компонентов разделенных затменных двойных звезд. Несколько двойных звезд из указанной работы не рассматривались, и данные о них не использовались из-за значительно превышающих среднее значение ошибок в их характеристиках. С целью исследования метода в области красных гигантов были использованы данные о ярких звездах из работы Хейтера, Жофре, Густафссона и др. авторов [37]. В общей сложности проверка выполнена на более чем ста двойных и двух десятках ярких хорошо изученных звездах, которые вместе покрывают две густонаселенные области — область главной последовательности и ветвь красных гигантов. Положение этих звезд относительно эволюционных треков показано на рисунке 1.10.

Результат анализа относительной погрешности, используя двойные звезды, показан на рисунке 1.11, при этом использовались эволюционные треки для $Z = 0.014$. При оценке радиуса погрешности эффективной температуры и ускорения силы тяжести учитывались в соответствии с описанным методом. Имеется хорошее соответствие с наблюдениями: среднее значение относительной погрешности и ее среднеквадратичное отклонение равны 0.03 % и 3.87 % соответственно. В исследуемой области практически отсутствует систематическое отклонение и, при условии нормального распределения относительной погрешности, истинное значение радиуса с вероятностью 99 % лежит в интервале ± 12 %.

На рисунке 1.12 показано сравнение оценки радиуса для ярких звезд с его значением, вычисленным из наблюдаемых данных на основе соотношения (1.2), при этом оценка радиуса вычислялась, выбирая из двух типов эволюционных треков ($Z = 0.014$ или $Z = 0.002$), наиболее подходящей звезде по металличности. С целью показать влияние металличности, для звезд с $[\text{Fe}/\text{H}] \leq -0.35$ получена оценка радиуса с использованием эволюционных треков, металличность которых сильно отличается от той, что соответствует этим звездам. На рисунке этот случай показан полыми кружками, и видно, что полученная оцен-

ка радиуса очевидно завышена. Однако оценка радиуса с учетом металличности заметно точнее. Это показывает возможность оценки радиуса предлагаемым методом в области красных гигантов с учетом значения их металличности.

Ранее было отмечено, что метод позволяет оценить также массу и светимость звезды, поэтому возможно его обобщение на этот случай. Следующий раздел работы посвящен такому обобщению метода, при этом рассматривается вопрос, связанный с учетом металличности исследуемых звезд.

1.3 SPI — инструмент для определения характеристик звезд

Раздел посвящен реализации и развитию способа определения радиуса, массы и светимости звезды по ее атмосферным характеристикам (эффективной температуре, поверхностному ускорению силы тяжести и металличности). Аналогично ранее предложенным методам, определение характеристик звезды выполняется с учетом скорости эволюции звезд и начальной функции масс, что делает их более корректными. Применение эволюционных расчетов научной группой из Женевской обсерватории для звезд двух типов — с учетом и без учета вращения звезды — позволяет учесть неопределенность, связанную с отсутствием данных о скорости вращения исследуемой звезды. Стоит напомнить, что соответствующие этим расчетам эволюционные треки описывают эволюцию звезд с начальной массой от $0.8M_{\odot}$ до $120M_{\odot}$ для двух химических составов — $Z = 0.014$ и $Z = 0.002$. Эволюционные расчеты с учетом вращения звезд выполнены в предположении, что начальная скорость (v_b) вращения звезды зависит от ее критической скорости вращения (v_c)¹ и определяется условием $v_b/v_c = 0.4$. В соответствии с этим подходом звезды главной последовательности имеют начальные скорости вращения в диапазоне от 110 до 220 км/с.

Ранее было отмечено, что при одинаковой металличности одним и тем же значениям эффективной температуры и ускорения силы тяжести может соответствовать разный радиус звезды, однако особенности появления и эволюции звезд приводят к тому, что эти радиусы должны быть не равновероятны. Аналогичная ситуация и с массой, и со светимостью. С целью учесть разную скорость

¹Критическая скорость вращения достигается, когда сила тяжести полностью компенсируется центробежными силами.

эволюции и начальную функцию масс были получены функции вероятности значений радиуса, массы и светимости звезды. Сделано это было аналогично способу, которым была получена зависимость вероятности значения радиуса звезды от эффективной температуры и ускорения силы тяжести, показанной на рисунке 1.7. То есть были сделаны предположения о постоянном темпе звездообразования на протяжении 13.7 млрд лет и независимой эволюции звезд друг от друга. В качестве начальной функции масс использовалась классическая зависимость из работы [36]. С учетом небольшой ширины интервалов считалось, что для эффективной температуры, равной середине интервала, получена зависимость характеристики звезды (радиуса, массы, светимости) от ускорения силы тяжести. Далее, для достижения непрерывной зависимости применялась линейная интерполяция. Подробности и другие детали изложены в предыдущем разделе.

Важным отличием от предыдущих работ является учет металличностей звезд. С этой целью при помощи интерполяции исходных эволюционных треков получены треки для промежуточных значений металличностей. Интерполяция выполнялась только между точками, которые соответствуют подобным стадиям эволюции звезды (в работе [12] приведено детальное описание эволюционных треков), что делает ее более корректной. Учет металличности эквивалентен следующему подходу: сначала определяются фундаментальные характеристики, соответствующие значениям металличностей, между которыми лежит значение металличности исследуемой звезды. После этого выполняется интерполяция; тем самым определяются значения, соответствующие металличности исследуемой звезды.

Как и в предшествующих работах, точечные оценки определяются методом максимального правдоподобия. Интервальные оценки определяются путем многократной генерации значений эффективной температуры, ускорения силы тяжести и металличности с учетом их погрешности, предполагая их равномерное распределение. Нужно отметить, что при определении интервальных оценок не для всех значений в выборке, полученной указанной многократной генерацией, будут найдены решения. Случиться это может из-за того, что такое значение не попадает в допустимые диапазоны, которые определяются используемыми эволюционными треками. В связи с этим для каждой такой выборки выполняется подсчет процента найденных решений, который в определенном смысле характеризует достоверность интервальных оценок.

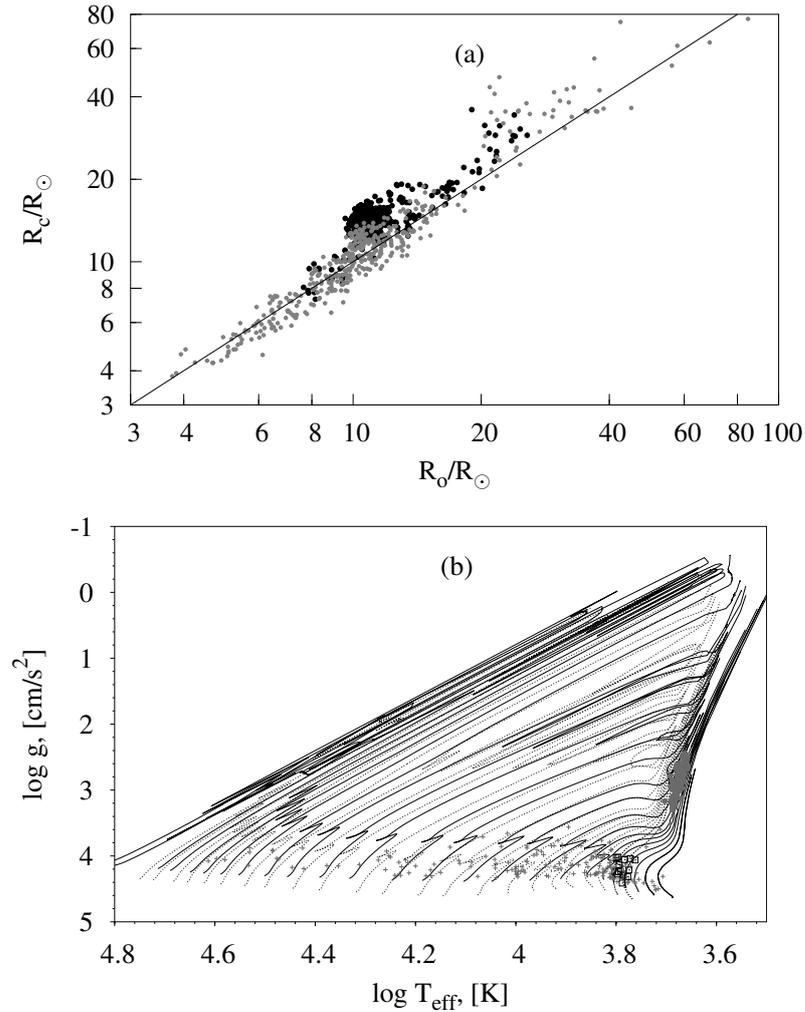


Рисунок 1.13 — Вверху — сравнение радиусов R_o красных гигантов (серые кружки) и звезд красного сгущения (черные кружки) с вычисленными оценками R_c их радиусов. Внизу — положение относительно эволюционных треков затменных двойных (кресты), красных гигантов (кружки) и кандидатов в обладатели планет (квадраты).

Проверка способа оценки радиуса, массы и светимости звезды выполнена с использованием данных о хорошо изученных звездах. Данные о физических характеристиках компонентов таких двойных звезд были взяты из работы [35]. Данные о трех десятках звезд — кандидатов в обладатели собственных планет — были взяты из работы [38], в которой с точностью в несколько процентов методами астросейсмологии оценены их физические характеристики. Эти звезды, как и указанные двойные, в основном лежат в области звезд главной последовательности. С целью провести проверку в области красных гигантов были использованы данные из каталога APOKASC [39], который содержит ха-

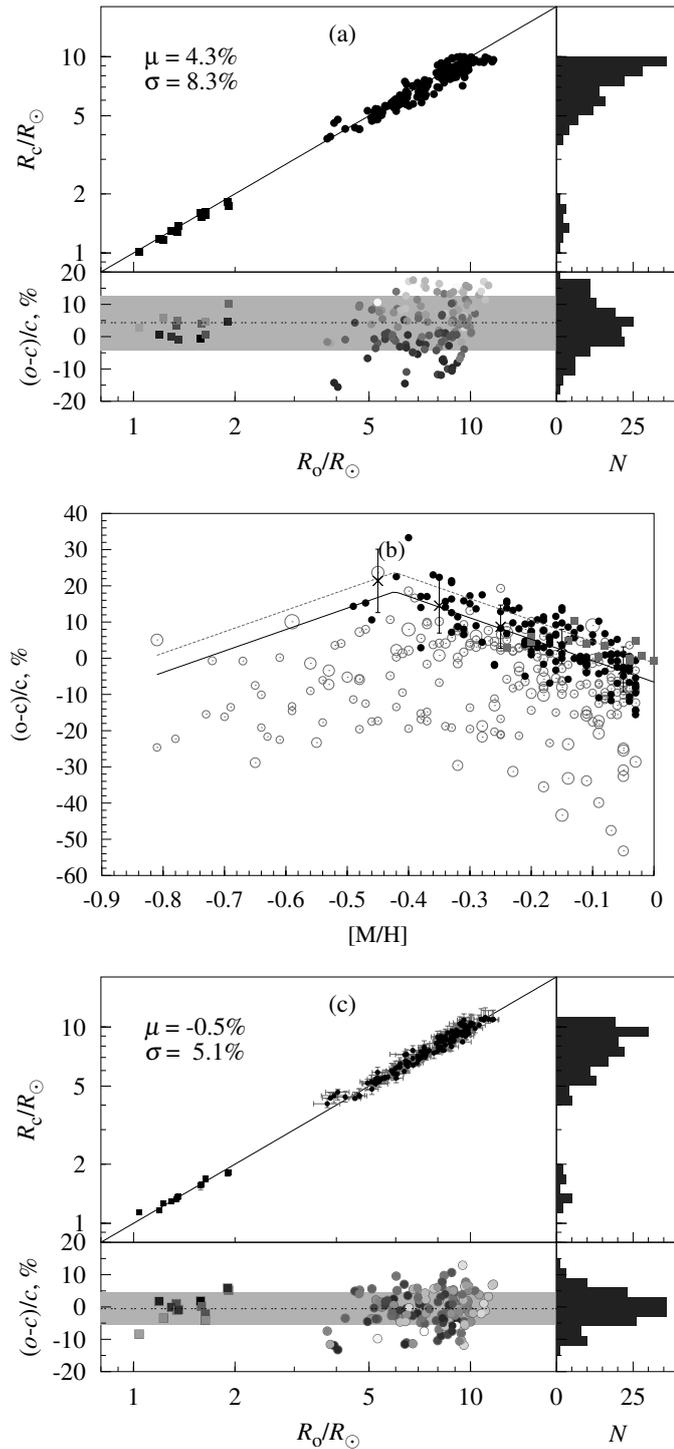


Рисунок 1.14 — Сравнение радиусов R_o красных гигантов (кружки) и кандидатов в обладатели собственных планет (квадраты) с оценками R_c их радиусов. (a) — без поправок, (c) — с поправками (см. детали в тексте).

характеристики около двух тысяч красных гигантов, полученные как методами астросейсмологии, так и спектроскопии.

Определение характеристик красных гигантов показало, что для звезд красного сгущения (фаза горения как гелия в ядре звезды, так и водорода

в оболочке ядра) и красных гигантов с радиусами более $20 R_{\odot}$ имеется систематическое завышение радиуса (см. рисунок 1.13). В силу того, что по эффективной температуре и ускорению силы тяжести затруднительно отделять звезды красного сгущения от других красных гигантов, была ограничена область применения исследуемого способа. Ограничивающим критерием в области красных гигантов было выбрано условие — определяемый радиус звезды должен быть не больше $10 R_{\odot}$. Независимо от положения на диаграмме Герцшпрунга-Рассела применялся общий для всех звезд критерий — процент достоверности интервальной оценки не меньше 70 %. В соответствии с выбранными критериями из каталога APOKASC была сделана выборка красных гигантов, которая использовалась для дальнейшего исследования. В общей сложности из всех звезд было выбрано более трехсот, и проверка выполнена на хорошо изученных различными методами звездах, которые вместе покрывают две густонаселенные области — область главной последовательности и ветвь красных гигантов. Положение этих звезд относительно эволюционных треков показано на рисунке 1.13.

Результат сравнения радиусов красных гигантов, выбранных из каталога APOKASC, и звезд — кандидатов в обладатели собственных планет — с их вычисленными оценками показан на рисунке 1.14, на панелях (а) и (с) которого градацией серого показаны значения металличностей (большое значение — более темные тона), пунктирными линиями — среднее значение относительного отклонения (μ), а серой полосой — среднеквадратичное отклонение ($\pm\sigma$).

На панели (а) рисунка 1.14 хорошо видно, что имеется систематическое занижение радиусов. Анализ относительного отклонения радиуса показал: его среднее значение и среднеквадратичное отклонение равны 4.3 % и 8.3 % соответственно, при этом имеется явная зависимость от металличности. На панели (b) рисунка 1.14 показана зависимость среднего значения относительного отклонения радиуса от металличности для двух значений ускорения силы тяжести — 4.75 (пунктирная линия) и 2.25 (сплошная линия), на которой светлые кружки — красные гиганты с радиусом больше $10 R_{\odot}$, и их размер пропорционален логарифму радиуса звезд.

Для исследования указанной зависимости были сделаны несколько выборок, для которых независимо выполнен анализ относительного отклонения радиуса. Звезды в каждой выборке соответствовали заданным интервалам металличностей и ускорений силы тяжести. Первой выборке соответствовал ин-

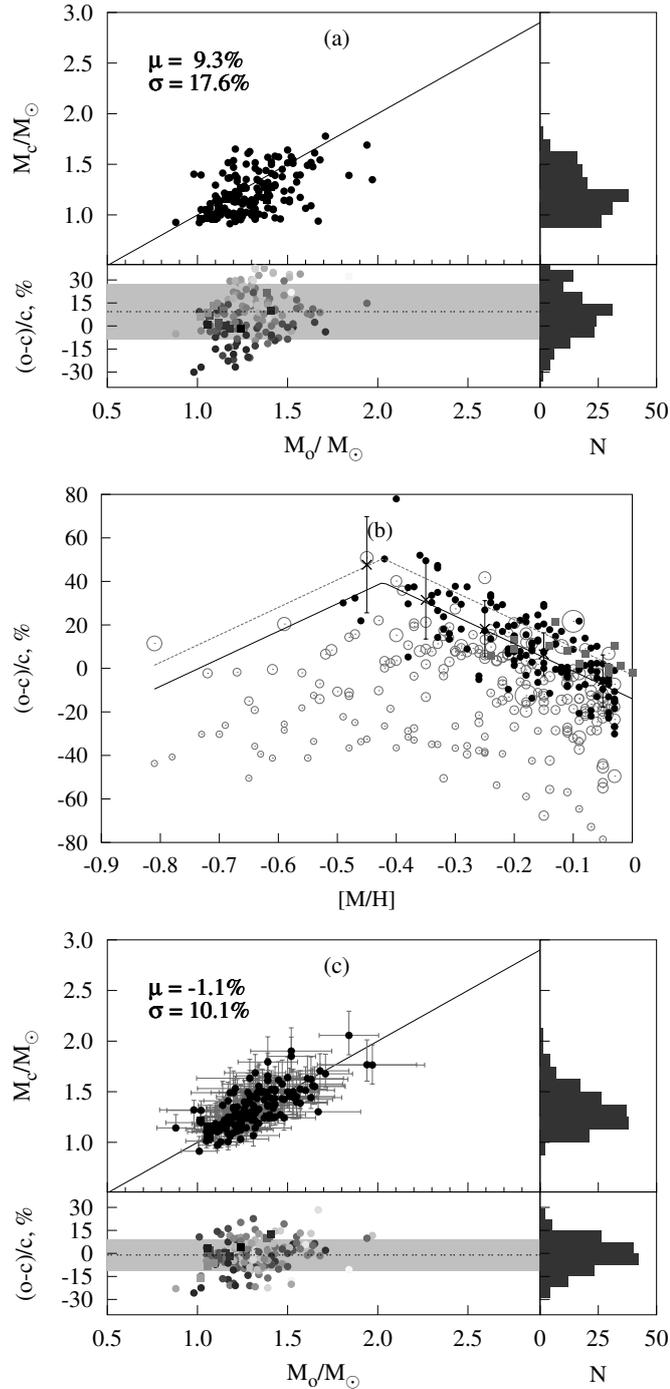


Рисунок 1.15 — Сравнение масс M_o красных гигантов и кандидатов в обладатели собственных планет с оценками M_c их масс. (a) — без поправок, (c) — с поправками. Размер светлых кружков на (b) — логарифм массы звезды. Символы и цвета имеют те же значения, что и на рисунке 1.14.

тервал металличностей $[-0.1, 0]$, второй — $[-0.2, -0.1]$ и т.д. Ускорение силы тяжести менялось с шагом 0.5. Полученная зависимость среднего значения относительного отклонения радиуса от металличности показана на панели (b) рисунка 1.14. В используемой выборке среди красных гигантов гораздо меньше звезд с заметным дефицитом металлов, чем звезд солнечного содержания

металлов и близкому к нему. По этой причине надежный результат получен только в диапазоне металличностей от 0 до -0.5 . Тем не менее, качественное поведение зависимости просматривается для всех значений металличностей.

В данной работе использованы два типа эволюционных расчетов — солнечного химсостава и с 10-кратным дефицитом тяжелых элементов, т.е. значения металличности 0 и -0.845 соответственно. Именно между ними, вблизи среднего значения, находится максимум относительного отклонения радиуса. Таким образом, возможное объяснение зависимости относительного отклонения радиуса от металличности — применение интерполяции для получения эволюционных треков промежуточных значений металличности. Анализ этой зависимости позволил внести поправку в оценку радиуса, что привело к уменьшению как систематического занижения радиуса, так и его среднеквадратичного отклонения.

Результат сравнения радиусов звезд с радиусами, вычисленными с учетом поправок, показан на панели (с) рисунка 1.14. При оценке радиуса погрешности эффективной температуры, ускорения силы тяжести и металличности учитывались в соответствии с описанием способом. С учетом внесенных поправок в исследуемой области достигнуто хорошее соответствие с наблюдениями: среднее значение и среднеквадратичное отклонение относительного отклонения радиуса равны 0.5 % и 5.1 % соответственно.

Сравнение масс и светимостей звезд с их оценками показывает наличие закономерностей, похожих на те, которые наблюдались при оценке радиусов звезд. На рисунке 1.15 и рисунке 1.16 видно, что как у оценок массы, так и у оценок светимости имеются систематические отклонения, а также явная зависимость от металличности. Анализ относительного отклонения массы показал, что его среднее значение и среднеквадратичное отклонение равны 9.3 % и 17.6 % соответственно. В случае оценки светимости среднее значение и среднеквадратичное отклонение равны -0.02 и 0.07 соответственно. Подобно тому, как была построена зависимость значения среднего отклонения радиуса от металличности, были получены аналогичные зависимости для среднего значения отклонения массы и светимости, которые показаны на панелях (b) рисунка 1.15 и рисунка 1.16.

Видно, что для всех трех случаев — для радиуса, массы и светимости — влияние металличности качественно похоже — максимальное отклонение вблизи среднего значения и его уменьшение при приближении к значениям

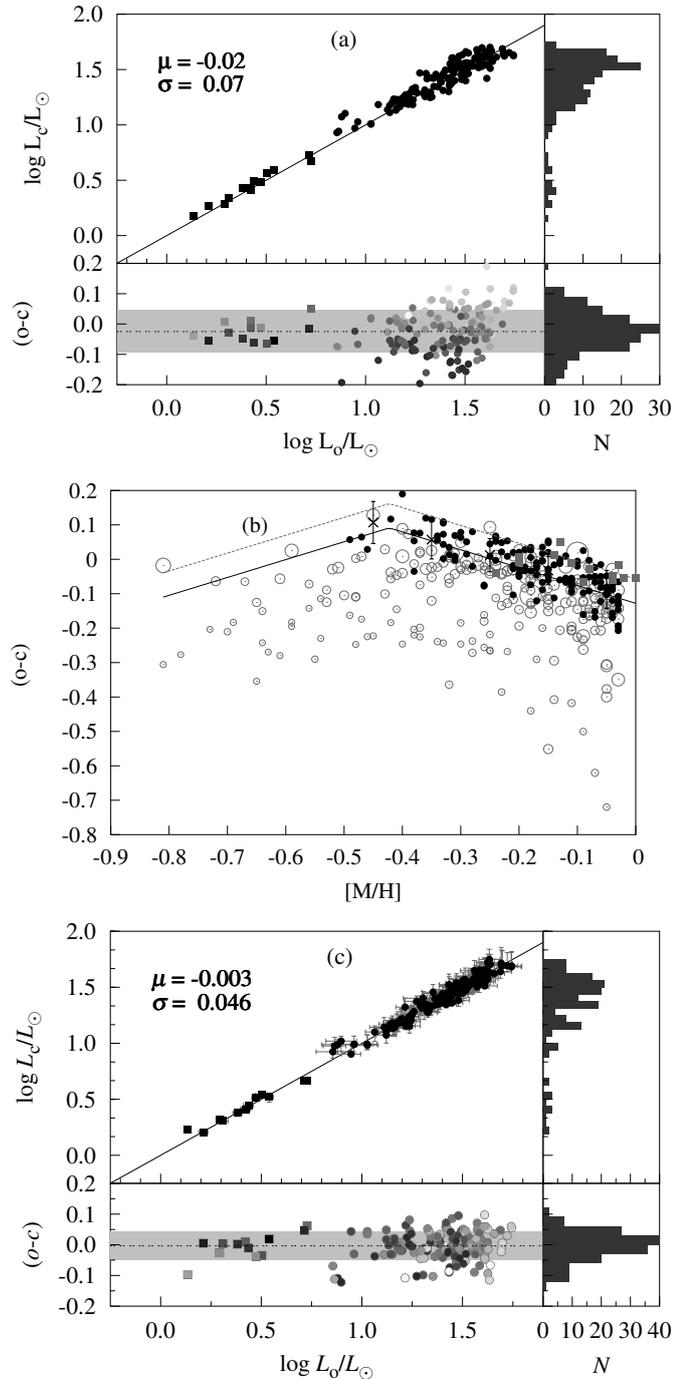


Рисунок 1.16 — Сравнение светимостей L_o красных гигантов и кандидатов в обладатели собственных планет с оценками их светимостей L_c . (а) — без поправок, (с) — с поправками. Символы и цвета имеют те же значения, что и на рисунке 1.15.

металличностей, соответствующим эволюционным трекам. Полученные зависимости позволили внести поправки в оценки массы и светимости, что, как и в случае с оценкой радиуса, привело к уменьшению как систематического занижения, так и среднеквадратичного отклонения. Результат сравнения масс звезд с массами, вычисленными с учетом поправок, показан на панели (с) рисунка 1.15,

а сравнение светимостей с их оценками с учетом поправок — на панели (с) рисунка 1.16. Видно, что с учетом внесенных поправок имеется хорошее соответствие с наблюдениями. Среднее значение относительного отклонения массы уменьшилось с 9.3 % до -1.1 %, а его среднеквадратичное отклонение — с 17.5 % до 10.3 %. Учет поправок при оценке светимости позволил уменьшить среднее значение отклонения и его среднеквадратичное отклонение до значений -0.003 и 0.046.

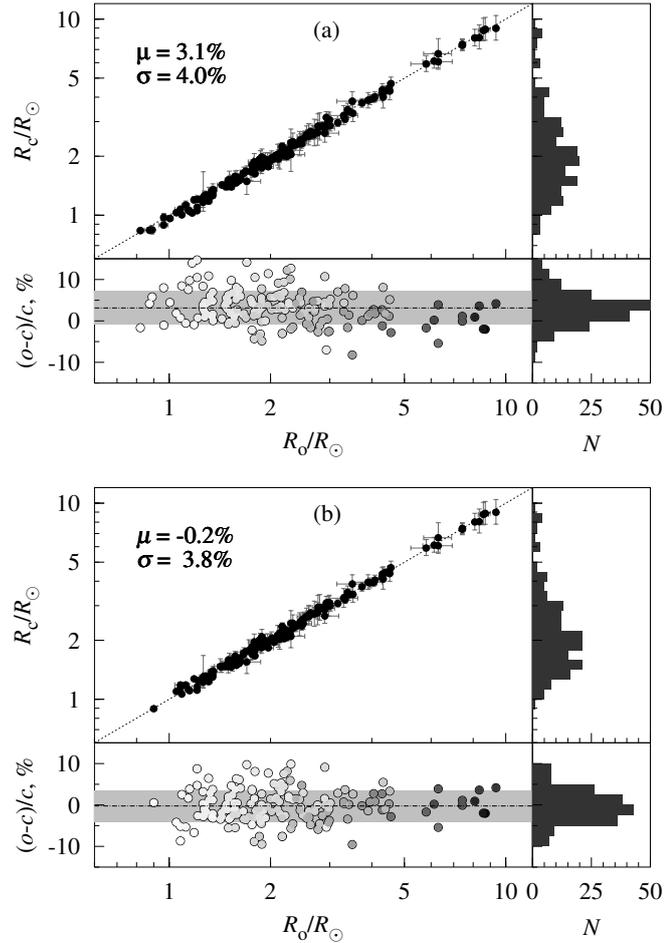


Рисунок 1.17 — Сравнение радиусов R_o компонентов затменных двойных звезд с оценками их радиусов R_c в предположении солнечного химсостава (а) и в предположении о наличии корреляции между массой и металличностью (б). Градацией серого показаны значения масс компонентов двойных звезд. Бóльшим массам соответствуют более темные тона. Символы и цвета имеют те же значения, что и на рисунке 1.14.

На рисунке 1.17 показано сравнение радиусов затменных двойных звезд с их оценками, сделанными с учетом поправок, обсуждаемых выше. К сожалению, для этих звезд отсутствуют данные о металличностях. По этой причине

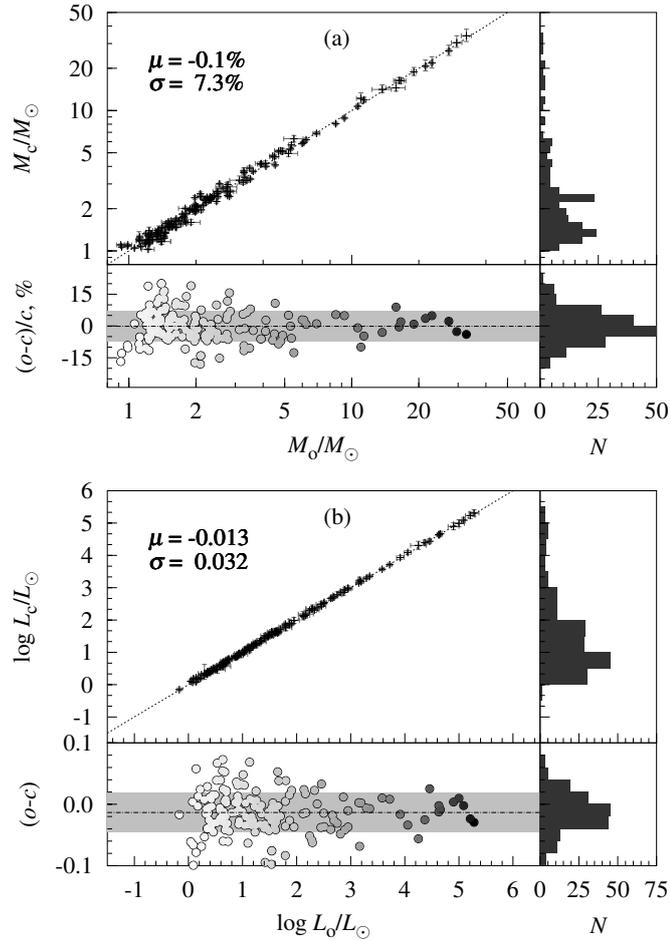


Рисунок 1.18 — Сравнение масс (а) и светимостей (б) компонентов затменных двойных звезд с их оценками в предположении о наличии корреляции между массой и металличностью. Градация серого, символы и цвета имеют то же значение, что и на рисунке 1.17.

было сделано предположение об их соответствии солнечному значению. Как и предполагалось, при таком предположении наблюдается заметное систематическое отклонение оценки радиуса. Анализ его относительного отклонения показал, что среднее значение и среднеквадратичное отклонение равны 3.1 % и 4.0 % соответственно. При этом, как видно на нижней части панели (а) рисунка 1.17, имеется заметная зависимость от массы звезды, которая объясняется следующим. Чем больше масса звезды, тем больше вероятность того, что она моложе и, как следствие, имеет большее значение металличности. В связи с этим двойным звездам пропорционально логарифмам их масс была присвоена металличность, минимизирующая как среднее значение, так и среднеквадратичное отклонение относительного отклонения радиуса. Результат оценки радиусов компонентов двойных звезд с учетом присвоенных значений металличностей показан на панели (б) рисунка 1.17. Как видно, предположение о бóльшей ме-

талличности более массивных звезд действительно позволяет улучшить оценку: среднее значение относительного отклонения радиуса уменьшилось до -0.2% , а среднеквадратичное отклонение — до 3.8% . Полученному результату соответствует следующая зависимость металличности от массы:

$$[M/H] = 0.2875 \lg \mathfrak{M} - 0.25.$$

Из рисунка 1.18 видно, что сравнение масс и светимостей двойных звезд с их оценками, сделанными с учетом всех полученных выше результатов, хорошо согласуется с наблюдениями. Практически отсутствуют систематические отклонения: среднее значение относительного отклонения массы равно -0.1% , а среднее значение отклонения светимости — -0.013 . Учет всех поправок позволил достичь приемлемых значений среднеквадратичных отклонений: в случае оценки массы значение равно 7.4% , а в случае оценки светимости — 0.032 . На панели (b) рисунка 1.17 видно, что даже с учетом присвоенных значений металличностей имеется увеличение разброса радиуса менее массивных звезд по сравнению с более массивными. Увеличение разброса для маломассивных двойных звезд проявляется не только в случае оценки радиуса, но и в случае оценки и массы, и светимости (см. рисунок 1.18). Объяснить это можно следующим: в силу сильной зависимости скорости эволюции звезды от ее массы маломассивные звезды близких масс могут иметь большую разницу в возрасте. В свою очередь, это может быть причиной большего разброса значений металличностей.

Таким образом, можно подвести промежуточный итог проделанной работы. Проверка выполнена на 175 компонентах затменных двойных звезд, 13 кандидатах в обладатели собственных планет и 141 красном гиганте. Используются хорошо изученные различными методами звезды, которые вместе покрывают две густонаселенные области — область главной последовательности и ветвь красных гигантов. Первичный анализ относительного отклонения радиуса показал выраженное систематическое отклонение и наличие явной зависимости от металличности. Анализ этой зависимости и аналогичной зависимости в случае оценок массы и светимости позволил внести соответствующие поправки, что привело к уменьшению как их систематических отклонений, так и их среднеквадратичных отклонений. Достигнуто хорошее согласие с наблюдениями: практически отсутствуют систематические отклонения точечных оценок

фундаментальных характеристик как для звезд главной последовательности, так и красных гигантов.

Следующий вопрос, который был исследован в данной работе — неопределенность оценки фундаментальных характеристик. Интервальная оценка — пара чисел, оцениваемых на основе наблюдений, между которыми предположительно находится оцениваемая характеристика. Такие оценки в известном смысле характеризуют неопределенность оцениваемых характеристик. Задача оценивания областей разброса характеристик звезды решается прямым статистическим моделированием, которое известно также как метод Монте-Карло [40; 41]. Интервальная оценка вычисляется в предположении, что эффективная температура, ускорение силы тяжести и металличность имеют равномерные распределения внутри интервалов, определяемых их погрешностями. С учетом этого предположения выполняется многократная генерация (250000 раз) случайных значений атмосферных характеристик. Далее, для них определяются соответствующие значения радиусов, масс и светимостей, на основе которых вычисляются статистики — среднее вероятное (μ), среднеквадратичное отклонение (σ), а также первый (Q_1) и третий (Q_3) квантили².

Используя известные значения радиусов, масс и светимостей компонентов затменных двойных, кандидатов в обладатели планет и красных гигантов, исследованы четыре типа интервальных оценок. Для каждого типа подсчитано отношение количества звезд, для которых оцениваемая характеристика (радиуса, массы, светимости) находится внутри интервальной оценки, к общему количеству рассматриваемых звезд, т.е. подсчитана частота (P) нахождения оцениваемой характеристики внутри интервальной оценки. Значения радиусов, масс и светимостей известны с погрешностями, поэтому подсчет сделан двумя способами. В первом способе (I) считалось, что оцениваемая характеристика находится внутри интервальной оценки, если ее значение лежит между границами интервальной оценки. Во втором способе (II) — если интервал, соответствующий погрешности оцениваемой характеристики, пересекается с интервальной оценкой. В таблице приведены результаты подсчетов, выполненных описанными способами. Также для каждого типа интервальной оценки приведены

²Квантиль — значение случайной величины, которое оно не превышает с заданной вероятностью. Первый и третий квантили соответствуют таким значениям случайной величины, которые оно не превышает с вероятностью 0.25 и 0.75, соответственно.

усредненные значения их относительной длины:

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \frac{u_i - l_i}{p_i},$$

где p_i — значение оцениваемой характеристики звезды (например, радиуса), u_i и l_i — верхняя и нижняя границы интервальной оценки, а n — количество рассматриваемых звезд. Предпочтителен тип интервальной оценки, который имеет как можно меньшую $\bar{\Delta}$, а вероятность (частота) нахождения оцениваемой характеристики между границами интервальной оценки — как можно больше.

Таблица 1 — Подсчитанная способами I и II частота P нахождения оцениваемой характеристики внутри интервальной оценки и средние значения относительной длины ($\bar{\Delta}$) интервальной оценки

Интервальная оценка	Радиус			Масса			Светимость		
	P_I	P_{II}	$\bar{\Delta}$	P_I	P_{II}	$\bar{\Delta}$	P_I	P_{II}	$\bar{\Delta}$
Красные гиганты и кандидаты в обладатели планет									
$\pm\sigma$	0.794	0.936	0.18	0.787	0.965	0.35	0.809	0.972	0.14
$\pm 3\sigma$	0.993	1.000	0.53	0.993	1.000	1.05	1.000	1.000	0.41
$[Q_1, Q_3]$	0.872	0.979	0.14	0.830	0.979	0.27	0.901	0.993	0.11
$[Q_1^*, Q_3^*]$	1.000	1.000	0.56	0.993	1.000	1.10	1.000	1.000	0.44
Затменные двойные звезды									
$\pm\sigma$	0.766	0.886	0.12	0.411	0.583	0.08	0.863	0.949	0.16
$\pm 3\sigma$	0.977	0.994	0.37	0.789	0.851	0.24	0.994	1.000	0.49
$[Q_1, Q_3]$	0.709	0.846	0.10	0.286	0.497	0.06	0.760	0.909	0.12
$[Q_1^*, Q_3^*]$	0.977	0.994	0.40	0.777	0.851	0.24	0.994	1.000	0.47

* $Q_1^* = Q_1 - 1.5IQR$, $Q_3^* = Q_3 + 1.5IQR$, где $IQR = Q_3 - Q_1$. При нормальном распределении случайной величины оценка $[Q_1^*, Q_3^*]$ практически совпадает с оценкой $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

Из таблицы 1 видно, что оценки $[Q_1, Q_3]$ и $[\mu - \sigma, \mu + \sigma]$ независимо от способа подсчета имеют близкие значения частот P , но первая имеет меньшее значение $\bar{\Delta}$. По этой причине из двух указанных оценок предпочтительна первая оценка. Два других типа оценок — $[Q_1^*, Q_3^*]$ и $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ — имеют большее значение $\bar{\Delta}$, за счет чего и большую частоту P . Однако если частота P увеличилась не намного, то значение $\bar{\Delta}$ увеличилось более чем в 2 раза. Поэтому первые два типа оценок более предпочтительны. В случае, если необходима оценка с максимальным значением P , то стоит выбирать оценку $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$.

Она сравнима по частоте с оценкой $[Q_1^*, Q_3^*]$, но обладает меньшим значением $\bar{\Delta}$. Исключением из вышеописанного является случай двойных звезд, для которых имеется занижение частоты нахождения оцениваемой характеристики внутри интервальной оценки. Это особенно хорошо видно при оценке их масс. Были рассмотрены две возможные причины. Первая — это уже ранее упомянутый большой разброс металличностей маломассивных звезд. Вторая — недооценка погрешности оцениваемых характеристик двойных звезд из-за присвоенной нулевой погрешности их металличностям. С целью исключить вторую причину, двойные звезды были исследованы с учетом того, что им были присвоены погрешности металличностей, равные средней погрешности используемых красных гигантов и кандидатов в обладатели планет. В результате значения относительной длины $\bar{\Delta}$ и частоты P интервальных оценок увеличились. Однако эффект от добавления погрешности металличности недостаточно сильный. По этой причине, вероятно, занижение погрешности оцениваемых характеристик двойных звезд объясняется первой причиной.

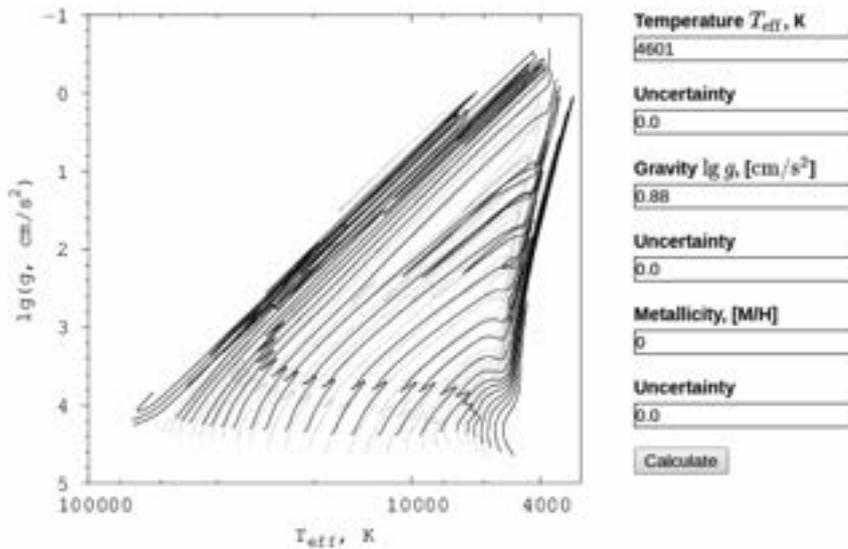


Table — List of requests and results of calculations.

ID	T_{eff}, K	$\lg g, [\text{cm/s}^2]$	[M/H]	R_*, R_{\odot}	$\mathfrak{M}_*, \mathfrak{M}_{\odot}$	$\lg L_*, [L_{\odot}]$	K_d	BC
3491	4601.0 ± 0.0	0.88 ± 0.00	0.00 ± 0.00	$166.96^{+3.46}_{-4.06}$	$7.50^{+0.99}_{-0.41}$	$4.03^{+0.04}_{-0.02}$	1.00	N

Рисунок 1.19 — Общий вид веб-интерфейса инструмента SPI.

Вышеописанный способ определения характеристик звезд реализован по технологии тонкого клиента в комплекте программ для ЭВМ. При этом решены попутные задачи, связанные с созданием, обработкой и хранением запросов

на вычисления. В результате в сети Интернет доступен SPI (Stellar Parameter Interface) — инструмент с веб-интерфейсом³. Он позволяет пользователю быстро сформировать и отправить запрос для вычисления характеристик звезды (радиуса, массы и светимости). Общий вид веб-интерфейса показан на рисунке 1.19. Есть два способа сформировать запрос. Первый — для одиночного запроса. Достаточно поместить курсор в нужное место на рисунке с эволюционными треками и сделать один щелчок левой кнопкой, чтобы отправить запрос и начать вычисление физических характеристик. Второй — групповой запрос сразу для нескольких звезд, но не более 500. Для этого нужно воспользоваться формой для загрузки файла с значениями атмосферных характеристик звезд. Каждая строка файла должна содержать шесть чисел — $[M/H]$, $\lg T_{\text{eff}}$, $\lg g$ и их погрешности.

1.4 Оценка характеристик звезд обзора LAMOST

При решении некоторых астрофизических задач большое количество исходных данных может компенсировать их невысокую точность. В частности, при определении характеристик межзвездной среды по звездам, расположенным компактно в одной области на небе, для которых величина межзвездного поглощения и угловые диаметры найдены из фотометрии, оценки радиусов этих звезд позволяют судить о расстоянии до них.

Основное назначение обзора LAMOST — поиск астрофизически важных объектов и статистические исследования звездных населений нашей Галактики. Обзор охватывает практически половину небесной сферы и содержит данные об атмосферных характеристиках более двух миллионов звезд [20]. Атмосферные характеристики звезд определены коллективом LAMOST по распределению энергии в их спектрах. Этот подход позволяет сравнительно точно определить T_{eff} , но не претендует на надежное определение $\lg g$ и металличности, хотя значения двух последних важны для точного определения радиуса звезды. Однако ценность обзора LAMOST заключается не в сверхточной оценке атмосферных характеристик звезд, а в их большом количестве.

³Адрес в сети Интернет — <http://spi.inasan.ru/en/index>

Второй выпуск (DR2) спектроскопического обзора LAMOST содержит данные, полученные как в результате пробного обзора с 2011 по 2012 года, так и в результате двухгодичного основного обзора, завершеного в 2014 году. DR2 включает около четырех миллионов спектров, а также несколько каталогов с оценками атмосферных характеристик звезд. Самый представительный из них — каталог данных для более двух миллионов звезд, принадлежащих к спектральным классам A, F, G и K. Именно для объектов указанного каталога были определены фундаментальные характеристики (радиус, масса и светимость).

В работах последнего времени, посвященных анализу точности определения звездных характеристик, указывается на то, что в DR2 существуют систематические ошибки, которые для ускорения силы тяжести достигают больших значений [42]. По этой причине атмосферные характеристики звезд (температура, ускорение силы тяжести и металличность) были откорректированы с учетом эмпирических зависимостей, полученных авторами цитируемой работы. Способ определения характеристик звезд имеет ограничения, поэтому, насколько это возможно, были исключены звезды красного сгущения. По той же причине были исключены звезды, для которых оценка радиуса превышала значение $10 R_{\odot}$. В общей сложности оценки получены для 700481 звезд с металличностью в диапазоне от -0.845 до 0.0 , который ограничен применяемыми эволюционными расчетами. В таблице 2 приведена часть каталога полученных оценок характеристик звезд. Его полная версия доступна в базе данных VizieR⁴ и содержит оценки, полученные как с учетом корректировки атмосферных характеристик, так и без него. Наряду с оценками приведены значения коэффициентов доверия (K_d), которые позволяют охарактеризовать качество интервальных оценок: чем ближе K_d к единице, тем больше доверие к интервальной оценке.⁵ На панели (а) рисунка 1.20 показано распределение по атмосферным характеристикам количества звезд, для которых были сделаны оценки радиусов, масс и светимостей. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела, построенная на основе полученных оценок светимостей, показана на панели (b) рисунка 1.20.

Была исследована характерная точность сделанных оценок. Для этого было проанализировано распределение количества звезд в зависимости от зна-

⁴<http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR>

⁵Например, $K_d = 0.5$ означает, что только 50 % значений атмосферных характеристик звезды, сгенерированных для вычисления интервальной оценки, попадают в область значений эволюционных расчетов, а в случае $K_d = 1.0$ в указанную область попадают все 100 %.

Таблица 2 — Оценки радиусов, масс и светимостей звезд спектральных классов А, F, G и К обзора LAMOST DR2 и значения коэффициента доверия (K_d). Температура, ускорение силы тяжести и металличность указаны с учетом их корректировки.

ID	$\lg T_{\text{eff}}$, К	$\log g$, см с ⁻²	[M/H]	R , R_{\odot}	M , M_{\odot}	$\lg L$, L_{\odot}	K_d
3203084	3.67 ± 0.01	2.8 ± 0.3	-0.2 ± 0.1	8 ₋₁ ⁺⁴	1.3 _{-0.1} ^{+0.6}	1.4 _{-0.1} ^{+0.4}	0.81
15014005	3.66 ± 0.01	2.8 ± 0.3	-0.1 ± 0.1	6 ₋₁ ⁺³	1.0 _{-0.1} ^{+0.4}	1.2 _{-0.1} ^{+0.3}	0.62
27205024	3.69 ± 0.01	3.1 ± 0.3	-0.1 ± 0.1	6 ₋₂ ⁺¹	1.6 _{-0.4} ^{+0.2}	1.2 _{-0.3} ^{+0.2}	0.70
28009228	3.66 ± 0.01	2.7 ± 0.3	-0.0 ± 0.1	8 ₋₂ ⁺³	1.2 _{-0.3} ^{+0.3}	1.4 _{-0.2} ^{+0.3}	0.58
40306145	3.66 ± 0.01	2.7 ± 0.2	-0.1 ± 0.1	7 ₋₁ ⁺²	0.9 _{-0.1} ^{+0.3}	1.3 _{-0.1} ^{+0.2}	0.61
45309142	3.65 ± 0.01	2.5 ± 0.3	-0.1 ± 0.1	10 ₋₁ ⁺⁵	1.1 _{-0.1} ^{+0.7}	1.5 _{-0.1} ^{+0.4}	0.64
51806145	3.70 ± 0.01	3.1 ± 0.3	-0.1 ± 0.1	6 ₋₁ ⁺²	1.8 _{-0.1} ^{+0.3}	1.3 _{-0.1} ^{+0.2}	1.00
99801092	3.66 ± 0.01	2.7 ± 0.2	-0.1 ± 0.1	8 ₋₂ ⁺²	1.1 _{-0.2} ^{+0.3}	1.4 _{-0.2} ^{+0.2}	0.85
123212196	3.84 ± 0.01	3.4 ± 0.3	-0.0 ± 0.2	4 ₋₁ ⁺²	1.9 _{-0.2} ^{+0.3}	1.6 _{-0.2} ^{+0.2}	0.60
180701091	3.68 ± 0.01	3.0 ± 0.2	-0.0 ± 0.1	7 ₋₂ ⁺¹	1.4 _{-0.3} ^{+0.2}	1.3 _{-0.2} ^{+0.1}	0.73
183106118	3.67 ± 0.01	2.6 ± 0.2	-0.2 ± 0.1	10 ₋₂ ⁺³	1.6 _{-0.3} ^{+0.4}	1.6 _{-0.2} ^{+0.2}	0.97
190708079	3.68 ± 0.01	2.8 ± 0.3	-0.2 ± 0.1	8 ₋₁ ⁺²	1.5 _{-0.2} ^{+0.4}	1.5 _{-0.2} ^{+0.2}	0.96
106239	3.83 ± 0.01	4.1 ± 0.2	-0.7 ± 0.2	2.0 _{-0.2} ^{+0.2}	1.87 _{-0.01} ^{+0.04}	0.9 _{-0.1} ^{+0.2}	0.83
206108	3.82 ± 0.01	4.1 ± 0.3	-0.5 ± 0.1	1.9 _{-0.2} ^{+0.4}	1.64 _{-0.02} ^{+0.09}	0.8 _{-0.1} ^{+0.2}	1.00
505063	3.81 ± 0.02	4.3 ± 0.3	-0.2 ± 0.3	1.4 _{-0.1} ^{+0.4}	1.34 _{-0.04} ^{+0.13}	0.5 _{-0.1} ^{+0.3}	0.74
503014	3.82 ± 0.02	4.2 ± 0.3	-0.2 ± 0.3	1.5 _{-0.1} ^{+0.4}	1.40 _{-0.05} ^{+0.14}	0.6 _{-0.1} ^{+0.3}	0.72
711141	3.83 ± 0.01	4.2 ± 0.3	-0.5 ± 0.3	1.9 _{-0.3} ^{+0.3}	1.72 _{-0.01} ^{+0.10}	0.9 _{-0.2} ^{+0.1}	1.00
709047	3.83 ± 0.01	4.1 ± 0.3	-0.4 ± 0.2	1.8 _{-0.2} ^{+0.4}	1.58 _{-0.02} ^{+0.12}	0.8 _{-0.2} ^{+0.2}	1.00
709185	3.83 ± 0.01	4.0 ± 0.3	-0.4 ± 0.2	2.2 _{-0.3} ^{+0.5}	1.7 _{-0.1} ^{+0.2}	1.0 _{-0.2} ^{+0.2}	1.00
809242	3.84 ± 0.02	3.9 ± 0.3	-0.2 ± 0.4	2.5 _{-0.5} ^{+0.6}	1.7 _{-0.1} ^{+0.2}	1.1 _{-0.2} ^{+0.2}	0.81
806228	3.80 ± 0.02	4.1 ± 0.3	-0.3 ± 0.3	1.8 _{-0.2} ^{+0.5}	1.40 _{-0.04} ^{+0.17}	0.7 _{-0.2} ^{+0.2}	1.00
808195	3.83 ± 0.02	4.1 ± 0.3	-0.5 ± 0.3	2.0 _{-0.3} ^{+0.4}	1.68 _{-0.03} ^{+0.15}	0.9 _{-0.2} ^{+0.2}	1.00
811117	3.83 ± 0.01	4.0 ± 0.3	-0.3 ± 0.3	2.0 _{-0.3} ^{+0.5}	1.61 _{-0.05} ^{+0.19}	0.9 _{-0.2} ^{+0.2}	1.00
807163	3.83 ± 0.02	4.2 ± 0.3	-0.4 ± 0.3	1.8 _{-0.2} ^{+0.4}	1.62 _{-0.03} ^{+0.16}	0.8 _{-0.1} ^{+0.2}	0.94
815246	3.82 ± 0.02	4.0 ± 0.3	-0.1 ± 0.2	2.0 _{-0.4} ^{+0.5}	1.4 _{-0.1} ^{+0.2}	0.9 _{-0.3} ^{+0.2}	0.75
814119	3.84 ± 0.01	3.9 ± 0.3	-0.1 ± 0.2	2.5 _{-0.5} ^{+0.6}	1.7 _{-0.2} ^{+0.1}	1.1 _{-0.2} ^{+0.2}	0.81
803027	3.83 ± 0.01	4.1 ± 0.3	-0.2 ± 0.2	1.9 _{-0.3} ^{+0.4}	1.5 _{-0.1} ^{+0.2}	0.8 _{-0.1} ^{+0.2}	0.89
807130	3.81 ± 0.01	4.1 ± 0.3	-0.5 ± 0.2	1.9 _{-0.3} ^{+0.3}	1.57 _{-0.02} ^{+0.09}	0.8 _{-0.2} ^{+0.1}	1.00

*Приведена только часть таблицы. Полностью таблица доступна в базе данных VizieR.

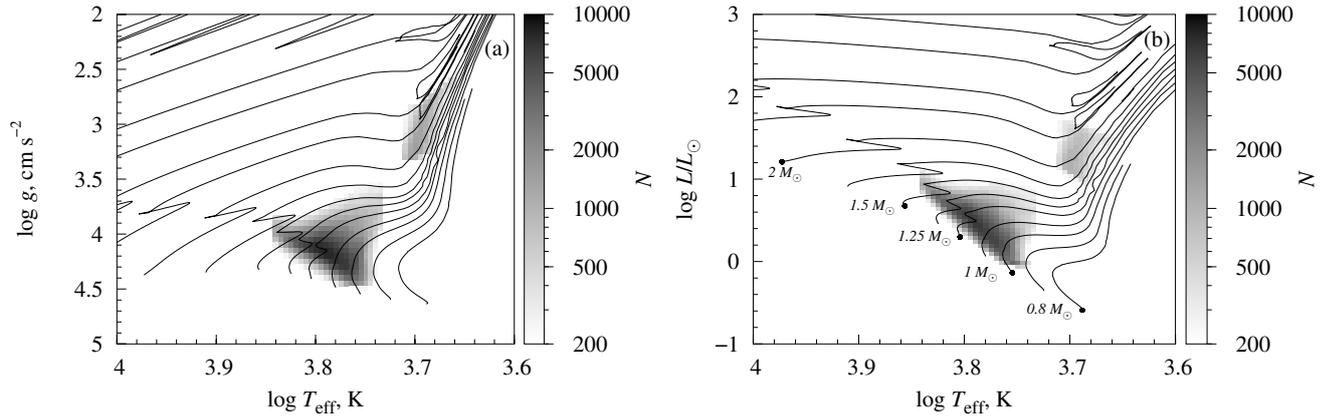


Рисунок 1.20 — Распределение по атмосферным характеристикам количества звезд спектральных классов A, F, G и K, для которых были определены радиусы, массы и светимости (a), и соответствующая диаграмма Герцшпрунга–Рассела (b).

чений интервальных и точечных оценок. Результаты для оценок радиуса, массы и светимости показаны на рисунке 1.21. В случае оценки радиуса видно, что имеется концентрация около значения $1.5 R_{\odot}$, при этом погрешность равна 20-30%. Оценки массы концентрируются около значения $1.25 M_{\odot}$ и имеют характерную погрешность около 10%, при этом хорошо видно, что погрешность оценки массы заметно увеличивается для красных гигантов и достигает порядка 40%. Характерная погрешность оценки логарифма светимости составляет около 40%. На рисунке 1.21 также показано распределение количества звезд в зависимости от их значений масс и радиусов.

Значения характерных погрешностей определяются, в первую очередь, точностью значений ускорения силы тяжести и металличности исследуемых звезд. В случае повышения точности будущих выпусков в рамках спектрального обзора LAMOST возможно получение более точных оценок характеристик звезд.

1.5 Заключение

В настоящей главе изложены результаты исследования способа, который позволяет оценить радиус, массу и светимость звезды по ее эффективной температуре, ускорению силы тяжести и металличности, используя результаты

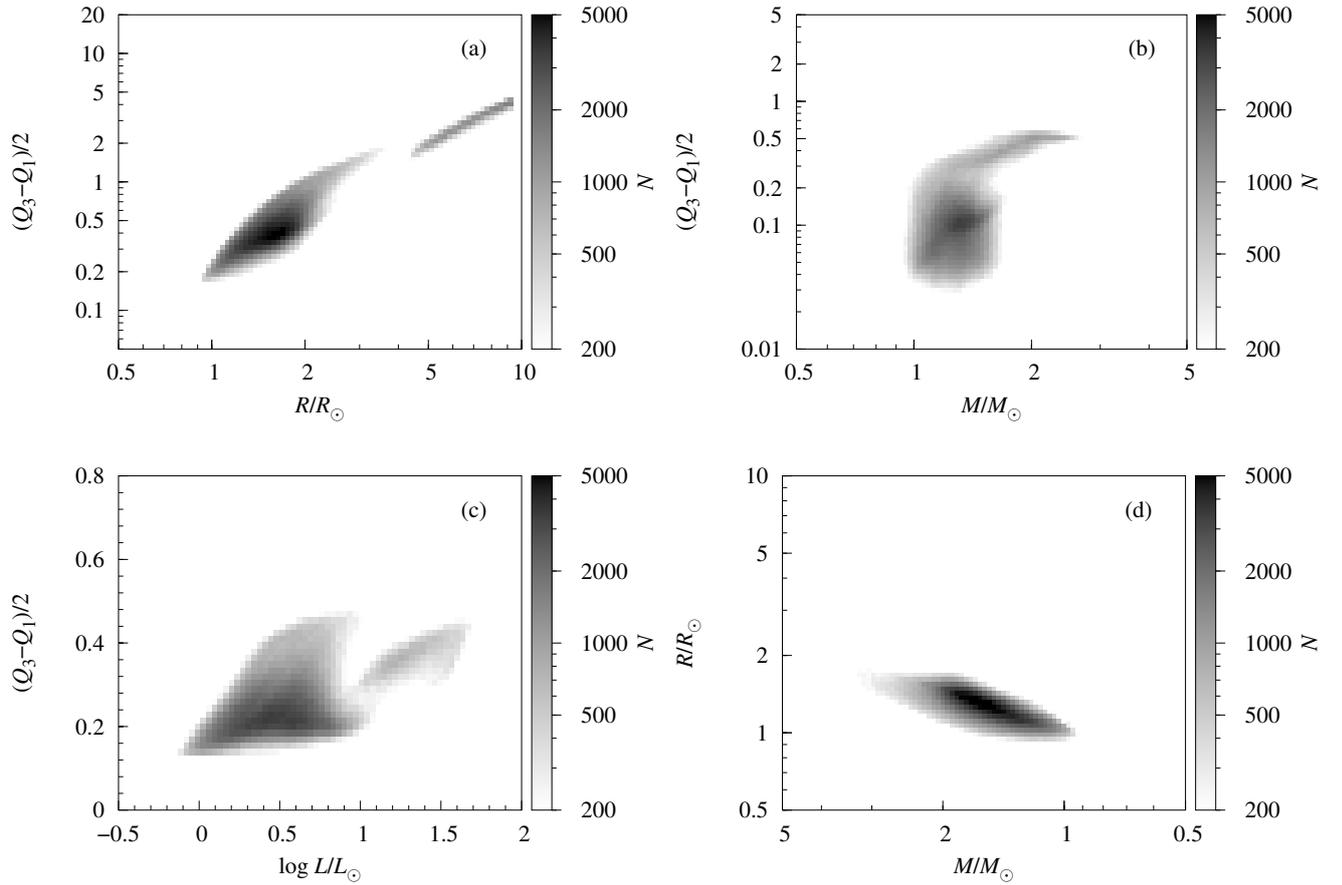


Рисунок 1.21 — Распределение количества звезд в зависимости от интервальных и точечных оценок радиуса (а), массы (b), светимости (c) и распределение количества звезд в зависимости от их масс и радиусов (d).

расчетов теории строения звезд и их эволюции. Способ основан на предположении о возможности приближенно описать зависимость между определяемыми и атмосферными характеристиками звезды, следующей из расчетов моделей внутреннего строения звезды и ее эволюции. С этой целью были использованы эволюционные расчеты Женевско–Тулусской группы, описывающие эволюцию звезд с начальной массой от $0.8M_\odot$ до $120M_\odot$ двух химсоставов ($Z = 0.014$ и $Z = 0.002$), а также учитывающие и не учитывающие вращение звезды. Проверка и оценка точности выполнена на хорошо изученных различными методами звездах, покрывающих две густонаселенные области — область главной последовательности и ветвь красных гигантов. В общей сложности использовано более трехсот звезд, среди которых затменные двойные, кандидаты в обладатели собственных планет и красные гиганты. Первичный анализ относительного отклонения радиуса показал выраженное систематическое отклонение и наличие явной зависимости от металличности. Анализ этой зависимости и аналогичной

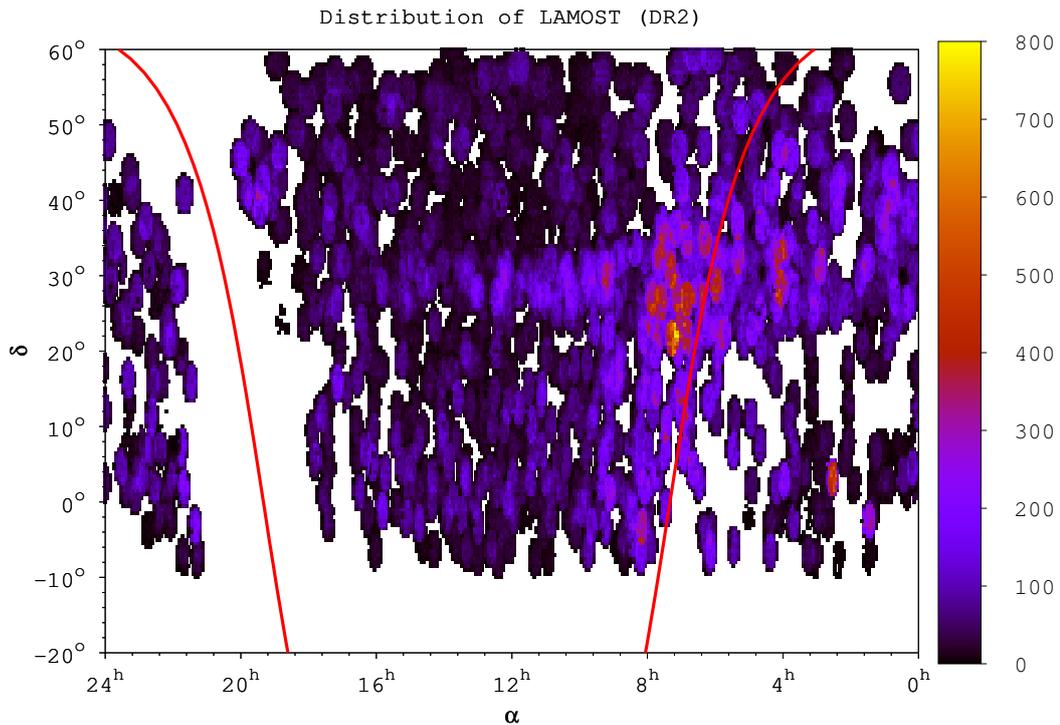


Рисунок 1.22 — Пространственное распределение звезд спектральных классов А, F, G и К обзора LAMOST DR2. Цвет — количество звезд на 0.5 кв. град.

зависимости в случае оценок массы и светимости позволил внести соответствующие поправки, что привело к уменьшению как их систематических отклонений, так и их среднеквадратичных отклонений. В результате имеется хорошее соответствие с наблюдениями. На красных гигантах и кандидатах в обладатели планет показано, что относительное отклонение оценки радиуса имеет среднее значение и среднеквадратичное отклонение, равные -0.5% и 5.1% соответственно, среднее значение относительного отклонения оценки массы равно -1.1% , а его среднеквадратичное отклонение равно 10.1% , в случае оценки светимости среднее значение отклонения и его среднеквадратичное отклонение имеют значения -0.003 и 0.046 соответственно. Результат определения радиусов, масс и светимостей компонентов двойных показал, что средние значения относительного отклонения радиуса, массы и светимости равны соответственно -0.2% , -0.1% , и -0.013 .

Способ оценки радиуса, массы и светимости звезды по ее эффективной температуре, ускорению силы тяжести был реализован в виде комплекта программ, названного SPI (Stellar Parameter Interface). Обладая веб-интерфейсом, SPI является доступным и простым в использовании инструментом для определения характеристик звезд. Он позволяет быстро сформировать и отправить

запрос для вычисления характеристик звезды (радиуса, массы и светимости) двумя различными способами. Первый — достаточно поместить курсор в нужное место на рисунке с эволюционными треками и сделать один щелчок левой кнопкой, чтобы отправить запрос и начать вычисление физических характеристик. Второй — загрузка файла с входными данными для нескольких звезд, но не более 500. SPI позволяет получать как точечные оценки на основе метода максимального правдоподобия, так и интервальные оценки. Интервальная оценка вычисляется многократной генерацией значений эффективной температуры, ускорения силы тяжести и металличности с учетом задаваемых их погрешностей и определения соответствующих им радиусов, масс и светимостей. На основе полученных выборок для каждой характеристики вычисляются первый и третий квартили, определяющие интервальную оценку.

Были определены значения радиуса, массы и светимости для 700481 звезды спектральных классов A, F, G и K из обзора LAMOST. Пространственное распределение исследованных звезд показано на рисунке 1.22. Металличность этих звезд лежит в диапазоне от -0.845 до 0.0 , что определено используемыми эволюционным расчетами. Несмотря на то, что метод учитывает погрешности входных значений атмосферных характеристик и возможность того, что звезды с идентичными атмосферными характеристиками могут иметь различающиеся радиусы, к сожалению, он не позволяет разделить вклады этих двух факторов в разброс значений оцениваемых характеристик. Однако значения характерных погрешностей в первую очередь зависят от точности оценок ускорения силы тяжести и металличности звезд. Спектроскопический обзор LAMOST изначально не предназначен для определения сверхточных значений атмосферных характеристик звезд, но содержит результаты наблюдений нескольких миллионов звезд. Полученные оценки физических характеристик почти миллиона звезд являются важным исходным материалом для решения астрофизических задач, для которых важна не столько высокая точность исходных данных, сколько их количество. Например, определение зависимости межзвездного поглощения от расстояния по звездам, расположенным компактно в одной области на небе, с известными из фотометрии угловыми диаметрами и значениями межзвездного поглощения.

Глава 2. Оценка характеристик звезд по многоцветной фотометрии

Межзвездная среда ослабляет проходящее сквозь нее излучение звезд и искажает распределение энергии в их спектре. Ослабление света связано с рассеянием и поглощением на пылевых частицах. Особенностью межзвездного поглощения является его зависимость от длины волны, а спектр звезды зависит от физики и химического состава ее атмосферы. Все это делает определение характеристик звезд и межзвездной среды задачами взаимосвязанными и сопутствующими друг другу.

Существенную информацию об атмосфере звезды получают путем анализа ее спектральных линий. Однако, исходя из представлений о том, как влияют на спектр звезды изменения ее атмосферных характеристик, разработаны и альтернативные фотометрические способы. Так, среднеполосная фотометрическая система Стремгрена специально создана для классификации непокрасневших В—F—звезд по спектральным классам, классам светимости и металличности.

Актуальным направлением в астрофизических исследованиях является разработка способов извлечения и анализа данных из обзоров неба в разных диапазонах. Помимо результатов фотометрии от УФ до ИК, они неявным образом содержат информацию о характеристиках звезд, и межзвездной среды. Применение инструментов для отождествления [9; 43] миллионов объектов в подобных обзорах дает дополнительные возможности для решения задачи совместного определения характеристик звезд и межзвездной среды, так как позволяет использовать все доступные фотометрические данные.

2.1 Некоторые аспекты разделения звезд по их характеристикам на основе многоцветной фотометрии

Настоящий раздел посвящен исследованию принципиальной возможности разделить звезды по эффективной температуре, ускорению силы тяжести на основе фотометрических наблюдений обзоров 2MASS¹ (3 полосы), SDSS² (5 по-

¹www.ipac.caltech.edu/2mass

²www.sdss.org

лос) и GALEX³ (2 полосы). Идея состоит в том, чтобы по разных значений характеристик звезды и межзвездного поглощения вычислить блеск в фотометрических полосах указанных обзоров, а затем проанализировать: насколько блеск отличается.

Будем считать, что две звезды фотометрические различимы, если имеется фотометрическая полоса, в которой значения блеска различаются не менее чем на величину фотометрической точности наблюдения. В проведенном исследовании осуществлялся поиск таких значений характеристик звезды и межзвездного поглощения, для которых вычисленные значения блеска во всех фотометрических полосах совпадали бы в пределах фотометрической погрешности используемых обзоров, т.е. соответствующие этим характеристикам звезды фотометрически неразличимы.

Таблица 3 — Выборка звезд для вычисления нуль-пунктов обзора 2MASS.

Наименование	HD номер	Тип	J	H	K _s
SA 92-336	5319	K0 III	6.348 ± 0.027	5.864 ± 0.044	5.699 ± 0.020
SA 94-251	...	K1 III	9.003 ± 0.027	8.425 ± 0.051	8.284 ± 0.033
SA 103-526	...	K0 III	9.020 ± 0.019	8.475 ± 0.053	8.362 ± 0.031
SA 105-205	118280	K3 III	6.343 ± 0.020	5.726 ± 0.034	5.445 ± 0.017
SA 105-405	118290	K5 III	5.597 ± 0.024	4.879 ± 0.059	4.638 ± 0.016
SA 107-35	139308	K2 III	5.609 ± 0.034	5.058 ± 0.040	4.809 ± 0.024
SA 107-347	139513	K1.5 III	7.045 ± 0.021	6.328 ± 0.034	6.182 ± 0.022
SA 107-484	...	K3 III	9.170 ± 0.021	8.512 ± 0.042	8.431 ± 0.044
SA 108-475	...	K3 III	8.828 ± 0.019	8.148 ± 0.036	7.990 ± 0.024
SA 108-827	149845	K2 III	5.738 ± 0.032	5.187 ± 0.017	4.935 ± 0.018
SA 108-1918	...	K3 III	8.868 ± 0.025	8.128 ± 0.038	7.959 ± 0.036
SA 109-231	...	K2 III	6.700 ± 0.021	6.050 ± 0.033	5.862 ± 0.022
SA 110-471	172651	K2 III	4.930 ± 0.019	3.876 ± 0.220	4.079 ± 0.036
SA 112-275	...	K0 III	7.791 ± 0.029	7.197 ± 0.036	7.058 ± 0.024
SA 112-595	...	M0 III	8.341 ± 0.021	7.502 ± 0.042	7.296 ± 0.026
SA 113-259	...	K2 III	9.725 ± 0.023	9.132 ± 0.021	8.994 ± 0.026
SA 113-269	...	K0 III	7.589 ± 0.021	7.010 ± 0.042	6.879 ± 0.017
SA 114-176	215141	K4 III	6.618 ± 0.021	5.946 ± 0.029	5.734 ± 0.018
SA 114-548	...	K3 III	9.300 ± 0.026	8.528 ± 0.040	8.378 ± 0.026
SA 114-656	...	K1 III	10.815 ± 0.026	10.301 ± 0.021	10.197 ± 0.021
SA 114-670	...	K1.5 III	9.016 ± 0.024	8.390 ± 0.027	8.279 ± 0.026
SA 115-427	222732	K2 III	6.857 ± 0.021	6.214 ± 0.026	6.104 ± 0.022
SA 115-516	...	K1.5 III	8.522 ± 0.021	7.948 ± 0.024	7.851 ± 0.021
CD -43° 14193	197806	K0 III	7.585 ± 0.024	7.027 ± 0.044	6.849 ± 0.031
SAO 232803	15911	A0 V	9.430 ± 0.023	9.497 ± 0.023	9.421 ± 0.019
SAO 169590	29250	A4 V	9.425 ± 0.026	9.383 ± 0.027	9.308 ± 0.026
SAO 153304	62388	A0 V	8.702 ± 0.025	8.684 ± 0.040	8.657 ± 0.019
SAO 135911	71264	A0 V	8.603 ± 0.030	8.571 ± 0.024	8.577 ± 0.023
SAO 221405	84090	A3 V	8.546 ± 0.027	8.500 ± 0.047	8.482 ± 0.023
SAO 223215	105116	A2 V	8.117 ± 0.024	8.033 ± 0.027	7.999 ± 0.020
SAO 223331	106807	A1 V	8.667 ± 0.021	8.693 ± 0.026	8.652 ± 0.025
SAO 253162	136879	A0 V	8.613 ± 0.029	8.556 ± 0.045	8.541 ± 0.021
SAO 231319	216009	A0 V	7.957 ± 0.024	7.966 ± 0.042	7.913 ± 0.027

³www.galex.caltech.edu

Таблица 4 — Выборка звезд для вычисления потока от звезды нулевой величины для обзора SDSS.

Наименование SDSS	u	g	r	i	z
J002806.49+010112.2	17.457 ± 0.021	17.559 ± 0.019	17.938 ± 0.017	18.227 ± 0.020	18.528 ± 0.041
J083421.23+533615.6	16.496 ± 0.029	16.685 ± 0.015	17.088 ± 0.020	17.422 ± 0.022	17.789 ± 0.031
J092404.84+593128.8	17.524 ± 0.015	17.542 ± 0.032	17.942 ± 0.014	18.276 ± 0.023	18.578 ± 0.033
J103906.00+654555.5	17.729 ± 0.015	17.883 ± 0.021	18.281 ± 0.018	18.588 ± 0.018	18.870 ± 0.055
J134430.11+032423.2	16.482 ± 0.015	16.603 ± 0.018	17.005 ± 0.016	17.323 ± 0.016	17.613 ± 0.025
J140641.95+031940.5	17.896 ± 0.024	17.900 ± 0.014	18.300 ± 0.019	18.576 ± 0.020	18.916 ± 0.051
J144108.43+011020.0	16.669 ± 0.015	16.870 ± 0.020	17.299 ± 0.016	17.604 ± 0.023	17.879 ± 0.026
J150050.71+040430.0	17.744 ± 0.015	17.880 ± 0.018	18.259 ± 0.014	18.561 ± 0.014	18.793 ± 0.044
J173020.12+613937.5	17.830 ± 0.021	17.837 ± 0.017	18.147 ± 0.018	18.451 ± 0.019	18.756 ± 0.043
J231731.36-001604.9	16.401 ± 0.020	16.485 ± 0.025	16.834 ± 0.021	17.142 ± 0.017	17.441 ± 0.023
J235825.80-103413.4	17.247 ± 0.029	17.220 ± 0.029	17.640 ± 0.020	17.880 ± 0.015	18.263 ± 0.034

Таблица 5 — Выборка звезд для вычисления нуль-пунктов обзора GALEX.

Наименование SDSS	FUV	NUV
J002806.49+010112.2	16.446 ± 0.004	16.801 ± 0.004
J083421.23+533615.6	15.429 ± 0.006	15.893 ± 0.004
J092404.84+593128.8	16.716 ± 0.007	17.041 ± 0.006
J103906.00+654555.5	16.859 ± 0.012	17.206 ± 0.008
J134430.11+032423.2	15.434 ± 0.007	15.880 ± 0.003
J140641.95+031940.5	16.994 ± 0.012	17.433 ± 0.009
J144108.43+011020.0	15.487 ± 0.007	16.015 ± 0.005
J150050.71+040430.0	16.779 ± 0.011	17.162 ± 0.007
J173020.12+613937.5	17.069 ± 0.010	17.408 ± 0.005
J231731.36-001604.9	15.499 ± 0.003	15.893 ± 0.002
J235825.80-103413.4	16.416 ± 0.005	16.722 ± 0.004

Для вычисления блеска применялась библиотека теоретических спектров [10], из которой использовались спектры, соответствующие следующим значениям:

- логарифм ускорения силы тяжести $\log g$ — от 0.0 до 5.0 с шагом 0.5;
- эффективная температура T_{eff} — от 3500 К до 13000 К с шагом 250 К; от 13000 К до 50000 К с шагом 1000 К;
- металличность $[M/H]$ — от -2 до 0 с шагом 2.

Для «покраснения» теоретических спектров использовался закон межзвездного поглощения из работы Карделли [11] и следующие значения его параметров:

- полное поглощение A_V^0 — от 0^m0 до 2^m0 с шагом 0^m25 ;
- отношение полного поглощения к селективному R_V — от 2.0 до 6.0 с шагом 0.5.

Блеск в фотометрической полосе вычислялся по «покрасненному» теоретическому спектру, используя соответствующие кривые фотометрических полос и нуль-пункты, значения которых были получены минимизацией разницы между наблюдаемым и вычисленным блеском.

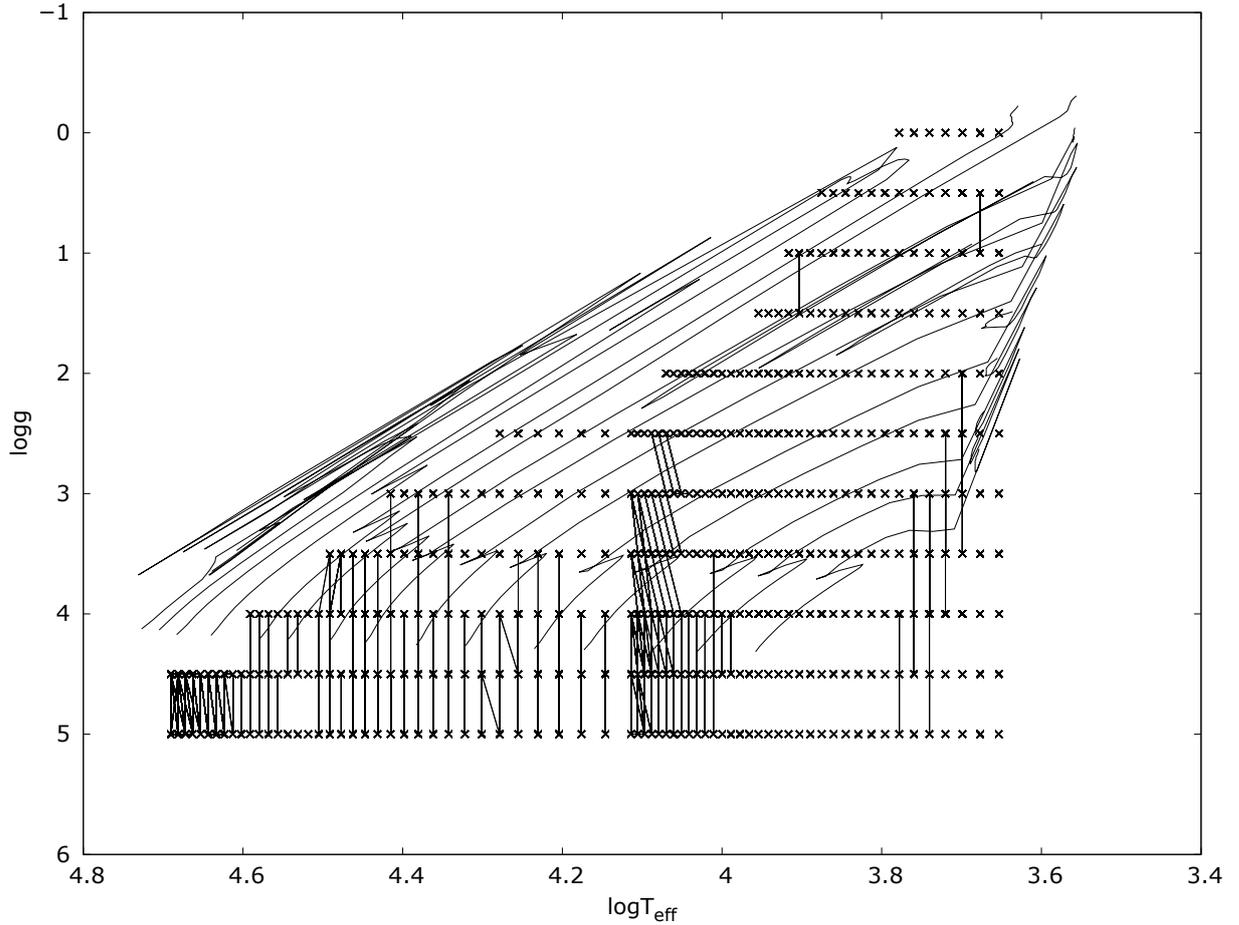


Рисунок 2.1 — Возможность оценки характеристик звезд по фотометрическим данным обзоров 2MASS, SDSS и GALEX. Крестики, соединенные линиями, указывают на фотометрическую неотличимость звезд (детали см. в тексте).

Показана проекция на плоскость $T_{\text{eff}}\text{-log } g$ и треки звезд с $Z = 0.02$.

Для вычисления нуль-пунктов обзора 2MASS были использованы данные о 37 звездах [44], в случае обзоров SDSS и GALEX вычисления сделаны по одиннадцати белым карликам [45]. Указанные выше выборки звезд представлены в таблицах 3-5.

Фотометрическая погрешность наблюдений в полосах u , g , r , i , z обзора SDSS считалась равной $0^{\text{m}}03$, $0^{\text{m}}01$, $0^{\text{m}}01$, $0^{\text{m}}01$, $0^{\text{m}}02$ соответственно [46]. Согласно доступным данным, погрешность в полосах FUV и NUV обзора GALEX — $0^{\text{m}}05$ и $0^{\text{m}}03$ соответственно [47]. Для обзора 2MASS считалось, что фотометрическая погрешность равна $0^{\text{m}}03$ и одинакова для всех полос.

Рисунки 2.1–2.3 частично иллюстрируют результаты вычислений. Каждый крестик соответствует уникальному набору значений характеристик атмосферы звезды и закона межзвездного поглощения. Если соседние крестики

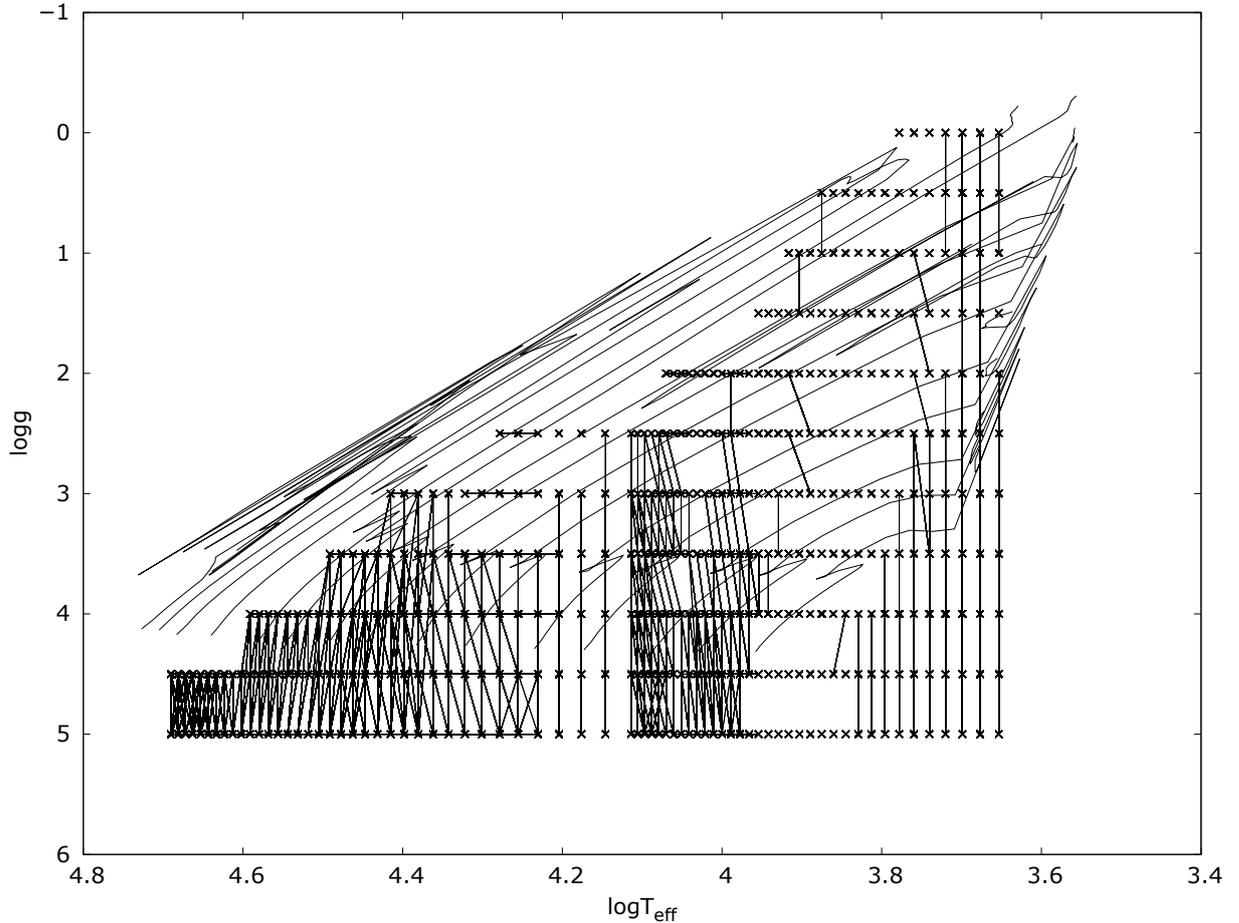


Рисунок 2.2 — Возможность оценки характеристик звезд по фотометрическим данным обзоров 2MASS, SDSS и GALEX без учета FUV-полосы. Обозначения те же, что и на рисунке 2.1. Показана проекция на плоскость $T_{\text{eff}}-\log g$.

соединены, это значит, что звезды, соответствующие этим значениям характеристик, фотометрически неразличимы.

Отметим, что результаты, представленные на рисунках 2.1–2.3 для двух из пяти варьируемых характеристик, получены для всех (а не для каких-либо фиксированных) значений остальных трех характеристик, т.е., эти рисунки представляют собой не двумерные срезы пятимерных кубов, а их проекции на плоскость. Другими словами, если соседние крестики на рисунках 2.1–2.3 не соединены, то это означает, что соответствующие им звезды фотометрически различимы для всех значений всех пяти характеристик.

На рисунке 2.3 показано то же, что и на рисунке 2.1, но в проекции на плоскость $T_{\text{eff}}-R_V$. Видно, что выделяется значительная область, в которой крестики преимущественно не соединены. В этой области, исходя из шага сетки, можно сделать аналогичный вывод: верхняя оценка погрешности определения значения R_V приблизительно равна 0.5.

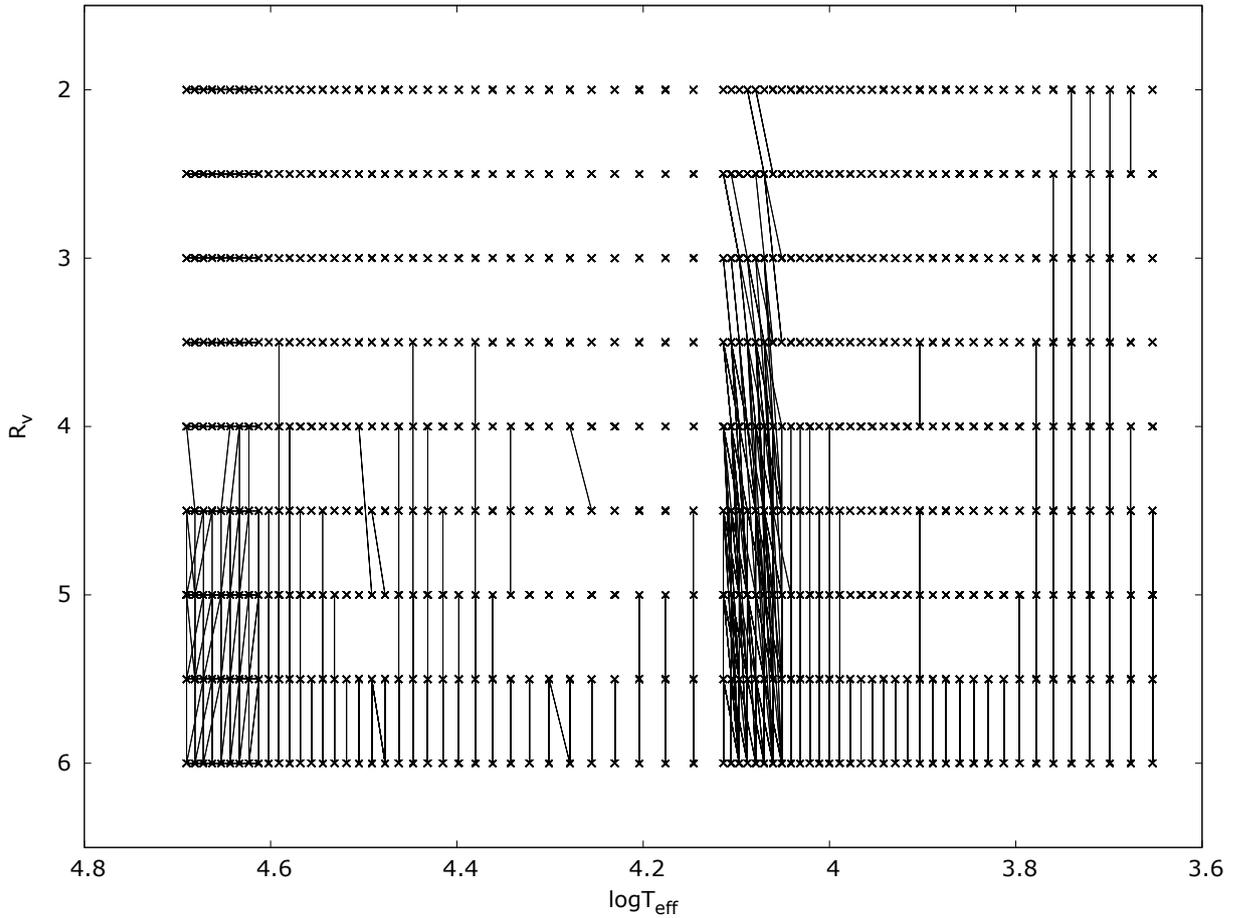


Рисунок 2.3 — Возможность оценки характеристик звезд по фотометрическим данным обзоров 2MASS, SDSS и GALEX. Обозначения те же, что и на рисунке 2.1. Показана проекция на плоскость $T_{\text{eff}}-R_V$.

На рисунке 2.2 изображено то же, что и на рисунке 2.1, но при отсутствии значений блеска в дальнем ультрафиолете (FUV-полоса обзора GALEX). Видно, что отсутствие фотометрических данных в дальнем ультрафиолете приводит к увеличению неоднозначности определения характеристик. На рисунке 2.2 это проявляется в виде дополнительных линий, соединяющих крестики. Появляются линии как диагональные, означающие увеличение неопределенности при оценке значения T_{eff} , так и вертикальные, означающие то же самое, но для $\log g$. Результаты исследования позволяют сделать качественный вывод, что при совместном использовании результатов фотометрических наблюдений обзоров GALEX, SDSS и 2MASS принципиально возможно разделить звезды по эффективной температуре, ускорению силы тяжести. Однако данное исследование носит качественный характер, по этой причине необходимо дополнительное детальное исследование, которому посвящен следующий раздел.

2.2 Применимость многоцветных фотометрических наблюдений для определения характеристик звезд

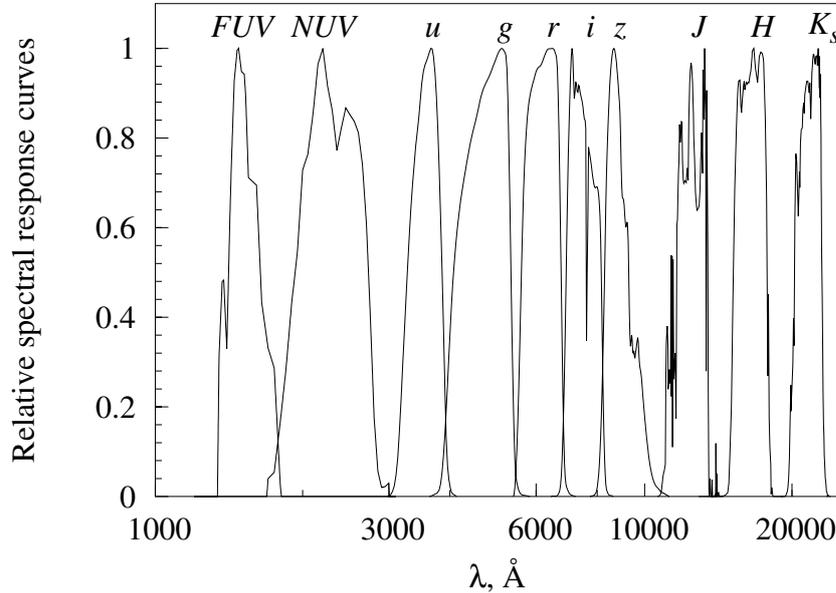


Рисунок 2.4 — Кривые реакций фотометрических систем GALEX, SDSS и 2MASS.

Настоящий раздел посвящен дополнительному исследованию применимости результатов широкополосных фотометрических наблюдений для одновременного определения характеристик звезд и межзвездной среды.

Для решения поставленной задачи применен способ, основанный на методе наименьших квадратов, но без использования численных методов оптимизации. Из множества предварительно вычисленных теоретических оценок звездных величин, соответствующих различным значениям характеристик звезд и межзвездного поглощения, выбирается вариант, который наилучшим образом соответствует реально наблюдаемым фотометрическим данным. Реализация такого подхода требует специальных алгоритмов поиска, позволяющих в большом объеме данных быстро находить ближайшего «соседа» к заданной точке в многомерном пространстве. Такие алгоритмы часто основаны на построении поискового индекса – специальным образом упорядоченной структуре данных, например, по типу *k-d* дерево. Именно этот принцип был выбран в данной работе, и он имеет ряд преимуществ, в отличие от численных методов оптимизации: возможность избежать попадания в локальный минимум и потенциально высокая скорость работы. Однако необходимо определить, какие

использовать значения температуры и ускорения силы тяжести звезды, чтобы минимизировать влияние их дискретности на результат вычислений.

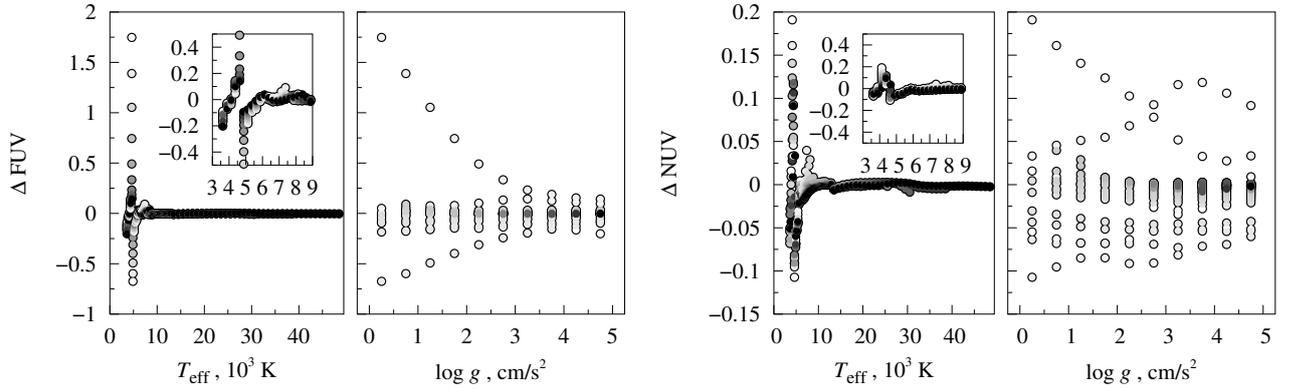


Рисунок 2.5 — Разность оценок блеска в фотометрической системе GALEX, вычисленных с применением и без применения интерполяции.

Для целей данного исследования можно считать, что в отсутствии межзвездного поглощения наблюдаемый блеск m_i звезды в i -й полосе с кривой реакции S_λ^i определяется выражением:

$$m_i = -2.5 \log \frac{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_\lambda S_\lambda^i \lambda d\lambda}{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_\lambda^0 S_\lambda^i \lambda d\lambda} + m_0^i,$$

где E_λ — поток излучения от звезды в месте ее наблюдения, E_λ^0 — поток излучения от стандартного источника, а m_0^i — нуль-пункт, равный наблюдаемому в i -й полосе блеску стандартного источника. Современная теория звездных атмосфер позволяет рассчитывать модели атмосфер и, соответственно, E_λ для широких значений температур, ускорения силы тяжести и металличностей. Однако расчет даже не самых сложных моделей занимает немало времени. Особенно существенным это становится в тот момент, когда необходимо рассчитать модели для тысяч и более различных значений характеристик атмосферы звезды, что требуется для многих современных способов оценки характеристик звезд, таких, как решение методом оптимизации задачи о наименьшей сумме квадратов, например, используя алгоритм Левенберга–Маркварда, или исследование апостериорной вероятности, скажем, с помощью методов Монте–Карло с цепями Маркова. В связи с этим часто используют различные виды интерполяции.

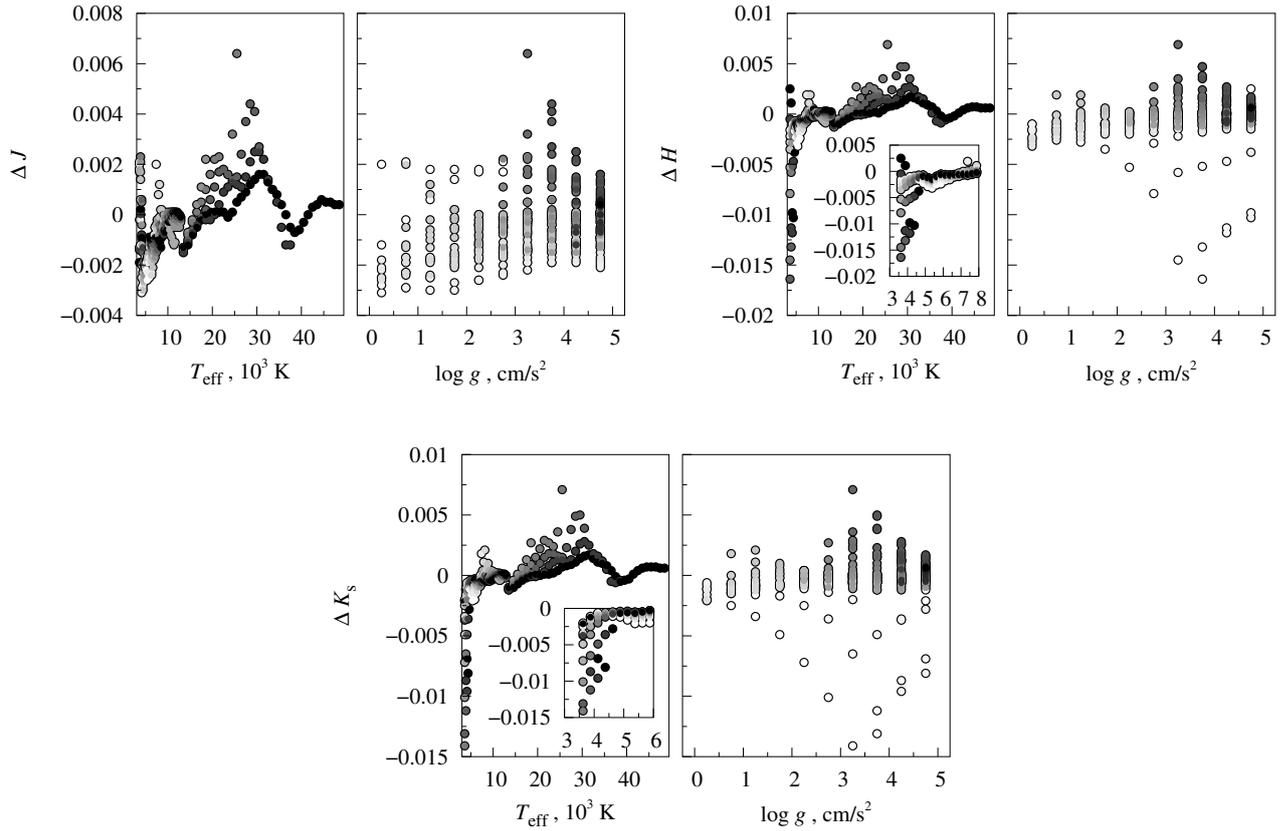


Рисунок 2.6 — То же, что на рисунке 2.5, для обзора 2MASS.

В настоящей работе, с привлечением ATLAS9⁴ и результатов расчетов моделей звездных атмосфер Каstellи и Куруца [10], выполнено исследование возможности применения последовательной линейной интерполяции спектра звезды по значениям температуры и ускорения силы тяжести для вычисления ее блеска. Рассматривались обзоры GALEX, SDSS и 2MASS, кривые реакции фотометрических систем которых показаны на рисунке 2.4.

Проведено прямое сравнение блеска звезды, полученного непосредственно расчетом модели атмосферы, с блеском, определенным с помощью интерполяции на регулярной сетке. Для интерполяции использовались результаты расчетов теоретических спектров звезд Куруца и Каstellи⁵, соответствующих сетке значений логарифма ускорения силы тяжести и температуры с шагом изменения 0.5 и 250 K⁶ соответственно. Сравнение выполнено для значений температуры и ускорения силы тяжести, которые лежат между узлами сетки, используемой при интерполяции. С этой целью был вычислен набор моделей

⁴Программный комплекс ЭВМ для вычисления распределения энергии в спектре звезды в условиях ЛТР на основе плоско-параллельной модели атмосферы.

⁵<http://www.oact.inaf.it/castelli>

⁶Начиная с 13 000 K шаг, равен 1000 K.

атмосфер, соответствующий регулярной сетке значений логарифма ускорения силы тяжести и температуры с шагом изменения 0.25 и 125 К соответственно.

Расчет модели атмосферы звезды для произвольных значений температуры и ускорения силы тяжести предполагает выбор начального приближения. В его качестве выбиралась одна из моделей в наборе, вычисленном Куруцом и Кастелли. Критерием выбора была близость значений температуры и ускорения силы тяжести к соответствующим значениям вычисляемой модели атмосферы звезды. Все рассчитанные модели были проверены на соответствие требованию сходимости, согласно которому для каждого слоя — в модели атмосферы звезды 72 плоско-параллельных слоя — должны выполняться два условия: первое — ошибка потока излучения не превосходит 1 % и второе — ошибка приращення потока излучения не более 10 %. На основе полученных моделей звездных атмосфер были рассчитаны соответствующие им спектры излучения низкого разрешения.

Наблюдения в рассматриваемых обзорах имеют характерную фотометрическую точность, ориентируясь на которую, можно оценить результаты, получаемые с помощью интерполяции. В каталоге обзора 2MASS точность фотометрических наблюдений ярких звезд — около 0^m03 [48], в обзоре SDSS точность фотометрической калибровки для полос *ugriz* — порядка 0^m01 , 0^m01 , 0^m01 , 0^m02 соответственно [46], а в каталоге GALEX — 0^m05 для дальнего и 0^m03 для ближнего ультрафиолета [47].

На рисунках 2.5-2.7 показан результат сравнения значений блеска, полученных с применением интерполяции и без нее. Для фотометрической системы обзора 2MASS интерполяция дает приемлемые результаты. В других случаях ошибка может превосходить характерную точность, особенно для тех значений температуры и ускорения силы тяжести, которые соответствуют населенным областям на диаграмме Герцшпрунга-Рассела.

Сравнение значений блеска, полученных с применением интерполяции и без нее, показало, что использование только набора теоретических спектров, вычисленных Куруцом и Кастелли, недостаточно. Необходимым является привлечение дополнительных моделей звездных атмосфер. По этой причине было выполнено прямое вычисление оптимального набора моделей, который уменьшил бы влияние дискретности значений температуры и ускорения силы тяжести.

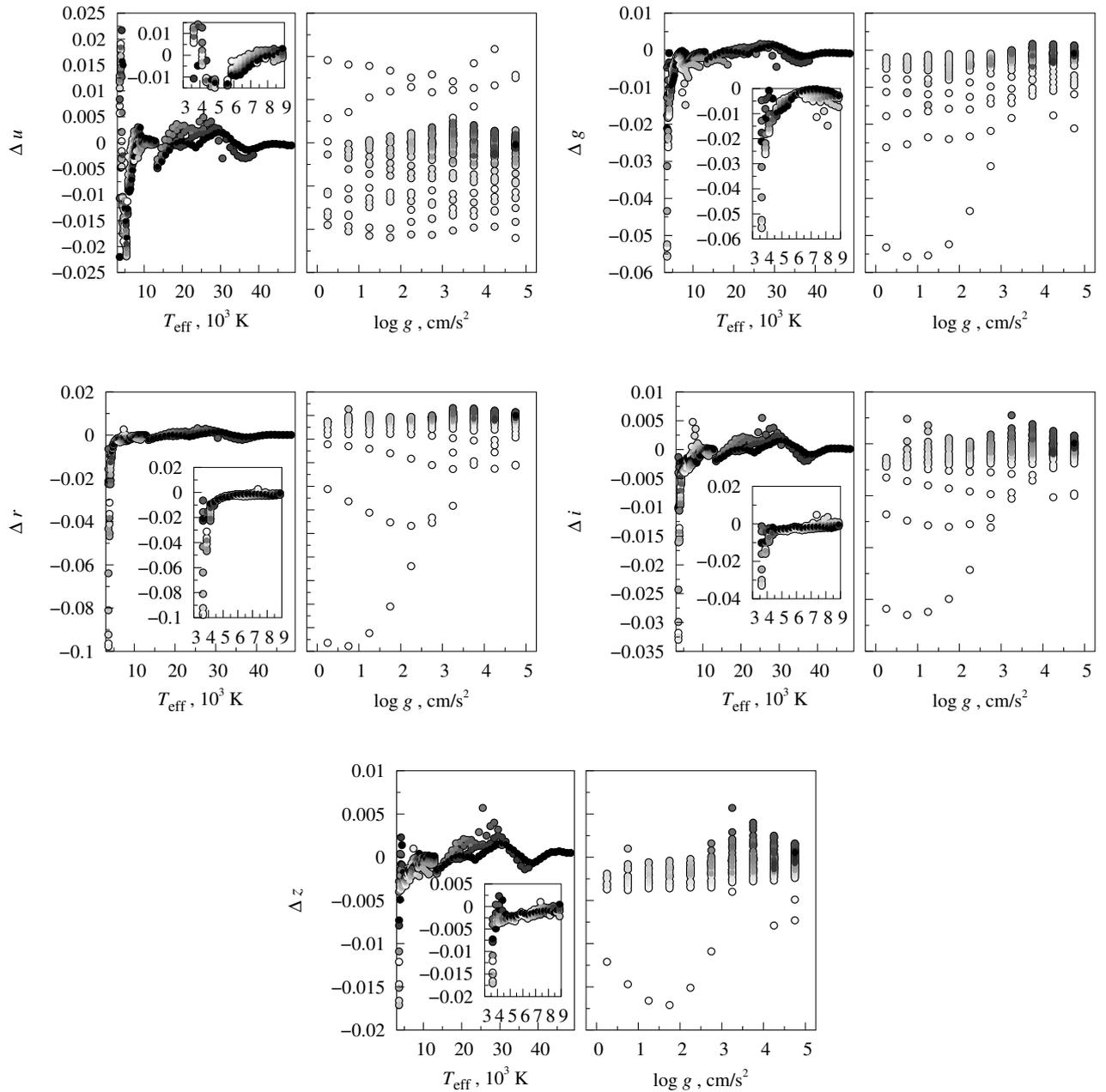


Рисунок 2.7 — То же, что на рисунке 2.5, для обзора SDSS.

Был рассчитан предварительный набор моделей звездных атмосфер, который использовался для того, чтобы определить, как меняется приращение блеска в зависимости от приращения температуры и ускорения силы тяжести. Это позволило определить, какими должны быть шаги изменения температуры и ускорения силы тяжести, чтобы для их соседних значений соответствующее изменение блеска (в любой фотометрической полосе рассматриваемых обзоров) не превышало приблизительно половины характерной точности.

Оценка максимального шага изменения температуры была сделана следующим образом. Для фиксированного значения ускорения силы тяжести во

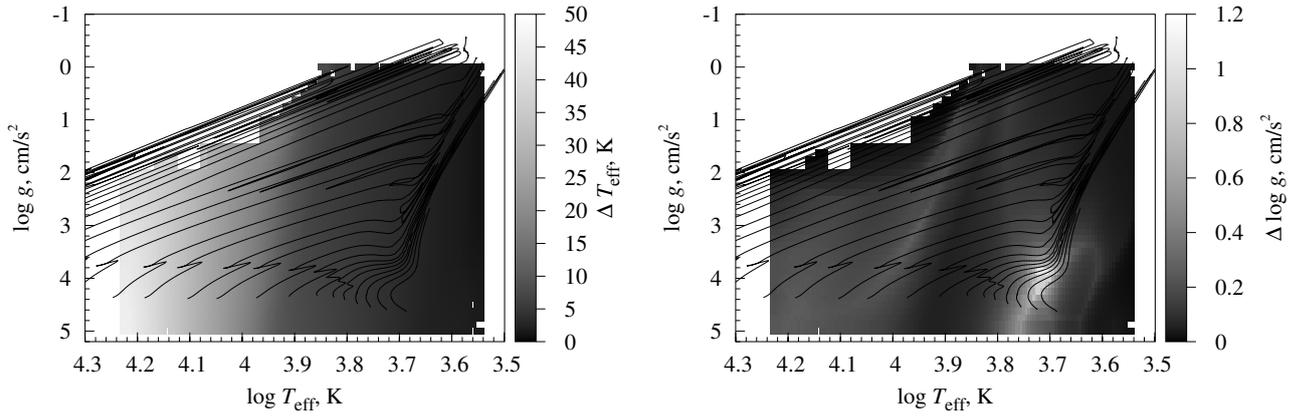


Рисунок 2.8 — Значения шага (показаны цветом) изменения эффективной температуры и ускорения силы тяжести, который обеспечивает их оптимальные значения (см. детали в тексте). Линии — эволюционные треки звезд солнечной металличности.

всех фотометрических полосах определялась скорость изменения блеска — его отношение к изменению температуры. С учетом характерных точностей и вычисленной скорости при заданной температуре определялся максимальный шаг изменения температуры, который для каждой фотометрической полосы обеспечивает изменение блеска, не превышающее половины характерной точности. Аналогичным образом проводилась оценка максимального шага изменения логарифма ускорения силы тяжести. К сожалению, пришлось исключить из дальнейшего рассмотрения фотометрические данные обзора GALEX, так как во многих случаях максимальный шаг изменения температуры получался меньше 1 К. Это ведет к столь большому увеличению количества моделей звездных атмосфер, что их расчет становится практически нереализуемым. На рисунке 2.8 показан результат оценки максимального шага изменения температуры и ускорения силы тяжести, при котором выполняется вышеуказанное условие одновременно для полос *ugriz* и *JHK_s*. Оценка сделана на основе набора моделей звездных атмосфер, соответствующих сетке значений температуры и ускорения силы тяжести с шагом изменения 62.5 K⁷ и 0.125 соответственно. Характерной особенностью является наличие области с увеличенным шагом для ускорения силы тяжести — светлая область на правой панели рисунка 2.8. Это означает, что для звезд этой области ускорение силы тяжести менее выражено влияет на их блеск. Следствием такой особенности должна быть бóльшая неопреде-

⁷Начиная с 13 000 К, шаг равен 250 К

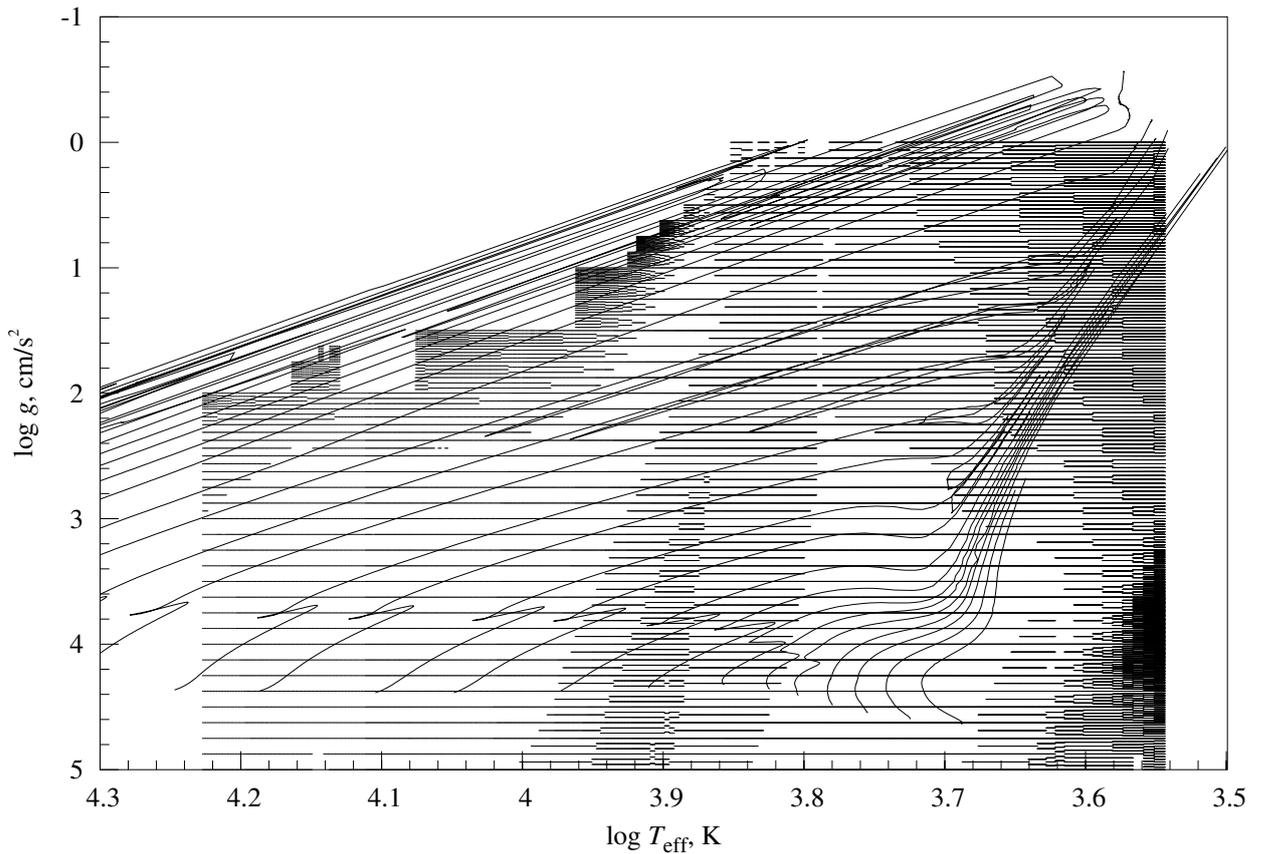


Рисунок 2.9 — Оптимальный набор значений температуры и ускорения силы тяжести, вычисленный на основе оценки шага их изменения (см. рисунок 2.8).

Горизонтальные прямые состоят из отдельных точек, сливающихся из-за небольшого шага изменения температуры.

ленность оценки ускорения силы тяжести для звезд с $T_{\text{eff}} \sim 5000 - 6000$ К и $\log g \sim 4$.

На рисунке. 2.9 показаны оптимальные значения температуры и ускорения силы тяжести, определенные с учетом полученных ограничений на их шаг изменения, при этом максимальный шаг по температуре и ускорению силы тяжести ограничен значениями 62.5 К и 0.125 соответственно. Для всех указанных значений были построены модели звездных атмосфер. В общей сложности вычислено 177450 моделей, а также соответствующие им спектры низкого разрешения.

Оптимальный набор теоретических спектров, рассчитанных для специальным образом подобранных значений эффективной температуры и ускорения силы тяжести, использовался для вычисления теоретических значений блеска в фотометрических полосах обзоров SDSS и 2MASS. Для моделирования влияния межзвездной среды применялось аналитическое выражение для кривой

межзвездного поглощения, предложенное Карделли в работе [11]. Напомним, согласно работе Карделли, значения монохроматического межзвездного поглощения A_λ можно выразить следующим образом:

$$A_\lambda = A_V^0 \left(a_\lambda + \frac{b_\lambda}{R_V} \right),$$

где a_λ и b_λ — известные коэффициенты, зависящие только от λ , а A_V^0 и R_V — параметры, которые не зависят от λ , и расчеты показывают, что R_V — отношение полного поглощения A_V к избытку цвета $E(B - V)$ — пропорционален размеру пылинок, а величина A_V^0 характеризует степень непрозрачности среды для проходящего сквозь нее излучения. Поэтому для целей данного исследования наблюдаемый блеск m_i звезды с учетом межзвездного поглощения можно определить выражением:

$$m_i = -2.5 \log \frac{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_\lambda S_\lambda^i 10^{-0.4A_\lambda} \lambda d\lambda}{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_\lambda^0 S_\lambda^i \lambda d\lambda} + m_0^i.$$

Таким образом, был получен набор значений блеска в полосах *ugriz* и *JHK_s*, соответствующих не только оптимальному набору значений эффективной температуры и ускорения силы тяжести, но и набору значений характеристик межзвездной среды — $A_V^0 \in [0, 30]$ с шагом 0.125, $R_V \in [2, 6]$ с шагом 0.25. Далее были вычислены величины

$$\tilde{m}_i = m_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n m_j,$$

где m_i — блеск в i -й полосе, а n — количество полос в фотометрической системе. В отличие от блеска m_i величины \tilde{m}_i не зависят ни от расстояния до звезды, ни от ее радиуса, и в этом смысле являются инвариантами.

На основе полученного набора величин \tilde{m}_i был реализован способ оценки характеристик по принципу метода наименьших квадратов. С этой целью на базе *k-d* дерева был построен поисковый индекс, обеспечивающий поиск ближайшего по L^2 -норме «соседа» в восьмимерном пространстве значений \tilde{m} .

Анализ получаемых оценок характеристик выполнен с помощью проверочного набора размером $\sim 2 \times 10^3$ моделей звездных атмосфер, соответствующих случайным значениям температуры, ускорения силы тяжести и межзвездного поглощения. Для этих моделей были вычислены значения блеска в полосах *ugriz* и *JHK_s* и по ним сделаны оценки атмосферных характеристик звезд и

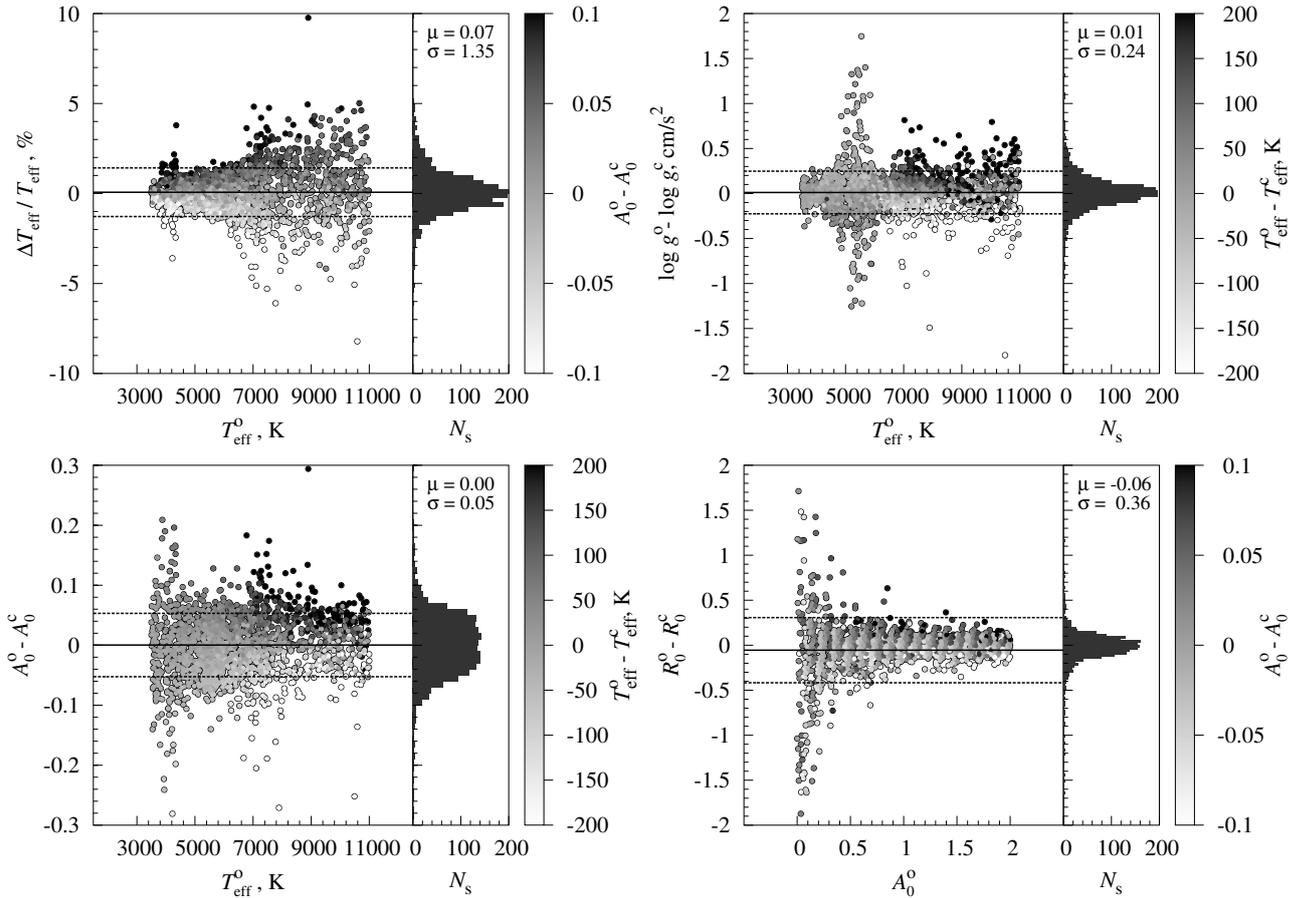


Рисунок 2.10 — Сравнение исходных характеристик звезд и закона межзвездного поглощения с их оценками на основе смоделированных идеальных — без фотометрических ошибок — значений $ugriz$ и JHK_s .

межзвездного поглощения. В результате проведено сравнение исходных значений характеристик с их оценками на основе значений блеска звезды. Идеальный случай — значения блеска не имеют ошибок — показан на рисунке 2.10. Считается, что широкополосная многоцветная фотометрия сама по себе плохо пригодна для проведения спектральной классификации фотометрическими методами. Тем не менее, из рисунка 2.10 видно, что теоретически такая фотометрия пригодна для оценки характеристик как звезд, так и межзвездной среды.

Как можно было ожидать, между оценками эффективной температуры и межзвездного поглощения имеется явная корреляция (см. рисунок 2.11), которая объясняется тем, что они схожим образом влияют на спектр звезд. Дискретность значений, на основе которых построен поисковый индекс, проявляется при определении величины R_V — характерное отклонение оценки близко к шагу по R_V , равному 0.25. В других случаях погрешность оценок явно не связана с дискретностью и определяется иными причинами. Так, при определе-

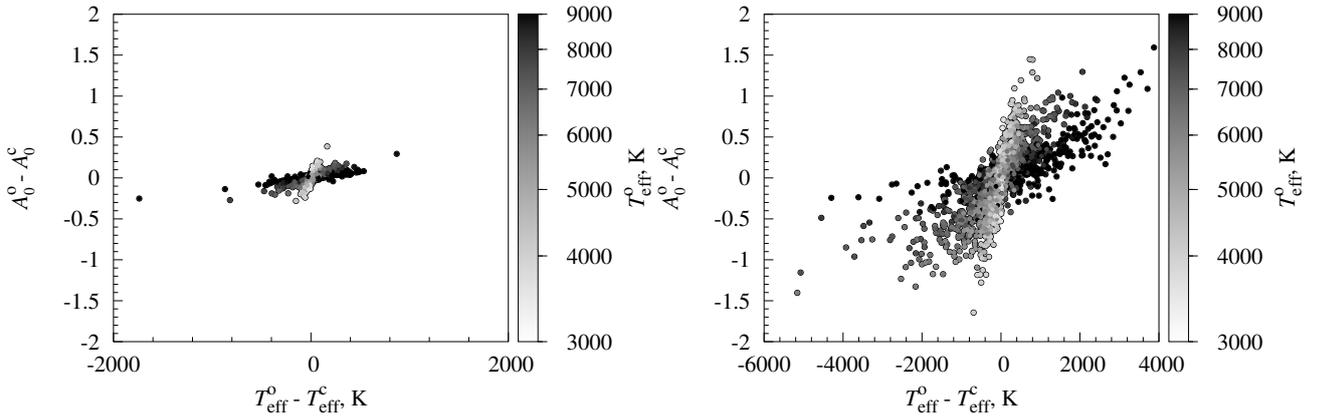


Рисунок 2.11 — Корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры. Слева — для идеального случая (см. рисунок 2.10). Справа — для «реальных» данных (см. рисунок 2.12).

нии ускорения силы тяжести проявился эффект, который ранее упоминался, — увеличение погрешности его оценки для звезд с $T_{\text{eff}} \sim 5000 - 6000$ К.

В представленном идеальном случае входные данные не содержат ошибок. Это позволяет оценить методическую погрешность, связанную со сделанными упрощениями и предположениями. Были вычислены средние величины (μ) отклонений оценок от их истинных значений, которые показали отсутствие значимых систематических отклонений. Анализ среднеквадратичного отклонения (σ) дает следующие результаты. Минимальные относительные погрешности при оценке таким способом для T_{eff} — около 1.5 — 5 %, для $\log g$ — около 0.25, а точность оценки A_V^0 — не лучше $0^{\text{m}}05$. По понятным причинам точность оценки R_V зависит от величины A_V^0 , и чем сильнее поглощение, тем она выше, вплоть до $0^{\text{m}}25$.

Для имитации реально наблюдаемых фотометрических величин к значениям блеска проверочного набора моделей звездных атмосфер добавлены шумы — случайные величины с нормальным распределением. Значение стандартного отклонения (σ) шума соответствует характерной фотометрической точности рассматриваемых обзоров. Далее, по этим значениям сделаны оценки атмосферных характеристик звезд и межзвездного поглощения. Результат показан на рисунке 2.12. В сравнении с идеальным случаем шумы заметно ухудшили получаемые результаты, включая увеличение корреляции между оценками эффективной температуры и межзвездного поглощения (см. рисунок 2.11). При «реальных» данных можно получить грубые оценки эффективной температуры и межзвездного поглощения, но другие характеристики — нельзя. Таким

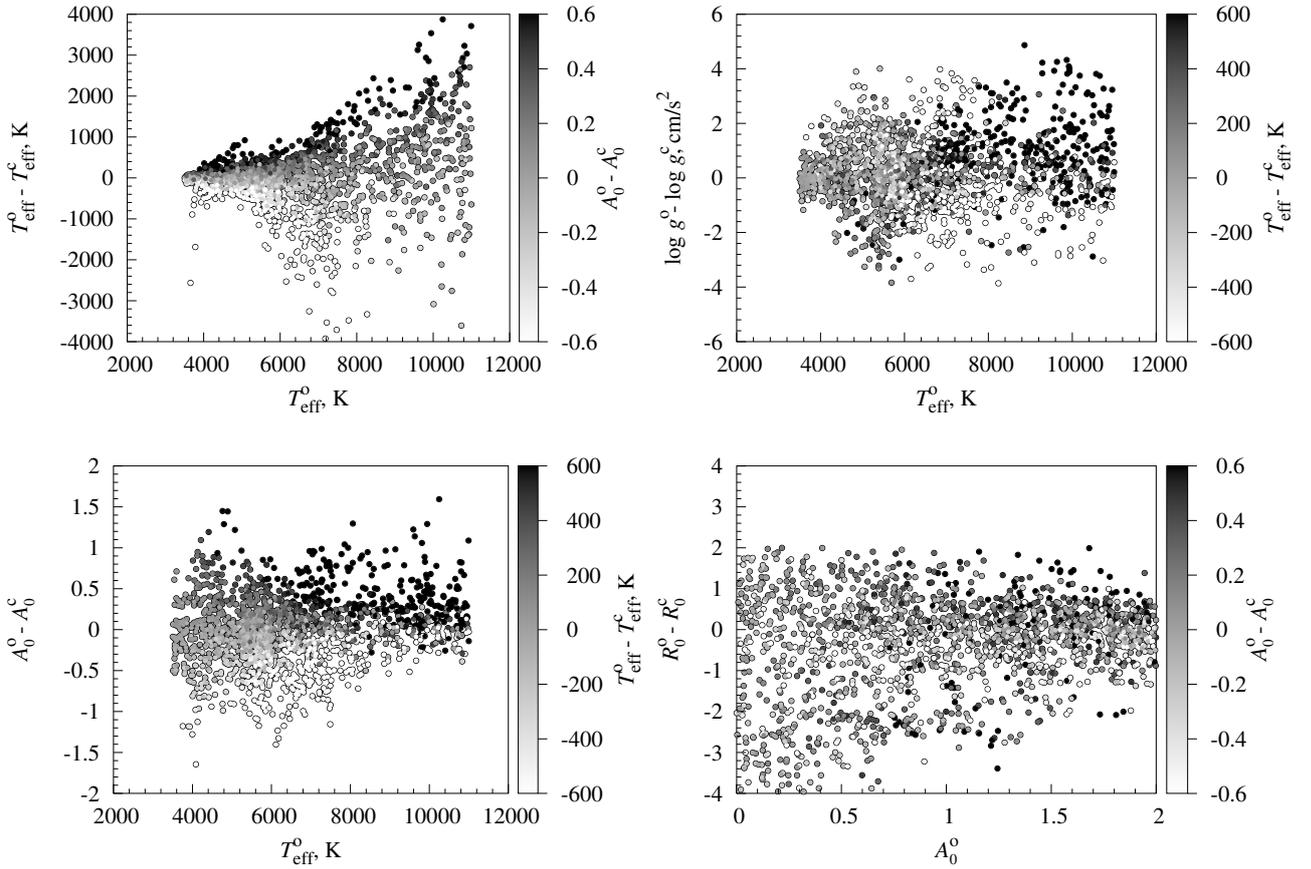


Рисунок 2.12 — Сравнение исходных характеристик звезд и закона межзвездного поглощения с их оценками на основе смоделированных «реальных» — с фотометрическими ошибками — значений $ugriz$ и JHK_s .

образом, реализовать на практике оценку характеристики звезд и межзвездной среды только по широкополосным фотометрическим наблюдениями обзоров SDSS и 2MASS не позволяет фотометрическая точность этих наблюдений.

Аналогичным образом были рассмотрены еще два случая, соответствующие двум значениям стандартного отклонения случайных шумов. Как видно на рисунке 2.13, при σ , равной 0^m01 , разброс оценок меньше, чем при «реальных» наблюдениях, но остается заметно больше, чем в идеальном случае. При σ , равной 0^m005 , результат близок к идеальному и показан на рисунке 2.14.

Таким образом, если стандартное отклонение неопределенности фотометрических измерений в полосах $ugriz$ и JHK_s близко к 0^m005 , то по ним можно проводить оценки как характеристик звезд, так и межзвездной среды.

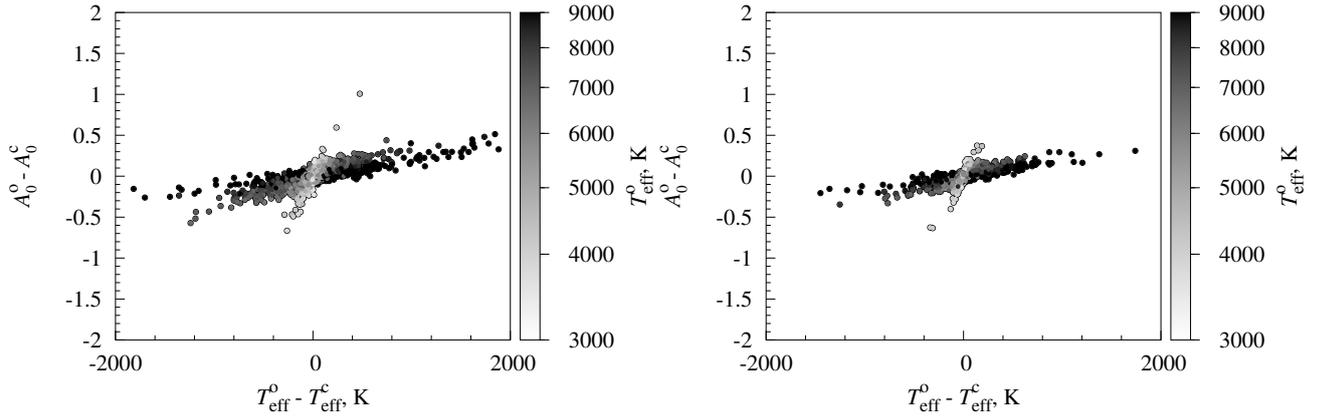


Рисунок 2.13 — Корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры для двух значений случайных шумов — погрешности *ugriz* и *JHK_s* фотометрии. Слева — погрешность равна 0^m01, справа — 0^m05.

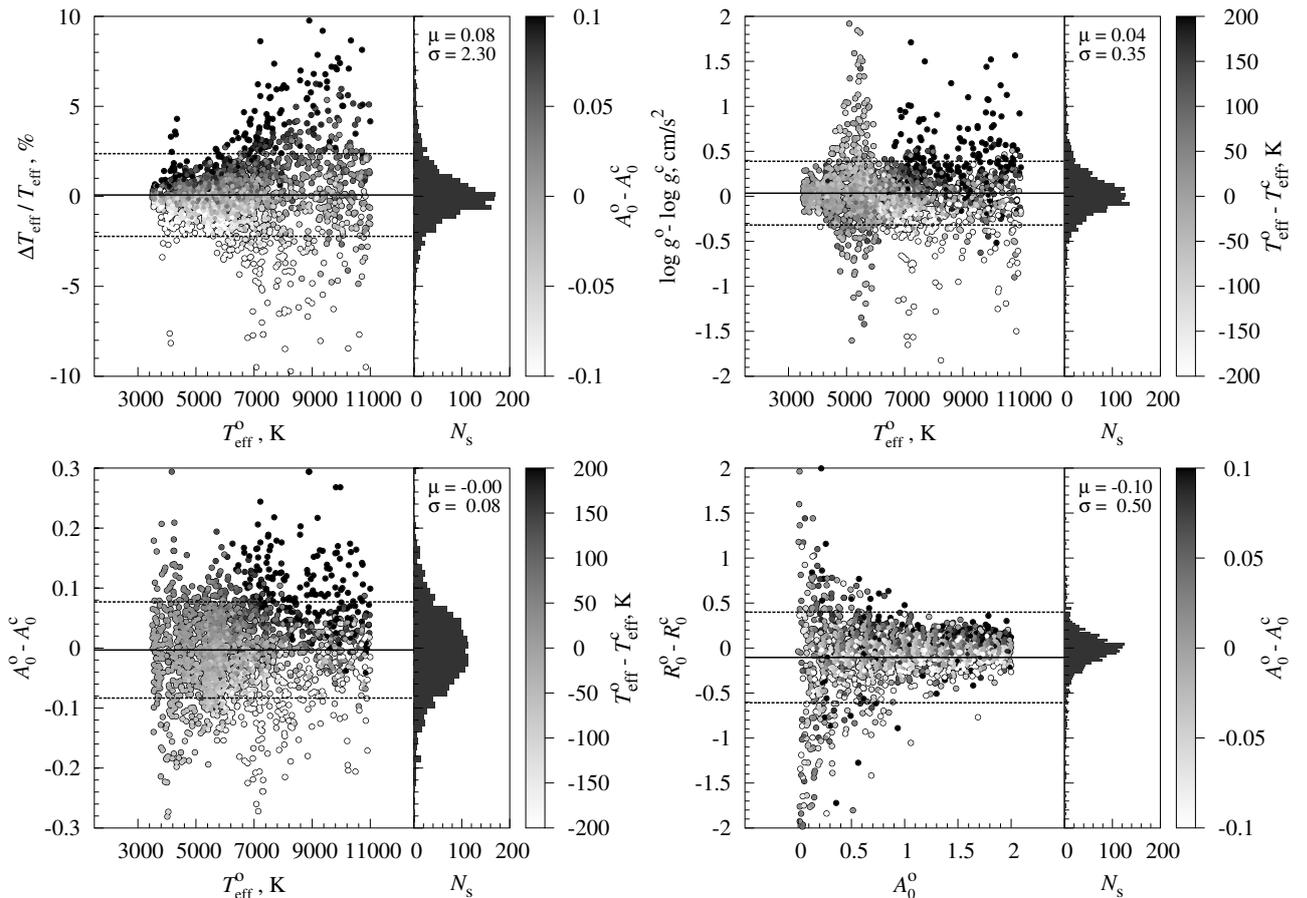


Рисунок 2.14 — Сравнение исходных характеристик звезд и закона межзвездного поглощения с их оценками, которые получены по значениям *ugriz* и *JHK_s*, имеющих погрешность 0^m005.

2.3 Оценка спектрального типа по WBVR фотометрии

В данном разделе описан способ, который на основе многоцветной WBVR фотометрии позволяет вынести суждение о наиболее вероятном спектральном типе звезды, а также оценить межзвездное поглощение и расстояние. Стоит заметить, что практическая невозможность в конкретной фотометрической системе отличить некоторые типы звезд друг от друга и неполнота системы модельных спектров являются ограничениями на возможность решить поставленную задачу. Поэтому было бы неверно рассматривать предлагаемый способ как универсальный способ классифицировать звезды, для которых имеется многоцветная фотометрия. Более точно — основной целью является исследование возможности классифицировать и оценивать межзвездное покраснение и расстояние для определенных типов звезд. Идея, лежащая в основе данного исследования, заключается в моделировании фотометрии, используя различные модели звездных спектров и модель закона межзвездного поглощения, чтобы как можно правдоподобнее объяснить наблюдения.

В данном исследовании при отсутствии межзвездного поглощения наблюдаемый блеск m_i звезды в i -й полосе с кривой реакции S_λ^i определяется выражением:

$$m_i = -2.5 \log \frac{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_\lambda S_\lambda^i \lambda d\lambda}{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_\lambda^0 S_\lambda^i \lambda d\lambda} + m_0^i, \quad (2.1)$$

где E_λ — поток излучения от звезды в месте ее наблюдения, E_λ^0 — поток излучения от стандартного источника, а m_0^i — нуль-пункт, равный наблюдаемому в i -й полосе блеску стандартного источника.

Согласно Карделли [11], значения монохроматического межзвездного поглощения A_λ можно выразить следующим образом:

$$A_\lambda = A_V^0 \left(a_\lambda + \frac{b_\lambda}{R_V} \right), \quad (2.2)$$

где a_λ и b_λ — известные коэффициенты, зависящие только от λ , а A_V^0 и R_V — параметры, которые не зависят от λ .

Используя соотношения (2.1) и (2.2), получим, что наблюдаемый блеск m_i звезды с учетом межзвездного поглощения определяется выражением:

$$m_i = -2.5 \log \frac{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_{\lambda} S_{\lambda}^i 10^{-0.4A_{\lambda}} \lambda d\lambda}{\int_{\lambda_2}^{\lambda_1} E_{\lambda}^0 S_{\lambda}^i \lambda d\lambda} + m_0^i. \quad (2.3)$$

С целью определить спектральный тип звезды был выбран способ, основанный на методе наименьших квадратов, но без использования численных методов оптимизации. Решение, которое наилучшим образом соответствует наблюдаемым значениям WBVR-фотометрии, выбирается из множества предварительно вычисленных теоретических значений блеска, соответствующих как звездам разных спектральных типов и классов светимости, так и разным значениям межзвездного поглощения. Для расчета, согласно (2.3), теоретических значений блеска в полосах WBVR использовалась эмпирическая библиотека Пиклса [49], которая в общей сложности содержит более 130 нормированных спектров. Из всего множества спектров в библиотеке было выбрано 75, соответствующих I, III и V классам светимости, солнечной металличности, для которых, согласно Страйжису [50], известны абсолютные звездные величины.

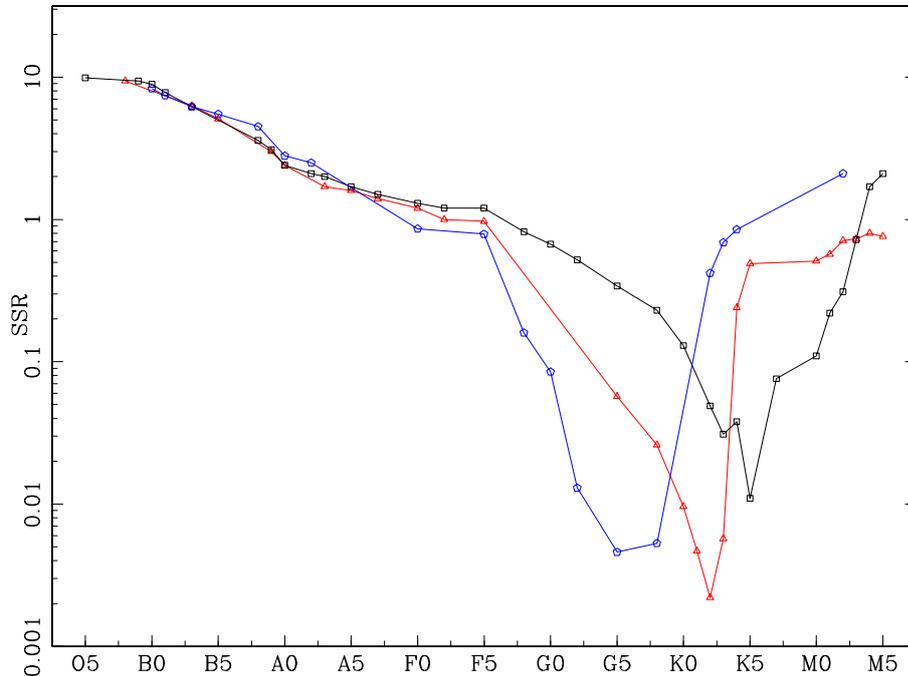


Рисунок 2.15 — Минимальные суммы квадратов невязок (SSR) для звезды спектрального типа КЗIII, полученные для разных моделей из библиотеки Пиклса. Кружки — I класс светимости, треугольники и квадраты — III и V классы. Ось абсцисс — спектральные типы моделей.

На рисунке 2.15 показаны суммы квадратов остаточных отклонений (невязок), полученные при анализе звезды HD 1796 спектрального типа K3III. Если не использовать никаких дополнительных данных, то наиболее правдоподобными решениями стоит считать те, для которых сумма квадратов невязок не превышает заданного значения. На выбор этого значения могут влиять различные факторы, например, неточность закона межзвездного поглощения и моделей звездных спектров, которые используются для моделирования фотометрии.

Надежность определения спектрального типа была проверена на выборке размером более 1500 звезд из «Bright Star Catalogue» [51]. Выборка включала звезды I, III и V классов светимости с известной спектральной классификацией и WBVR-фотометрией [52]. В соответствии с методом наименьших квадратов для каждой звезды в выборке и для каждого из 75 спектров, выбранных из библиотеки Пиклса, определены такие значения расстояния и избытка цвета, которые минимизируют сумму квадратов невязок между наблюдаемой и расчетной WBVR-фотометрией, т.е. для всех звезд в выборке получены данные, аналогичные тем, что приведены для звезды HD 1796 на рисунке 2.15. Анализ полученных данных показал, что минимум, соответствующий или близкий к каталожному спектральному типу, в большинстве случаев лежит ниже значения 0.01^8 . Поэтому интерпретация результатов выполнялась следующим образом. Если решению соответствует минимальная сумма квадратов невязок, значение которой больше 0.01, то это решение исключалось из дальнейшего рассмотрения. Далее, чтобы отбросить нереалистичные решения, использовалась фильтрация по избытку цвета, которая основана на статистическом методе Паренаго [53] учета поглощения света. Фильтрация заключается в том, что избыток цвета не должен отличаться больше, чем на 80 % от величины, определенной по формуле Паренаго:

$$A(r,b) = \frac{\alpha_0 \beta}{|\sin(b)|} \left[1 - e^{\frac{-r|\sin(b)|}{\beta}} \right], \quad (2.4)$$

которая определяет поглощение $A(r,b)$ на всем луче зрения на галактической широте b до расстояния r . Также отбрасывались решения, для которых вычисленное расстояние заведомо не соответствовало размерам Галактики.

⁸Выбранное значение допускает следующую интерпретацию. Неопределенность измерения звездной величины в WBVR-фотометрической системе и неопределенность ее моделирования в общей сложности имеют неопределенность около $0.^m05$

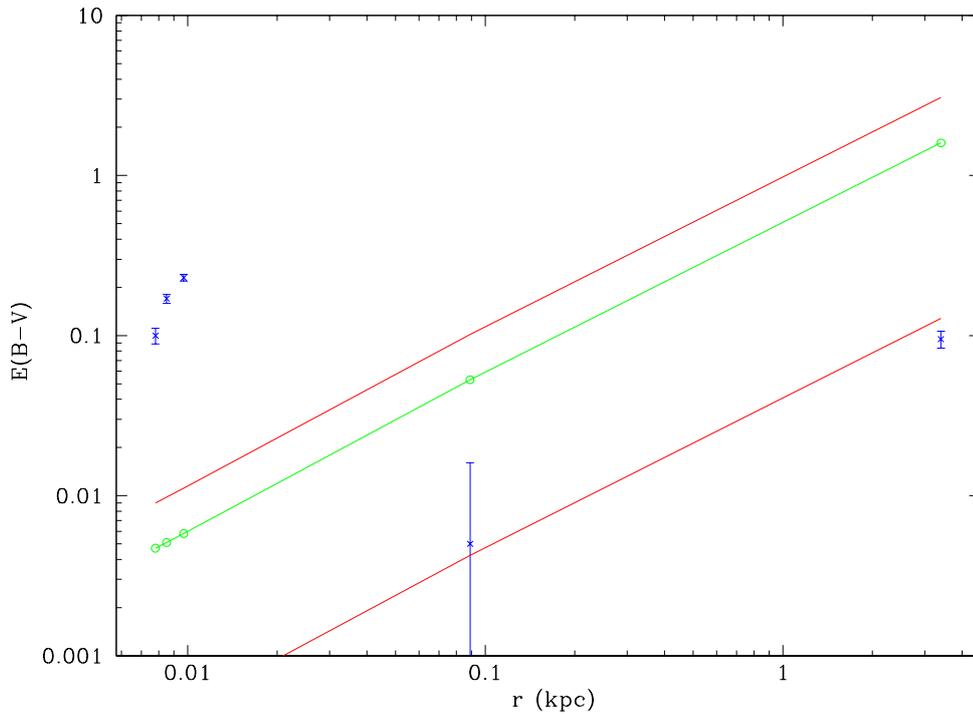


Рисунок 2.16 — Фильтрации решений по избытку цвета на примере звезды типа G8III с координатами $(118.83^\circ, -1.06^\circ)$. Кресты — вычисленные избыток цвета и расстояние. Линия с кружками — оценки по формуле Паренего для соответствующих расстояний, две другие линии — диапазон разрешенных значений.

На рисунке 2.16 показан результат применения описанного подхода к звезде HD 1239 спектрального типа G8III. Из рисунка видно, что для неверных спектральных типов оценка избытка цвета на оцененном расстоянии значительно отличается от избытка цвета, полученного по формуле Паренего для того же расстояния. В коридоре допустимых значений для пары избытка цвета и расстояния находится только одно решение, соответствующее G5III.

Таким образом, для каждой звезды в выборке по WBVR-фотометрии был определен ее спектральный тип и выполнено его прямое сравнение с исходным заранее известным значением, указанным в «Bright Star Catalogue». Распределение отклонений вычисленных спектральных типов от их исходных значений показано на рисунке 2.17, на котором отклонение на один спектральный тип соответствует изменению на одну единицу по оси абсцисс. Видно, что надежность определения составляет около половины спектрального типа, а в большинстве случаев отклонение не превышает один спектральный тип. Дополнительно выполнена оценка надежности определения конкретного спектрального типа. С этой целью проанализированы спектральные типы звезд, которые по анали-

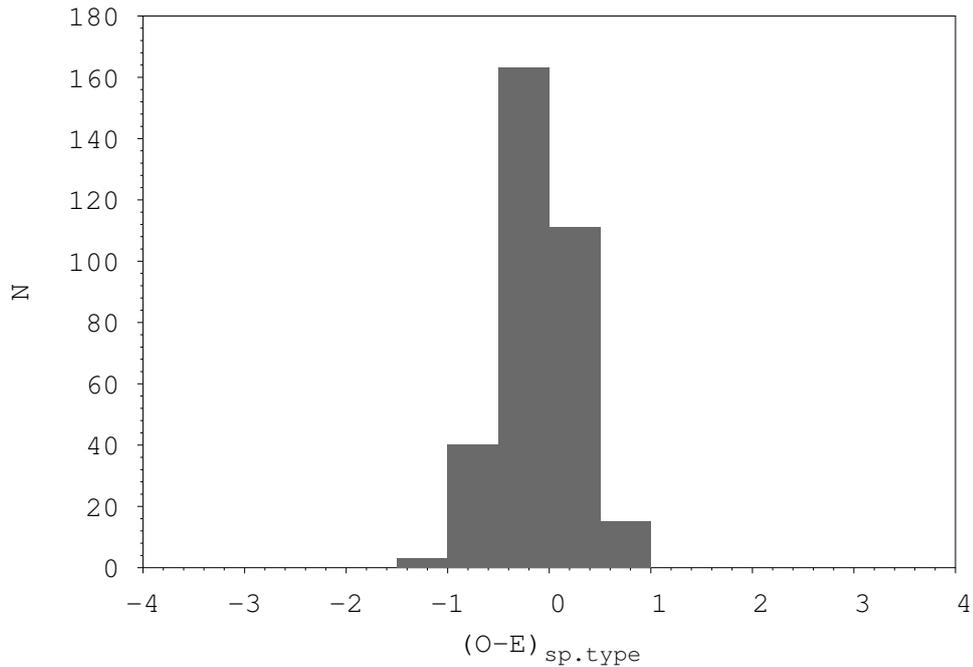


Рисунок 2.17 — Распределение разницы между исходными и определенными по WBVR-фотометрии спектральными типами.

зу их WBVR-фотометрии имеют один и тот же спектральный тип. Результат показан на рисунке 2.18, на котором также показано, какой процент от общего количества звезд конкретного спектрального типа «превратился» в другой спектральный тип. Например, если по WBVR-фотометрии определен спектральный тип F5, то это означало следующее. В F5 «превратились» 47 % звезд спектрального типа F5, около 43 % F8-звезд и около 9 % F2-звезд.

С целью детального анализа была вычислена частотность появления решения, соответствующего определенной модели спектра, для звезд различных спектральных типов и классов светимости. То есть подсчитано, сколько звезд каких спектральных типов и классов светимости имеют решения, соответствующие определенной модели спектра. Например, для модели спектра A0V получилось следующее. Звезды, имеющие решение (необязательно единственное), соответствующее этой модели, имеют типы: A0III, B9V, A0V, A2V и A3V. При этом только 1 из 17 звезд типа A0III имеет решение, соответствующее модели A0V, для звезд B9V — это 1 из 39, для A0V — 5 из 66, для A2V — 49 из 97 и для A3V — 14 из 84. В процентном выражении получается, что только 5.88 % от звезд типа A0III имеют решения, соответствующие модели A0V, для звезд B9V — это 2.56 %, для A0V — 7.58 %, для A2V — 50.52 % и для A3V — 16.67 %.

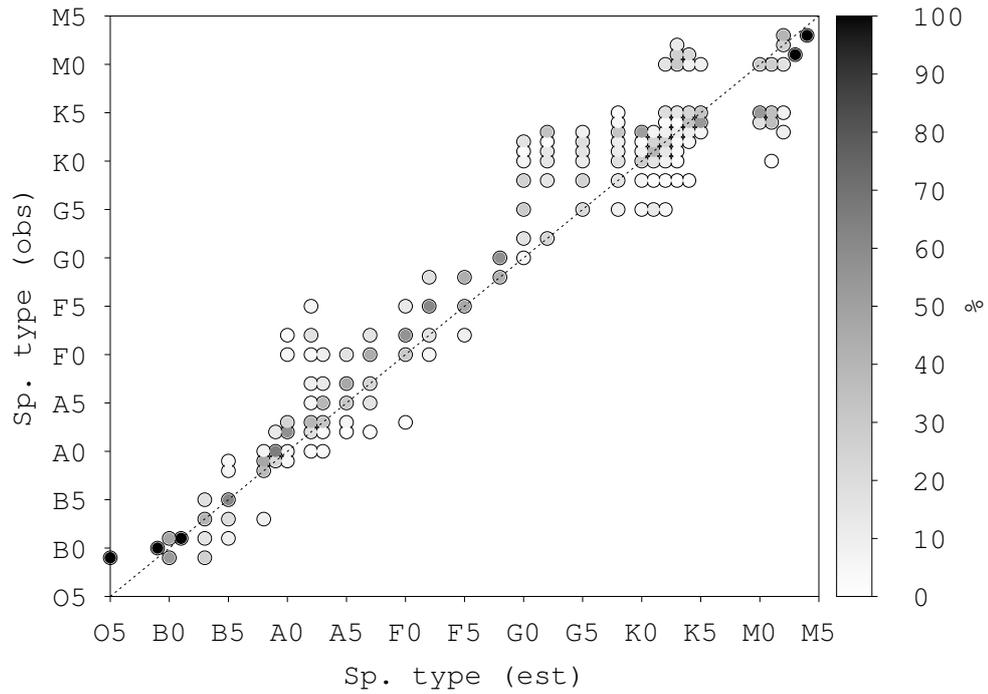


Рисунок 2.18 — Процент звезд конкретного спектрального типа (obs), которые «превратились» в другие спектральные типы (est). Чем темнее цвет, тем процент ближе к 100 %.

Выполнив нормировку процентов так, чтобы в сумме они давали 100 %, были получены вероятности того, что звезда, взятая случайным образом из выборки с равновероятным распределением по спектральным типам, имеет определенный спектральный тип и класс светимости, если она однозначно классифицирована моделью A0V. В таблице 6 для каждого модельного спектра приведены спектральные типы и классы светимости с указанием их вероятности.

2.4 Оценка характеристик звезд по SDSS и 2MASS фотометрии

В настоящем разделе рассмотрен теоретико-вероятностный подход, который был применен для практического применения результатов, полученных в предыдущих разделах.

Теоретико-вероятностная модель

Пусть имеются независимые наблюдения n случайных величин. Обозначим $p_i(x_i|\theta)$ функцию плотности вероятности i -й случайной переменной, где θ — параметр, соответствующий семейству распределений p_i . Совместная функция плотностей вероятностей n случайных переменных определяется выражением:

$$p(\mathbf{X}|\theta) = \prod_{i=1}^n p_i(x_i|\theta). \quad (2.5)$$

В настоящей работе рассматривается случай, когда результатами наблюдений является многополосная фотометрия, а именно пять значений блеска u, g, r, i, z из обзора SDSS и три значения J, H, K_s из обзора 2MASS, а вектор характеристик θ имеет вид:

$$\theta = \{T_{\text{eff}}, g, A_V^0, R_V\},$$

в котором первые два компонента характеризуют звезду, а остальные два — межзвездное поглощение. Таким образом, случайный вектор, по результатам наблюдения которого необходимо оценить интересующие характеристики θ , имеет вид⁹:

$$\mathbf{X} = \{u, g, r, i, g, J, H, K_s\}.$$

Необходимо оценить значение θ , если проведено n наблюдений x_i , распределенных в соответствии с $p_i(x_i|\theta)$, т.е. найти такое его значение, при котором $p(\mathbf{X}|\theta)$ становится максимальным (метод максимального правдоподобия).

⁹Точнее, вектор $\tilde{\mathbf{X}}$, компоненты которого определяются соотношением (2.7).

Будем полагать, что результат измерения блеска x_i в i -й полосе является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. В этом случае

$$p(x_i|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta_i^2}} \exp \frac{-(x_i - x_i(\theta))^2}{2\delta_i^2},$$

где δ_i — погрешность наблюдаемого значения блеска, а $x_i(\theta)$ является теоретическим блеском звезды, соответствующим параметру θ , и функция правдоподобия определяется соотношением (2.5):

$$p(\mathbf{X}|\theta) = \prod_i^n p(x_i|\theta).$$

Реализация и проверка

Влияние межзвездной среды на распределение энергии в спектре звезды обычно выражают через значение межзвездного поглощения, численное значение которого выражают в звездных величинах:

$$A_\lambda = -2.5 \log \frac{E_{e,\lambda}}{E_{e,\lambda}^0},$$

где $E_{e,\lambda}^0$ и $E_{e,\lambda}$ — энергетические облученности (в единицах $\text{эрг} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$) в отсутствии и наличии межзвездного поглощения соответственно. Особенностью межзвездного поглощения является его зависимость от длины волны, которую называют законом межзвездного поглощения. Один из широко используемых законов межзвездного поглощения был предложен Карделли [11], согласно которому:

$$A_\lambda/A_V^0 = a(\lambda) + \frac{b(\lambda)}{R_V},$$

где $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ — известные коэффициенты, а A_V^0 , R_V — свободные параметры¹⁰.

Предположим, что расстояние d от звезды до наблюдателя много больше радиуса звезды R , и, пренебрегая эффектом потемнения к краю диска звезды, вычисления приводят к следующему соотношению:

$$E_{e,\lambda} = \frac{\pi R^2}{d^2} L_{e,\lambda},$$

¹⁰ A_V^0 и R_V являются параметрами в том смысле, что в данной модели закона межзвездного поглощения вычисление значения A_λ подразумевает выбор конкретных их значений.

где $E_{e,\lambda}$ — спектральное распределение облученности от звезды на “верхней границе” атмосферы Земли, а $L_{e,\lambda}$ — спектральное распределение энергетической яркости звезды, которая определяется атмосферными характеристиками звезды, в том числе такими как T_{eff} и g . С учетом межзвездного поглощения энергетическая облученность от звезды с видимым угловым диаметром α_d в месте ее наблюдения определяется соотношением:

$$E_{e,\lambda}(\theta, \alpha_d) = \pi \cdot \frac{\alpha_d^2}{4} \cdot L_{e,\lambda}(T_{\text{eff}}, g) \cdot 10^{-0.4 \cdot A_\lambda(A_V^0, R_V)}. \quad (2.6)$$

В настоящей работе для расчета значений $L_{e,\lambda}$ использовались результаты вычислений моделей звездных атмосфер Кастелли и Куруца [10] и ATLAS9¹¹. Применяя соотношение (2.6), был получен набор значений блеска в полосах *ugriz* и *JHK_s* для различных значений параметра θ , соответствующих широкому диапазону значений как эффективной температуры и ускорения силы тяжести, так и характеристик закона межзвездного поглощения. Далее были вычислены величины:

$$\tilde{x}_i^k = x_i^k - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j^k, \quad (2.7)$$

где x_i^k — блеск в i -й полосе для k -го значения параметра θ , а n — количество полос в фотометрической системе. Величины \tilde{x}_i^k не зависят ни от расстояния до звезды, ни от ее радиуса, что выгодно отличает их от блеска x_i^k ¹².

Прямой подход к реализации метода максимального правдоподобия требует вычисления блеска звезды для любого значения параметра θ и, следовательно, расчета соответствующей модели звездной атмосферы для вычисления спектра излучения. При этом численный расчет даже не самых сложных моделей требует немало времени. По этой причине прямой подход не используется, а с целью построения гистограммы, соответствующей функции правдоподобия, проводится численное статистическое моделирование, цель которого — получить такую выборку значений θ , при которой соответствующие им значения \mathbf{X} ¹³ распределены по нормальному закону. С этой целью, на основе полученного набора значений величин \tilde{x}_i , был построен поисковый индекс (на базе k -d

¹¹Программный комплекс ЭВМ для вычисления распределения энергии в спектре звезды в условиях ЛТР на основе плоско-параллельной модели атмосферы.

¹²Поэтому для вычисления значений \tilde{x}_i^k значением углового диаметра α_d может быть любое число, например, единица.

¹³Напомним, компонентом случайного вектора \mathbf{X} является результат измерения блеска звезды, который моделируется случайной величиной с нормальным распределением.

дерева). Индекс обеспечивает быстрый поиск ближайшего по L^2 -норме «соседа» в восьмимерном пространстве значений \tilde{x} .

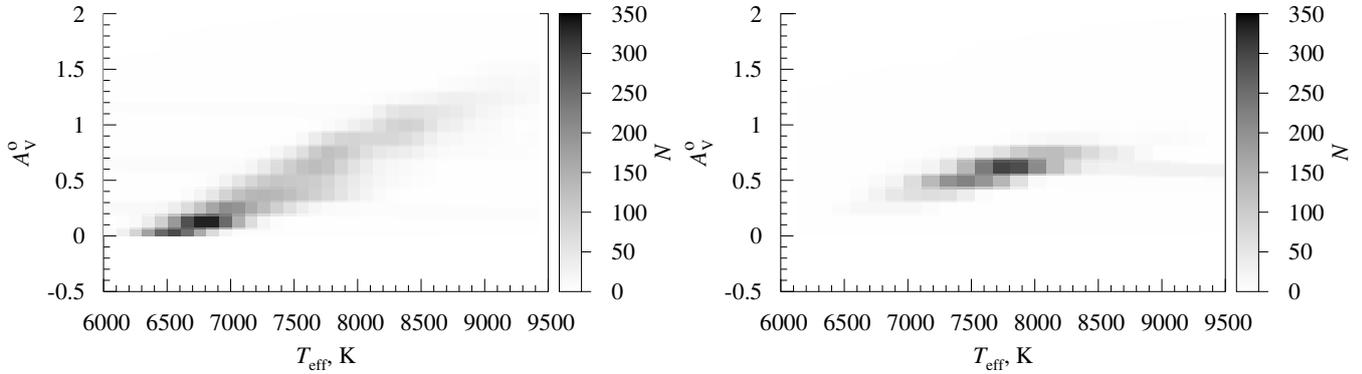


Рисунок 2.19 — Гистограммы, соответствующие функции правдоподобия, для оценки значений величин T_{eff} и A_V^0 . Исходные значения величин: $T_{\text{eff}} = 7400$ К и $A_V^0 = 0^{\text{m}5}$. Слева гистограмма получена по значениям блеска в полосах *ugriz* и *JHK_s*, справа — дополнительно использовались значения блеска в полосах *FUV* и *NUV* обзора GALEX.

Статистическое моделирование начинается с создания по исходным значениям *ugriz* и *JHK_s* выборки объемом пять тысяч случайных значений \mathbf{X} , распределенных по нормальному закону, и, применяя соотношение (2.7), выполняется их отображение в инвариантные значения $\tilde{\mathbf{X}}$. Используя поисковый индекс, для каждого значения $\tilde{\mathbf{X}}$ определяется соответствующее значение θ . Полученная выборка значений θ суммируется в более компактный вид, т.е. гистограмму, соответствующую функции правдоподобия. Анализируя получаемые гистограммы (см. рисунок 2.19), определяются интервальные оценки характеристик, такие как квантили¹⁴, и точечная оценка, соответствующая максимуму на гистограмме.

Подтверждение отсутствия в реализации метода внутренних ошибок выполнено с помощью проверочного набора моделей звездных атмосфер¹⁵ размером $\sim 2 \times 10^3$, соответствующих случайным значениям температуры, ускорения силы тяжести и межзвездного поглощения (см. рисунок 2.20). Для этих моделей были вычислены значения блеска в полосах *ugriz* и *JHK_s*, и по этим

¹⁴Квантиль — число, такое что заданная случайная величина не превышает его лишь с фиксированной вероятностью. Например, 0.25-квантиль — число, ниже которого лежит примерно 25% выборки.

¹⁵Значение металличности соответствует солнечному.

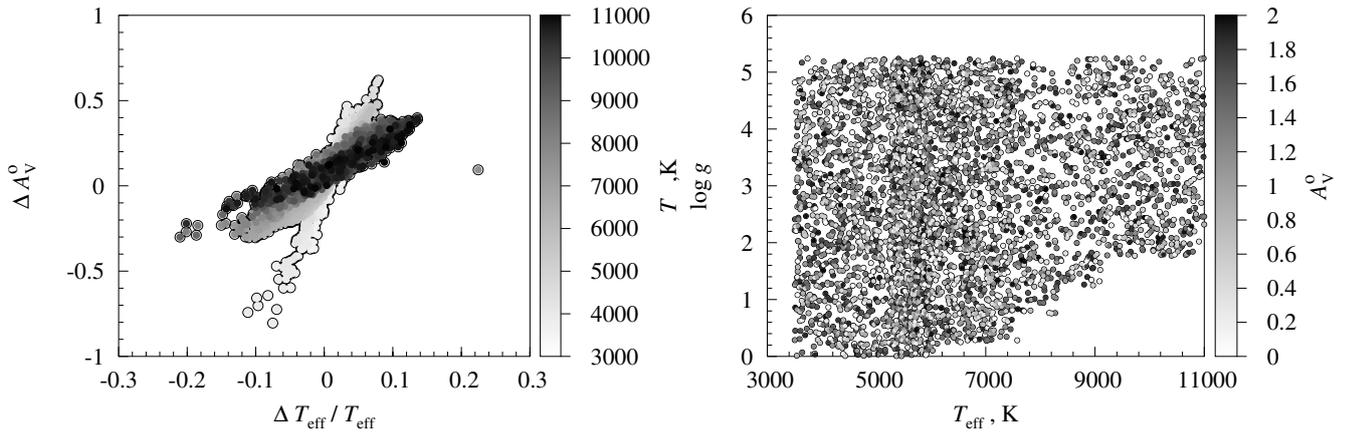


Рисунок 2.20 — Слева. Корреляция между оценками значений полного поглощения и температуры. Справа. Значения характеристик проверочного набора моделей звездных атмосфер.

значениям получены оценки атмосферных характеристик звезд и межзвездного поглощения. В результате проведено сравнение исходных значений характеристик с их оценками на основе совместного анализа значений блеска звезды в полосах *ugriz* и *JHK_s*, что проиллюстрировано на рисунке 2.20. В целом, максимальное значение относительной погрешности эффективной температуры близко к 20%, при этом в большинстве случаев ее значение — не более 10%.

Следующим шагом стала обработка реальных данных. С этой целью сделана выборка звезд из обзора SEGUE/SDSS и проведено их отождествление с объектами из обзора 2MASS. В результате сформирована выборка размером ~ 300 звезд, для которых известны как значения блеска в полосах *ugriz* и *JHK_s*, так и значения эффективной температуры и ускорения силы тяжести, оценку которых выполнили авторы SEGUE/SDSS, анализируя спектры звезд. Для всех звезд из этой выборки по значениям их блеска были получены оценки атмосферных характеристик и полного поглощения. Сравнение исходных значений характеристик с их оценками показано на рисунке 2.21.

Результаты, получаемые с помощью моделей звездных атмосфер, могут плохо соотноситься с реальными наблюдениями, так как при создании модели делаются определенные упрощения и предположения. Одним из критериев оценки возможности применения модели является значение суммы квадратов остаточных отклонений (СКО) между наблюдаемыми и соответствующими параметру θ значениями блеска. Именно такой критерий был применен в данной работе. На рисунке 2.21 видно, что с ростом СКО растет и относительная погрешность температуры. Поэтому для дальнейшего анализа считалось, что для

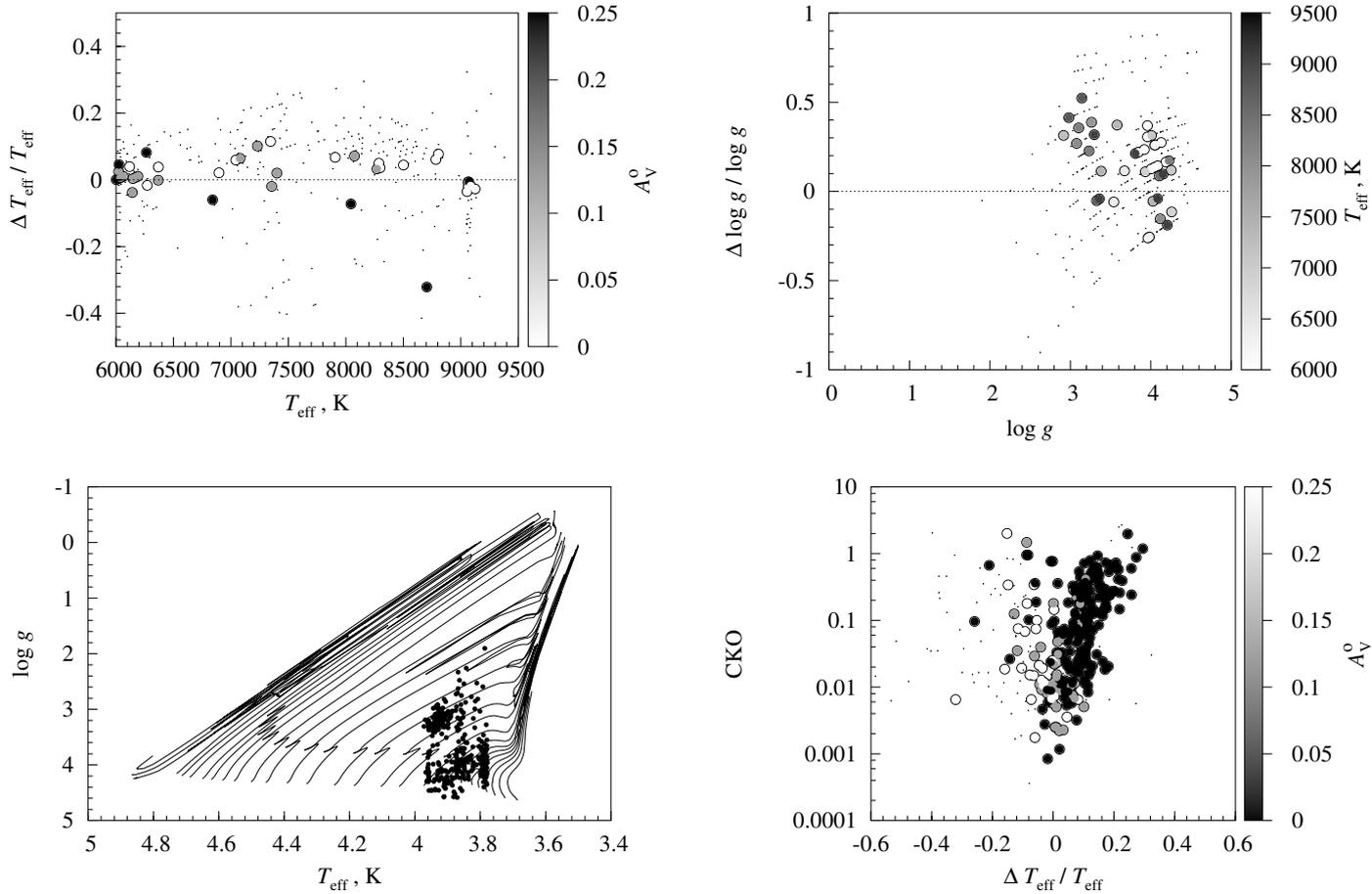


Рисунок 2.21 — *Вверху* — относительные отклонения температуры и ускорения силы тяжести от их исходных значений, случаи с $SKO > 0.01$ и $A_V^0 > 0^m25$ показаны черными точками меньшего размера. *Внизу* — значения эффективной температуры и ускорения силы тяжести звезд в подготовленной выборке; зависимость относительной погрешности температуры от значения SKO , случаи с $A_V^0 > 0^m25$ показаны черными точками меньшего размера.

случаев с SKO не более 0.01 имеется приемлемое соответствие между наблюдаемыми данными и модельными расчетами. На верхних панелях рисунка 2.21 показаны значения относительного отклонения температуры и ускорения силы тяжести от их исходных значений. В целом, результаты, представленные на рисунке 2.21, подтверждают, что вышеописанный способ анализа значений блеска в полосах $ugriz$ и JHK_s пригоден для грубого разделения звезд по их характеристикам.

Дополнительно можно отметить, что, анализируя значения блеска звезды вышеописанным способом, можно получить и оценку видимого углового диаметра α_d . Будем считать, что по исходным значениям блеска x_i в полосах $ugriz$ и JHK_s вычислены значения \tilde{x}_i , используя которые с помощью поискового

индекса может быть получена соответствующая выборка значений параметра θ . Каждому значению параметра θ соответствует свое модельное значение блеска x_i . Вычислив разницу между модельными и исходными значениями блеска в полосах *ugriz* и *JHK_s*, можно построить гистограмму, соответствующую функции правдоподобия, для оценки значения видимого углового диаметра α_d звезды. Можно применить иной способ — модельные значения блеска x_i в полосах *ugriz* и *JHK_s* должны соответствовать *абсолютным звездным величинам*. Тогда разница между исходными значениям блеска в полосах *ugriz* и *JHK_s* и значениями, соответствующими выборке параметра θ , будет являться ничем иным как модулем расстояния. Для реализации такого подхода, согласно соотношению (2.6), необходимо вычислить видимый с расстояния 10 пк угловой диаметр звезды, т.е. необходимо оценить радиус звезды для конкретных значений ее температуры и ускорения силы тяжести. Это возможно сделать на основе современных расчетов моделей внутреннего строения и эволюции звезд, например, использовать способ определения радиуса звезды по ее атмосферным характеристикам, изложенный в главе 1. В целом, такой подход позволяет не только оценить α_d , но и модуль расстояния, однако подробное исследование таких оценок выходит за рамки данной работы.

2.5 Заключение

Возможность расчета блеска звезды на основе современных моделей их звездных атмосфер позволяет оценивать характеристики звезд и межзвездной среды путем сравнения результатов наблюдений с расчетами. К сожалению, широкополосные фотометрические системы не оптимизированы для такой задачи. Кроме того, считается, что широкополосная фотометрия сама по себе плохо пригодна для проведения спектральной классификации фотометрическими методами. Тем не менее, в данной главе показана возможность такой классификации, и проверка на звездах с известными спектральными типами и WBVR-фотометрией показала, что в отдельных случаях возможно определить спектральный тип звезды без использования дополнительных данных о ее классе светимости и избытке цвета. При этом точность определения составляет около половины спектрального типа.

Реализовать на практике точную оценку характеристик звезд и межзвездной среды только по многоцветным фотометрическим наблюдениям SDSS и 2MASS не позволяет их точность. Тем не менее, по реальным данным из этих обзоров можно получить грубые оценки эффективной температуры и межзвездного поглощения, но другие характеристики — нельзя. Такая задача была решена способом, основанном на методе максимального правдоподобия, без применения численных алгоритмов оптимизации, но с построением и использованием поискового индекса — специальным образом упорядоченной структуры данных по типу $k-d$ дерева. Способ проверен на выборке размером ~ 300 звезд, для которых известны как значения блеска в полосах $ugriz$ и JHK_s , так и значения эффективной температуры и ускорения силы тяжести. В целом, такой подход, в отличие от численных методов оптимизации, имеет ряд преимуществ: отсутствие необходимости первого приближения, исключение попадания в локальный минимум и высокая скорость работы. Хотя таким способом можно получить только грубые оценки температуры, тем не менее они могут быть использованы в качестве первого приближения в методах, где это необходимо.

Изменения температуры звезды и значения полного поглощения схожим образом влияют на ее непрерывный спектр. По этой причине наблюдается выраженная корреляция между их оценками, полученными только на основе фотометрических наблюдений. Таким образом, для оценок межзвездного поглощения крайне важны априорные данные о температуре, и наоборот. Одним из способов учесть априорные данные является теоретико-вероятностный подход на основе теоремы Байеса, подробному описанию которого посвящена глава 4 настоящей диссертационной работы. К его преимуществам стоит отнести то, что он позволяет использовать все имеющиеся предварительные знания: область возможных значений или уверенность в том, что некоторые значения более реалистичны, чем другие. Это дает возможность учесть не только априорные данные о температуре, но, например, об ускорении силы тяжести и о параллаксе. Требуемые априорные данные есть, например, в спектроскопическом обзоре LAMOST, охватывающем почти половину небесной сферы [20]. Космические обсерватории также могут обеспечить необходимые априорные данные. В частности, в проекте Gaia будут измерены параллаксы большего количества звезд, а космический аппарат «Спектр-УФ» (WSO-UV) [54; 55] обеспечит фотометрическими наблюдениями в УФ-диапазоне.

Таким образом, многоцветные фотометрические наблюдения, в том числе обзоры SDSS и 2MASS, потенциально являются ценным источником информации как об атмосферных характеристиках звезд, так и о межзвездной среде.

Глава 3. Большие фотометрические обзоры неба и вычисление блеска звезды

В современных обзорах накоплены результаты многоцветных фотометрических наблюдений миллионов звезд. Благодаря развитию методов отождествления объектов в разных обзорах [9; 43] стал доступен анализ наблюдений, используя все фотометрические данные. Одним из общих способов оценки значения физических характеристик по результатам наблюдений является метод максимального правдоподобия. Например, оценкой максимального правдоподобия характеристик звезд и закона межзвездного поглощения будут такие их значения, которым соответствует максимум апостериорной функции плотности вероятностей. Как правило, оптимальный способ оценки представляет собой некоторую итеративную процедуру, требующую расчета теоретического значения измеренной величины, т.е. блеска звезды в интересующих фотометрических системах. Однако системы звездных величин и их реализации в конкретных обзорах имеют особенности, которые необходимо учитывать при вычислении соответствующего блеска звезды.

В настоящей главе дан краткий обзор 2MASS, SDSS, GALEX, IPHAS, Pan-STARRS и Gaia, результаты фотометрических наблюдений которых возможно использовать для исследования межзвездного поглощения в Галактике. Рассмотрены особенности их фотометрических систем, и приведены соотношения, включая необходимые калибровочные и нормировочные величины, для преобразования теоретически рассчитанного спектра звезды в ее блеск в фотометрических полосах указанных обзоров.

3.1 Большие многоцветные фотометрические обзоры неба

Возможность расчета блеска звезды на основе современных моделей их атмосфер позволяет оценивать характеристики звезд и межзвездной среды путем сравнения результатов наблюдений с расчетами. Однако современные фотометрические системы создают значительную путаницу среди профессиональных астрономов, потому что существует не одна система величин, а несколько.

Кроме того, нормализующие константы различны для разных систем; и даже внутри одной системы константа может отличаться в зависимости от диапазона длин волн. С целью внести ясность, в настоящем разделе кратко изложено описание современных каталогов фотометрических наблюдений, и представлены соотношения, необходимые для расчета теоретического блеска звезды в системах звездных величин обзоров: 2MASS, SDSS, GALEX, IPHAS, Pan-STARRS и Gaia.

3.1.1 Блеск звезды

Предположим, что расстояние d от звезды до наблюдателя много больше радиуса звезды R , так что все лучи, идущие от звезды к наблюдателю, можно считать параллельными. С учетом геометрических соображений, показанных на рисунке 3.1, и пренебрегая эффектом потемнения к краю диска звезды, вычисления приводят к следующему соотношению:

$$E_{e,\lambda} = \int L_{e,\lambda} d\omega = 2\pi \frac{R^2}{d^2} L_{e,\lambda} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cos \theta d\theta = \pi \frac{\theta_d^2}{4} L_{e,\lambda}. \quad (3.1)$$

где $E_{e,\lambda}$ — спектральное распределение облученности¹ от звезды на «верхней границе» атмосферы Земли (в единицах $\text{эрг} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{А}^{-1} \cdot \text{см}^{-2}$), а $L_{e,\lambda}$ — спектральное распределение энергетической яркости звезды, которое можно оценить в рамках теории звездных атмосфер [10]. Энергетическая яркость имеет физический смысл потока излучения, распространяющегося в единичном телесном угле с площадки единичной площади.

Наблюдаемый блеск (на англ. — *apparent magnitude*) звезды исторически выражается в звездных величинах и определяется соотношением:

$$m_* = -2.5 \lg \frac{E_e^*}{E_e^0}, \quad (3.2)$$

где E_e^* — энергетическая облученность от звезды на “верхней границе” атмосферы Земли, а E_e^0 — аналогичная величина, но от объекта, блеск которого

¹Здесь и далее фотометрические термины и определения по ГОСТ 26148-2016. Индекс e в буквенных обозначениях указывает на энергетическую фотометрическую величину.

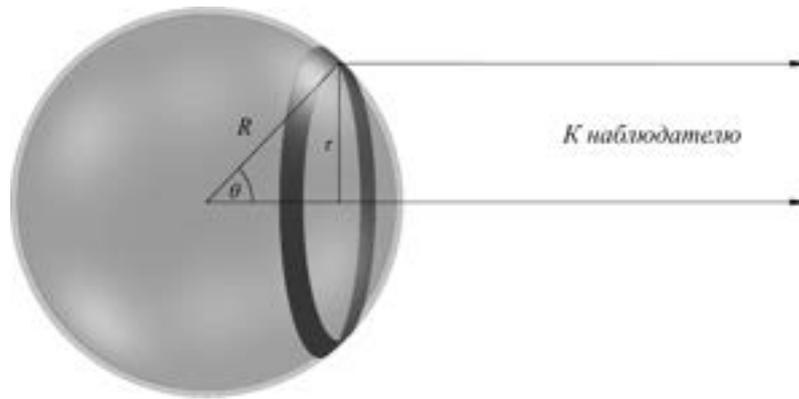


Рисунок 3.1 — Схема, поясняющая расчет $E_{e,\lambda}$. Круговое кольцо в проекции на нормаль к лучу зрения имеет площадь $dS = 2\pi r dr = 2\pi R^2 \sin \theta \cos \theta d\theta$.

Наблюдатель видит это кольцо под телесным углом $d\omega = dS/d^2$.

в звездных величинах считается равным нулю. Как следует из данного определения, блеск — безразмерная числовая характеристика энергии излучения объекта, которая характеризует облученность, то есть поток излучения на площадку единичной площади на «верхней границе» атмосферы Земли. Наблюдения объекта с заранее известным (или приписанным) блеском m_* позволяют определить нормировочные константы:

$$C = m_* + 2.5 \lg E_e^* = 2.5 \lg E_e^0,$$

и тогда блеск, выраженный в звездных величинах, можно определить следующим образом:

$$m_* = -2.5 \lg E_e^* + C.$$

В настоящее время авторы современных обзоров неба публикуют результаты наблюдений в системах величин, которые хотя и называются звездными величинами (в англоязычной литературе — magnitude), но их физический смысл отличается от того, который следует из определения (3.2). Например, иногда авторы приводят соотношения для вычисления блеска звезды, из которых следует, что он характеризуют скорее фотонную, но не энергетическую фотометрическую величину². Все это создает значительную путаницу среди профессиональных астрономов, потому что существует не одна система звездных величин, а несколько.

²Фотонная фотометрическая величина — фотометрическая величина, количественно выражаемая в безразмерных единицах числа фотонов и производных от него, в отличие от энергетической фотометрической величины, количественно выражаемой в единицах энергии и производных от нее.

Измерение блеска звезды можно описать³ в терминах редуцированной⁴ фотометрической величины Q_r как интегрирование по длине волны λ :

$$Q_r = K \int E_{e,\lambda} S_e(\lambda) d\lambda, \quad (3.3)$$

где K — переводной множитель от единиц энергетических величин к единицам, применяемым в редуцированной системе величин, $S_e(\lambda)$ — относительная спектральная эффективность⁵.

Широко применяемой редуцированной фотометрической величиной является световая освещенность, выражаемая в люксах, которая является аналогом энергетической фотометрической величины — облученности. Важно отметить неоднозначность преобразования фотометрической величины из энергетической в редуцированную и наоборот. По этой причине одно и то же значение световой освещенности может быть получено при разных значениях облученности.

Вышеприведенное соотношение (3.3) соответствует случаю, когда отклик фотометра зависит от энергии излучения (например, болометр), и спектральная эффективность характеризует зависимость отклика фотоприемника от энергетической облученности на его входе. Если используется фотометр на основе ФЭУ, ПЗС или МКП, который считает число фотонов, при этом его спектральная эффективность характеризует зависимость его отклика от фотонной облученности на его входе⁶, то $E_{e,\lambda}$ необходимо умножить на λ/hc , чтобы перейти к числу фотонов:

$$Q = K \int E_{e,\lambda} \frac{\lambda}{hc} S_q(\lambda) d\lambda, \quad (3.4)$$

$R_q(\lambda)$ — относительная спектральная **квантовая** эффективность.

³ Действительно если $-2.5 \lg K = C$, то блеск, выраженный в звездных величинах, будет равен $-2.5 \lg Q_r$.

⁴ Индекс r в буквенных обозначениях указывает на редуцированную фотометрическую величину, т.е. фотометрическую величину, образованную по модели спектрально-аддитивного приемника излучения.

⁵ Относительной спектральной эффективностью монохроматического излучения с длиной волны λ называют отношение двух потоков излучения соответственно с длинами волн λ_m и λ , вызывающих в точно определенных условиях отклик приемника излучения одинаковой силы; при этом длина волны λ_m выбрана таким образом, что максимальное значение этого отношения равно единице

⁶ Таковую спектральную эффективность будем называть спектральной **квантовой** эффективностью.

Конечно, при реальном измерении фотометрической величины интегралы не считают, а снимают показания с приемника излучения. Поэтому мы не можем выполнять преобразования между числом фотонов и их энергией. С другой стороны, из соотношений (3.3) и (3.4) следует возможность реализовать фотометрическую систему величин на основе измерений энергии, используя приемник — счетчик фотонов. Действительно, если *численно*:

$$S_e(\lambda) = \frac{\lambda}{hc} S_q(\lambda), \quad (3.5)$$

тогда результаты измерения энергии фотометром с относительной спектральной эффективностью $S_e(\lambda)$ *численно* совпадут с измерениями числа фотонов фотометром с относительной спектральной *квантовой* эффективностью $S_q(\lambda)$, то есть

$$Q_r = K \int E_{e,\lambda} S_e(\lambda) d\lambda = K \int \frac{\lambda}{hc} E_{e,\lambda} S_q(\lambda) d\lambda. \quad (3.6)$$

Важно еще раз отметить, что соотношение (3.6) нельзя интерпретировать как возможность перехода от измерения суммарной энергии фотонов к измерению их числа, и наоборот, например, как это ошибочно указано в работе Бесселла и Мерфи [56] (см. формулу A13 и пояснение к ней). Смысл, вытекающий из соотношения (3.6), в том, что если известна относительная спектральная **квантовая** эффективность $S_q(\lambda)$, то фотометрические измерения, выполняемые фотометром — счетчиком фотонов, можно представить как **виртуальные** измерения энергии фотометром с относительной спектральной эффективностью $S_e(\lambda)$ из соотношения (3.5).

3.1.2 Системы звездных величин

Вега–система звездных величин

В визуальных фотометрических системах исторически сложилось, что стандартом является Вега (α Лyr, тип A0V), показатели цвета которой приравниваются к нулю. Например, Вега в системе Джонсона имеет блеск 0^m03 во всех полосах. Величина блеска Веги базируется на высококачественной спектрофотометрии, выполненной с помощью ФЭУ в период 1970-1975 гг. [57; 58] и откалиброванной путем прямых наблюдений за лабораторными источниками света.

В видимом диапазоне выбор Веги как стандарта является разумным, поскольку она не является ни двойной, ни переменной. К сожалению, она слишком яркая для современных средств наблюдений, поэтому современную систему звездных величин невозможно непосредственно построить в Вега-системе.

АВ-система звездных величин

Фотометрическая система АВ (ABsolute) звездных величин была введена Оке [59] для спектрофотометрии: он предложил использовать $E_{e,\nu}$, отметив, что для горячих звезд зависимость $E_{e,\nu}$ от $1/\lambda$ практически линейна в оптической части спектра. В этой системе блеск, выраженный в звездных величинах, определен как:

$$m_{AB} = -2.5 \lg E_{e,\nu} - 48.6, \quad (3.7)$$

то есть в АВ-системе нулевую звездную величину имеет объект с постоянным «монохроматическим» потоком, равным 3631 Ян, что соответствует спектральной плотности освещенности от Веги на длине волны ~ 550 нм.

3.1.3 GALEX, Gaia, SDSS, Pan-STARRS, IPHAS и 2MASS

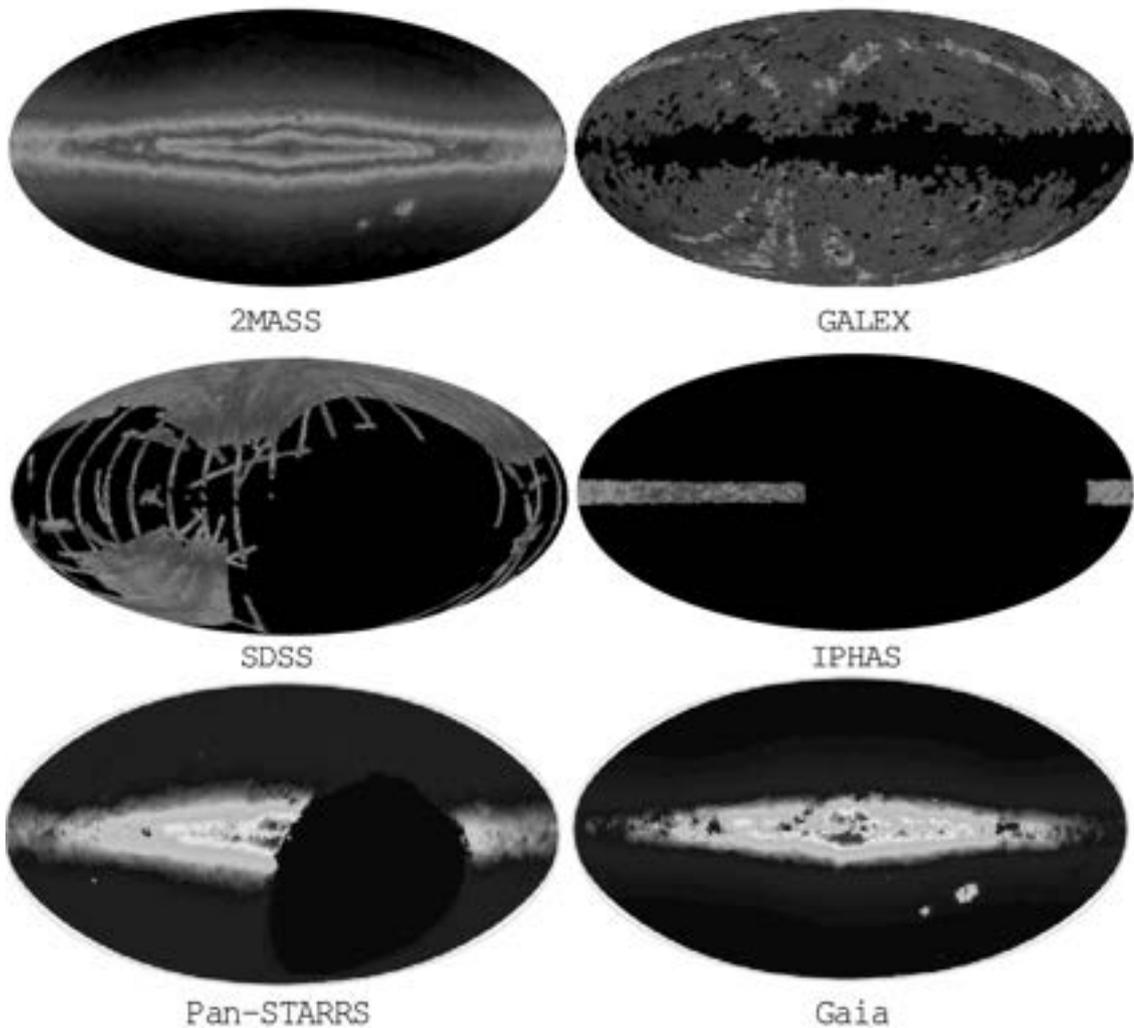


Рисунок 3.2 — Покрытие неба обзорами GALEX, SDSS, Pan-STARRS, 2MASS, IPHAS и Gaia (система координат — галактическая).

В настоящем разделе приведен обзор основных современных обзоров неба (GALEX, Gaia, SDSS, Pan-STARRS, IPHAS и 2MASS), и рассмотрены особенности расчета теоретического блеска звезды в их фотометрических системах. Каждый обзор имеет свои особенности, в том числе и по покрытию неба, которое показано на рисунке 3.2. Эти обзоры покрывают широкий спектр электромагнитного диапазона — от УФ до ИК. Общее представление об их фотометрических системах дает рисунок 3.3, на котором приведены кривые реакции фотометрических полос. Результаты наблюдений этих обзоров планируется использовать как исходные данные для решения задачи оценки характеристик звезд и межзвездного поглощения.

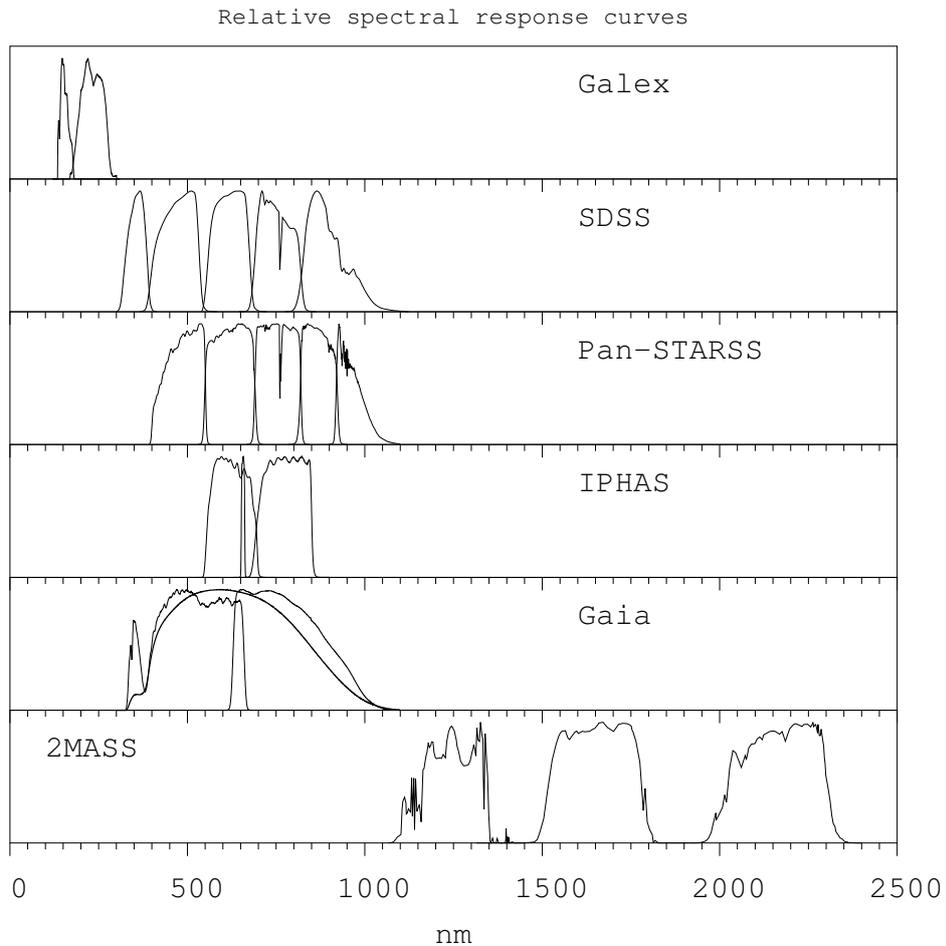


Рисунок 3.3 — Нормализованные кривые реакции фотометрических полос.

Обзор GALEX

Обзор GALEX (GALaxy Evolution eXplorer) является результатом работы одноименного космического телескопа в период с 2003 по 2012 годы. В нем представлены результаты наблюдений примерно 65 млн. объектов в двух полосах — в ближнем ($NUV \sim 154$ нм) и дальнем ($FUV \sim 232$ нм) ультрафиолетовых диапазонах. В качестве приемка излучения применялся МКП, поэтому из наблюдений исключались яркие объекты и область галактической плоскости (см. рисунок 3.2).

В соответствии с работой [47] для объектов с блеском от 15^m и 17^m точность калибровки фотометрии NUV и FUV — 0^m03 и 0^m05 соответственно. Дополнительную информацию об обзоре можно найти на его официальном сайте⁷.

⁷www.galex.caltech.edu

Таблица 7 — Калибровочные коэффициенты для вычисления блеска в полосах GaleX

Полоса	c_0	c_1	c_2
<i>NUV</i>	9.554	-0.188	0.038
<i>FUV</i>	11.908	-0.529	0.050

В системе звездных величин обзора GaleX применяются *AB*-звездные величины, но есть особенность, связанная с приемником излучения на основе МКП (см. работу [60]). В системе обзора — две полосы *NUV* и *FUV*, соответствующие им спектральные эффективности $R(\lambda)$ опубликованы в работе [47]. Следуя авторам той же работы, блеск m в полосах *NUV* и *FUV* возможно рассчитать, применяя следующие соотношения.

Пусть

$$E_r = \frac{\int E_{e,\lambda} R(\lambda) \lambda d \lg \lambda}{\int R(\lambda) \lambda d \lg \lambda},$$

тогда

$$m = -2.5 \lg E_r - 48.6.$$

Как показано в работе [60], из-за типа приемника излучения необходимо использовать следующую калибровку:

$$m_c = c_0 + c_1 \cdot m + c_2 \cdot m^2,$$

где c_i — калибровочные коэффициенты, значения которых приведены в таблице 7.

Обзор Gaia

Астрометрическая космическая миссия Gaia была запущена в 2013 году и на сегодняшний день предоставляет самую точную позиционную информацию для большого числа звезд Галактики. Предполагается, что с помощью Gaia будет составлена трехмерная карта Галактики с указанием координат, направления движения и спектрального класса около миллиарда звезд. Кроме этого, в рамках миссии Gaia проводятся фотометрические наблюдения в полосах G , G_{BP} и G_{RP} . В 2016 году был опубликован первый каталог проекта, DR1, который содержит позиционную информацию и фотометрию в полосе G для 1.1

Таблица 8 — Константы для вычисления блеска в полосах G , G_{BP} и G_{RP}

Полоса	C
G	25.6884
G_{BP}	25.3514
G_{RP}	24.7619

млрды объектов [61]. Второй каталог, DR2, опубликован в 2018 году и содержит фотометрию уже в трех полосах G , G_{BP} и G_{RP} , для 1.4 млрд объектов.

Система звездных величин обзора Gaia основана на Вега-системе и содержит полосы G , G_{BP} и G_{RP} , спектральные *квантовые* эффективности $R_q(\lambda)$ которых опубликованы в работе [62]. В соответствии с той же работой блеск m в полосах обзора Gaia допустимо рассчитывать, пользуясь следующим соотношением:

$$m = -2.5 \lg \int \frac{E_{e,\lambda} \lambda}{10^9 hc} P_A R_q(\lambda) d\lambda + C,$$

где $P_A = 0.7278 \text{ м}^2$ — эффективная площадь телескопа, $E_{e,\lambda}$ — спектральное распределение облученности, выраженное в единицах $\text{Вт} \cdot \text{нм}^{-1} \cdot \text{м}^{-2}$, hc — произведение постоянной Планка на скорость света в вакууме в единицах $\text{Дж} \cdot \text{м}$, C — константа для конкретной полосы, значение которой приведено в таблице 8.

Обзор SDSS

Наблюдения в рамках обзора SDSS (Sloan Digital Sky Survey) были начаты в 2000 г. и планируются, по крайней мере, и в 2020-х годов. Наблюдения выполняются с помощью наземных телескопов в фотометрической системе из пяти фильтров, которые имеют названия u , g , r , i и z и включают не только изображения, но и спектры объектов.

В 2019 году проект находился на стадии SDSS-V (2014-2020), а площадь покрытия составляет 35% небесной сферы. Фотометрическая точность наблюдений не превышает — $0^{\text{m}}01$. Подробную информацию об обзоре и его текущем статусе можно найти на его официальном сайте⁸.

⁸www.sdss.org

Таблица 9 — Константы для вычисления блеска в полосах Pan-STARRS

Полоса	C
g	24.56
r	24.76
i	24.74
z	24.33
y	23.33

Система звездных величин обзора SDSS основана на АВ-системе. Однако известно, что это не совсем верно и что она немного не соответствует АВ-системе. Нынешняя оценка авторов SDSS, основанная на сравнении со стандартами STIS [63] и подтвержденная наблюдениями более слабых горячих белых карликов, такова, что $u_{AB} = u_{SDSS} - 0.04$ и что g , r и i близки к АВ-системе. С другой стороны, считается, что относительная фотометрия этого обзора немного лучше. Повторные наблюдения показывают, что неопределенность калибровки составляет около 1% для полос gri и около 2% для u и z .

В соответствии с работой [64] блеск m в системе звездных величин обзора SDSS можно рассчитать следующим образом:

$$m = -2.5 \lg \frac{\int E_{e,\lambda} R_q(\lambda) \lambda d\lambda}{\int R_q(\lambda) \lambda d\lambda} - 48.6.$$

Спектральная *квантовая* эффективность $R_q(\lambda)$ для соответствующей полосы опубликована в работе [65]. Однако при вычислении блеска необходимо учитывать вышеуказанную особенность для полосы u .

Обзор Pan-STARRS

Система Pan-STARRS (Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System) состоит из нескольких наземных телескопов, расположенных на Гавайях, которой доступно 3/4 всего неба и которая будет его сканировать три раза в месяц.

В 2019 году введены в строй 2 телескопа из 4-х с диаметром зеркала 1.8 м и полем зрения 7 кв. градусов. Наблюдения выполняются в полосах g , r , i , z , y . В соответствии с работой [66] точность фотометрических наблюдений не

превышает — 0^m02. Дополнительные сведения о проекте могут быть найдены на его официальном сайте⁹.

В системе звездных величин обзора Pan-STARRS также используются AB -звездные величины и в соответствии с работой [66] блеск m в полосах *grizy* можно рассчитывать, пользуясь следующими соотношениями:

$$m = -2.5 \lg \int E_{e,\nu} R_q(\nu) (h\nu)^{-1} d\nu + C$$

или

$$m = -2.5 \lg \int E_{e,\lambda} R_q(\lambda) (hc)^{-1} \lambda d\lambda + C,$$

где $R_q(\cdot)$ — спектральная *квантовая* эффективность конкретной полосы [66], а C — константа, значение которой для каждой полосы приведено в таблице 9. Физический смысл константы C в том, что она численно равна блеску объекта, спектральное распределение облученности от которого обеспечивает равенство:

$$\int E_{e,\lambda} R_q(\lambda) (hc)^{-1} d\lambda = 1 \text{ с}^{-1}.$$

Обзор IPHAS

Обзор IPHAS (INT/WFC Photometric H-Alpha Survey of the Northern Galactic Plane) был выполнен на телескопе с зеркалом 2.5 м, установленным на входящем в Канарский архипелаг о. Палма. Наблюдения проводились только в области галактической плоскости (см. рисунок 3.2) в двух широких полосах r и i , а также в одной узкой полосе H-alpha.

В 2014 году был опубликован второй каталог — DR2, содержащий фотометрию в трех полосах для 219 млн объектов. Дополнительную информацию об обзоре можно найти на его официальном сайте¹⁰.

В системе звездных величин обзора IPHAS звезда Вега имеет нулевую звездную величину i , в соответствии с работой [67], блеск m в полосах r и i и H-alpha можно рассчитать, пользуясь следующим соотношением:

$$m = -2.5 \lg \frac{\int E_{e,\lambda} R_q(\lambda) \lambda d\lambda}{\int R_q(\lambda) \lambda d\lambda} + 2.5 \lg \langle f_\lambda \rangle,$$

⁹panstarrs.stsci.edu

¹⁰www.iphas.org

Таблица 10 — Константы для вычисления блеска в полосах IPHAS

Полоса	$\langle f_\lambda \rangle$
r	$2.47 \cdot 10^{-9}$
H -alpha	$1.181 \cdot 10^{-9}$
i	$1.30 \cdot 10^{-9}$

где $\langle f_\lambda \rangle$ — константа, значение которой для каждой полосы приведено в таблице 10, а $R_q(\lambda)$ — спектральная *квантовая* эффективность конкретной полосы (см. работу [67]).

Обзор 2MASS

Инфракрасный обзор 2MASS (Two Micron All-Sky Survey) был получен в результате наблюдения всего неба в 1997–2001 гг. двумя наземными 1.3-м телескопами в Аризоне (северное полушарие) и в Чили (южное полушарие) [48]. В нем представлена инфракрасная фотометрия в полосах J , H , K_S для ~ 470 млн объектов.

Повторные наблюдения одних и тех же объектов показали, что фотометрическая точность для объектов с $8^m5 < K_S < 13^m$ находится в диапазоне от 0^m02 до 0^m03 .

В системе звездных величин обзора 2MASS Вега является объектом с нулевым показателем цвета. В соответствии с работой [64], блеск звезды в системе обзора 2MASS допустимо рассчитывать по следующим соотношениями.

Пусть

$$E_r = \frac{\int E_{e,\lambda} R_e(\lambda) d\lambda}{\int R_e(\lambda) d\lambda},$$

тогда

$$m = -2.5 \lg E_r + C,$$

где C — константа для соответствующей полосы (см. таблицу 11), а $R(\lambda)$ — относительная спектральная эффективность конкретной полосы, опубликована Кохеным в работе [44]. Нужно отметить, что в указанной работе $R_q(\lambda)$ уже умножены на λ , поэтому в формуле для вычисления E_r используется R_e и отсутствует множитель λ .

Таблица 11 — Константы для вычисления блеска в полосах 2MASS

Полоса	C
J	-23.7568
H	-24.8556
K_S	-25.9178

3.2 Вычисление блеска звезды на основе моделей звездных атмосфер

Вид спектра звезды зависит от физики и химического состава ее атмосферы. Основная задача теории звездных атмосфер — исследование процессов, в которых рождаются доходящие до нас фотоны, зависимости этих процессов от физических условий, образования линий спектра атмосферы звезды. Численные расчеты в рамках этой теории позволяют получать распределение энергии в спектре звезды при разных значениях ее основных атмосферных характеристик: температуры, давления, химического состава. Современная теория звездных атмосфер позволяет для значений атмосферных характеристик звезды, задаваемых в широких диапазонах, рассчитывать $L_{e,\lambda}$ (спектральное распределение энергетической яркости звезды), имеющие физический смысл потока излучения, распространяющегося в единичном телесном угле с площадки единичной площади.

Как правило, оптимальный способ оценки представляет собой итеративную процедуру, требующую больших затрат времени на ЭВМ, например, метод Монте–Карло с цепями Маркова.

В настоящем разделе рассмотрен подход к вычислению блеска звезды с учетом межзвездного поглощения, позволяющий сократить время, затрачиваемое на поиск оптимальной оценки в рамках байесовского подхода или метода максимального правдоподобия.

3.2.1 Учет межзвездного поглощения

Характерной особенностью межзвездного поглощения является его зависимость от длины волны. Численное значение межзвездного поглощения

выражают обычно в звездных величинах:

$$A_\lambda = -2.5 \log \frac{E_{e,\lambda}}{E_{e,\lambda}^0}, \quad (3.8)$$

где $E_{e,\lambda}^0$ — энергетическая облученность в отсутствии межзвездного поглощения, $E_{e,\lambda}$ — энергетическая облученность, создаваемая излучением звезды, испытавшего межзвездное поглощение на пути до наблюдателя.

Оптическая толща поглощающей материи:

$$\tau = \frac{A_\lambda}{1.086},$$

поэтому монохроматическое значение межзвездного поглощения A_λ характеризует степень непрозрачности среды для проходящего сквозь нее излучения.

По аналогии с соотношением (3.8) также используют полное межзвездное поглощение в полосе, значение которого выражают как разность между значениями блеска звезды. Например, полное поглощение A_V в полосе V:

$$A_V = m - m_0, \quad (3.9)$$

где m_0 — блеск звезды в полосе V в отсутствии межзвездного поглощения, m — блеск звезды в той же полосе, но при наличии межзвездного поглощения на пути до наблюдателя.

Кривая межзвездного поглощения обычно представляется в виде зависимости, нормированной в визуальной области:

$$\frac{A(\lambda)}{A_V}, \quad (3.10)$$

где A_V — межзвездное поглощение, соответствующее полосе V.

Кривая межзвездного поглощения исследована в широкой области длин волн — от 110 \AA до 20000 \AA . Особенностью кривой межзвездного поглощения является наличие в УФ-диапазоне около $\lambda^{-1} = 4.6 \text{ мкм}^{-1}$ широкого пика, при этом положение его максимума близко для всех звезд — $\lambda = 2175 \text{ \AA}$. Основные особенности кривой межзвездного поглощения находят объяснение на основе теории рассеяния света малыми частицами и интерпретируются на основе зависимости поглощения света от размера частиц. Считается, что в видимом и инфракрасном частях спектра поглощение в основном обусловлено рассеянием света на диэлектрических частицах радиусом $0.10\text{--}0.15 \text{ мкм}$. Теория формирования межзвездной пыли предсказывает, что такие пылинки должны состоять из

тугоплавкого силикатного ядра и оболочки из замершей воды, аммиака, метана с включениями атомов железа и других металлов. В УФ-диапазоне спектра очень маленькие частицы эффективно поглощают и рассеивают излучение. Считается, что за пик около $\lambda^{-1} = 4.6 \text{ мкм}^{-1}$ ответственны графитовые пылинки с радиусом 0.01–0.02 мкм. Дальнейшее увеличение поглощения с уменьшением длины волны объясняют силикатными частицами с радиусами 0.005–0.01 мкм.

Долгое время вид кривой межзвездного поглощения в зависимости от длины волны для видимого и ближнего инфракрасного диапазонов представлялся в виде отрезков двух прямых [68]. Позднее появился целый ряд работ [69–71], в которых предлагались различные способы представления кривой межзвездного поглощения в широком спектральном интервале.

В 1989 году Карделли и др. в своей работе [11] провели анализ предложенных ранее способов представления кривой межзвездного поглощения и предложили свое аналитическое выражение для кривой межзвездного поглощения. Существенным отличием стало, что в качестве независимого параметра принята величина

$$R_V = \frac{A_V}{E(B - V)}$$

– отношение полного поглощения A_V к избытку цвета $E(B - V)$. Расчеты показывают, что величина R_V должна быть пропорциональна размеру пылинок. В среднем $R_V = 3.1$, однако в некоторых районах (молодых звездных скоплениях, темных областях) значение R_V может возрастать до 5–6. При этом в таких районах размер частиц в 1.5–2 раза больше размера частиц, которые находятся в обычных диффузных облаках.

Соотношение (3.1) определяет энергетическую облученность, создаваемую излучением звезды в месте наблюдения, но без учета влияния межзвездного поглощения. С целью учесть это влияние на излучение звезды, применим широко используемый закон (кривую) межзвездного поглощения Карделли [11], согласно которому:

$$A_\lambda/A_V^0 = a(\lambda) + \frac{b(\lambda)}{R_V}, \quad (3.11)$$

где $a(\lambda)$ и $b(\lambda)$ — известные коэффициенты, а A_V^0 , R_V — параметры¹¹. Такой вид закона межзвездного поглощения удобен в применении, так как необходимо всего два параметра, значения которых нужно варьировать.

В соотношении (3.11) коэффициенты $a(x)$ и $b(x)$ для разных интервалов длин волн выражаются в виде полиномов. Так, для инфракрасной области ($0.3 \leq x \leq 1.1$, мкм^{-1}):

$$a(x) = 0.547 \cdot x^{1.61} \quad b(x) = -0.527 \cdot x^{1.61}. \quad (3.12)$$

Для видимой области выражения для коэффициентов $a(x)$ и $b(x)$ О'Доннел в своей работе [72] предложил полиномы, более точно представляющие кривую в интервале ($1.1 \leq x \leq 3.3$, мкм^{-1}):

$$\begin{aligned} a(x) &= 1 + 0.104 \cdot y - 0.609 \cdot y^2 + 0.701 \cdot y^3 + 1.137 \cdot y^4 - \\ &\quad - 1.718 \cdot y^5 - 0.827 \cdot y^6 + 1.647 \cdot y^7 - 0.505 \cdot y^8 \\ b(x) &= 1.952 \cdot y + 2.908 \cdot y^2 - 3.989 \cdot y^3 - 7.985 \cdot y^4 + \\ &\quad + 11.102 \cdot y^5 + 5.491 \cdot y^6 - 10.805 \cdot y^7 + 3.347 \cdot y^8, \end{aligned} \quad (3.13)$$

где $y = x - 1.82$, мкм^{-1} .

В ультрафиолетовой области ($3.3 \leq x \leq 8$, мкм^{-1}):

$$\begin{aligned} a(x) &= 1.752 - 0.316 \cdot x - \frac{0.104}{(x - 4.67)^2 + 0.341} + F_a(x), \\ b(x) &= -3.090 + 1.825 \cdot x + \frac{1.206}{(x - 4.62)^2 + 0.263} + F_b(x), \end{aligned} \quad (3.14)$$

где для $x \leq 5.9$, мкм^{-1} :

$$F_a(x) = F_b(x) = 0,$$

для $5.9 \leq x \leq 8$, мкм^{-1} :

$$\begin{aligned} F_a(x) &= -0.04473 \cdot (x - 5.9)^2 - 0.009779 \cdot (x - 5.9)^3, \\ F_b(x) &= 0.2130 \cdot (x - 5.9)^2 + 0.1207 \cdot (x - 5.9)^3. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Часто в соотношении (3.11) A_V^0 обозначают A_V , хотя их значения близки, это неверно. Значение полного поглощения в полосе V зависит не только от свойств межзвездной пыли, а также от спектра излучения звезды:

$$A_V = -2.5 \lg \frac{\int E_{e,\lambda} R_e(\lambda) 10^{-0.4A_\lambda} d\lambda}{\int E_{e,\lambda} R_e(\lambda) d\lambda}.$$

¹¹ A_V^0 и R_V являются параметрами в том смысле, что в данной модели закона межзвездного поглощения вычисление значения A_λ подразумевает выбор конкретных их значений.

По этой причине при фиксированном параметре A_V^0 наблюдения двух звезд, имеющих разные температуры, при прочих равных условиях дадут разные значения A_V . В отличие от A_V величина A_V^0 не зависит от наблюдаемой звезды и характеризует только межзвездную среду.

С учетом межзвездного поглощения энергетическая облученность в месте наблюдения от звезды с видимым угловым диаметром θ_d определяется соотношением:

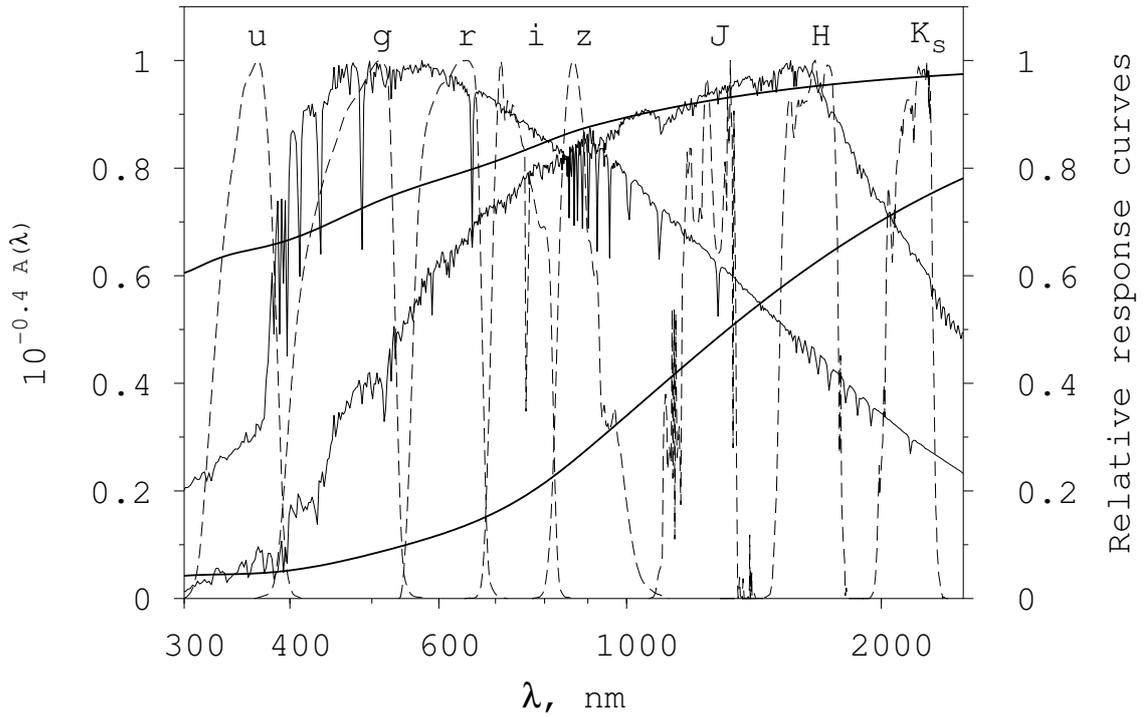


Рисунок 3.4 — Закон межзвездного поглощения (толстые сплошные линии) на фоне нормализованных спектров звезд (7500 К и 5000 К) и кривых реакций SDSS (*ugriz*) и 2MASS (*JHK_s*). Верхняя толстая сплошная линия соответствует значениям $A_V^0 = 0^m3$ и $R_V = 3.1$, нижняя — 2^m5 и 5 .

$$E_{e,\lambda} = \pi \cdot \frac{\theta_d^2}{4} \cdot L_{e,\lambda} \cdot 10^{-0.4 \cdot A_\lambda}. \quad (3.16)$$

Таким образом, соотношения (3.1) и (3.16) дают возможность рассчитать блеск звезды как при отсутствии межзвездного поглощения, так и при его наличии.

Известно, что расчетные кривые межзвездного поглощения могут отличаться от наблюдений. Причиной отклонений может быть то, что излучение от

звезд испытает поглощение в нескольких облаках с разной величиной R_V . Показано, что значение параметра R_V может меняться в больших пределах, и, следовательно, использование усредненного закона межзвездного поглощения может привести к непредсказуемым ошибкам в значениях определяемых характеристик звезд и межзвездной среды.

Учтем это следующим образом. Представим модель, описывающую зависимость межзвездного поглощения от расстояния, в виде зависимости параметров (A_V^0, R_V) кривой межзвездного поглощения от расстояния. В заданном направлении распределение поглощающих облаков представляется набором пар $\{A_{0,i}, R_{0,i}\}$ для соответствующих расстояний d_i . Таким образом, при наблюдении источника излучения, находящегося на расстоянии d , величина межзвездного поглощения A_λ складывается из поглощения в отдельных облаках, заданных величинами $\{A_{0,i}, R_{0,i}\}$, и расстояние до которых $d_i \leq d$. С учетом предложенного описания зависимости межзвездного поглощения от расстояния величина $E_{e,\lambda}$ на расстоянии d от звезды определяется соотношением:

$$\begin{aligned} E_{e,\lambda} &= \pi \cdot \frac{\theta_d^2}{4} \cdot L_{e,\lambda} \cdot 10^{-0.4 \cdot A_\lambda}, \\ A_\lambda &= \sum_{i=1}^n A_{0,i} \cdot \left[a(\lambda) + \frac{b(\lambda)}{R_{0,i}} \right], \\ d_n &\leq d, d_{n+1} > d. \end{aligned} \quad (3.17)$$

3.2.2 Вычисление блеска звезды

Часто для учета межзвездного поглощения при вычислении блеска m_i прибегают к соотношению:

$$\begin{aligned} m_i &= M_i + \mu + A_i, \\ \mu &= 5 \lg d - 5, \end{aligned} \quad (3.18)$$

где M_i — абсолютная звездная величина в i -й полосе, A_i — полное межзвездное поглощение в той же полосе, μ — модуль расстояния, d — расстояние до звезды в парсеках. В соотношении (3.18) межзвездное поглощение A_i является аддитивной величиной. Это означает, что в этом соотношении предполагается, что A_i не зависит от характеристик звезды, а определяются характеристиками

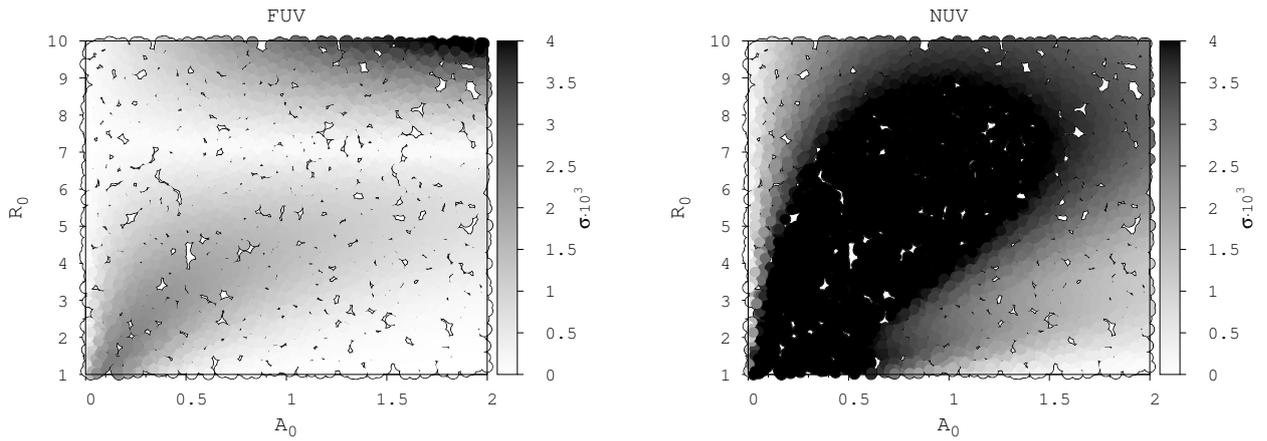


Рисунок 3.5 — Среднеквадратичное отклонение (σ) между кривой межзвездного поглощения и ее приближением линейной функцией для двух полос ультрафиолетового обзора GALEX.

поглощающей пылевой среды и кривой реакции i -й полосы. Это справедливо, например, если в рассматриваемом диапазоне длин волн величина $A(\lambda)$ постоянна. Из рисунка 3.4 хорошо видно, что предположение о постоянстве $A(\lambda)$ далеко от реальности. По этой причине применять соотношение (3.18) можно, только если рассматриваются монохроматические звездные величины или достаточно узкие фотометрические полосы.

Численный расчет блеска звезды требует вычисления как величины $L_{e,\lambda}$, так и интеграла, ядром которого является произведение $E_{e,\lambda}$ на $R_{e,\lambda}$. Современная теория звездных атмосфер позволяет рассчитывать $L_{e,\lambda}$ для широких значений температур, ускорения силы тяжести и металличностей. Однако расчет не самых сложных моделей требует больших затрат времени на ЭВМ. Затраты времени становятся особенно существенными, когда необходимо рассчитать блеск для тысяч и более различных атмосферных характеристик звезды и кривой межзвездного поглощения, что требуется для многих современных способов оценивания характеристик звезд — будь то исследование апостериорной вероятности, например, с помощью методов Монте-Карло с цепями Маркова, которые часто используются в байесовской статистике, или будь то решение методом оптимизации задачи о наименьшей сумме квадратов, например, используя алгоритм Левенберга-Маркварда. По этой причине необходим подход, представляющий компромисс между скоростью расчета блеска звезды и эффективностью (точностью).

Введем обозначение:

$$C_i(\lambda) = 10^{-0.4A_i(\lambda)},$$

$$A_i(\lambda) = A_{0,i} \cdot \left[a(\lambda) + \frac{b(\lambda)}{R_{0,i}} \right],$$

тогда соотношение (3.17) примет следующий вид:

$$E_{e,\lambda} = \pi \cdot \frac{\theta_d^2}{4} \cdot L_{e,\lambda} \cdot C_\lambda,$$

$$C_\lambda = \prod_{i=1}^n C_i(\lambda), \quad (3.19)$$

$$d_n \leq d, d_{n+1} > d.$$

С учетом соотношения (3.19) наблюдаемый блеск звезды зависит от интеграла

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{e,\lambda} R_{e,\lambda} C_\lambda d\lambda, \quad (3.20)$$

вычисление значения которого необходимо максимально упростить.

На рисунке 3.4 видно, что ни кривые реакции, ни, тем более, распределение энергии в спектре звезды не являются достаточно гладкими, чтобы приблизить их, например, кусочно-линейными функциями. Однако внутри конкретной фотометрической полосы кривые межзвездного поглощения $C_i(\lambda)$ обладают необходимым свойством гладкости. Точность, с которой кривую межзвездного поглощения, определяемую соотношением (3.11), можно приблизить линейной функцией, была оценена, и результаты показаны на рисунках 3.5–3.7.

Пусть в заданном диапазоне длин волн определены такие значения k_i и b_i , что

$$\tilde{C}_i(\lambda) = k_i \cdot \lambda + b_i$$

является линейным приближением зависимости $C_i(\lambda)$. Тогда

$$\tilde{C}_\lambda = \prod_{i=1}^n k_i \cdot \lambda + b_i = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot \lambda^i, \quad (3.21)$$

где значения a_i не зависят от λ и выражаются через k_i и b_i . Таким образом, интеграл (3.20) можно записать в виде суммы:

$$a_0 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{e,\lambda} R_{e,\lambda} d\lambda + \sum_{i=1}^n a_i \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{e,\lambda} R_{e,\lambda} \lambda^i d\lambda. \quad (3.22)$$

В выражении (3.22) под знаком интеграла нет величин, связанных с кривой межзвездного поглощения. Это означает, что для определения блеска звезды можно независимо друг от друга вычислить $n + 1$ величин

$$\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{e,\lambda} R_{e,\lambda} \lambda^i d\lambda, \quad i = 0 \dots n, \quad (3.23)$$

которые зависят *только* от характеристик звезды и кривой реакции фотометрической полосы, а также вычислить a_i , которые зависят *только* от кривой межзвездного поглощения.

Такой подход к вычислению блеска звезды обладает важным преимуществом. Как правило, способ оценки физических характеристик на основе измерений представляет собой некоторую процедуру, требующую расчета теоретического значения измеренной величины — блеска звезды. С этой целью для большого количества различных характеристик звезды и кривой межзвездного поглощения выполняют предварительные вычисления значений блеска. Пусть имеются N различных характеристик звезды и K характеристик кривой межзвездного поглощения, то объем предварительных вычислений будет пропорционален $N \times K$. В отличие от этого, объем вычислений в описанном подходе будет пропорционален $N + K$.

Рассмотрим a_i в соотношении (3.21). Пусть k первых $\tilde{C}_i(\lambda)$ были перемножены и определены соответствующие $a_{i,k}$. Найдем $a_{i,k+1}$. Рассмотрим выражение

$$(k_{k+1}\lambda + b_{k+1}) \sum_{i=0}^k a_{i,k} \lambda^i. \quad (3.24)$$

Раскроем скобки в соотношении (3.24) и выполним его преобразование

$$\begin{aligned}
& \sum_{i=0}^k k_{k+1} a_{i,k} \lambda^{i+1} + \sum_{i=0}^k b_{k+1} a_{i,k} \lambda^i = \\
&= \sum_{i=0}^k k_{k+1} a_{i,k} \lambda^{i+1} + b_{k+1} a_{0,k} + \sum_{i=1}^k b_{k+1} a_{i,k} \lambda^i = \\
&= b_{k+1} a_{0,k} + \sum_{i=1}^{k+1} k_{k+1} a_{i-1,k} \lambda^i + \sum_{i=1}^k b_{k+1} a_{i,k} \lambda^i = \\
&= b_{k+1} a_{0,k} + \sum_{i=1}^k k_{k+1} a_{i-1,k} \lambda^i + k_{k+1} a_{k,k} \lambda^{k+1} + \\
&\quad + \sum_{i=1}^k b_{k+1} a_{i,k} \lambda^i = \\
&= b_{k+1} a_{0,k} + \sum_{i=1}^k (k_{k+1} a_{i-1,k} + b_{k+1} a_{i,k}) \lambda^i + \\
&\quad + k_{k+1} a_{k,k} \lambda^{k+1}.
\end{aligned}$$

Анализ коэффициентов при λ^j приводит к рекуррентным соотношениям:

$$\begin{aligned}
a_{0,k+1} &= b_{k+1} a_{0,k}, \\
a_{j,k+1} &= k_{k+1} a_{j-1,k} + b_{k+1} a_{j,k}, \quad j = 1 \dots k, \\
a_{k+1,k+1} &= k_{k+1} a_{k,k},
\end{aligned} \tag{3.25}$$

которые позволяют вычислять $a_{i,k+1}$ через предыдущие значения $a_{i,k}$, при этом

$$a_{0,0} = b_0, \quad a_{1,0} = k_0.$$

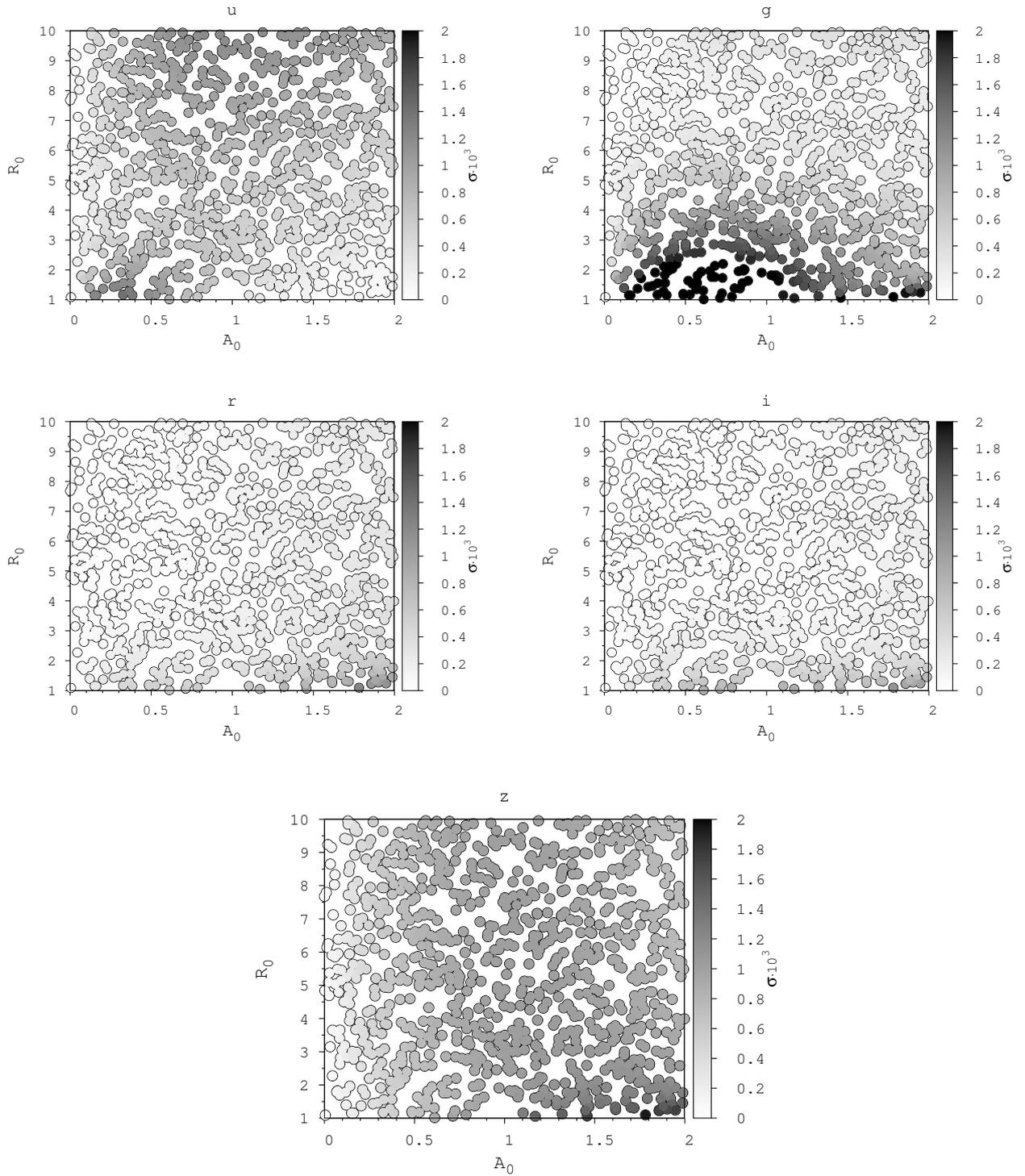


Рисунок 3.6 — Среднеквадратичное отклонение (σ) между кривой межзвездного поглощения и ее приближением линейной функцией для полос *ugriz* обзора SDSS.

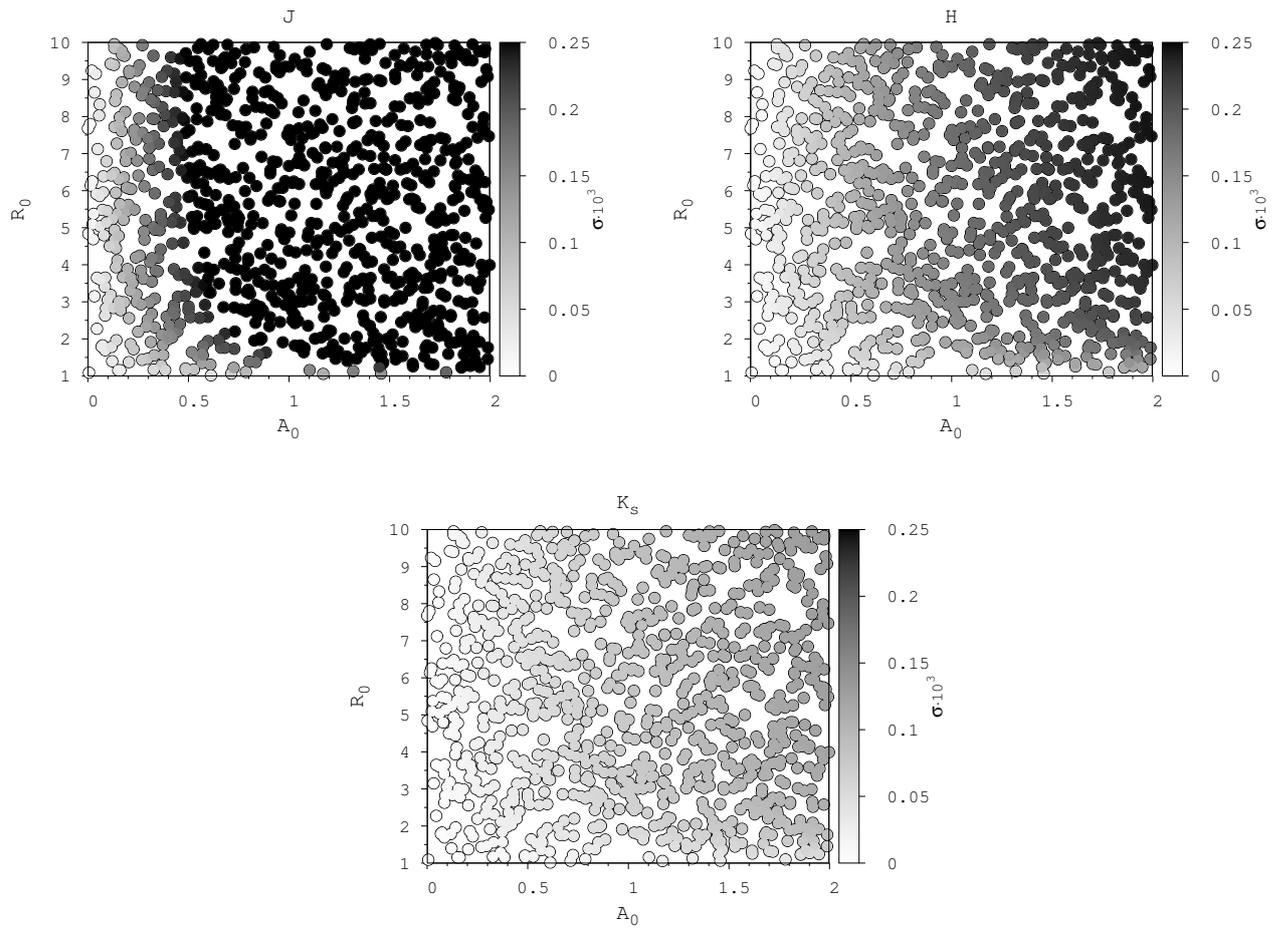


Рисунок 3.7 — Среднеквадратичное отклонение (σ) между кривой межзвездного поглощения и ее приближением линейной функцией для полос JHK_S обзора 2MASS.

3.3 Заключение

В настоящей главе изложены результаты разработки способа вычисления блеска звезды с учетом межзвездного поглощения, позволяющего сократить время поиска оптимальной оценки характеристик звезд и межзвездного поглощения.

Как правило, способ оценки физических характеристик на основе измерений представляет собой некоторую процедуру, требующую расчета теоретического значения измеренной величины — блеска звезды. С этой целью для большого количества различных характеристик звезды и кривой межзвездного поглощения выполняют предварительные вычисления значений блеска. Если имеются N различных характеристик звезды и K характеристик кривой межзвездного поглощения, то описанный подход позволяет уменьшить объем вычислений с $N \times K$ до $N + K$.

Многоцветная фотометрия, наравне с прямым наблюдением спектров, применяется для исследования распределения энергии в спектрах звезд. Современные обзоры (GALEX, SDSS, Pan-STARRS, IPHAS, Gaia, 2MASS) накопили результаты многополосных фотометрических наблюдений миллионов объектов и тем самым содержат необходимые исходные данные для решения задачи создания на основе фотометрических наблюдений карты межзвездного поглощения в Галактике. Именно в решении такой задачи целесообразно использовать предложенный в работе подход к вычислению блеска звезды с учетом межзвездного поглощения. С этой целью, используя модели звездных атмосфер для широкого диапазона значений T_{eff} и $\lg g$, в соответствии с разделом 3.2.2, выполнено вычисление необходимых величин для расчета полного межзвездного поглощения для всех полос указанных обзоров и различных значений свободных параметров закона межзвездного поглощения (3.11). При этом последующее вычисление звездных величин выполнялось в соответствии с вышеописанными в разделе 3.1 особенностями каждого обзора.

Глава 4. Оценка межзвездного поглощения по многоцветной фотометрии и априорным данным

Во второй главе настоящей диссертационной работы было показано, что фотометрическая точность обзоров SDSS и 2MASS недостаточна для реализации на практике теоретической возможности оценки атмосферных параметров звезд только по фотометрии в полосах *ugriz* и *JHK_s*. Однако хотя фотометрические системы данных обзоров не оптимизированы для решения таких задач, их многоцветная фотометрия потенциально является ценным источником информации как об атмосферных параметрах звезд, так и о характеристиках межзвездной среды.

Для оценок межзвездного поглощения крайне важны априорные данные о температуре, и наоборот, одним из способов учесть которые является теоретико-вероятностный подход на основе теоремы Байеса.

Современные теории звездных атмосфер, строения и эволюции звезд позволяют оценивать то, как должны излучать звезды. Межзвездные пылевые облака изменяют проходящее сквозь них излучение звезд. Таким образом, каждая звезда является инструментом, который позволяет изучить пылевую среду между наблюдателем и звездой. Определение характеристик межзвездного поглощения между наблюдателем и миллионами звезд по всему небу позволит построить карту пространственного распределения межзвездного поглощения в Галактике. При этом чем больше наблюдений звезд доступно, тем более детальную карту можно построить.

В настоящей главе дано описание построения пространственной карты межзвездного поглощения в Галактике на основе байесовского теоретико-вероятностного подхода к оценке характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения на основе фотометрических наблюдений с использованием априорных данных о параметрах звезд.

4.1 Байесовский подход к оценке характеристик звезд и закона межзвездного поглощения по многоцветной фотометрии

Определить характеристики межзвездного поглощения, как и характеристики звезды, можно по анализу ее спектра. Однако измерить спектр с достаточно высокой точностью непросто. Необходимо использовать телескоп с большой апертурой, или наблюдаемый объект должен быть достаточно ярким. По этой причине для исследования распределения энергии в спектре звезд обычно применяют многоцветную фотометрию, то есть измерение потока излучения в определенных участках спектра, т.е. полосах.

Одним из способов определения температуры и углового размера звезды является метод инфракрасных потоков [14; 15]. Этот метод известен не одно десятилетие и обладает важными особенностями. Он слабо чувствителен к межзвездному поглощению. В силу того, что эффект бланкетирования слабо выражен в инфракрасной области, он также слабо чувствителен к таким параметрам модели атмосферы звезды, как химический состав и ускорение силы тяжести. Иной способ оценки температуры — использование калибровок. Опубликованы различные калибровки, которые позволяют оценить температуру по показателю цвета [73–76]. Однако использовать подобные калибровки нужно с осторожностью из-за влияния межзвездного поглощения на показатель цвета. Обычно подобные калибровки относятся либо к карликам, либо к гигантам, что осложняет их применение.

Многополосная фотометрическая система Стремгрена специально создавалась для классификации непокрашевших звезд ранних спектральных классов по спектральным классам, классам светимости и металличности. Система эта является среднеполосной, при этом для увеличения чувствительности к классу светимости (т.е. ускорению силы тяжести) в нее входит узкополосный фильтр. Чем больше полос входит в фотометрическую систему и чем уже эти полосы, тем более чувствительной она должна быть к изменениям физических условий в атмосфере звезды. Однако проводить наблюдения в такой фотометрической системе становится сложнее, что приводит к уменьшению возможных объектов для исследования. По этой причине научный интерес представляет исследование возможности определения физических условий в атмосфере звезды по широкополосным фотометрическим наблюдениям, так как проводить

такие наблюдения менее сложно, и, как уже было отмечено ранее, современные фотометрические каталоги предоставляют результаты наблюдений миллионов объектов и неявным образом содержат информацию о характеристиках звезд и межзвездной среды.

В настоящем разделе описывается теоретико-вероятностный подход к оценке характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения по многополосной (многоцветной) фотометрии, который основан на теореме Байеса. Базовые обозначения, используемые в работе, приведены ниже.

$P(A)$ — вероятность события A ;

$P(A|B)$ — условная вероятность того, что при заданном B верно A ;

$p(\cdot)$ — функция плотности вероятности;

\mathbf{X} — вектор случайных величин;

x_i — компонент вектора \mathbf{X} ;

θ — теоретический параметр, значение которого необходимо оценить по результатам наблюдения \mathbf{X} .

4.1.1 Теоретико-вероятностная модель

Теорема Байеса связывает $P(A|B)$ и $P(B|A)$. Смысл теоремы в том, что имеет место соотношение:

$$P(A|B) = P(B|A)P(A)/P(B).$$

Пусть имеются независимые наблюдения n случайных величин. Обозначим $p_i(x_i|\theta)$ функцию плотности вероятности i -й случайной переменной, где θ — параметр, соответствующий семейству распределений p_i .

Необходимо оценить значение θ , если проведено n наблюдений x_i , распределенных в соответствии с $p_i(x_i|\theta)$. Совместная функция плотностей вероятностей n случайных переменных определяется выражением:

$$p(\mathbf{X}|\theta) = \prod_{i=1}^n p_i(x_i|\theta). \quad (4.1)$$

В отличие от классического подхода, в байесовском подходе θ не считается фиксированной величиной. Знания об этом параметре описываются посредством плотности вероятности $p(\theta)$, которая выражает степень веры в различные возможные значения θ .

Для конструирования $p(\theta)$ используются любые предварительные знания: область возможных значений, или вера в то, что некоторые значения более разумны, чем другие. В этом случае, используя теорему Байеса, можно написать условное распределение по θ при заданном \mathbf{X} :

$$p(\theta|\mathbf{X}) = \frac{p(\mathbf{X}|\theta)p(\theta)}{p(\mathbf{X})}. \quad (4.2)$$

Таким образом, посредством $p(\theta|\mathbf{X})$ выражается *апостериорное* знание; $p(\mathbf{X}|\theta)$ — функция правдоподобия, соответствующая вероятности получить значения \mathbf{X} при заданном значении параметра θ ; $p(\theta)$ соответствует *априорному* знанию или степени веры исследователя в различные значения θ .

Распределение $p(\theta|\mathbf{X})$ суммирует все имеющиеся знания о параметре θ и может быть использовано для его оценки. В общем случае $p(\mathbf{X})$ неизвестна, и соотношение (4.2) приобретает более слабую форму:

$$p(\theta|\mathbf{X}) \propto p(\mathbf{X}|\theta)p(\theta). \quad (4.3)$$

Хотя в таком случае нельзя рассчитать *апостериорные* вероятности, все-таки можно выполнить оценку параметра θ . Например, выбрать такое его значение, при котором $p(\theta|\mathbf{X})$ становится максимальным (методом максимального правдоподобия).

Ниже приведен перечень обозначений и определений, которые используются в дополнение к основным определениям:

T_{eff} — эффективная температура звезды, К;

g — ускорение силы тяжести звезды, см с^{-2} ;

α_d — видимый угловой диаметр звезды, рад;

λ — длина волны, \AA ;

S_λ — кривая реакции фотометрической полосы, учитывающая полосу пропускания светофильтра и спектральную чувствительность приемника излучения;

$L_{e,\lambda}$ — спектральное распределение энергетической яркости звезды — поток излучения, распространяющийся в единичном телесном угле с площадки единичной площади в данном направлении, $\text{эрг см}^{-2} \text{ с}^{-1} \text{\AA}^{-1} \text{ ср}^{-1}$;

$E_{e,\lambda}$ — спектральное распределение облученности от звезды в месте наблюдения, эрг см⁻² с⁻¹ Å⁻¹;

A_λ — кривая межзвездного поглощения — зависимость величины межзвездного поглощения от длины волны λ .

Пусть имеются n независимых наблюдений одиночной звезды. Будем считать, что результат наблюдения x_i — это оценка значения физической величины, истинное значение которой x_i^0 . В общем случае наблюдения могут иметь различную природу, например, наблюдения могут быть фотометрическими, спектроскопическими или их комбинацией. В работе рассматривается случай, когда результатами наблюдений является многополосная фотометрия, а именно пять значений блеска u, g, r, i, z из обзора SDSS и три — J, H, K_s — из обзора 2MASS. Таким образом, случайный вектор, по результатам наблюдения которого необходимо оценить интересующие характеристики, имеет вид:

$$\mathbf{X} = \{u, g, r, i, g, J, H, K_s\}.$$

По аналогии с предыдущим разделом, будем использовать θ для обозначения характеристик звезды и межзвездного поглощения, оценку которых необходимо провести. Выбрать характеристики можно по-разному — в зависимости от поставленной задачи. Например, в ряде работ теоретические выкладки авторы проводят, характеризуя звезду ее начальной массой и возрастом, хотя при практической реализации переходят к температуре и ускорению силы тяжести¹. В данной работе звезды характеризуются следующими величинами: температурой (T_{eff}), ускорением силы тяжести (g) и видимым угловым диаметром (α_d).

Согласно работе Карделли [11], монохроматическое межзвездное поглощение на длине волны λ зависит от двух параметров — A_V^0 и R_V . Расчеты показывают, что значение R_V должно быть пропорционально размеру пылинок, а A_V^0 характеризует степень непрозрачности среды для проходящего сквозь нее излучения.

¹ Такой переход вызывает сомнения. Если начальная масса и возраст звезды позволяют судить о ее абсолютной звездной величине, то две звезды с одинаковыми значениями T_{eff} и $\lg g$ могут иметь разные радиусы, даже при одинаковой металличности. Это означает, что они имеют разные абсолютные звездные величины.

Таким образом, вектор характеристик θ , оценку которых необходимо провести, имеет вид:

$$\theta = \{T_{\text{eff}}, g, \alpha_d, A_V^0, R_V\},$$

в котором первые три компонента относятся к звезде, а остальные два — к межзвездному поглощению.

С учетом соотношения (4.3) построение апостериорной плотности вероятности характеристик звезды и межзвездного поглощения при заданных результатах наблюдений \mathbf{X} разбивается на две задачи: вычисление функции правдоподобия $p(\mathbf{X}|\theta)$ и конструирование априорной плотности вероятности $p(\theta)$.

Функция правдоподобия

Если отсутствует межзвездное поглощение, то спектральное распределение облученности, создаваемое звездой в месте ее наблюдения, определяется выражением:

$$E_{e,\lambda}^0(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d) = \frac{\pi\alpha_d^2}{4} L_{e,\lambda}(T_{\text{eff}}, g), \quad (4.4)$$

где $L_{e,\lambda}$ — спектральное распределение энергетической яркости звезды, то есть величина потока, излучаемого единицей площади в единицу телесного угла в данном направлении. Современная теория звездных атмосфер позволяет рассчитывать значение поверхностной яркости для значений атмосферных параметров звезды, задаваемых в широких диапазонах. Для вычисления $L_{e,\lambda}$ в работе использовались ATLAS9² и результаты расчетов моделей звездных атмосфер Кастелли и Куруца [10].

Согласно работе Карделли [11], значения монохроматического межзвездного поглощения A_λ выражаются следующим образом:

$$A_\lambda(A_V^0, R_V) = A_V^0 \left(a_\lambda + \frac{b_\lambda}{R_V} \right), \quad (4.5)$$

²Программный комплекс ЭВМ для вычисления распределения энергии в спектре звезды в предположении ЛТР на основе плоско-параллельной модели атмосферы.

где a_λ и b_λ — известные коэффициенты, зависящие только от λ , а A_V^0 и R_V — свободные параметры. Довольно часто в соотношении (4.5) параметр A_V^0 обозначают как A_V (полное поглощение в полосе V), а это неверно³. A_V зависит не только от межзвездной среды, но и от спектра звезды. Например, при фиксированном параметре A_V^0 наблюдения двух звезд, имеющих разную температуру, дадут разные значения A_V . В отличие от A_V , параметр A_V^0 не зависит от наблюдаемой звезды и определяется только межзвездной средой.

Используя соотношения (4.4) и (4.5), получим, что спектральное распределение облученности, создаваемое звездой с учетом межзвездного поглощения:

$$E_{e,\lambda}(\theta) = 10^{-0.4A_\lambda(A_V^0, R_V)} E_{e,\lambda}^0(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d), \quad (4.6)$$

где A_λ определяются соотношением (4.5).

Таким образом, теоретическое значение результата наблюдения $x_i(\theta)$, то есть значение блеска звезды в i -й полосе, имеет вид:

$$x_i(\theta) = m_i(E_\lambda) = m_i(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d, A_V^0, R_V), \quad (4.7)$$

где функция m_i учитывает кривую реакции i -й полосы и соответствующий нуль-пункт.

Будем полагать, что результат измерения блеска x_i в i -й полосе является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. В этом случае

$$p(x_i|\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta_i^2}} \exp \frac{-(x_i - x_i(\theta))^2}{2\delta_i^2}, \quad (4.8)$$

где δ_i — погрешность наблюдаемого значения блеска, а $x_i(\theta)$ определяется соотношением (4.7) и является теоретическим блеском звезды, соответствующим параметру θ . Тогда по аналогии с соотношением (4.1) функция правдоподобия определяется выражением:

$$p(\mathbf{X}|\theta) = \prod_i^n p(x_i|\theta). \quad (4.9)$$

³ A_V^0 не соответствует поглощению в полосе V . В общем случае поглощение в полосе с кривой реакции S_λ при наблюдении звезды со спектром F_λ определяется выражением:

$$A = -2.5 \lg \frac{\int F_\lambda S_\lambda 10^{-0.4A_\lambda} d\lambda}{\int F_\lambda S_\lambda d\lambda}.$$

Априорная плотность вероятности

Априорная плотность вероятности $p(\theta)$ суммирует доступные знания исследователя о параметре θ или степень его уверенности в надежности различных значений этого параметра. Первое, что можно использовать, — это независимость характеристик звезды от параметров кривой межзвездного поглощения, поэтому априорная плотность вероятности $p(\theta)$ распадается на две части:

$$p(\theta) = p(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d) p(A_V^0, R_V). \quad (4.10)$$

Рассмотрим часть $p(A_V^0, R_V)$, соответствующую межзвездной среде. В работе считается, что отсутствуют предварительные наблюдения параметров A_V^0 и R_V . По этой причине

$$p(A_V^0, R_V) \propto \text{const}, \quad (4.11)$$

то есть с равной вероятностью параметров A_V^0 и R_V могут принимать любые значения. Забегая вперед, нужно отметить, что практически была реализована $p(A_V^0, R_V)$, соответствующая равномерному распределению в заданных интервалах — $A_V^0 \in [0, 10]$ и $R_V \in [2, 6]$ — и нулевой вероятности для любых других значений.

Рассмотрим теперь часть априорной функции вероятности, соответствующую характеристикам звезды. Будем считать, что в отличие от A_V^0 и R_V , для величин T_{eff} и g доступна дополнительная априорная информация. Пусть из предыдущих наблюдений, например, спектроскопических, известны оценки этих величин — T_{eff}^0 и g^0 , а также известны их погрешности, которые считаются случайными величинами с нормальным распределением. Тогда априорная функция вероятности температуры имеет вид:

$$p(T_{\text{eff}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\delta^2}} \exp \frac{-(T_{\text{eff}} - T_{\text{eff}}^0)^2}{2\delta^2}, \quad (4.12)$$

где δ — величина погрешность оценки T_{eff}^0 . В полной аналогии с $p(T_{\text{eff}})$ определяется априорная функция вероятности $p(g)$.

Таким образом, справедливо следующее:

$$p(T_{\text{eff}}, g, \alpha_d) \propto p_t(T_{\text{eff}}, g) p(T_{\text{eff}}) p(g), \quad (4.13)$$

где $p(T_{\text{eff}})$ и $p(g)$ соответствуют (4.13), и учтено, что α_d с равной вероятностью может иметь любые значения, а также добавлен новый компонент $p_t(T_{\text{eff}}, g)$, соответствующий теоретическим представлениям о вероятностях разных значений T_{eff} и g .

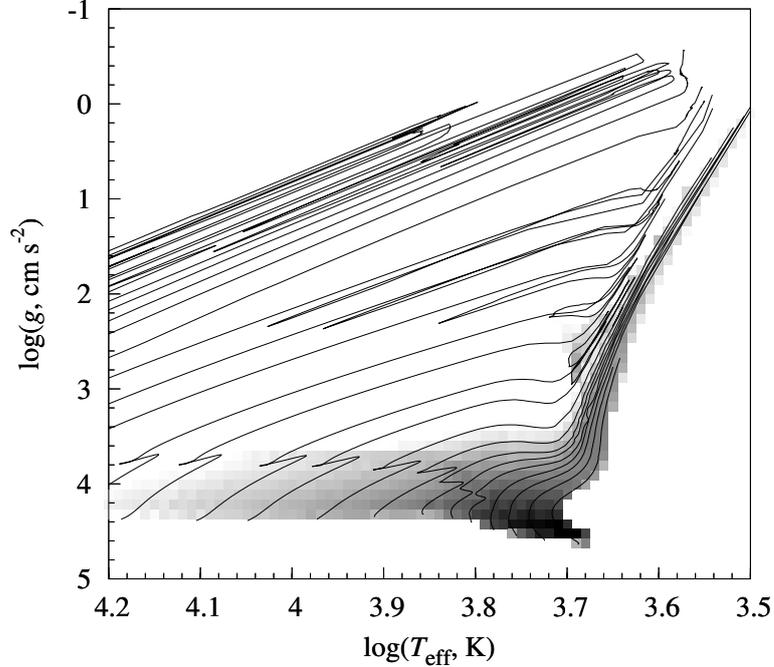


Рисунок 4.1 — Теоретически рассчитанная априорная плотность вероятности того, что звезда имеет соответствующие значения величин T_{eff} и $\lg g$. Темнее цвет — больше вероятность. Эволюционные треки показаны сплошными линиями.

Плотность вероятности $p_t(T_{\text{eff}}, g)$ суммирует знания об эволюции звезд и их популяции. Ее вычисление проведено на основе современных эволюционных расчетов [12; 34] в предположении постоянного темпа звездообразования на протяжении 13.7 млрд лет. В качестве начальной функции масс использовалась классическая зависимость из работы Салпитера [36]. Результат расчета $p_t(T_{\text{eff}}, g)$ показан на рисунке 4.1.

Таким образом, с учетом соотношений (4.11) и (4.13) априорная плотность вероятности (4.10) приобретает вид:

$$p(\theta) \propto p_t(T_{\text{eff}}, g)p(T_{\text{eff}})p(g)p(A_V^0, R_V), \quad (4.14)$$

где учитываются как данные о характеристиках звезды, определенных в результате предварительных наблюдений, так и степень веры в их разные значения, основанная на теоретической базе.

Реализация

Одним из общих способов оценки значения исследуемого параметра по результатам наблюдений является метод максимального правдоподобия. В рассматриваемом случае оценкой максимального правдоподобия параметра θ будет такое его значение, которому соответствует максимум $p(\theta|\mathbf{X})$.

Как правило, оптимальный способ оценки представляет собой некоторую итеративную процедуру, требующую больших затрат времени на ЭВМ, например, метод Монте-Карло с цепями Маркова. Поэтому в настоящей диссертационной работе реализован подход, представляющий компромисс между быстротой нахождения оценки и ее точностью. Оценка проводится в два этапа. На первом этапе функция правдоподобия (4.9) и априорная плотность вероятности (4.14) суммируются в более компактный вид (многомерные гистограммы), и строится гистограмма апостериорной плотности вероятности. Гистограмма удобна тем, что сводит всю совокупность значений к некоторому числу ячеек. На втором этапе, на основе таких «суммированных» данных, выполняется оценка параметра θ . Благодаря компактному виду гистограммы поиск максимума выполняется простым перебором ее элементов. В отличие от численных методов оптимизации, например, алгоритма Левенберга-Марквардта, такой подход не требует начального приближения искомого параметра и обеспечивает нахождение глобального максимума.

Особенностью реализации является построение гистограммы функции правдоподобия. Сложность заключается в необходимости вычисления блеска звезды для любого значения параметра θ . Прямой подход требует расчета соответствующего распределения энергии в спектре звезды и, следовательно, соответствующей модели звездной атмосферы. Однако численный расчет даже не самых сложных моделей требует немало времени. По этой причине с целью построения гистограммы, соответствующей функции правдоподобия, проводится численное статистическое моделирование. В соответствии с соотношением (4.9), его задача — получить такую выборку значений θ , при которой соответствующие им значения \mathbf{X}^4 распределены по нормальному закону.

⁴Напомним, компонентом случайного вектора \mathbf{X} является результат измерения блеска звезды, который моделируется случайной величиной с нормальным распределением.

Пусть в обзоре имеются n фотометрических полос, а x_i соответствует блеску в i -й полосе. Тогда соотношение

$$\tilde{x}_i = x_i - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j \quad (4.15)$$

определяет значения \tilde{x}_i , не зависящие от расстояния до звезды и ее радиуса.

Моделирование начинается с создания выборки объемом пять тысяч случайных значений \mathbf{X} , распределенных по нормальному закону, и с применением соотношения (4.15) выполняется их отображение в инвариантные значения $\tilde{\mathbf{X}}$.

С помощью специального поискового индекса для каждого значения $\tilde{\mathbf{X}}$ определяется соответствующее значение θ . Индекс удобен тем, что позволяет быстро находить ближайшего «соседа» среди нескольких десятков миллионов предварительно вычисленных значений $\tilde{\mathbf{X}}$, соответствующих различным значениям θ . Полученная выборка значений θ суммируется в более компактный вид. Таким образом, строится гистограмма, соответствующая функции правдоподобия.

4.1.2 Проверка модели

Построенная теоретико-вероятностная модель нуждается в проверке. Оценки характеристик звезд и межзвездного поглощения, получаемые на ее основе с применением широкополосной фотометрии, требуют анализа: необходимо исследовать их точность и возможные систематические отклонения. Исследование было выполнено с помощью набора моделей звездных атмосфер. Используя ATLAS9, было вычислено более 4000 моделей, соответствующих случайным значениям температуры и ускорения силы тяжести. С применением соотношения (4.7) по этим моделям были вычислены значения блеска, соответствующие случайным значениям параметров кривой межзвездного поглощения. Для имитации результатов реальных наблюдений к значениям блеска были добавлены шумы — случайные значения с нормальным распределением. Значение стандартного отклонения (σ) шума соответствовало характерной точности рассматриваемых обзоров. Так, в каталоге обзора 2MASS точность фотометрических наблюдений ярких звезд около $0^{\text{m}}03$ [48], а в обзоре SDSS достигнута

точность фотометрической калибровки порядка 0^m03 , 0^m01 , 0^m01 , 0^m01 и 0^m02 для полос u , g , r , i и z соответственно [46]. Аналогичным образом был добавлен шум к значениям параметров T_{eff} и $\lg g$, которые использовались как априорные данные. Значения стандартного отклонения шума — 150 K и 0.5 соответственно.

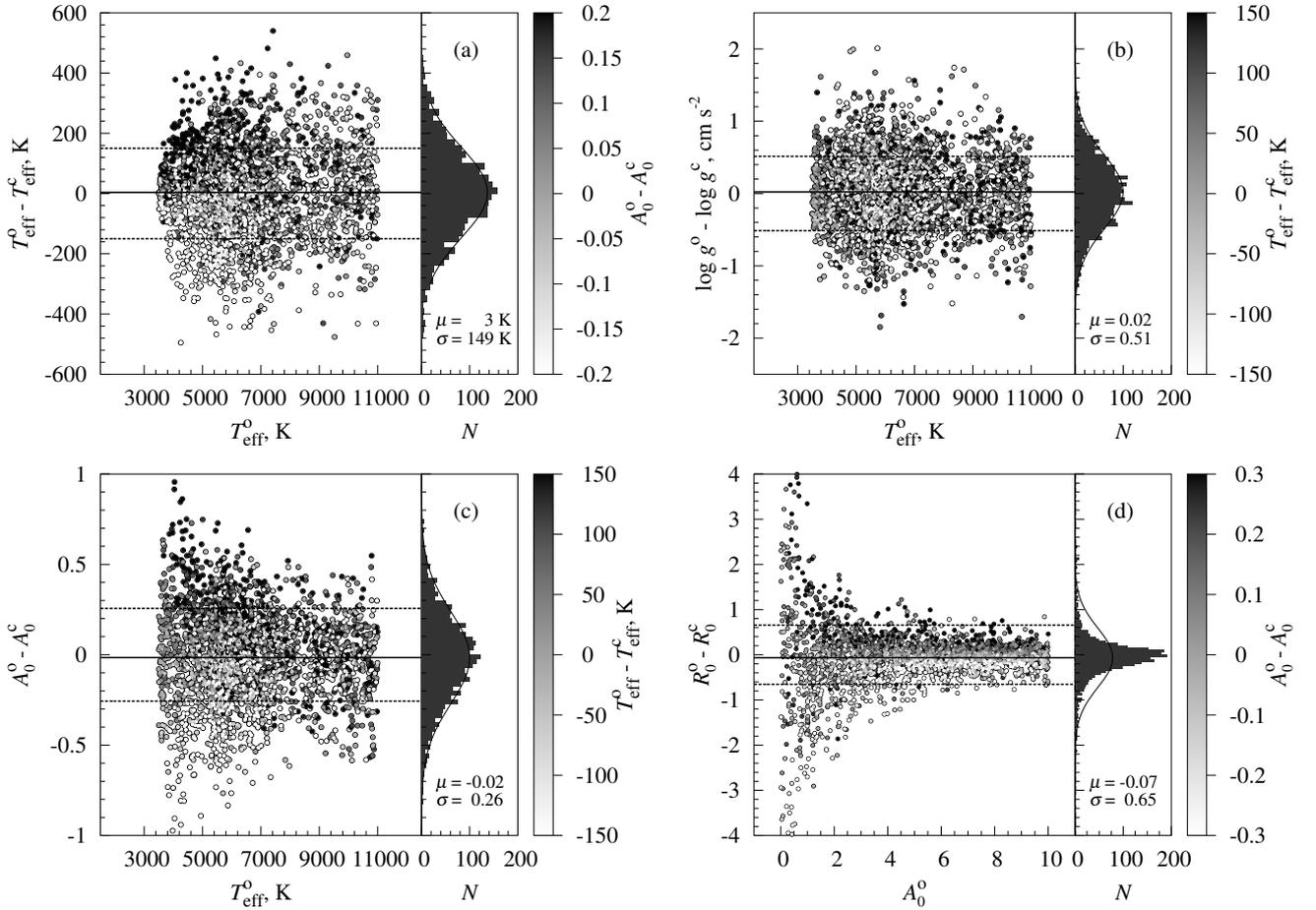


Рисунок 4.2 — Сравнение исходных значений характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения с их оценками, полученными на основе смоделированных значений $ugriz$ и JHK_s . Подробное описание приведено в тексте.

На основе зашумленных значений блеска и априорных данных сделаны оценки параметров звезд и кривой межзвездного поглощения. В результате проведено сравнение исходных значений с их оценками. Таким образом, исследована точность оценок и их отклонения от исходных значений. Результат сравнения показан на рисунке 4.2. Каждая панель рисунка соответствует одной из характеристик и показывает разницу между ее исходными значениями и ее оценками. Например, на рисунке 4.2а показана зависимость отклонения оценки температуры T_{eff}^c от ее исходного значения T_{eff}^o . Также на каждой панели в виде гистограммы и приближения нормальным распределением представлено

распределение количества случаев, соответствующих различным значениям отклонения оценки характеристики от ее исходного значения.

Как видно на рисунке 4.2, во всех случаях оценки не имеют значимых систематических отклонений. За исключением случая оценки R_V , распределения отклонений оценок от исходных значений хорошо описываются нормальными распределениями с соответствующими среднеквадратичными отклонениями (σ), значения которых приведены на том же рисунке.

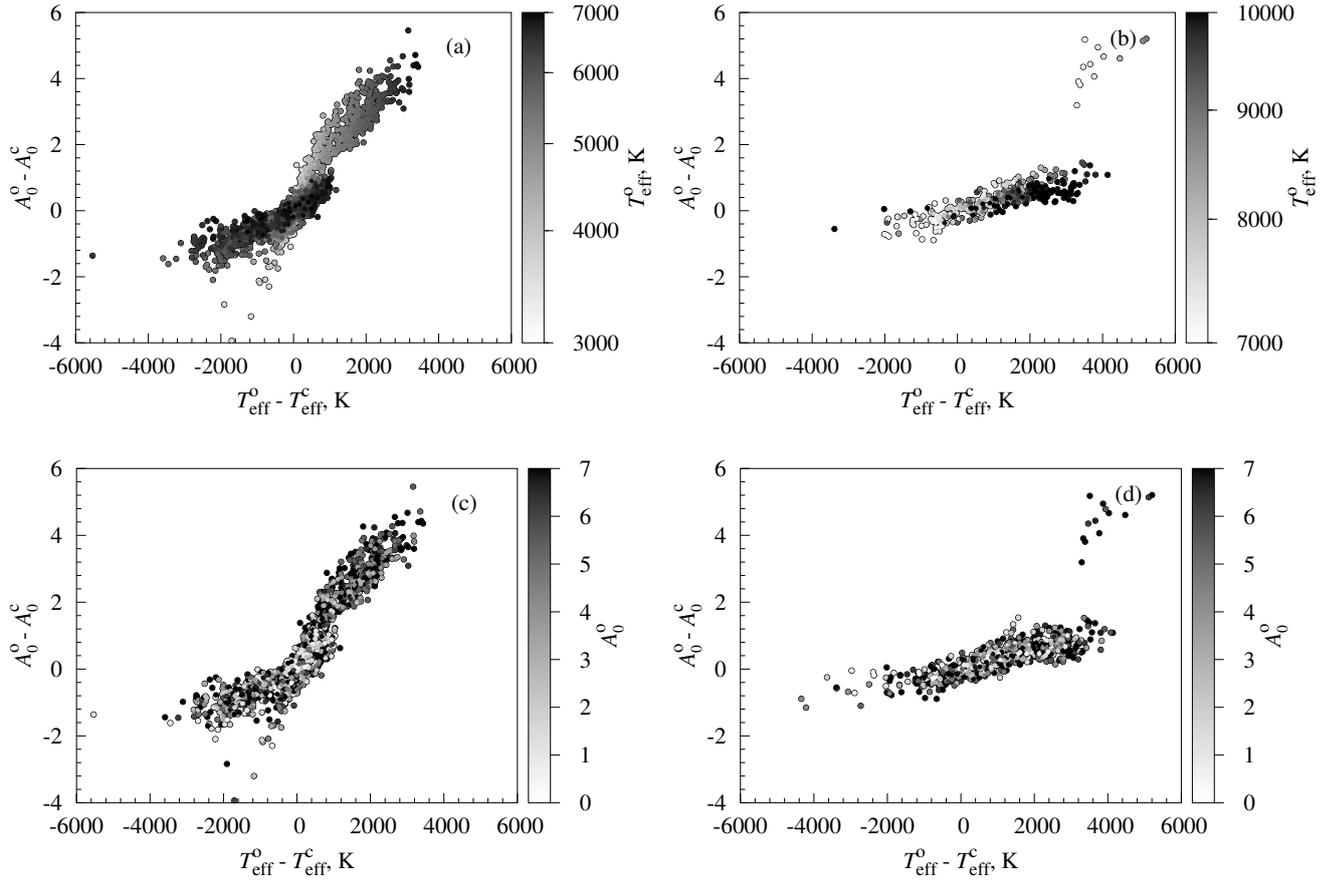


Рисунок 4.3 — Корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры, полученными на основе тех же данных, что и на рисунке 4.2, но без априорных данных о температуре и ускорении силы тяжести: (a),(c) — $T_{\text{eff}}^o < 7000$ K; (b),(d) — $T_{\text{eff}}^o \geq 7000$ K.

Оценки температуры и ускорения силы тяжести имеют такой же разброс, как и априорные данные. Другими словами, применение результатов фотометрии невысокой точности вряд ли позволит уточнить эти характеристики звезд. Однако априорные данные, особенно о температуре, крайне важны для оценки межзвездного поглощения. Изменения температуры и межзвездного поглощения схожим образом влияют на непрерывный спектр звезды. Это приводит к

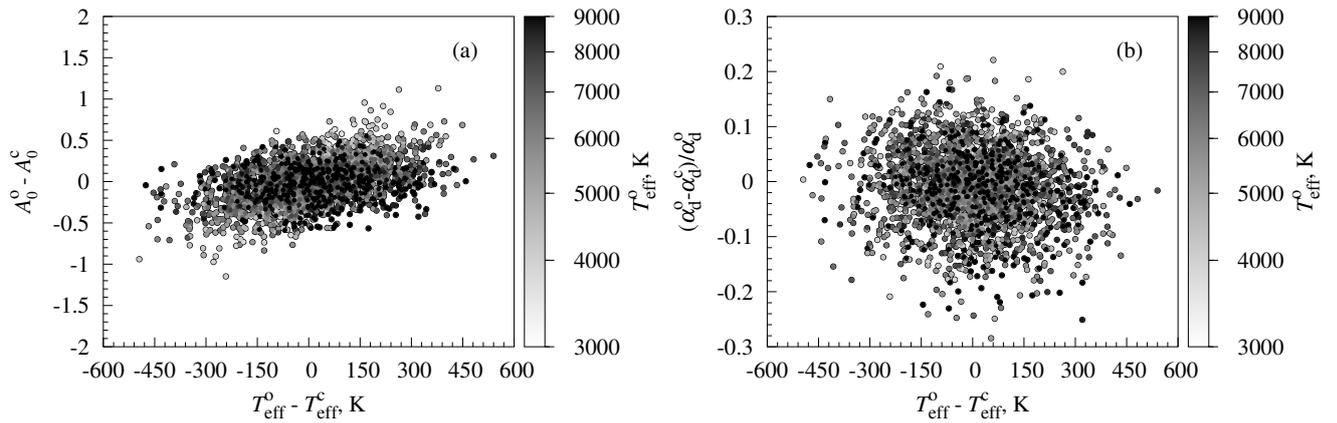


Рисунок 4.4 — (а) — корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры; (б) — зависимость между оценками углового диаметра звезд и их температуры.

корреляции их оценок, если они сделаны на основе фотометрических наблюдений. Рисунок 4.3 в деталях иллюстрирует корреляцию оценок межзвездного поглощения и температуры, вычисленных без использования априорных данных. Сравнение $A_0^o - A_0^c$ (см. рисунок 4.3 и рисунок 4.4а) наглядно показывает, насколько использование байесовского подхода, то есть привлечение априорной информации, улучшает точность оценки по сравнению с более прямолинейным подходом. Таким образом, использование априорных данных позволяет существенно уменьшить неопределенность оценки межзвездного поглощения за счет ограничения возможных значений температуры. Подобным образом априорные данные также уменьшают неопределенность оценки углового диаметра звезды α_d (см. рисунок 4.4б).

Очевидно, что чем слабее параметр влияет на излучение звезды, тем большей будет неопределенность оценки его значения. Чем холоднее звезда, тем слабее влияет межзвездное поглощение на ее наблюдаемый блеск из-за того, что максимум интенсивности излучения звезды смещен в длинноволновую часть спектра, в которой поглощение менее выражено. Учитывая наличие корреляции между температурой и межзвездным поглощением, следует ожидать, что для холодных звезд связь отклонений поглощения и температуры более выражена. Это видно на рисунке 4.4, а также прослеживается и на рисунке 4.2а, с. Таким образом, при прочих равных условиях оценка характеристик межзвездного поглощения на основе данных для звезд поздних спектральных типов требует более точных априорных знаний, чем оценка по данным для звезд более ранних спектральных типов.

Хорошо известно, что закон межзвездного поглощения для разных направлений в Галактике сильно различается. Показано, что значение параметра R_V может меняться в больших пределах [77], и, следовательно, использование усредненного закона межзвездного поглощения может привести к непредсказуемым ошибкам в значениях определяемых характеристик звезд и межзвездной среды. В отличие от работ, где принимается $R_V = 3.1$, в данной работе значение R_V не фиксируется, а меняется от 2 до 6. На рисунке 4.2d показаны отклонения оценки R_V от его исходного значения. Как ожидалось, неопределенность оценки R_V явно зависит от степени влияния межзвездного поглощения на излучение звезды. Чем слабее поглощение, т.е. меньше значение A_V^0 , тем больше неопределенность оценки R_V , и наоборот. Таким образом, в областях с заметным межзвездным поглощением возможно определение значений R_V и, следовательно, изучение физики межзвездного поглощения.

Одно из возможных применений построенной теоретико-вероятностной модели — это восстановление зависимости межзвездного поглощения от расстояния. Чтобы показать возможность такого применения, на основе того же набора моделей звездных атмосфер был проведен еще один численный эксперимент. Для всех моделей звездных атмосфер по значениям их атмосферных параметров получены оценки радиусов, необходимые для расчета угловых диаметров звезд для заданных расстояний. Далее, считая, что зависимость поглощения от расстояния известна (см. рисунок 4.5), для каждой звезды был вычислен наблюдаемый блеск, и добавлены шумы. Применяя вышеописанную теоретико-вероятностную модель, по вычисленным значениям наблюдаемого блеска звезд была проведена оценка значений угловых диаметров звезд и параметров кривой межзвездного поглощения. Кроме того, в отличие от предыдущего численного эксперимента, априорные данные также применялись для оценки радиусов звезд, значения которых необходимы для оценки расстояний до звезд, исходя из оценки их угловых диаметров.

Результат восстановления зависимости межзвездного поглощения от расстояния показан на рисунке 4.5. Оттенками серого показано распределение количества полученных оценок с соответствующими значениями расстояния и поглощения (более темный оттенок соответствует большему количеству). Интервальные оценки характеристик A_V^0 , определяемые первым и третьим

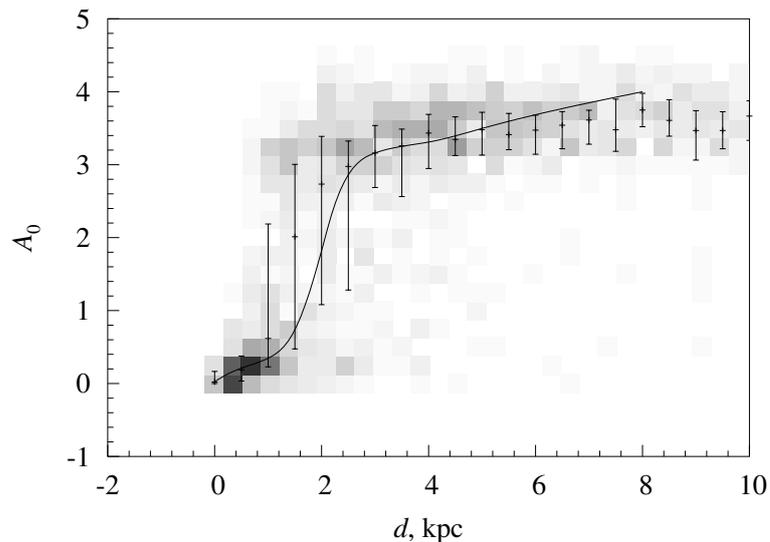


Рисунок 4.5 — Оценка межзвездного поглощения в зависимости от расстояния. Сплошная линия — исходная зависимость межзвездного поглощения от расстояния.

квантилем⁵, показаны на рисунке в виде отрезков прямых, внутри которых отмечено значение второго квантиля. Как видно на рисунке 4.5, восстановленная зависимость межзвездного поглощения от расстояния близка к исходной зависимости, и, следовательно, описанная теоретико-вероятностная модель может быть использована для изучения зависимости межзвездного поглощения от расстояния.

4.2 Байесовский подход к созданию трехмерной карты межзвездного поглощения в Галактике

Млечный Путь является единственной галактикой, которую можно наблюдать в мельчайших деталях, но большая часть плоскости Галактики закрыта межзвездной пылью. Клочковатая структура межзвездной среды обуславливает большую трудоемкость при выяснении распределения поглощающего вещества на луче зрения. Знание пространственного распределения межзвезд-

⁵Квантиль — значение случайной величины, которое оно не превышает с заданной вероятностью. 0.25-квантиль называется первым квантилем, 0.75-квантиль называется третьим квантилем, то есть первый и третий квантили соответствуют таким значениям случайной величины, которые оно не превышает с вероятностью 0.25 и 0.75 соответственно.

ной пыли имеет решающее значение для УФ, оптической астрономии, где пыль является поглощающей преградой, а также для звездообразования, где межзвездная пыль является объектом исследования. Распределение межзвездной пыли можно получить, исследуя излучение, проходящее через полевые облака, а также измеряя собственное излучение пыли. Существуют двумерные карты межзвездного поглощения в нашей Галактике [3]. Однако им присущи некоторые ограничения:

- отсутствие зависимости поглощения от расстояния;
- некорректная оценка поглощения для близких объектов и объектов в плоскости Галактики;
- возможные систематические ошибки при переходе от излучения пыли к поглощению (для карт, построенных на основе наблюдения собственного излучения пыли).

В данном разделе рассмотрен теоретико-вероятностной подход к построению трехмерной карты поглощения в Галактике на основе анализа данных фотометрических обзоров.

4.2.1 Теоретико-вероятностная модель

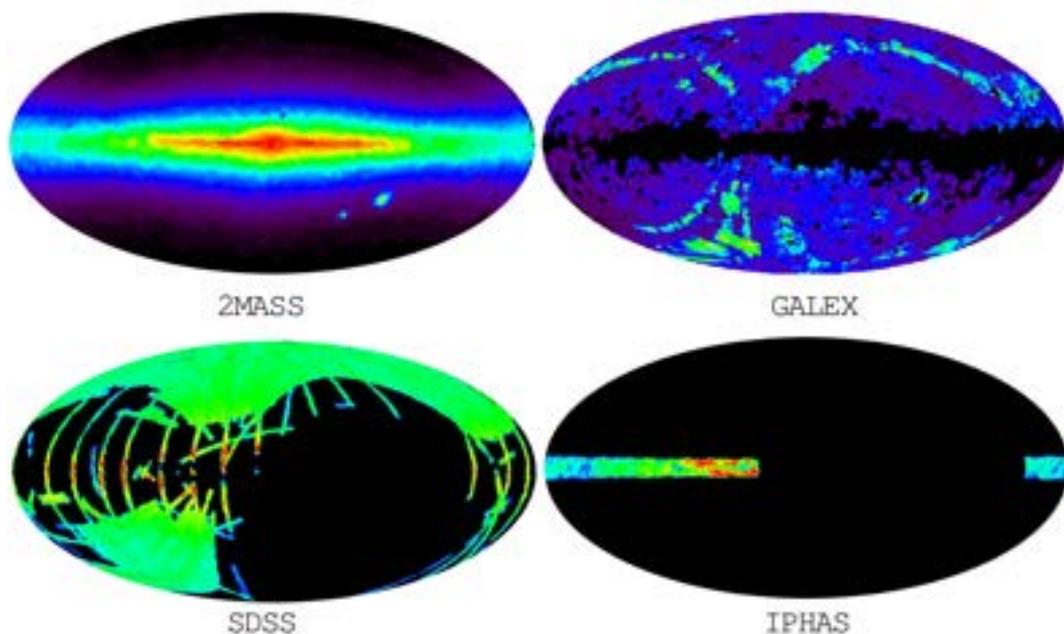


Рисунок 4.6 — Плотность покрытия небесной сферы разными обзорами.

Наблюдаемое излучение звезд проходит через межзвездную пылевую среду, которая ослабляет и изменяет излучение звезд. Суммарный эффект ослабления света связан с рассеянием и истинным поглощением на пылевых частицах межзвездной среды. Современные теории звездных атмосфер, строения и эволюции звезд позволяют рассчитывать то, как должны излучать звезды. Таким образом, каждая звезда является «инструментом», который позволяет изучить пылевую среду между наблюдателем и звездой. Определение характеристик межзвездного поглощения между наблюдателем и миллионами звезд по всему небу позволит построить карту пространственного распределения межзвездного поглощения в Галактике. Исходными данными для изучения пылевой среды Галактики являются фотометрические каталоги с результатами наблюдений сотен миллионов объектов:

- обзор 2MASS — JHK_s фотометрия $\sim 5 \cdot 10^8$ точечных источников;
- обзор Pan-STARRS — $grizy$ фотометрия $\sim 8 \cdot 10^8$ источников;
- обзор SDSS — $ugriz$ фотометрия $\sim 3 \cdot 10^8$ источников;
- обзор IPHAS — $H_{\alpha}ri$ фотометрия $2 \cdot 10^8$ источников.

В качестве примера на рисунке 4.6 показано покрытие небесной сферы четырьмя известными обзорами: GALEX, SDSS, 2MASS и IPHAS.

На первом этапе необходимо подготовить исходные данные — провести взаимное отождествление одних и тех же объектов во всех используемых фотометрических и спектроскопических обзорах. Для этого подходит алгоритм быстрого позиционного отождествления больших астрономических каталогов в площадках малого (до градуса) размера с фильтрацией ложных сопоставлений [9]. Каталоги имеют разную позиционную точность — один и тот же объект может иметь в разных каталогах различающиеся оценки своего положения на небе, что, наравне с наличием собственного движения у звезд, усложняет их отождествление.

Далее, на основе результатов отождествления объектов, необходимо провести разбиение небесной сферы на неравные области. В каждой такой области закон межзвездного поглощения считается одинаковым для всех звезд. Особенность в том, что размер области должен соответствовать угловым изменениям межзвездного поглощения, при этом содержать достаточное количество звезд — порядка сотни штук. Пример разбиения на неравные области проиллюстрирован на рисунке 4.7.

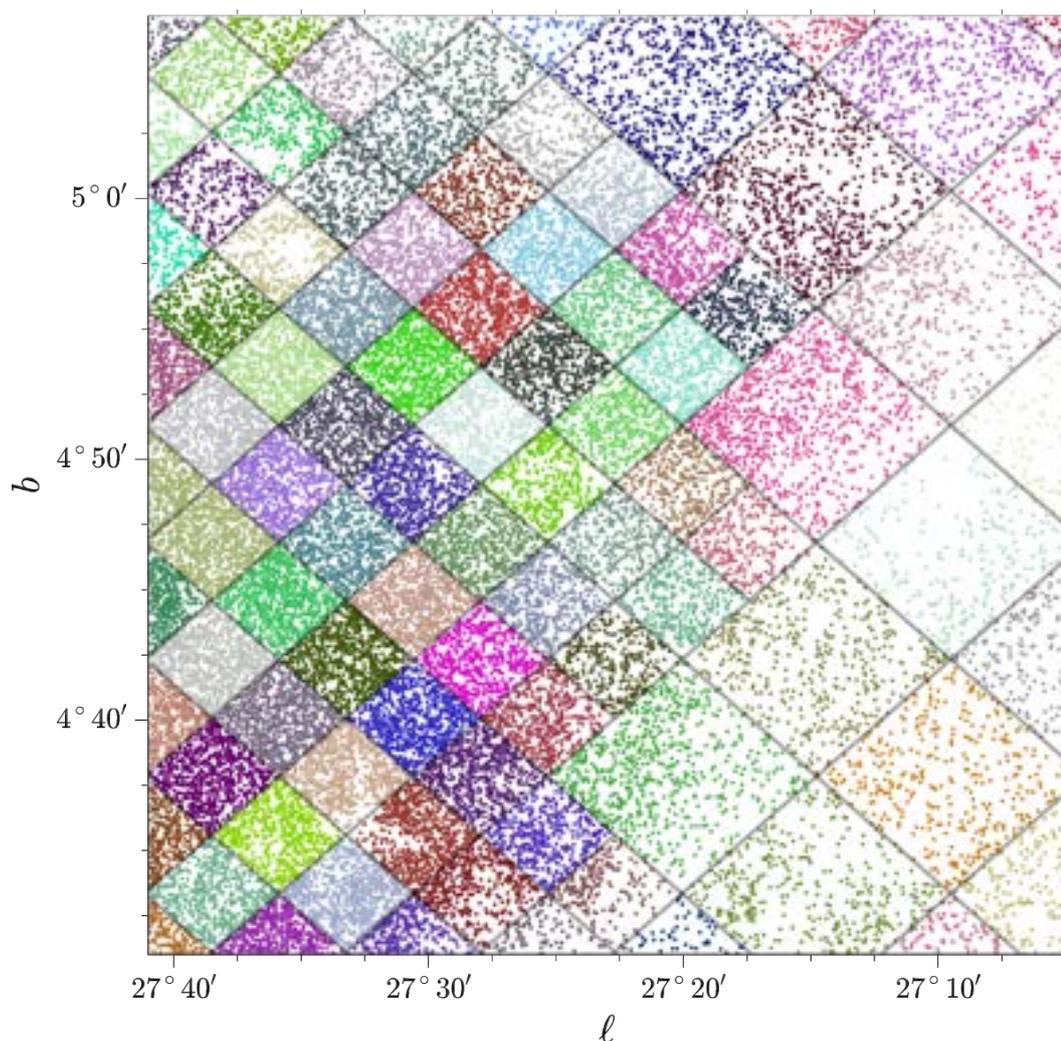


Рисунок 4.7 — Иллюстрация разбиения небесной сферы на неравные области, в которых для всех звезд зависимость межзвездного поглощения от расстояния считается одной и той же.

Результатом подготовки исходных каталогов должна стать база данных, которая обеспечит для любых направлений на небе получение координат центра соответствующей области и всей многоцветной фотометрии, и оценок характеристик для звезд из этой области. Предварительные оценки дают следующие значения: площадь отдельной выделяемой области — ~ 10 кв. минут, а их общее количество — $\sim 10^6$ шт.

После окончания подготовки исходных данных для каждой выделенной области, применяя теоретико-вероятностный подход на основе теоремы Байеса, провести оптимальную оценку характеристик закона межзвездного поглощения и звезд — восстановить зависимость межзвездного поглощения от расстояния. Преимуществом такого подхода является возможность анализировать не одиночные звезды, а всю совокупность звезд в рассматриваемой области, при этом

использовать дополнительную априорную информацию о том, что межзвездное поглощение не может убывать с увеличением расстояния от наблюдателя.

Теоретико-вероятностная модель для случая исследования звезд независимо друг от друга

Подробное рассмотрение теоретико-вероятностной модели для случая исследования звезд независимо друг от друга выполнено в разделе 4.1, поэтому здесь приведены только основные принципы.

Пусть для i звезды имеются результаты наблюдений \mathbf{X}_i — случайные величины с нормальным распределением. Согласно теореме Байеса, функция плотности вероятностей (ф.п.в.) того, что звезда имеет характеристики \mathbf{Y}_i , а зависимость межзвездного поглощения от расстояния соответствует \mathbf{A} , определяется:

$$p_i(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A} | \mathbf{X}_i) \propto p_i(\mathbf{X}_i | \mathbf{Y}_i, \mathbf{A}) p(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A}), \quad (4.16)$$

где

$$\begin{aligned} p_i(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A} | \mathbf{X}_i) & \text{ — апостериорная ф.п.в.,} \\ p_i(\mathbf{X}_i | \mathbf{Y}_i, \mathbf{A}) & \text{ — функция правдоподобия,} \\ p(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A}) & \text{ — априорная ф.п.в.} \end{aligned}$$

Распределение $p(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A} | \mathbf{X}_i)$ суммирует все имеющиеся знания о параметрах \mathbf{Y}_i и \mathbf{A} и может быть использовано для их оценки. В отличие от классического подхода, в байесовском \mathbf{Y}_i и \mathbf{A} не считаются фиксированными величинами. Знания об этих параметрах описываются посредством плотности вероятности $p(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A})$, которая выражает степень веры в различные возможные значения \mathbf{Y}_i и \mathbf{A} .

Для конструирования $p(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A})$ используются любые предварительные знания, которые имеются: область возможных значений, или вера в то, что некоторые значения более разумны, чем другие.

Таким образом, посредством $p(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A})$ выражается *апостериорное* знание; функция правдоподобия $p_i(\mathbf{X}_i | \mathbf{Y}_i, \mathbf{A})$ соответствует вероятности получить значения \mathbf{X}_i при заданных значениях параметров \mathbf{Y}_i и \mathbf{A} ; $p(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A})$ соответствует *априорному* знанию исследователя в различные значения \mathbf{Y}_i и \mathbf{A} .

Функция правдоподобия

Для разных звезд вектор \mathbf{X}_i может отличаться и, например, содержать разный набор фотометрических измерений:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_i &= \{ugriz, JHK_s\} \\ \mathbf{X}_j &= \{NUV, griy\} \\ \mathbf{X}_k &= \{FUV, NUV, griz\}\end{aligned}$$

Можно считать, что результаты наблюдений независимы. Тогда функция правдоподобия в соотношении (4.16) равна:

$$p_i(\mathbf{X}_i|\mathbf{Y}_i, \mathbf{A}) = \prod_{j=1}^n p_i(x_j|\mathbf{Y}_i, \mathbf{A}), \quad (4.17)$$

где $\mathbf{X}_i = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Вычисление $p_i(x_i|\mathbf{Y}_i, \mathbf{A})$ требует наличие возможности для заданных значений \mathbf{Y}_i и \mathbf{A} вычислять x_j .

Современные расчеты в рамках теории звездных атмосфер, например, расчеты Кастелли и Куруца [10], позволяют получать распределение энергии в спектре звезды при разных значениях ее атмосферных параметров: температуры T_{eff} , ускорении силы тяжести g , химического состава $[M/H]$. Пусть звезда имеет характеристики:

$$\mathbf{Y}_i = \{T_{\text{eff}}, g, [M/H], \theta_d\},$$

где θ_d — видимый угловой диаметр звезды. Тогда, используя расчеты в рамках теории звездных атмосфер, можно вычислить функцию правдоподобия $p_i(\mathbf{X}_i|\mathbf{Y}_i, \mathbf{A})$, т.е. по смоделированному спектру звезды вычислить ее блеск в необходимых фотометрических полосах.

Априорная функция плотности вероятностей

Разумно полагать, что характеристики звезд не зависят от параметров кривой межзвездного поглощения. Поэтому априорная ф.п.в. примет следующий вид:

$$p(\mathbf{Y}_i, \mathbf{A}) = p(\mathbf{Y}_i)p(\mathbf{A}), \quad (4.18)$$

при этом

$$p(\mathbf{Y}_i) = p(T_{\text{eff}}, g, [M/H], \theta_d) \propto p(T_{\text{eff}}, g, [M/H], R)p(d)d,$$

где d — расстояние до звезды, R — это радиус звезды и учтено, что характеристики звезды не зависят от расстояния до нее.

Компонент $p(T_{\text{eff}}, g, [M/H], R)$ априорной ф.п.в. суммирует знания об эволюции звезд, их популяции и определяет вероятность того, что звезда имеет заданные физические характеристики. Вычисление этого компонента проведено на основе современных эволюционных расчетов [33] в предположении постоянного темпа звездообразования на протяжении 13.7 млрд лет. В качестве начальной функции масс использовалась классическая зависимость из работы Салпитера [36].

Если имеются оценки атмосферных параметров звезды, например, из массовых спектроскопических наблюдений обзора LAMOST [20], то это тоже можно учесть:

$$p(\mathbf{Y}_i) \propto p(T_{\text{eff}}, g, [M/H], R)p(T_{\text{eff}})p(g)p(d)d,$$

где $p(T_{\text{eff}})$ и $p(g)$ — функции плотности вероятностей, известные из наблюдений (обычно считается, что соответствуют нормальному распределению).

Теоретико-вероятностная модель для случая совместного исследования N звезд

Рассмотрим N звезд из выбранной области на небе. Пусть

$$\mathbf{X} = \{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N\}, \mathbf{Y} = \{\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_N\}.$$

Наблюдение одной звезды не зависит от другой, поэтому и по аналогии с (4.16), учитывая (4.17) и (4.18), апостериорная ф.п.в.

$$p(\mathbf{Y}, \mathbf{A} | \mathbf{X}) = p(\mathbf{A}) \prod_{i=1}^N p(\mathbf{X}_i | \mathbf{Y}_i, \mathbf{A}) p(\mathbf{Y}_i), \quad (4.19)$$

где

$$p(\mathbf{X}_i | \mathbf{Y}_i, \mathbf{A}) = \prod_{j=1}^n p(x_i | \mathbf{Y}_i, \mathbf{A}),$$

в которых учтено, что зависимость межзвездного поглощения от расстояния \mathbf{A} не зависит от характеристик звезд \mathbf{Y} и результатов наблюдений \mathbf{X} .

Существенным отличием соотношения (4.19) от случая, когда звезды рассматриваются независимо друг от друга, является возможность учесть информацию, присущую компактно расположенной выборке звезд — единая зависимость межзвездного поглощения от расстояния \mathbf{A} .

В рассматриваемом случае оценкой максимального правдоподобия параметров \mathbf{Y} и \mathbf{A} будут такие их значения, которым соответствует максимум $p(\mathbf{Y}, \mathbf{A} | \mathbf{X})$, определенный соотношением (4.19). Учитывая большое количество параметров, для поиска оценки максимального правдоподобия можно воспользоваться методом Монте-Карло с цепями Маркова. Еще одна сложность заключается в том, что определить зависимость межзвездного поглощения от расстояния, которая соответствует максимуму $p(\mathbf{Y}, \mathbf{A} | \mathbf{X})$, необходимо для миллиона независимых областей на небе. Однако области можно обрабатывать независимо друг от друга, что потенциально позволяет использовать подходы и технологии параллельных вычислений.

4.2.2 Проверка модели

В предыдущем разделе было рассмотрено применение байесовского подхода в построении карты поглощения на основе фотометрических наблюдений. Его преимуществом является то, что анализируются не одиночные звезды, а вся совокупность звезд в рассматриваемой области. Это позволяет использовать дополнительную априорную информацию о том, что межзвездное поглощение не должно убывать с увеличением расстояния от наблюдателя, что накладывает ограничения на возможный вид зависимости поглощения от расстояния. Иное преимущество — возможность учесть дополнительные априорные данные. Например, в качестве таковых можно использовать не только результаты массовых спектроскопических наблюдений, но и параллаксы огромного числа звезд, которые измеряют в рамках проекта Gaia.

Как было предложено выше, для поиска оценок максимального правдоподобия в рамках рассмотренной теоретико-вероятностной модели был использован метод Монте-Карло с цепями Маркова, который представляет со-

бой итеративную процедуру, требующую больших затрат времени на ЭВМ, так как необходим расчет теоретического значения измеряемой величины — блеска звезды — для большого набора значений, характеризующих звезду и межзвездное поглощение. Поэтому для расчета значений блеска звезд, необходимых для вычисления функции правдоподобия, был реализован подход, изложенный в главе 3 и представляющий компромисс между быстротой расчета блеска и точностью. С этой целью для большого количества различных значений характеристик звезды и параметров кривой межзвездного поглощения выполнено предварительное вычисление необходимых в соответствии с разделом 3.2.2 значений для расчета блеска звезд.

Следующая задача, которая потребовала решения, — это поиск во множестве предварительно вычисленных значений, необходимых для расчета блеска звезды, тех, которые соответствуют конкретным значениям характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения. Поиск был реализован на основе специального алгоритма, позволяющего в большом объеме данных быстро находить ближайшего «соседа» к заданной точке в многомерном пространстве.

Получаемые в соответствии с реализованной теоретико-вероятностной моделью оценки характеристик звезд и межзвездного поглощения требуют анализа: необходимо исследовать корректность восстановления зависимости поглощения от расстояния в зависимости от различного набора используемых априорных данных о звезде. Исследование было выполнено с помощью набора моделей звездных атмосфер ATLAS9, соответствующих различным значениям температуры и ускорения силы тяжести. Применяя результаты раздела 1.3 главы 1, этим моделям были сопоставлены значения радиуса и случайные значения расстояния, и в итоге, применяя результаты главы 3, для полос SDSS, Gaia и 2MASS были рассчитаны значения блеска, соответствующие модельной зависимости межзвездного поглощения от расстояния. Характеристики звезд и параметры кривой межзвездного поглощения, о которых указано выше, приведены в таблице 12.

Результатом измерения физической величины является значение, которое случайным образом отличается от истинного значения. Поэтому для приближения к результатам реальных наблюдений все исходные значения, которые использовались как входные данные, были искажены добавлением случайных величин. К значениям блеска были добавлены шумы — случайные величины

Таблица 12 — Параметры поверочного набора звезд для исследования восстановления зависимости поглощения от расстояния.

N	T_{eff} , К	$\lg g$, [см с ²]	R , R_{\odot}	d , кпк	A_V^0	R_V
1	7000	1.0	202.803	1.639	0.125	3.1
2	10500	4.0	2.565	12.530	1.875	3.1
3	5000	3.0	5.606	5.642	0.375	3.1
4	15000	3.5	6.873	12.344	1.875	3.1
5	11500	3.0	12.483	1.288	0.125	3.1
6	7250	1.0	206.644	3.617	0.250	3.1
7	7250	0.5	474.137	13.403	1.875	3.1
8	6500	2.0	37.323	19.110	2.250	3.1
9	9250	4.5	1.154	2.304	0.250	3.1
10	5500	4.5	0.871	16.677	2.125	3.1
11	10000	3.0	11.181	11.489	0.750	3.1
12	8750	3.0	10.139	15.288	2.000	3.1
13	21000	3.0	21.262	13.762	1.875	3.1
14	6250	4.0	1.701	9.432	0.625	3.1
15	25000	3.0	28.268	3.465	0.250	3.1
16	12500	3.5	5.961	15.119	2.000	3.1
17	5000	4.5	0.847	19.714	2.250	3.1
18	8750	2.0	48.112	3.630	0.250	3.1
19	16000	3.0	16.411	7.804	0.500	3.1
20	20000	3.0	20.129	15.010	2.000	3.1

с нормальным распределением с σ , равным $0^{\text{m}}05$. Априорные значения температуры T_{eff} и расстояния d искажены шумом с σ , равным 10% от их исходных значений, значения $\lg g$ искажены шумом с σ , равным 0.5.

Влияние наличия различных априорных данных на корректность восстановления зависимости межзвездного поглощения от расстояния показана на рисунке 4.8. Набор априорных данных закодирован в заголовке каждой панели рисунка. Кодировка состоит из трех букв: t, g, d, которые обозначают температуру T_{eff} , логарифм ускорения силы тяжести $\lg g$ и расстояние d . Если вместо буквы указан знак символа «-», то соответствующие априорные данные не использовались. Например, код «t-d» означает, что вычисления велись

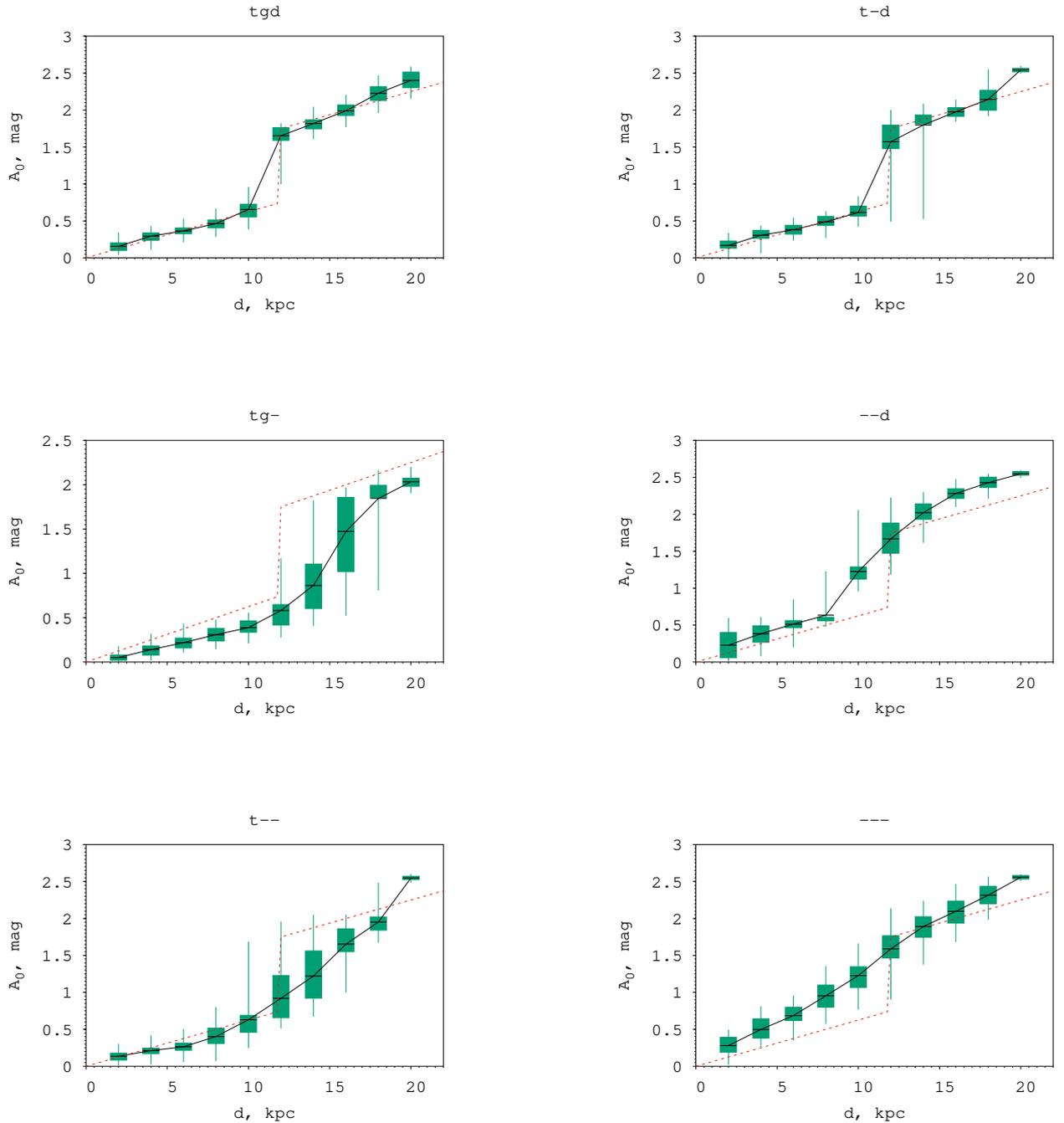


Рисунок 4.8 — Влияние различных априорных данных на восстановление зависимости межзвездного поглощения от расстояния. Красная пунктирная линия — исходная зависимость поглощения от расстояния.

с привлечением для всех звезд априорных знаний значений их температуры и расстояния до них, а значения ускорения силы тяжести считались неизвестными.

Из рисунка 4.8 видно, что при вышеописанных *входных* данных для восстановления зависимости межзвездного поглощения от расстояния необходимы априорные знания значений температуры звезды и расстояния до нее.

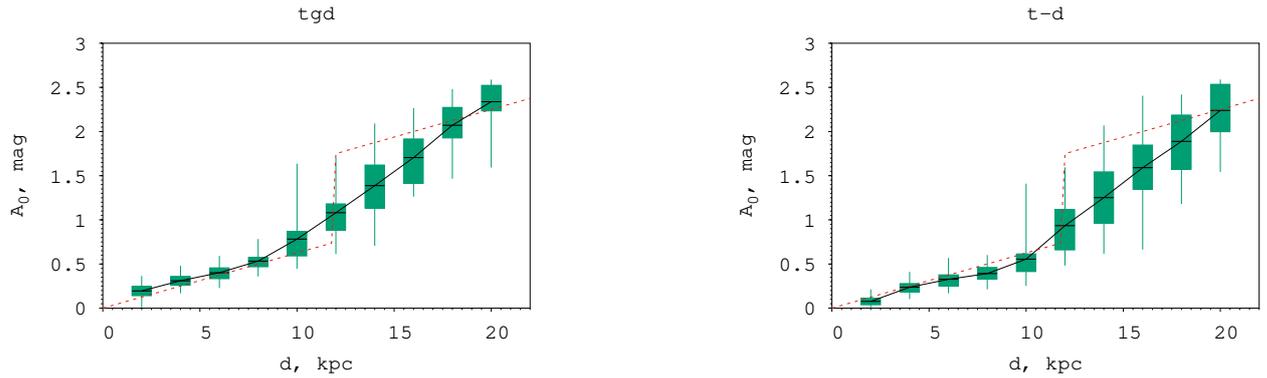


Рисунок 4.9 — Зависимость межзвездного поглощения от расстояния для случай, когда расстояние до звезд не более 9 кпк. Красная пунктирная линия — исходная зависимость поглощения от расстояния.

Важно отметить, что способ моделирования зависимости поглощения от расстояния, который использован в данном случае, эквивалентен наличию через каждые 2 кпк пылевого облака, и так до 20 кпк. Такой подход имеет явное ограничение, связанное с неявным предположением о наличии звезд на всем интервале расстояний от 0 кпк до 20 кпк. Что будет, если на одном из концов интервала звезд не будет, показано на рисунке 4.9. Как видно, на том конце интервала, где нет звезд, естественно получается недостоверный результат. У этого способа есть и другой важный минус, связанный с привязкой к расстоянию, из-за которого был рассмотрен второй способ моделирования зависимости поглощения от расстояния.

Во втором способе количество поглощающих облаков приравнено к количеству звезд, и расстояние между облаками не фиксируется, а меняется в процессе семплирования апостериорной функции плотности вероятностей. Анализ показал, что вне диапазона расстояний, покрываемого звездами, также как и в предыдущем случае, появляются недостоверные результаты. Это привело к реализации третьего способа, в котором количество облаков также совпадает с количеством звезд, и каждое облако «привязано» к своей звезде, т.е. расстояние до облака равно расстоянию до звезды и меняется с изменением расстояния до звезды в процессе семплирования.

Результат с применением третьего способа моделирования зависимости поглощения от расстояния показан на рисунке 4.10. Именно данный способ был выбран для дальнейшей работы. На указанном рисунке восстановленная зависимость поглощения от расстояния показана светло-синими пересекающимися

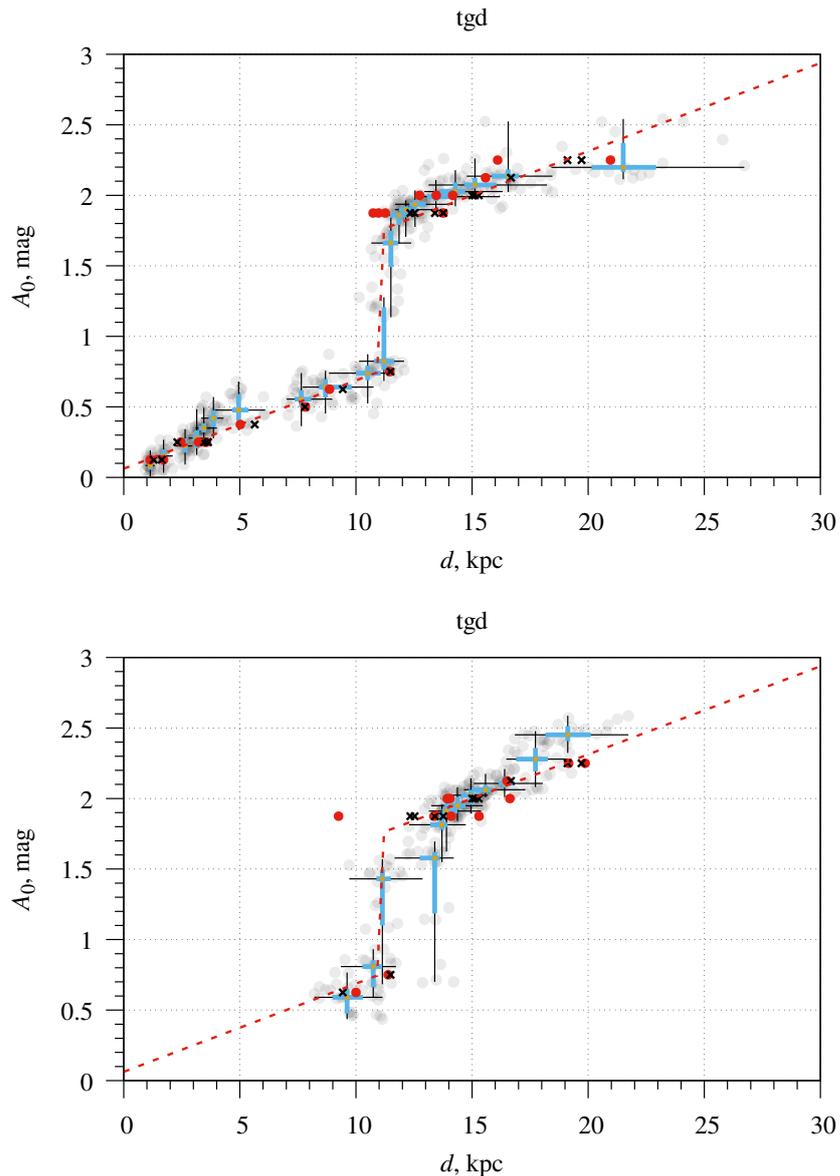


Рисунок 4.10 — Зависимость межзвездного поглощения от расстояния при третьем способе ограничения ее вида. *Вверху* — полная выборка звезд, *внизу* — расстояние до звезд не менее 9 кпк. Красная пунктирная линия — исходная зависимость поглощения от расстояния, красные кружки и черные крестики — входные (зашумленные) и исходные значения.

горизонтальными и вертикальными отрезками, которые соответствуют интервалу от значения первого до значения третьего квантилей⁶. Черные линии показывают размах, т.е. минимальные и максимальные возможные значения, полученные при вычислениях. Серыми кружками различной интенсивности

⁶Квантиль — значение случайной величины, которое оно не превышает с заданной вероятностью. 0.25-квантиль называется первым квантилем, 0.75-квантиль называется третьим квантилем, то есть первый и третий квантили соответствуют таким значениям случайной величины, которые оно не превышает с вероятностью 0.25 и 0.75 соответственно.

проиллюстрирована частота появления тех или иных значений, при этом чем выше частота, тем интенсивней цвет.

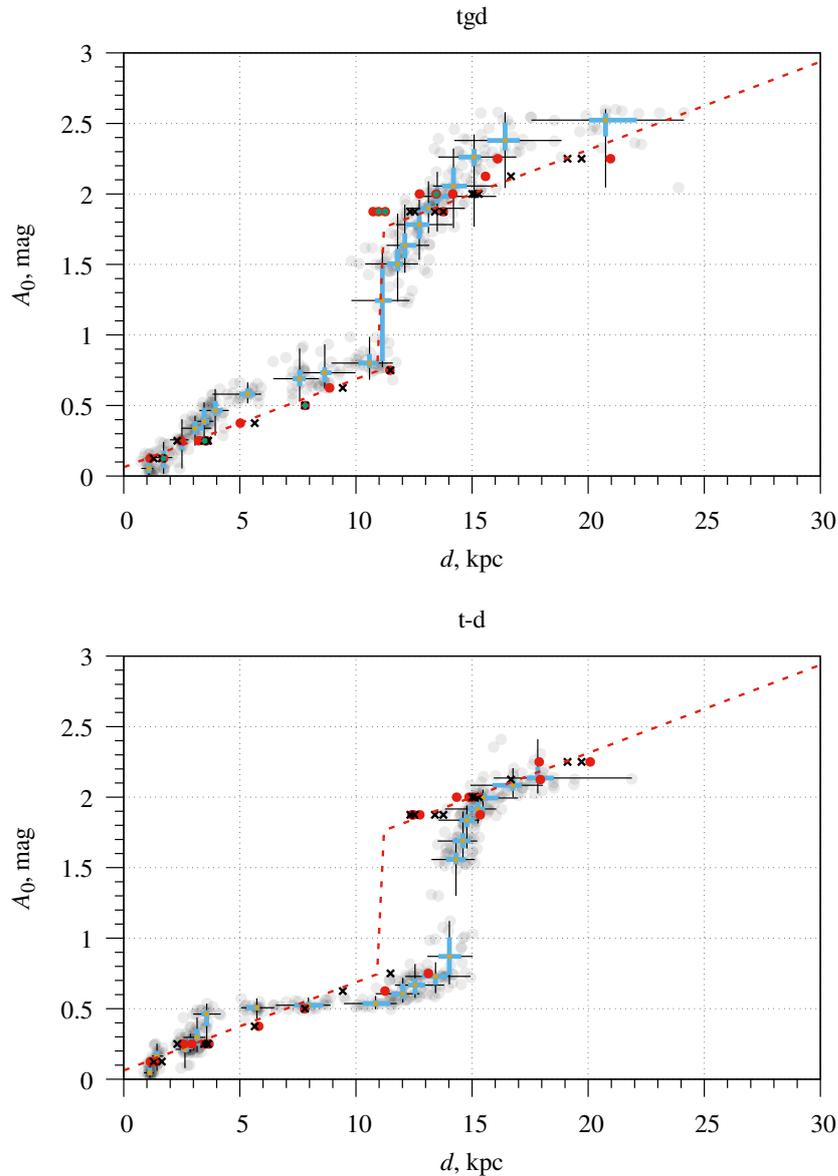


Рисунок 4.11 — Зависимость межзвездного поглощения от расстояния для двух особых случаев. *Вверху* — для некоторых звезд (отмечены зелеными точками) использованы априорные данные только о расстоянии, *внизу* — сильно искаженные априорные данные. Красные кружки и черные крестики — входные (зашумленные) и исходные значения.

Были исследованы еще два случая. Первый — это возможность работать с выборкой звезд, в которой не для всех звезд есть полный набор априорных данных. Второй случай — сильно искаженные априорные данные. Результаты для обоих случаев показаны на рисунке 4.11. В первом случае для 6 звезд⁷ из 20

⁷В таблице 12 эти звезды указаны под номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19.

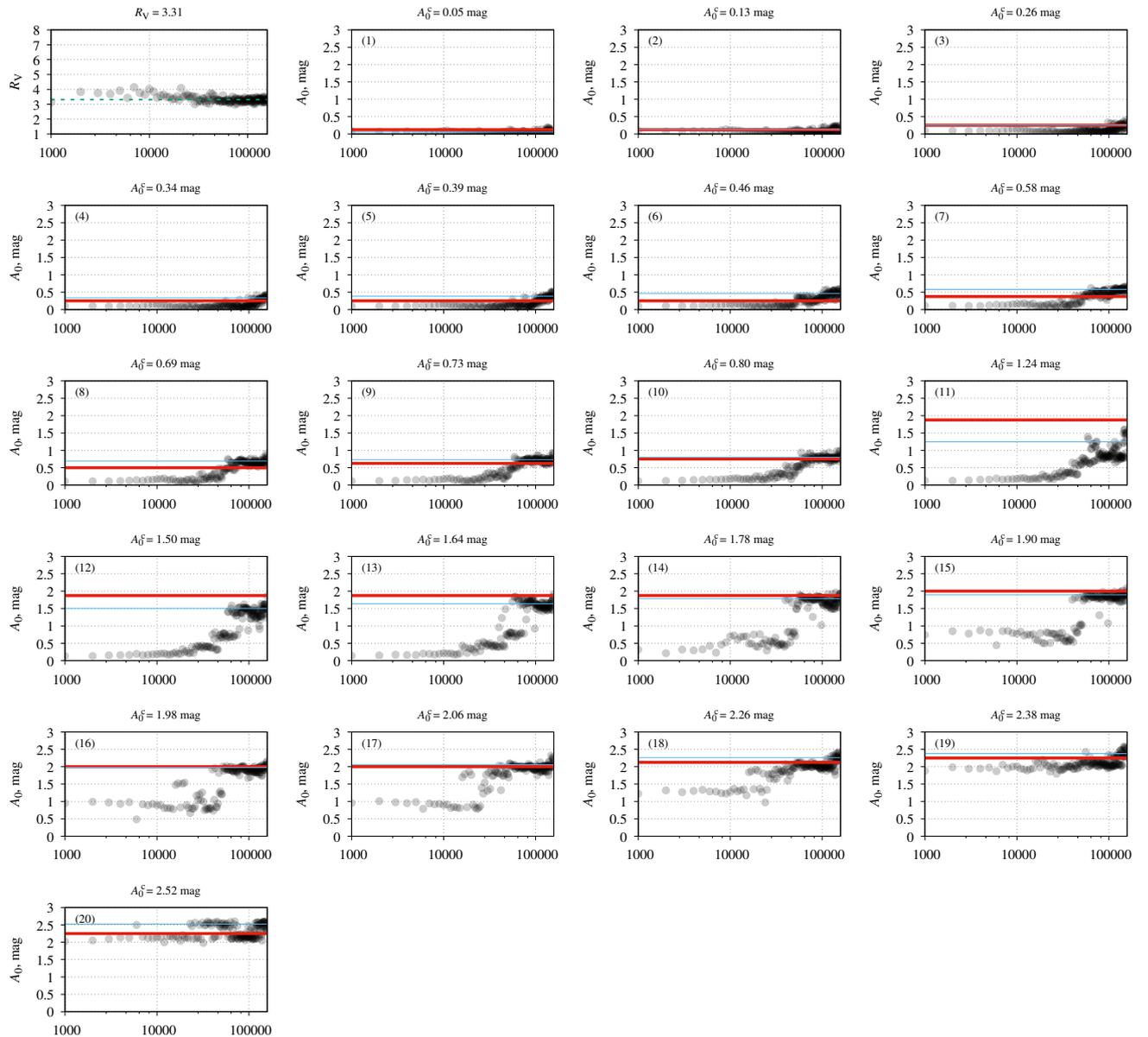


Рисунок 4.12 — Сходимость значений параметров кривой межзвездного поглощения для случая, показанного на верхней панели рисунке 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

использовалась априорная информация только о расстоянии, для всех остальных звезд — априорная информация о температуре, ускорении силы тяжести и расстоянии, при этом соблюдается одно важное условие — крайние звезды имеют полный набор априорной информации.

На рисунке 4.11 звезды с неполной информацией отмечены маленькими зелеными кружками, а на рисунках 4.12-4.16 показан процесс сходимости оцениваемых величин в зависимости от количества итераций.

Особенностью статистического моделирования методом Монте-Карло с цепями Маркова является необходимость пропуска некоторого количества первых

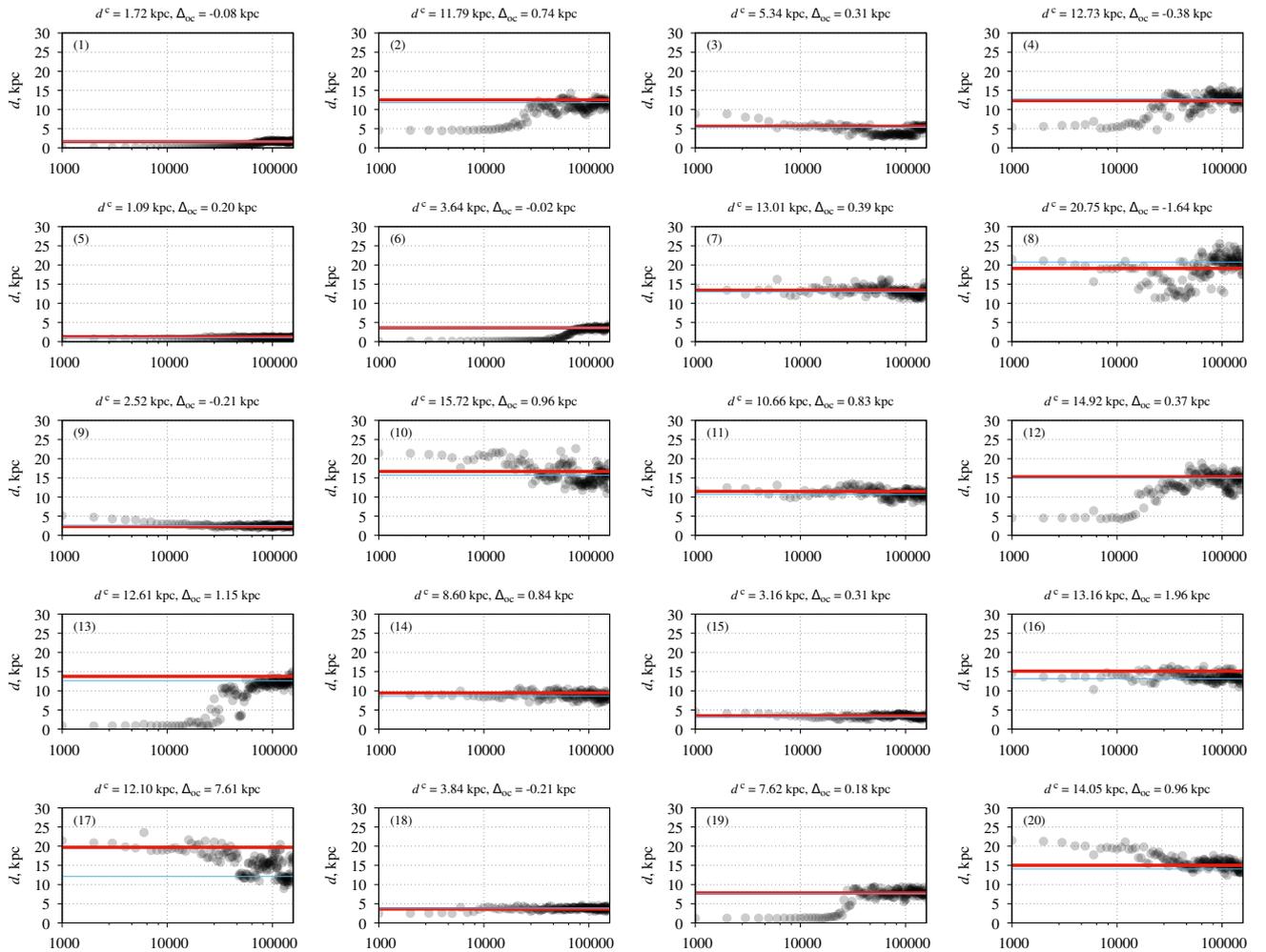


Рисунок 4.13 — Сходимость значений расстояний до звезд для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. Для звезд с номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19 — априорные данные только о расстоянии.

итераций и последующему контролю сходимости алгоритма. К сожалению, заранее нельзя сказать, сколько итерацией необходимо пропустить, поэтому обычно это количество определяют экспериментально. Из рисунков 4.12-4.16 видно, что в данном случае нужно пропустить не менее 100000 первых итераций. Именно это значение и использовалось в дальнейшем.

Результат, который также проиллюстрирован на вышеуказанных рисунках, — это возможность применения реализованного подхода для случая, когда для некоторого небольшого количества звезд из рассматриваемой области есть

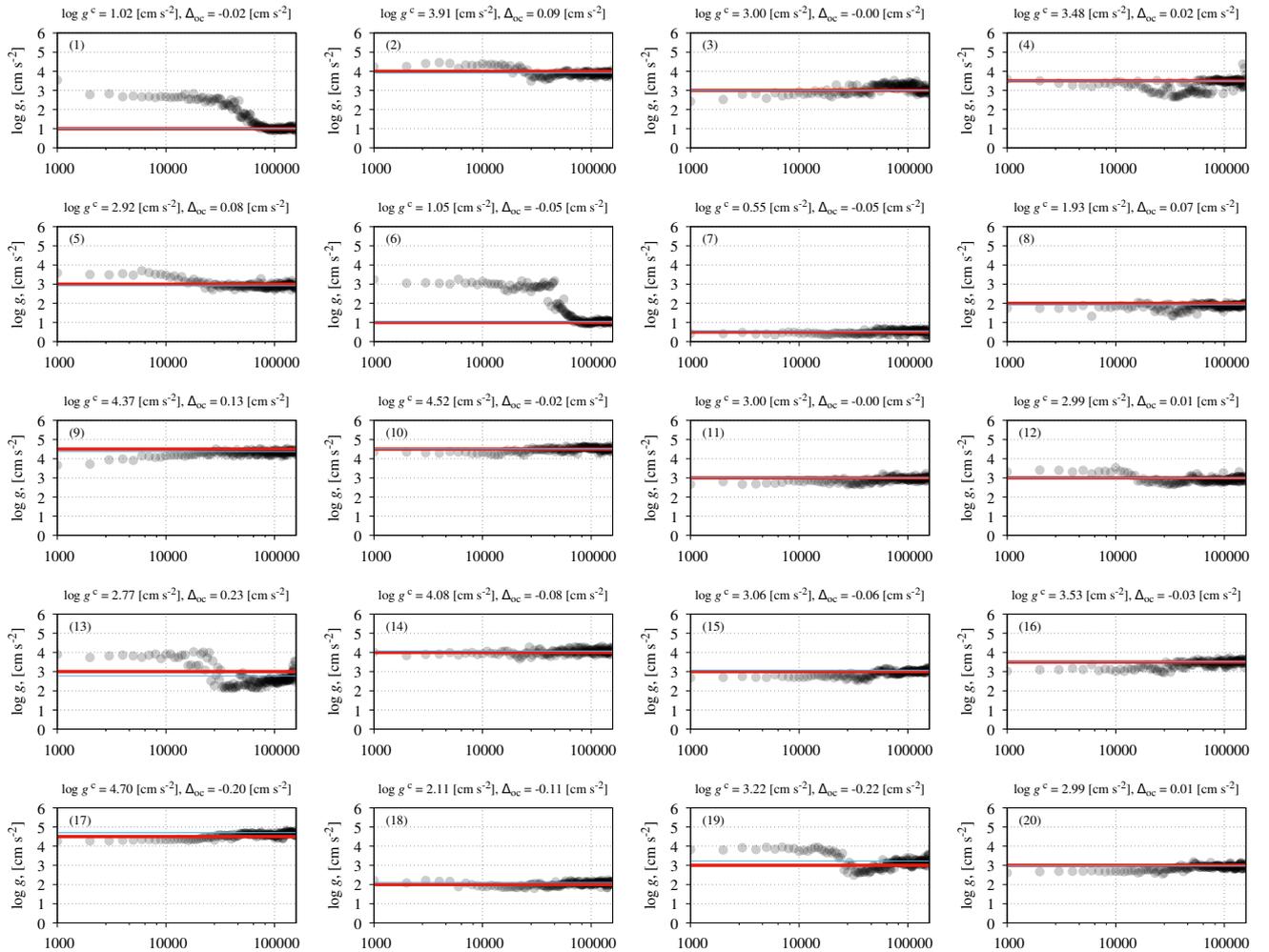


Рисунок 4.14 — Сходимость значений ускорения силы тяжести звезд для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. Для звезд с номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19 — априорные данные только о расстоянии.

только априорная информация о расстоянии. При этом, как видно на рисунках 4.14–4.15, можно ожидать, что изначально отсутствующие значения температуры, ускорения силы тяжести и радиуса будут «восстановлены».

Основной вывод, который возможно сделать на основе полученных результатов, заключается в теоретической возможности восстановить зависимость межзвездного поглощения от расстояния по многоцветной фотометрии и априорным данным о значениях температуры, ускорении силы тяжести и расстоянии до звезды при условии возможности использовать одинаковую зависимость

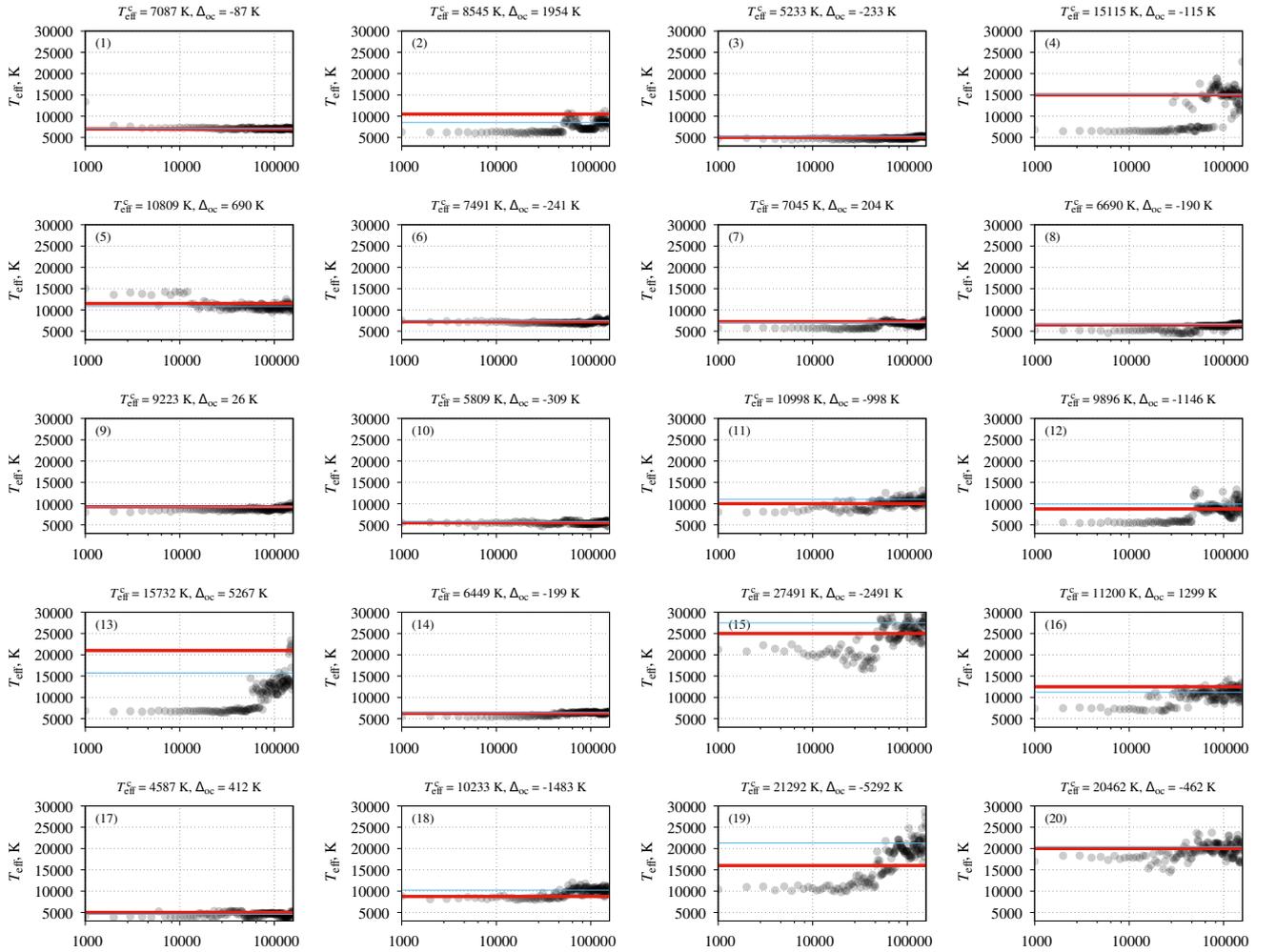


Рисунок 4.15 — Сходимость значений температуры звезд для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. Для звезд с номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19 — априорные данные только о расстоянии.

поглощения от расстояния для всех звезд в исследуемой области. При этом допустимо, чтобы относительная погрешность априорных значений температуры и расстояния достигала значения до 30%, а погрешность значений логарифма ускорения силы тяжести — до 1.5.

Нужно отметить, что данный вывод справедлив в случае, когда максимальная суммарная погрешность наблюдения и теоретического расчета блеска звезды близка к 0^m15 (3σ). Это достаточно важно, потому что при создании моделей звездных атмосфер ATLAS9, которые применяются для расчета значений

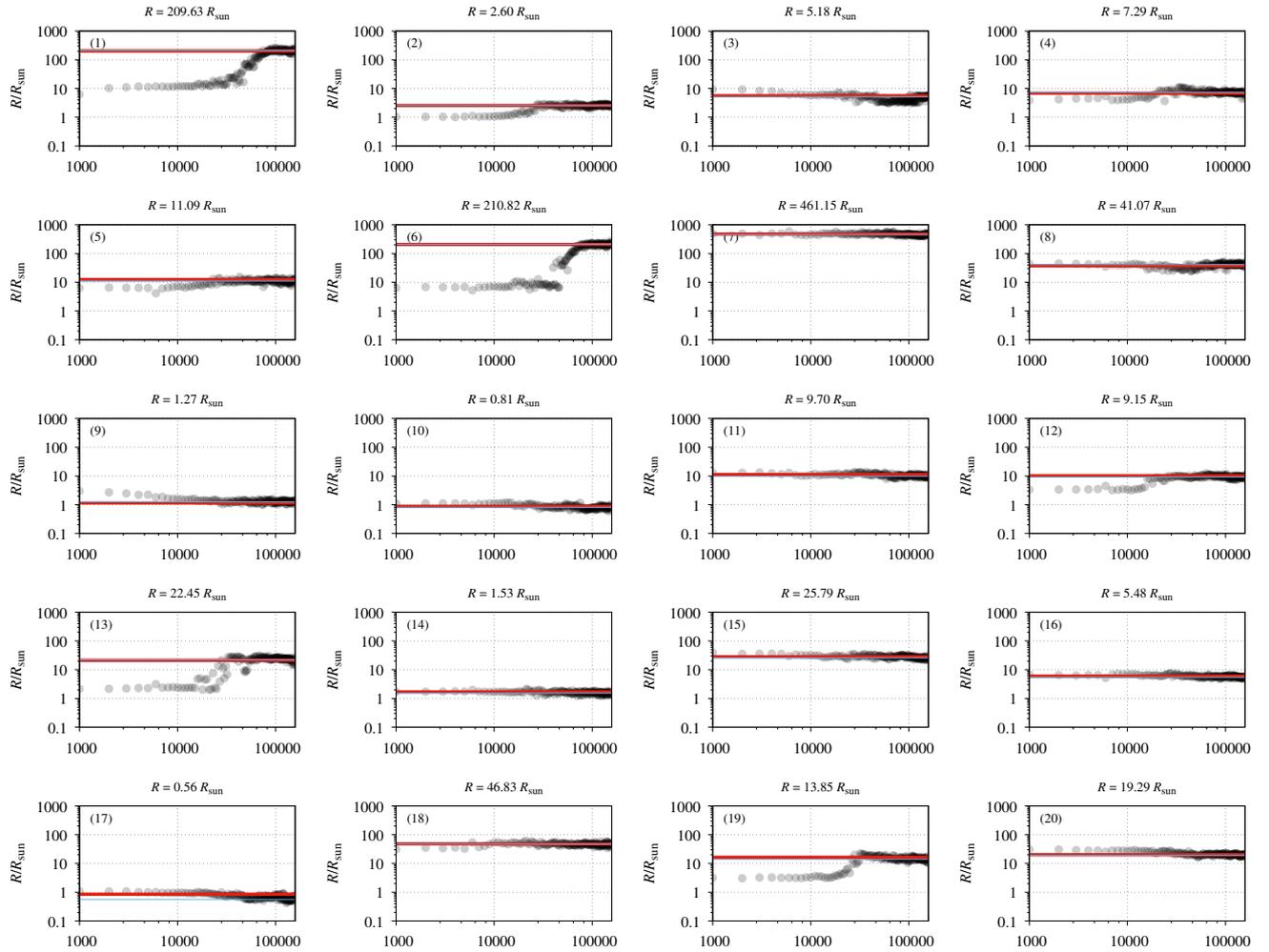


Рисунок 4.16 — Сходимость значений радиуса звезд для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. Для звезд с номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19 — априорные данные только о расстоянии.

блеска звезд, используются неизбежные упрощения и предположения, что приводит к несоответствию с реальными наблюдениями. И есть основания считать, что для оптического и инфракрасного диапазона излучения отклонение теоретически рассчитанного блеска звезды от его наблюдаемого в среднем не будет превышать значение 0^m15 (см. подробности в работе Мартинса и Коэльо [78]).

Сам по себе метод не имеет ограничения на угловое разрешение карты, для построения которой его можно переменить. Угловая детализация будет определяться только возможностью разбиения небесной сферы на неравные

области, зависимость поглощения от расстояния в которых можно считать одинаковой для всех звезд. При этом, как следует из результатов, изложенных в настоящем разделе, допустимо, чтобы в каждой такой области содержалось небольшое количество звезд — порядка десятка штук.

4.2.3 Зависимость поглощения от расстояния для нескольких направлений на небе

Следующим этапом было исследование на основе данных реальных наблюдений зависимости межзвездного поглощения от расстояния для трех различных направлений на небе. С этой целью для каждого выбранного направления было проведено взаимное отождествление одних и тех же объектов в каталогах Pan-STARRS, Gaia (DR2), 2MASS и LAMOST (DR5). Для этого был применен алгоритм быстрого позиционного отождествления больших астрономических каталогов в площадках малого размера с фильтрацией ложных сопоставлений [9].

В результате для каждого из трех направлений была сформирована выборка звезд, для которых известны значения блеска в полосах Pan-STARRS, Gaia и 2MASS и априорные данные: температура и ускорение силы тяжести из обзора LAMOST (DR5), параллакс из обзора Gaia (DR2). Указанные выборки показаны на рисунке 4.17, на котором также изображены соответствующие участки карты Шлегеля и др. [3] (далее — карат галактического покраснения), на которых дается оценка максимального покраснения на луче зрения в данном направлении в Галактике.

Карта галактического покраснения было получена ее авторами комбинацией данных миссии IRAS и эксперимента DIRBE. Используя карту излучения на 100 мкм и 240 мкм, была построена карта температуры пыли, которую преобразовали в карту колонковой плотности пыли на луче зрения. Сделано это было в предположении, что основная масса пыли, которая блокирует оптическое и инфракрасное излучение звезд, имеет одинаковую температуру. Колонковая плотность пыли, в свою очередь, была преобразована в эквивалентное покраснение $E(B - V)$ с использованием калибровки, полученной по наблюдениям видимого показателя цвета $B - V$ эллиптических галактик и интенсивности линий Mg2 (которая коррелирует с их внутренним показателем цвета $B - V$, т.е. не искаженным пылью нашей Галактики).

Результат восстановления зависимости $E(B - V)$ от расстояния для трех выбранных направлений показан на рисунке 4.18. Зависимость показана светло-синими пересекающимися горизонтальными и вертикальными отрезками, которые соответствуют интервалу от значения первого до значения

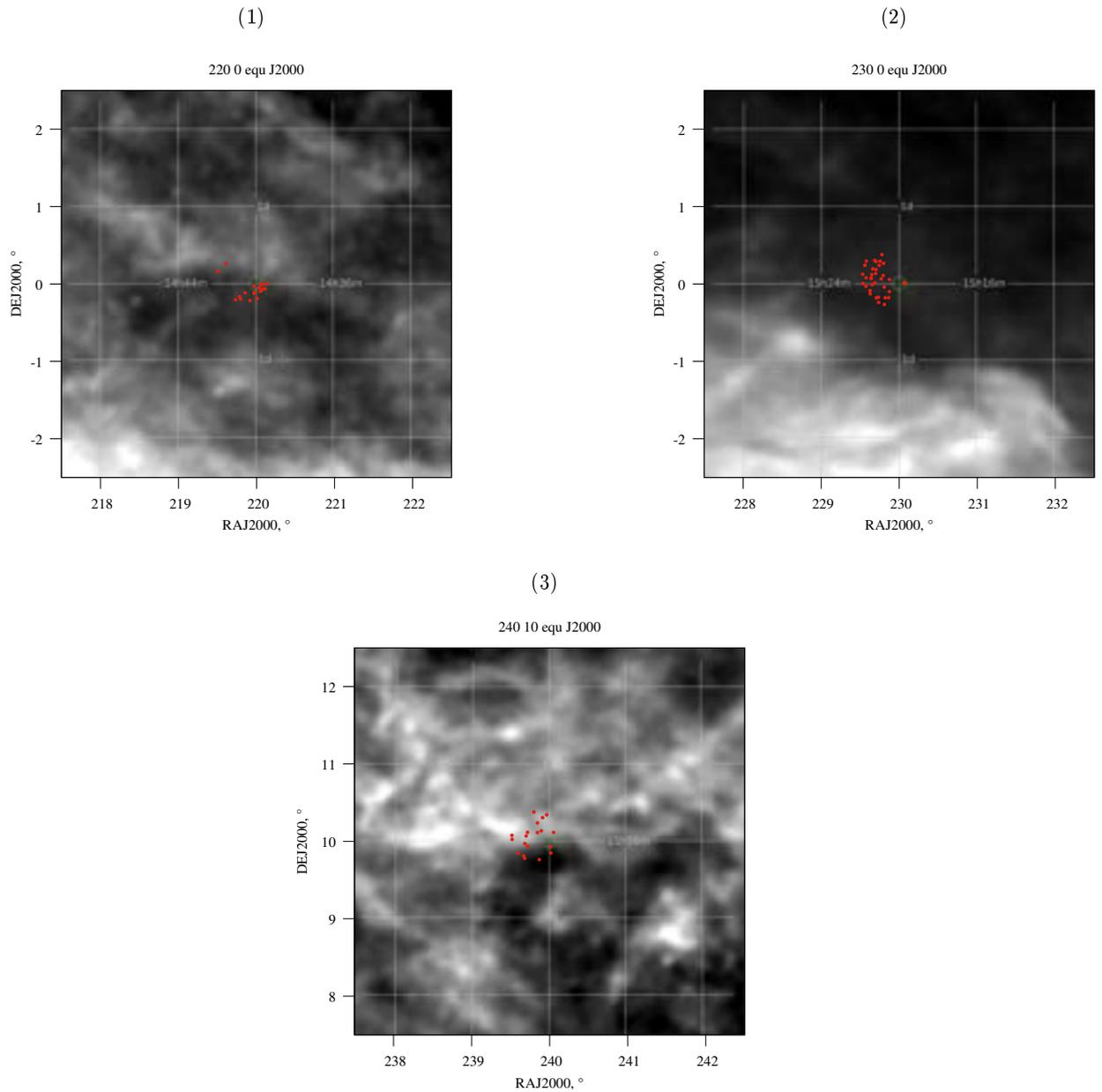


Рисунок 4.17 — Выборка звезд (красные кружки) для трех разных направлений, нанесенные на карту галактического покраснения Шлегеля.

третьего квартилей⁸. Черными отрезками показан размах, т.е. минимальные и максимальные возможные значения, полученные при вычислениях. Серыми кружками различной интенсивности проиллюстрирована частота появлений тех или иных значений, при этом чем выше частота, тем интенсивней цвет. Для каждого направления контролировался процесс сходимости оцениваемых вели-

⁸Квантиль — значение случайной величины, которое оно не превышает с заданной вероятностью. 0.25-квантиль называется первым квартилем, 0.75-квантиль называется третьим квартилем, то есть первый и третий квартили соответствуют таким значениям случайной величины, которые оно не превышает с вероятностью 0.25 и 0.75 соответственно.

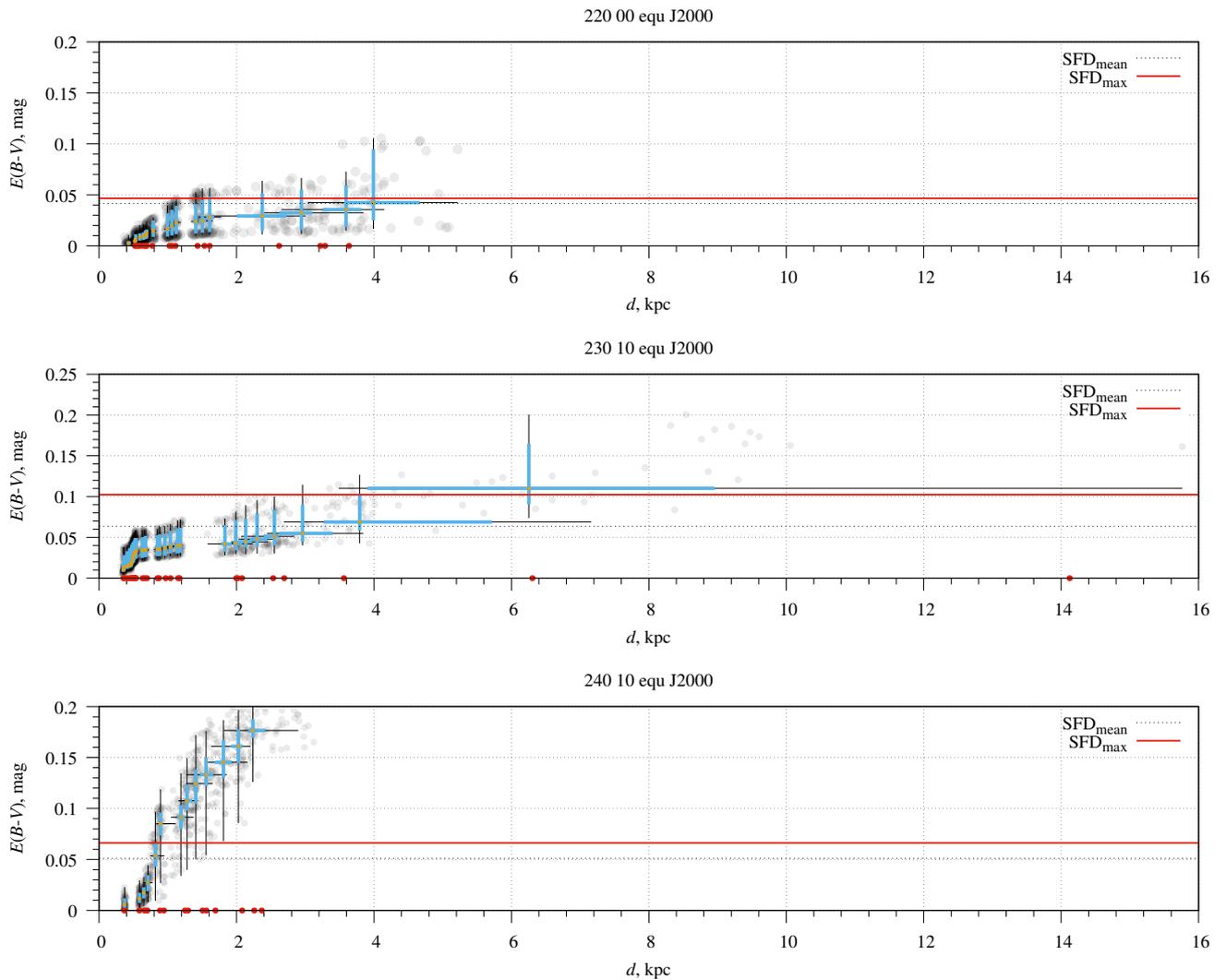


Рисунок 4.18 — Зависимость $E(B - V)$ от расстояния для трех различных направлений. SFD_{mean} и SFD_{max} — средняя и максимальная оценка максимального галактического покраснения. Красные точки на оси абсцисс — расстояние до звезд.

чин в зависимости от количества итераций. Процесс сходимости для первой площадки (направления) показан на рисунках А.1-А.5, для второй — на рисунках Б.1-Б.5, для третьей — на рисунках В.1-В.5.

Для сравнения с картой галактического покраснения было сделано следующее. Для каждого из трех направлений в пределе 0.5° в соответствии с указанной картой получена выборка значений максимального покраснения для множества случайных направлений⁹. Для каждой выборки были вычислены среднее и максимальное значения, которые использовались для сравнения с восстановленной зависимостью избытка цвета $E(B - V)$ от расстояния.

⁹с этой целью использовался ресурс <https://irsa.ipac.caltech.edu/applications/DUST/>

Как видно на рисунке 4.18, результаты для первого и второго направления находятся в согласии с оценками галактического покраснения, а вот для третьего направления имеется разногласие. Возможная причина разногласия в том, что для звезд в этом направлении несправедливо предположение о единой зависимости поглощения от расстояния. Косвенным подтверждением этому служит вид участка карты галактического покраснения для этого направления. На рисунке 4.17 видно, что исследуемые звезды располагаются в местах с сильно различающимися оценками галактического покраснения. Так, для этого направления разница между максимальной и минимальной его оценкой составляет 0^m03 , а для двух других — не более 0^m01 .

Исследованные направления показывают важность подбора размера области, в которой закон межзвездного поглощения считается одинаковым для всех звезд. Особенность в том, что размер области должен соответствовать угловым изменениям межзвездного поглощения, при этом содержать достаточное количество звезд с необходимыми априорными данными. В свою очередь, это определяет детализацию карты межзвездного поглощения, которую возможно построить.

В ближайшее время угловое разрешение будет ограничиваться спектроскопическими обзорами. Например, в каталоге LAMOST (DR5) более пяти миллионов звезд, для которых приведены оценки температуры и ускорения силы тяжести [79]. Это обеспечивает достаточное (один-два десятка) количество звезд для исследования зависимости поглощения от расстояния в областях неба размером $\sim 10'$ на высоких и средних галактических широтах.

4.3 Заключение

В настоящей главе изложены результаты разработки и применения способа исследования зависимости межзвездного поглощения от расстояния по многоцветной фотометрии звезд и априорным данным. Применение байесовского подхода к оценке характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения по многоцветным фотометрическим наблюдениям позволяет использовать любые предварительные знания, которые имеются: область возможных значений оцениваемых характеристик, или доверие к тому, что некоторые

их значения более разумны, чем другие. В частности, в настоящей диссертационной работе не используется усредненный по всем направлениям в Галактике закон межзвездного поглощения, а допускается его вариация, соответствующая области возможных значений R_V .

Используя набор моделей звездных атмосфер, показана возможность оценки характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения на основе фотометрии обзоров SDSS и 2MASS с использованием априорных значений температуры и ускорения силы тяжести. При точности фотометрии, соответствующей характерной точности указанных обзоров, и погрешности априорных данных $\Delta_{T_{\text{eff}}} = \pm 450$ К и $\Delta_{\lg g} = \pm 1.5$, погрешность оценки межзвездного поглощения A_V^0 — около 0.3 , а относительная погрешность оценки углового диаметра α_d — около 10 %. Погрешность оценки R_V зависит от величины межзвездного поглощения и, начиная от умеренных значений A_V^0 , близка к 0.2. Важно отметить, что приведенные выводы относятся к случаю, когда звезды анализируются по отдельности и независимо друг от друга.

Было рассмотрено применение байесовского подхода в построении карты поглощения на основе фотометрических наблюдений. Его преимуществом является то, что анализируются не одиночные звезды, а вся совокупность звезд в рассматриваемой области. Это позволяет использовать дополнительную априорную информацию о том, что межзвездное поглощение не должно убывать с увеличением расстояния от наблюдателя.

Использование проверочной выборки звезд показало, что для восстановления зависимости межзвездного поглощения от расстояния необходимы априорные знания значений температуры звезд и расстояния до них. Часть необходимых априорных данных содержит, например, спектроскопический обзор LAMOST. Он охватывает практически половину небесной сферы и содержит оценки атмосферных параметров более миллиона звезд, определенные коллективом LAMOST по распределению энергии в их спектрах. Оставшаяся часть — в каталогах проекта Gaia, в рамках которого измерены параллаксы огромного числа звезд.

Рассмотрение случая, когда для некоторого небольшого количества звезд из рассматриваемой области есть только априорная информация о расстоянии, показало, что для этих звезд можно ожидать «восстановление» изначально отсутствующих значений температуры, ускорения силы тяжести и радиуса, при условии возможности использовать одинаковую зависимость поглощения

от расстояния для всех звезд этой области. При этом допустимо, чтобы относительная погрешность априорных значений температуры T_{eff} и расстояния d достигала значения до 30 %, а погрешность значений $\lg g$ — до 1.5. Данный вывод справедлив в случае, когда максимальная суммарная погрешность наблюдения и теоретического расчета блеска звезды близка к $0^{\text{m}}15$ (3σ). Есть основания считать, что для оптического и инфракрасного диапазона излучения отклонение теоретически рассчитанного блеска звезды от его наблюдаемого в среднем не превышает указанное значение.

Разработанный способ был применен для исследования зависимости межзвездного поглощения от расстояния для трех различных направлений на небе. В качестве многоцветной фотометрии использовались данные из обзоров Pan-STARRS, Gaia, 2MASS и априорные знания значений температуры, ускорения силы тяжести и параллакса из вышеупомянутых обзоров LAMOST (DR5) и Gaia (DR2). Сравнение с картой Шлегеля, на которой дается оценка максимального покраснения на луче зрения в данном направлении в Галактике, не дает серьезных оснований для сомнений в достоверности результатов, так как с учетом погрешности вычисляемых величин они не вступают в противоречие друг с другом. При этом показана важность выбора размера области, в которой закон межзвездного поглощения считается одинаковым для всех звезд.

Заключение

Возможность расчета блеска звезды на основе современных моделей их звездных атмосфер позволяет оценивать характеристики звезд и межзвездной среды путем сравнения результатов наблюдений с расчетами. В настоящей работе изложен вероятностный подход, который по многоцветной фотометрии и априорным данным позволяет провести разделение звезд по их атмосферным характеристикам, а также вынести суждение о межзвездном поглощении. Подход основан на методе максимального правдоподобия и заключается в численном статистическом моделировании

На примере многоцветной фотометрии обзоров SDSS и 2MASS показано, что по ней, с привлечением априорных данных о значениях температуры и ускорения силы тяжести звезды, возможно определение ее характеристик и параметров кривой межзвездного поглощения. При точности фотометрии, соответствующей характерной точности указанных обзоров (от 0^m01 до 0^m03) и погрешности априорных данных $\Delta T_{\text{эф}} = \pm 450$ К и $\Delta \lg g = \pm 1.5$, погрешность оценки полного поглощения A_V^0 — около 0^m3 , а относительная погрешность оценки углового диаметра α_d — около 10 %. Погрешность оценки полного поглощения к селективному зависит от величины межзвездного поглощения и, начиная от умеренных значений последнего, близка к 0.2.

Проведено исследование применения байесовского подхода в построении карты поглощения на основе фотометрических наблюдений. Его преимуществом является то, что анализируются не одиночные звезды, а вся совокупность звезд в рассматриваемой области. Это позволяет использовать дополнительную априорную информацию о том, что межзвездное поглощение не должно убывать с увеличением расстояния от наблюдателя, что накладывает ограничения на возможный вид зависимости поглощения от расстояния.

Поиск оценок максимального правдоподобия в рамках рассмотренной вероятностной модели был реализован методом Монте-Карло с цепями Маркова, который представляет собой итеративную процедуру, требующую расчета теоретического значения измеряемой величины — блеска звезды — для большого набора значений, характеризующих звезду и межзвездное поглощение. Поэтому для расчета значений блеска звезд, необходимых для вычисления функции правдоподобия, был реализован подход, представляющий компромисс между

быстротой и точностью. Если имеются N различных значений характеристик звезды и K значений параметров кривой межзвездного поглощения, то предложенный подход позволяет уменьшить объем вычислений с $N \times K$ до $N + K$. Дополнительная задача, которая была решена, — это поиск во множестве предварительно вычисленных значений, необходимых для расчета блеска звезды, тех, которые соответствуют конкретным значениям характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения. Поиск был реализован на основе специального алгоритма, позволяющего в большом объеме данных быстро находить ближайшего «соседа» к заданной точке в многомерном пространстве. Алгоритм основан на построении поискового индекса — специальным образом упорядоченной структуры данных по типу $k-d$ дерево.

В настоящей работе показано, что в случае совместного анализа звезд из одной области и при предположении единой зависимости поглощения от расстояния для восстановления этой зависимости по многоцветной фотометрии звезд в полосах 2MASS, SDSS (Pan-STARRS) и Gaia необходимы априорные знания значений температуры звезды и расстояния до нее. Рассмотрение случая, когда для некоторого небольшого количества звезд из исследуемой области есть только априорная информация о расстоянии до них, показало, что для этих звезд можно ожидать «восстановление» изначально отсутствующих значений температуры, ускорения силы тяжести и радиуса. При этом допустимо, чтобы относительная погрешность априорных значений температуры звезды и расстояния до нее достигала значения до 30 %, а погрешность значений логарифма ускорения силы тяжести — до 1.5.

Для выполнения поставленных задач был создан способ определения характеристик (радиуса, массы и светимости) звезд по ее значениям атмосферных параметров. Проверка на хорошо изученных звездах, которые покрывают две густонаселенные области — область главной последовательности и ветвь красных гигантов, — показала хорошее согласие с наблюдениями. Практически отсутствуют систематические отклонения точечных оценок характеристик как для звезд главной последовательности, так и красных гигантов. Способ был реализован по технологии тонкого клиента в виде комплекта программ для ЭВМ, названного SPI (Stellar Parameter Interface). При этом решены попутные задачи, связанные с созданием, обработкой и хранением запросов на вычисления. В результате в сети Интернет доступен инструмент с веб-интерфейсом¹⁰. Он поз-

¹⁰ Адрес в сети Интернет <http://spi.inasan.ru/en/index>

воляет пользователю быстро сформировать и отправить запрос для вычисления характеристик звезды (радиуса, массы и светимости). Обладая веб-интерфейсом, SPI является доступным и простым в использовании инструментом для определения характеристик звезд.

Были определены интервальные и точечные оценки значений радиуса, массы и светимости для 700481 звезд спектральных классов A, F, G и K из обзора LAMOST, металличность которых лежит в диапазоне от -0.845 до 0.0 . Созданный каталог доступен в базе данных VizieR и наряду с оценками фундаментальных характеристик звезд содержит значения величин, которые позволяют охарактеризовать качество интервальных оценок: чем ближе значение к единице, тем больше достоверность интервальной оценки.¹¹

Результаты настоящей диссертационной работы могут быть применены для дальнейшего исследования способов изучения межзвездного поглощения в Галактике. В частности, в решении важной с практической точки зрения задачи: построения трехмерной карты межзвездного поглощения в Галактике на основе фотометрических наблюдений с использованием априорных данных о звездах. Угловая детализация такой карты будет определяться только возможностью разбиения небесной сферы на неравные области, зависимость поглощения от расстояния в которых можно считать одинаковой для всех звезд. При этом в каждой такой области должно содержаться минимально необходимое количество звезд — порядка десятка штук. В ближайшее время угловое разрешение будут определять спектроскопические обзоры. Например, спектроскопический обзор LAMOST обеспечивает достаточное (один-два десятка) количество звезд для изучения областей неба размером $\sim 10'$ на высоких и средних галактических широтах.

Перспективы дальнейшего развития темы диссертационного исследования связаны с продолжающимся ростом спектроскопических и астрометрических обзоров и тем самым с возможностью улучшать детализацию карты межзвездного поглощения. Развитие темы может быть продолжено по ряду направлений: рассмотрение дополнительных моделей звездных атмосфер и законов межзвездного поглощения, влияющих на точность вычисления блеска звезды; добавление новых эволюционных треков звезд для вычисления априорной функции плот-

¹¹Например, значение 0.5 означает, что только 50% значений атмосферных характеристик звезды, сгенерированных для вычисления интервальной оценки, попадают в область значений эволюционных расчетов, а в случае значения 1.0 в указанную область попадают все 100% .

ности вероятностей; увеличение эффективности с целью уменьшения затрат на вычисления.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю Малкову О. Ю. за поддержку, помощь, обсуждение результатов и научное руководство. Также автор благодарит Миронова А. В. за помощь в работе с фотометрическими системами, Карпова С. В. за предоставленные выборки звезд, всех друзей и коллег за помощь и поддержку.

Автор благодарит своих родителей Сичевского Григория Фёдоровича и Сичевскую Валентину Васильевну, которые сделали настоящую работу автора возможной.

Список литературы

1. *Бурнашѐв В. И, Бурнашѐва Б. А.* Фотометрия и спектрофотометрия звѐзд и галактик. — Симферополь: Антика, 2016. — 384 с.
2. *Burstein D., Heiles C.* Reddenings derived from H I and galaxy counts - Accuracy and maps // *Astron. J.* — 1982. — Vol. 87. — Pp. 1165–1189.
3. *Schlegel D. J., Finkbeiner D. P., Davis M.* Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds // *Astrophys. J.* — 1998. — Vol. 500. — Pp. 525–553.
4. *Peek J. E. G., Graves G. J.* A Correction to the Standard Galactic Reddening Map: Passive Galaxies as Standard Crayons // *Astrophys. J.* — 2010. — Vol. 719. — Pp. 415–424.
5. Dust extinction and molecular gas in the dark cloud IC 5146 / C. J. Lada, E. A. Lada, D. P. Clemens, J. Bally // *Astrophys. J.* — 1994. — Vol. 429. — Pp. 694–709.
6. Modelling the Galactic interstellar extinction distribution in three dimensions / D. J. Marshall, A. C. Robin, C. Reylé et al. // *Astron. Astrophys.* — 2006. — Vol. 453. — Pp. 635–651.
7. A synthetic view on structure and evolution of the Milky Way / A. C. Robin, C. Reylé, S. Derrière, S. Picaud // *Astron. Astrophys.* — 2003. — Vol. 409. — Pp. 523–540.
8. A 3D extinction map of the northern Galactic plane based on IPHAS photometry / S. E. Sale, J. E. Drew, G. Barentsen et al. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2014. — Vol. 443. — Pp. 2907–2922.
9. Cross Catalogue Matching with Virtual Observatory and Parametrization of Stars / O. Malkov, O. Dluzhnevskaya, S. Karpov et al. // *Baltic Astronomy.* — 2012. — Vol. 21. — Pp. 319–330.
10. *Castelli F., Kurucz R. L.* New Grids of ATLAS9 Model Atmospheres // Modelling of Stellar Atmospheres / Ed. by N. Piskunov, W. W. Weiss, D. F. Gray. — Vol. 210 of *IAU Symposium.* — 2003. — P. 20P.

11. *Cardelli J. A., Clayton G. C., Mathis J. S.* The relationship between infrared, optical, and ultraviolet extinction // *Astrophys. J.* — 1989. — Vol. 345. — Pp. 245–256.
12. Grids of stellar models with rotation. I. Models from 0.8 to 120 M_{\odot} at solar metallicity ($Z = 0.014$) / S. Ekström, C. Georgy, P. Eggenberger et al. // *Astron. Astrophys.* — 2012. — Vol. 537. — P. A146.
13. *Torres G., Andersen J., Giménez A.* Accurate masses and radii of normal stars: modern results and applications // *Astron. Astrophys. Rev.* — 2010. — Vol. 18. — Pp. 67–126.
14. *Blackwell D. E., Petford A. D., Shallis M. J.* Use of the infra-red flux method for determining stellar effective temperatures and angular diameters - The stellar temperature scale // *Astron. Astrophys.* — 1980. — Vol. 82. — Pp. 249–252.
15. Determination of temperatures and angular diameters of 114 F-M stars using the infrared flux method (IRFM) / D. E. Blackwell, A. D. Petford, S. Arribas et al. // *Astron. Astrophys.* — 1990. — Vol. 232. — Pp. 396–410.
16. *Richichi A., Percheron I.* CHARM: A Catalog of High Angular Resolution Measurements // *Astron. Astrophys.* — 2002. — Vol. 386. — Pp. 492–503.
17. The radii of 62 classical Cepheids / M. E. Sachkov, A. S. Rastorguev, N. N. Samus', N. A. Gorynya // *Astronomy Letters*. — 1998. — Vol. 24. — Pp. 377–383.
18. *Sachkov M. E.* Two Period-Radius Relations for Classical Cepheids: Determining the Pulsation Mode and the Distance Scale // *Astronomy Letters*. — 2002. — Vol. 28. — Pp. 589–593.
19. *Kanev E. N.* Radii of LMC and SMC Cepheids // *Astronomische Nachrichten*. — 2013. — Vol. 334. — P. 896.
20. The first data release (DR1) of the LAMOST regular survey / A.-L. Luo, Y.-H. Zhao, G. Zhao et al. // *Research in Astronomy and Astrophysics*. — 2015. — Vol. 15. — P. 1095.
21. *Iben Jr. I., Talbot R. J.* Stellar Formation Rates in Young Clusters // *Astrophys. J.* — 1966. — Vol. 144. — P. 968.

22. *Twarog B. A.* The chemical evolution of the solar neighborhood. II - The age-metallicity relation and the history of star formation in the galactic disk // *Astrophys. J.* — 1980. — Vol. 242. — Pp. 242–259.
23. *Музылев В. В.* // *Научные информации Астрономического совета АН СССР.* — 1978. — Vol. 41. — P. 94.
24. *Myakutin V. I., Piskunov A. E.* Calibration of the Hertzsprung-Russell diagram from ages and masses // *Astronomy Reports.* — 1995. — Vol. 39. — Pp. 316–321.
25. *Pont F., Eyer L.* Isochrone ages for field dwarfs: method and application to the age-metallicity relation // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2004. — Vol. 351. — Pp. 487–504.
26. *Jørgensen B. R., Lindegren L.* Determination of stellar ages from isochrones: Bayesian estimation versus isochrone fitting // *Astron. Astrophys.* — 2005. — Vol. 436. — Pp. 127–143.
27. Basic physical parameters of a selected sample of evolved stars / L. da Silva, L. Girardi, L. Pasquini et al. // *Astron. Astrophys.* — 2006. — Vol. 458. — Pp. 609–623.
28. Structure and Evolution of Nearby Stars with Planets. II. Physical Properties of ~1000 Cool Stars from the SPOCS Catalog / G. Takeda, E. B. Ford, A. Sills et al. // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* — 2007. — Vol. 168. — Pp. 297–318.
29. *Bailer-Jones C. A. L.* Bayesian inference of stellar parameters and interstellar extinction using parallaxes and multiband photometry // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2011. — Vol. 411. — Pp. 435–452.
30. Bayesian analysis of ages, masses and distances to cool stars with non-LTE spectroscopic parameters / A. M. Serenelli, M. Bergemann, G. Ruchti, L. Casagrande // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2013. — Vol. 429. — Pp. 3645–3657.
31. *Schönrich R., Bergemann M.* Fundamental stellar parameters and metallicities from Bayesian spectroscopy: application to low- and high-resolution spectra // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2014. — Vol. 443. — Pp. 698–717.

32. Bonnsai: a Bayesian tool for comparing stars with stellar evolution models / F. R. N. Schneider, N. Langer, A. de Koter et al. // *Astron. Astrophys.* — 2014. — Vol. 570. — P. A66.
33. PARSEC: stellar tracks and isochrones with the PAdova and TRieste Stellar Evolution Code / A. Bressan, P. Marigo, L. Girardi et al. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2012. — Vol. 427. — Pp. 127–145.
34. Grids of stellar models with rotation. III. Models from 0.8 to 120 M_{\odot} at a metallicity $Z = 0.002$ / C. Georgy, S. Ekström, P. Eggenberger et al. // *Astron. Astrophys.* — 2013. — Vol. 558. — P. A103.
35. *Malkov O. Y.* Mass-luminosity relation of intermediate-mass stars // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2007. — Vol. 382. — Pp. 1073–1086.
36. *Salpeter E. E.* The Luminosity Function and Stellar Evolution. // *Astrophys. J.* — 1955. — Vol. 121. — P. 161.
37. Gaia FGK benchmark stars: Effective temperatures and surface gravities / U. Heiter, P. Jofré, B. Gustafsson et al. // *Astron. Astrophys.* — 2015. — Vol. 582. — P. A49.
38. Ages and fundamental properties of Kepler exoplanet host stars from asteroseismology / V. Silva Aguirre, G. R. Davies, S. Basu et al. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2015. — Vol. 452. — Pp. 2127–2148.
39. The APOKASC Catalog: An Asteroseismic and Spectroscopic Joint Survey of Targets in the Kepler Fields / M. H. Pinsonneault, Y. Elsworth, C. Epstein et al. // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* — 2014. — Vol. 215. — P. 19.
40. *Ермаков С. М., Михайлов Г. А.* Статистическое моделирование. — Москва: Наука, 1982. — 296 с.
41. *Соболев И. М.* Метод Монте-Карло. — Москва: Наука, 1978. — 64 с.
42. Calibration of LAMOST Stellar Surface Gravities using the Kepler Asteroseismic Data / L. Wang, W. Wang, Y. Wu et al. // *Astron. J.* — 2016. — Vol. 152. — P. 6.

43. *Karpov S. V., Malkov O. Y., Mironov A. V.* Cross-identification of large surveys for finding interstellar extinction // *Astrophysical Bulletin*. — 2012. — Vol. 67. — Pp. 82–89.
44. *Cohen M., Wheaton W. A., Megeath S. T.* Spectral Irradiance Calibration in the Infrared. XIV. The Absolute Calibration of 2MASS // *Astron. J.* — 2003. — Vol. 126. — Pp. 1090–1096.
45. Faint Near-ultraviolet/Far-ultraviolet Standards from Swift/UVOT, GALEX, and SDSS Photometry / M. H. Siegel, E. A. Hoversten, P. W. A. Roming et al. // *Astrophys. J.* — 2010. — Vol. 725. — Pp. 1215–1225.
46. SDSS data management and photometric quality assessment / Ž. Ivezić, R. H. Lupton, D. Schlegel et al. // *Astronomische Nachrichten*. — 2004. — Vol. 325. — Pp. 583–589.
47. The Calibration and Data Products of GALEX / P. Morrissey, T. Conrow, T. A. Barlow et al. // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* — 2007. — Vol. 173. — Pp. 682–697.
48. The Two Micron All Sky Survey (2MASS) / M. F. Skrutskie, R. M. Cutri, R. Stiening et al. // *Astron. J.* — 2006. — Vol. 131. — Pp. 1163–1183.
49. *Pickles A. J.* A Stellar Spectral Flux Library: 1150-25000 Å // *Publ. Astron. Soc. Pac.* — 1998. — Vol. 110. — Pp. 863–878.
50. *Straižys V.* Multicolor stellar photometry. — 1992.
51. *Hoffleit D., Warren Jr. W. H.* VizieR Online Data Catalog: Bright Star Catalogue, 5th Revised Ed. (Hoffleit+, 1991) // *VizieR Online Data Catalog*. — 1995. — Vol. 5050.
52. *Kornilov V., Mironov A., Zakharov A.* The WBVR Photometry of Bright Northern Stars // *Baltic Astronomy*. — 1996. — Vol. 5. — Pp. 379–390.
53. *Parenago P.* // *Astron. Ah.* — 1940. — Vol. 17. — P. 3.
54. WSO-UV progress and expectations / B. Shustov, A. I. Gómez de Castro, M. Sachkov et al. // *Astrophys. Space Sci.* — 2014. — Vol. 354. — Pp. 155–161.

55. Scientific problems addressed by the Spektr-UV space project (world space Observatory — Ultraviolet) / A. A. Boyarchuk, B. M. Shustov, I. S. Savanov et al. // *Astronomy Reports*. — 2016. — Vol. 60. — Pp. 1–42.
56. *Bessell Michael, Murphy Simon*. Spectrophotometric Libraries, Revised Photonic Passbands, and Zero Points for UBVRI, Hipparcos, and Tycho Photometry // *Publ. Astron. Soc. Pac.*. — 2012. — Vol. 124, no. 912. — P. 140.
57. *Oke J. B., Schild R. E.* The Absolute Spectral Energy Distribution of Alpha Lyrae // *Astrophys. J.*. — 1970. — Vol. 161. — P. 1015.
58. *Hayes D. S., Latham D. W.* A rediscussion of the atmospheric extinction and the absolute spectral-energy distribution of Vega. // *Astrophys. J.*. — 1975. — Vol. 197. — Pp. 593–601.
59. *Oke J. B.* Absolute Spectral Energy Distributions in Stars // *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*. — 1965. — Vol. 3. — P. 23.
60. *Camarota L., Holberg J. B.* White-dwarf-based evaluation of the GALEX absolute calibration // *Mon. Not. R. Astron. Soc.*. — 2014. — Vol. 438. — Pp. 3111–3118.
61. Gaia Data Release 1. Summary of the astrometric, photometric, and survey properties / Gaia Collaboration, A. G. A. Brown, A. Vallenari et al. // *Astron. Astrophys.*. — 2016. — Vol. 595. — P. A2.
62. Gaia Data Release 2. Photometric content and validation / D. W. Evans, M. Riello, F. De Angeli et al. // *Astron. Astrophys.*. — 2018. — Vol. 616. — P. A4.
63. *Bohlin R. C., Dickinson M. E., Calzetti D.* Spectrophotometric Standards from the Far-Ultraviolet to the Near-Infrared: STIS and NICMOS Fluxes // *Astron. J.*. — 2001. — Vol. 122, no. 4. — Pp. 2118–2128.
64. *Holberg J. B., Bergeron P.* Calibration of Synthetic Photometry Using DA White Dwarfs // *Astron. J.*. — 2006. — Vol. 132. — Pp. 1221–1233.
65. The Sloan Digital Sky Survey Photometric System / M. Fukugita, T. Ichikawa, J. E. Gunn et al. // *Astron. J.*. — 1996. — Vol. 111. — P. 1748.

66. The Pan-STARRS1 Photometric System / J. L. Tonry, C. W. Stubbs, K. R. Lykke et al. // *Astrophys. J.* — 2012. — Vol. 750. — P. 99.
67. The second data release of the INT Photometric H α Survey of the Northern Galactic Plane (IPHAS DR2) / G. Barentsen, H. J. Farnhill, J. E. Drew et al. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2014. — Vol. 444. — Pp. 3230–3257.
68. *Straižys V.* Reddening Curves in the U, B, V System // *Soviet Astron.* — 1964. — Vol. 7. — P. 699.
69. *Seaton M. J.* Interstellar extinction in the UV. // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 1979. — Vol. 187. — P. 73.
70. *Fitzpatrick Edward L., Massa Derck.* An Analysis of the Shapes of Ultraviolet Extinction Curves. III. an Atlas of Ultraviolet Extinction Curves // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* — 1990. — Vol. 72. — P. 163.
71. *Cardelli Jason A., Sembach Kenneth R., Mathis John S.* The Quantative Assessment of UV Extinction Derived From IUE Data of Giants and Supergiants // *Astron. J.* — 1992. — Vol. 104. — P. 1916.
72. *O'Donnell James E.* R v-dependent Optical and Near-Ultraviolet Extinction // *Astrophys. J.* — 1994. — Vol. 422. — P. 158.
73. *Alonso A., Arribas S., Martinez-Roger C.* The empirical scale of temperatures of the low main sequence (F0V-K5V). // *Astron. Astrophys.* — 1996. — Vol. 313. — Pp. 873–890.
74. *Kinman T., Castelli F.* The determination of T_{eff} for metal-poor A-type stars using V and 2MASS J, H and K magnitudes // *Astron. Astrophys.* — 2002. — Vol. 391. — Pp. 1039–1052.
75. *Ramírez I., Meléndez J.* The Effective Temperature Scale of FGK Stars. II. T_{eff} :Color:[Fe/H] Calibrations // *Astrophys. J.* — 2005. — Vol. 626. — Pp. 465–485.
76. *González Hernández J. I., Bonifacio P.* A new implementation of the infrared flux method using the 2MASS catalogue // *Astron. Astrophys.* — 2009. — Vol. 497. — Pp. 497–509.

77. *Fitzpatrick E. L., Massa D.* An Analysis of the Shapes of Interstellar Extinction Curves. V. The IR-through-UV Curve Morphology // *Astrophys. J.* — 2007. — Vol. 663. — Pp. 320–341.
78. *Martins Lucimara P., Coelho Paula.* Testing the accuracy of synthetic stellar libraries // *Mon. Not. R. Astron. Soc.* — 2007. — Vol. 381, no. 4. — Pp. 1329–1346.
79. VizieR Online Data Catalog: LAMOST DR5 catalogs (Luo+, 2019) / A. L. Luo, Y. H. Zhao, G. Zhao, et al. // *VizieR Online Data Catalog*. — 2019. — P. V/164.

Список рисунков

- 1.1 Зависимость радиуса от ускорения силы тяжести для различных интервалов эффективной температуры. Черные кружки — звезды из области сверхгигантов. 20
- 1.2 Диаграмма Герцшпрунга–Рассела с эволюционными треками звезд. Показана область сверхгигантов (черные кружки), исключенная из рассмотрения, и прямые, разбивающие область ниже сверхгигантов на четыре подобласти. Вверху — $Z = 0.014$, внизу — $Z = 0.002$ 21
- 1.3 Относительная методическая погрешность оценки радиуса по эффективной температуре и ускорению силы тяжести. Сплошная черная линия — граница области, в которой справедлив предложенный метод оценки радиуса звезды. 23
- 1.4 Положение затменных двойных на эволюционных треках ($Z = 0.014$). Градацией серого показана относительная погрешность оценки радиуса компонентов двойных звезд по их эффективной температуре и ускорению силы тяжести. 24
- 1.5 Сравнение оценок радиусов двойных звезд с их наблюдаемыми значениями с целью анализа относительной погрешности метода. Погрешность вычисленных радиусов — 10 %. На нижней панели показаны среднее значение относительной погрешности и ее стандартное отклонение; их значения равны 1.9 % и 4.7 % соответственно. 25
- 1.6 Вычисленная диаграмма Герцшпрунга–Рассела для возраста 13.7 млрд лет и $Z = 0.014$. Оттенками серого — логарифм вероятности, что звезда имеет соответствующие эффективную температуру и светимость. Эволюционные треки показаны сплошными линиями. . . 28

- 1.7 Зависимость радиуса от ускорения силы тяжести для узкого интервала эффективных температур. Верхняя панель — область, покрываемая эволюционными треками (слева), и область, для которой на нижней панели показана зависимость радиуса от ускорения силы тяжести (справа). Оттенки серого — логарифм вероятности, что звезда имеет соответствующий радиус при указанной эффективной температуре и ускорении силы тяжести. Сплошная линия на нижней панели — приближение зависимости среднего вероятного значения радиуса от ускорения силы тяжести. 29
- 1.8 Зависимость радиуса от ускорения силы тяжести для различных интервалов эффективной температуры (см. детали в тексте). 30
- 1.9 Оценка погрешности, связанной с упрощениями, положенными в основу метода. Сплошные линии — эволюционные треки звезд без вращения, пунктирные — с учетом вращения. Оттенки серого — среднеквадратичное отклонение логарифма оценки радиуса для соответствующих значений эффективной температуры и ускорения силы тяжести. 31
- 1.10 Положение используемых затменных двойных (крестики) и ярких звезд (кружки) по отношению к эволюционным трекам с $Z = 0.014$. 32
- 1.11 Сравнение оценки радиуса двойных звезд с их наблюдаемым значением. На нижней панели рисунка показаны среднее значение относительной погрешности (пунктирная линия) и его стандартное отклонение (серая область), их значения равны 0.03 % и 3.87 %, соответственно. 33
- 1.12 Сравнение оценок радиуса ярких звезд с их наблюдаемым значением. Черные кружки — оценка радиуса. Полые кружки соответствуют только звездам с $[\text{Fe}/\text{H}] \leq -0.35$, оценка радиуса для которых получена с использованием эволюционных треков для $Z = 0.014$ 34
- 1.13 Вверху — сравнение радиусов R_o красных гигантов (серые кружки) и звезд красного сгущения (черные кружки) с вычисленными оценками R_c их радиусов. Внизу — положение относительно эволюционных треков затменных двойных (кресты), красных гигантов (круги) и кандидатов в обладатели планет (квадраты). 38

- 1.14 Сравнение радиусов R_o красных гигантов (кружки) и кандидатов в обладатели собственных планет (квадраты) с оценками R_c их радиусов. (a) — без поправок, (c) — с поправками (см. детали в тексте). 39
- 1.15 Сравнение масс M_o красных гигантов и кандидатов в обладатели собственных планет с оценками M_c их масс. (a) — без поправок, (c) — с поправками. Размер светлых кружков на (b) — логарифм массы звезды. Символы и цвета имеют те же значения, что и на рисунке 1.14. 41
- 1.16 Сравнение светимостей L_o красных гигантов и кандидатов в обладатели собственных планет с оценками их светимостей L_c . (a) — без поправок, (c) — с поправками. Символы и цвета имеют те же значения, что и на рисунке 1.15. 43
- 1.17 Сравнение радиусов R_o компонентов затменных двойных звезд с оценками их радиусов R_c в предположении солнечного химсостава (a) и в предположении о наличии корреляции между массой и металличностью (b). Градацией серого показаны значения масс компонентов двойных звезд. Бóльшим массам соответствуют более темные тона. Символы и цвета имеют те же значения, что и на рисунке 1.14. 44
- 1.18 Сравнение масс (a) и светимостей (b) компонентов затменных двойных звезд с их оценками в предположении о наличии корреляции между массой и металличностью. Градация серого, символы и цвета имеют то же значение, что и на рисунке 1.17. . . . 45
- 1.19 Общий вид веб-интерфейса инструмента SPI. 49
- 1.20 Распределение по атмосферным характеристикам количества звезд спектральных классов A, F, G и K, для которых были определены радиусы, массы и светимости (a), и соответствующая диаграмма Герцшпрунга–Рассела (b). 53
- 1.21 Распределение количества звезд в зависимости от интервальных и точечных оценок радиуса (a), массы (b), светимости (c) и распределение количества звезд в зависимости от их масс и радиусов (d). 54
- 1.22 Пространственное распределение звезд спектральных классов A, F, G и K обзора LAMOST DR2. Цвет — количество звезд на 0.5 кв. град. 55

2.1	Возможность оценки характеристик звезд по фотометрическим данным обзоров 2MASS, SDSS и GALEX. Крестики, соединенные линиями, указывают на фотометрическую неотличимость звезд (детали см. в тексте). Показана проекция на плоскость $T_{\text{eff}}-\log g$ и треки звезд с $Z = 0.02$	60
2.2	Возможность оценки характеристик звезд по фотометрическим данным обзоров 2MASS, SDSS и GALEX без учета FUV-полосы. Обозначения те же, что и на рисунке 2.1. Показана проекция на плоскость $T_{\text{eff}}-\log g$	61
2.3	Возможность оценки характеристик звезд по фотометрическим данным обзоров 2MASS, SDSS и GALEX. Обозначения те же, что и на рисунке 2.1. Показана проекция на плоскость $T_{\text{eff}}-R_V$	62
2.4	Кривые реакций фотометрических систем GALEX, SDSS и 2MASS.	63
2.5	Разность оценок блеска в фотометрической системе GALEX, вычисленных с применением и без применения интерполяции.	64
2.6	То же, что на рисунке 2.5, для обзора 2MASS.	65
2.7	То же, что на рисунке 2.5, для обзора SDSS.	67
2.8	Значения шага (показаны цветом) изменения эффективной температуры и ускорения силы тяжести, который обеспечивает их оптимальные значения (см. детали в тексте). Линии — эволюционные треки звезд солнечной металличности.	68
2.9	Оптимальный набор значений температуры и ускорения силы тяжести, вычисленный на основе оценки шага их изменения (см. рисунок 2.8). Горизонтальные прямые состоят из отдельных точек, сливающихся из-за небольшого шага изменения температуры.	69
2.10	Сравнение исходных характеристик звезд и закона межзвездного поглощения с их оценками на основе смоделированных идеальных — без фотометрических ошибок — значений $ugriz$ и JHK_s	71
2.11	Корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры. Слева — для идеального случая (см. рисунок 2.10). Справа — для «реальных» данных (см. рисунок 2.12).	72
2.12	Сравнение исходных характеристик звезд и закона межзвездного поглощения с их оценками на основе смоделированных «реальных» — с фотометрическими ошибками — значений $ugriz$ и JHK_s	73

- 2.13 Корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры для двух значений случайных шумов — погрешности $ugriz$ и JHK_s фотометрии. Слева — погрешность равна 0^m01 , справа — 0^m005 74
- 2.14 Сравнение исходных характеристик звезд и закона межзвездного поглощения с их оценками, которые получены по значениям $ugriz$ и JHK_s , имеющих погрешность 0^m005 74
- 2.15 Минимальные суммы квадратов невязок (SSR) для звезды спектрального типа K3III, полученные для разных моделей из библиотеки Пиклса. Кружки — I класс светимости, треугольники и квадраты — III и V классы. Ось абсцисс — спектральные типы моделей. 76
- 2.16 Фильтрации решений по избытку цвета на примере звезды типа G8III с координатами $(118.83^\circ, -1.06^\circ)$. Кресты — вычисленные избыток цвета и расстояние. Линия с кружками — оценки по формуле Паренаго для соответствующих расстояний, две другие линии — диапазон разрешенных значений. 78
- 2.17 Распределение разницы между исходными и определенными по WBVR-фотометрии спектральными типами. 79
- 2.18 Процент звезд конкретного спектрального типа (obs), которые «превратились» в другие спектральные типы (est). Чем темнее цвет, тем процент ближе к 100 %. 80
- 2.19 Гистограммы, соответствующие функции правдоподобия, для оценки значений величин T_{eff} и A_V^0 . Исходные значения величин: $T_{\text{eff}} = 7400$ К и $A_V^0 = 0^m5$. Слева гистограмма получена по значениям блеска в полосах $ugriz$ и JHK_s , справа — дополнительно использовались значения блеска в полосах FUV и NUV обзора GALEX. 85
- 2.20 Слева. Корреляция между оценками значений полного поглощения и температуры. Справа. Значения характеристик проверочного набора моделей звездных атмосфер. 86

- 2.21 *Вверху* — относительные отклонения температуры и ускорения силы тяжести от их исходных значений, случаи с $\text{СКО} > 0.01$ и $A_V^0 > 0^m25$ показаны черными точками меньшего размера. *Внизу* — значения эффективной температуры и ускорения силы тяжести звезд в подготовленной выборке; зависимость относительной погрешности температуры от значения СКО, случаи с $A_V^0 > 0^m25$ показаны черными точками меньшего размера. 87
- 3.1 Схема, поясняющая расчет $E_{e,\lambda}$. Круговое кольцо в проекции на нормаль к лучу зрения имеет площадь $dS = 2\pi r dr = 2\pi R^2 \sin \theta \cos \theta d\theta$. Наблюдатель видит это кольцо под телесным углом $d\omega = dS/d^2$ 93
- 3.2 Покрытие неба обзорами GALEX, SDSS, Pan-STARRS, 2MASS, IPHAS и Gaia (система координат — галактическая). 97
- 3.3 Нормализованные кривые реакции фотометрических полос. 98
- 3.4 Закон межзвездного поглощения (толстые сплошные линии) на фоне нормализованных спектров звезд (7500 К и 5000 К) и кривых реакций SDSS (*ugriz*) и 2MASS (*JHK_s*). Верхняя толстая сплошная линия соответствует значениям $A_V^0 = 0^m3$ и $R_V = 3.1$, нижняя — 2^m5 и 5. 108
- 3.5 Среднеквадратичное отклонение (σ) между кривой межзвездного поглощения и ее приближением линейной функцией для двух полос ультрафиолетового обзора GALEX. 110
- 3.6 Среднеквадратичное отклонение (σ) между кривой межзвездного поглощения и ее приближением линейной функцией для полос *ugriz* обзора SDSS. 114
- 3.7 Среднеквадратичное отклонение (σ) между кривой межзвездного поглощения и ее приближением линейной функцией для полос *JHK_s* обзора 2MASS. 115
- 4.1 Теоретически рассчитанная априорная плотность вероятности того, что звезда имеет соответствующие значения величин T_{eff} и $\lg g$. Темнее цвет — больше вероятность. Эволюционные треки показаны сплошными линиями. 125

- 4.2 Сравнение исходных значений характеристик звезд и параметров кривой межзвездного поглощения с их оценками, полученными на основе смоделированных значений *ugriz* и JHK_s . Подробное описание приведено в тексте. 128
- 4.3 Корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры, полученными на основе тех же данных, что и на рисунке 4.2, но без априорных данных о температуре и ускорении силы тяжести: (a),(c) — $T_{\text{eff}}^{\circ} < 7000$ К; (b),(d) — $T_{\text{eff}}^{\circ} \geq 7000$ К. 129
- 4.4 (a) — корреляция между оценками межзвездного поглощения и температуры; (b) — зависимость между оценками углового диаметра звезд и их температуры. 130
- 4.5 Оценка межзвездного поглощения в зависимости от расстояния. Сплошная линия — исходная зависимость межзвездного поглощения от расстояния. 132
- 4.6 Плотность покрытия небесной сферы разными обзорами. 133
- 4.7 Иллюстрация разбиения небесной сферы на неравные области, в которых для всех звезд зависимость межзвездного поглощения от расстояния считается одной и той же. 135
- 4.8 Влияние различных априорных данных на восстановление зависимости межзвездного поглощения от расстояния. Красная пунктирная линия — исходная зависимость поглощения от расстояния. 142
- 4.9 Зависимость межзвездного поглощения от расстояния для случай, когда расстояние до звезд не более 9 кпк. Красная пунктирная линия — исходная зависимость поглощения от расстояния. 143
- 4.10 Зависимость межзвездного поглощения от расстояния при третьем способе ограничения ее вида. *Вверху* — полная выборка звезд, *внизу* — расстояние до звезд не менее 9 кпк. Красная пунктирная линия — исходная зависимость поглощения от расстояния, красные кружки и черные крестики — входные (зашумленные) и исходные значения. 144

- 4.11 Зависимость межзвездного поглощения от расстояния для двух особых случаев. *Вверху* — для некоторых звезд (отмечены зелеными точками) использованы априорные данные только о расстоянии, *внизу* — сильно искаженные априорные данные. Красные кружки и черные крестики — входные (зашумленные) и исходные значения. 145
- 4.12 Сходимость значений параметров кривой межзвездного поглощения для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 146
- 4.13 Сходимость значений расстояний до звезд для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. Для звезд с номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19 — априорные данные только о расстоянии. 147
- 4.14 Сходимость значений ускорения силы тяжести звезд для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. Для звезд с номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19 — априорные данные только о расстоянии. 148
- 4.15 Сходимость значений температуры звезд для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. Для звезд с номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19 — априорные данные только о расстоянии. 149
- 4.16 Сходимость значений радиуса звезд для случая, показанного на верхней панели рисунка 4.11. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. Для звезд с номерами 1, 4, 6, 12, 13 и 19 — априорные данные только о расстоянии. 150
- 4.17 Выборка звезд (красные кружки) для трех разных направлений, нанесенные на карту галактического покраснения Шлегеля. 153
- 4.18 Зависимость $E(B - V)$ от расстояния для трех различных направлений. SFD_{mean} и SFD_{max} — средняя и максимальная оценка максимального галактического покраснения. Красные точки на оси абсцисс — расстояние до звезд. 154
- A.1 Сходимость значений избытка цвета $E(B - V)$ для первой площадки. Синяя линия — вычисленное значение. 181

- А.2 Сходимость значений расстояний до звезд для первой площадки.
Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 182
- А.3 Сходимость значений температуры звезд для первой площадки.
Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 183
- А.4 Сходимость значений ускорения силы тяжести звезд для первой площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 184
- А.5 Сходимость значений радиуса звезд для первой площадки. Синяя линия — вычисленное значение. 185
- Б.1 Сходимость значений избытка цвета $E(B - V)$ для второй площадки. Синяя линия — вычисленное значение. 187
- Б.2 Сходимость значений расстояний до звезд для второй площадки.
Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 188
- Б.3 Сходимость значений температуры звезд для второй площадки.
Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 189
- Б.4 Сходимость значений ускорения силы тяжести звезд для второй площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 190
- Б.5 Сходимость значений радиуса звезд для второй площадки. Синяя линия — вычисленное значение. 191
- В.1 Сходимость значений избытка цвета $E(B - V)$ для третьей площадки. Синяя линия — вычисленное значение. 192
- В.2 Сходимость значений расстояний до звезд для третьей площадки.
Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 193
- В.3 Сходимость значений температуры звезд для третьей площадки.
Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 194
- В.4 Сходимость значений ускорения силы тяжести звезд для третьей площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение. 195
- В.5 Сходимость значений радиуса звезд для третьей площадки. Синяя линия — вычисленное значение. 196

Список таблиц

1	Подсчитанная способами I и II частота P нахождения оцениваемой характеристики внутри интервальной оценки и средние значения относительной длины $(\bar{\Delta})$ интервальной оценки	48
2	Оценки радиусов, масс и светимостей звезд спектральных классов A, F, G и K обзора LAMOST DR2 и значения коэффициента доверия (K_d). Температура, ускорение силы тяжести и металличность указаны с учетом их корректировки.	52
3	Выборка звезд для вычисления нуль-пунктов обзора 2MASS.	58
4	Выборка звезд для вычисления потока от звезды нулевой величины для обзора SDSS.	59
5	Выборка звезд для вычисления нуль-пунктов обзора GALEX.	59
6	Вероятность решений при классификации по WBVR-фотометрии	81
7	Калибровочные коэффициенты для вычисления блеска в полосах Galex	99
8	Константы для вычисления блеска в полосах G , G_{BP} и G_{RP}	100
9	Константы для вычисления блеска в полосах Pan-STARRS	101
10	Константы для вычисления блеска в полосах IPHAS	103
11	Константы для вычисления блеска в полосах 2MASS	104
12	Параметры поверочного набора звезд для исследования восстановления зависимости поглощения от расстояния.	141
13	Характеристики звезд в выборке для первого направления.	180
14	Характеристики звезд в выборке для второго направления.	186
15	Характеристики звезд в выборке для третьего направления.	192

Приложение А

Выборка звезд для первого направления

Таблица 13 — Характеристики звезд в выборке для первого направления.

N	Ra (ICRS), $^{\circ}$	De (ICRS), $^{\circ}$	T_{eff} , К	$\lg g$, [см с 2]	π , mas
1	220.200477	-0.252543	5811 \pm 98	4.4 \pm 0.2	1.29 \pm 0.03
2	220.106957	-0.278239	5942 \pm 35	4.2 \pm 0.1	1.55 \pm 0.04
3	219.989400	-0.258351	5312 \pm 165	4.1 \pm 0.3	0.70 \pm 0.03
4	219.922923	-0.267518	5310 \pm 309	4.4 \pm 0.5	0.94 \pm 0.06
5	220.159872	-0.090510	5134 \pm 15	3.6 \pm 0.0	1.75 \pm 0.30
6	220.250309	-0.073104	5752 \pm 30	4.1 \pm 0.1	1.46 \pm 0.03
7	220.224308	-0.113734	4817 \pm 31	3.5 \pm 0.1	1.46 \pm 0.04
8	220.270023	-0.134804	5223 \pm 47	4.5 \pm 0.1	1.84 \pm 0.03
9	220.326913	-0.054635	5914 \pm 303	4.0 \pm 0.4	0.62 \pm 0.03
10	219.694192	0.099574	5912 \pm 268	4.6 \pm 0.4	0.38 \pm 0.08
11	219.803301	0.197390	5857 \pm 374	4.4 \pm 0.6	0.30 \pm 0.06
12	220.159057	-0.184668	5564 \pm 203	4.4 \pm 0.3	0.90 \pm 0.04
13	220.167840	-0.177976	5578 \pm 101	4.0 \pm 0.2	0.98 \pm 0.03
14	219.976031	-0.227470	5679 \pm 77	4.4 \pm 0.1	1.92 \pm 0.02
15	220.047221	-0.178034	4690 \pm 29	2.7 \pm 0.0	0.65 \pm 0.04
16	220.242948	-0.160202	5608 \pm 293	3.9 \pm 0.5	0.31 \pm 0.08
17	220.269040	-0.061525	5285 \pm 284	4.3 \pm 0.5	1.66 \pm 0.05
18	220.301388	-0.125873	5858 \pm 304	4.2 \pm 0.5	0.28 \pm 0.09

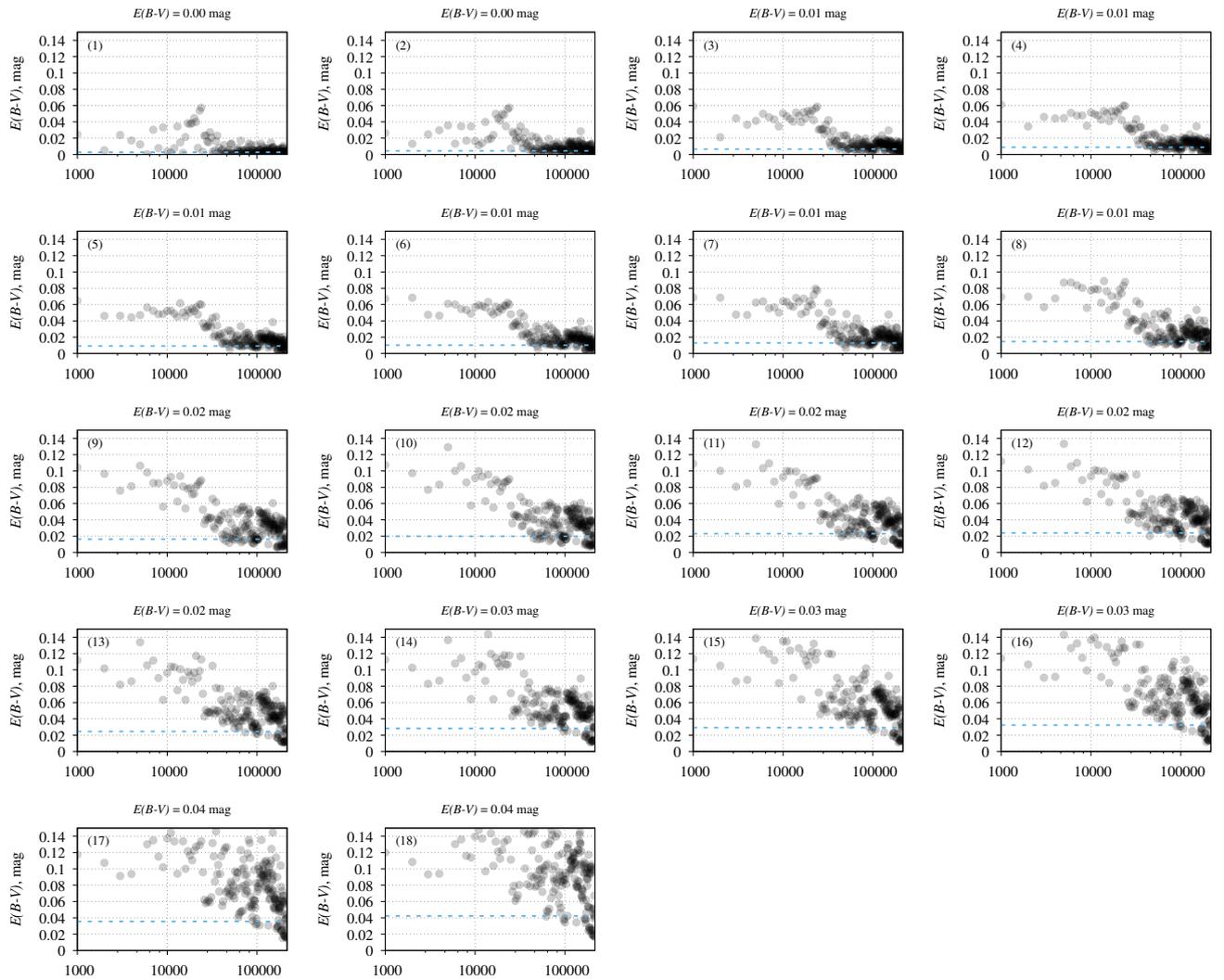


Рисунок А.1 — Сходимость значений избытка цвета $E(B - V)$ для первой площадки. Синяя линия — вычисленное значение.

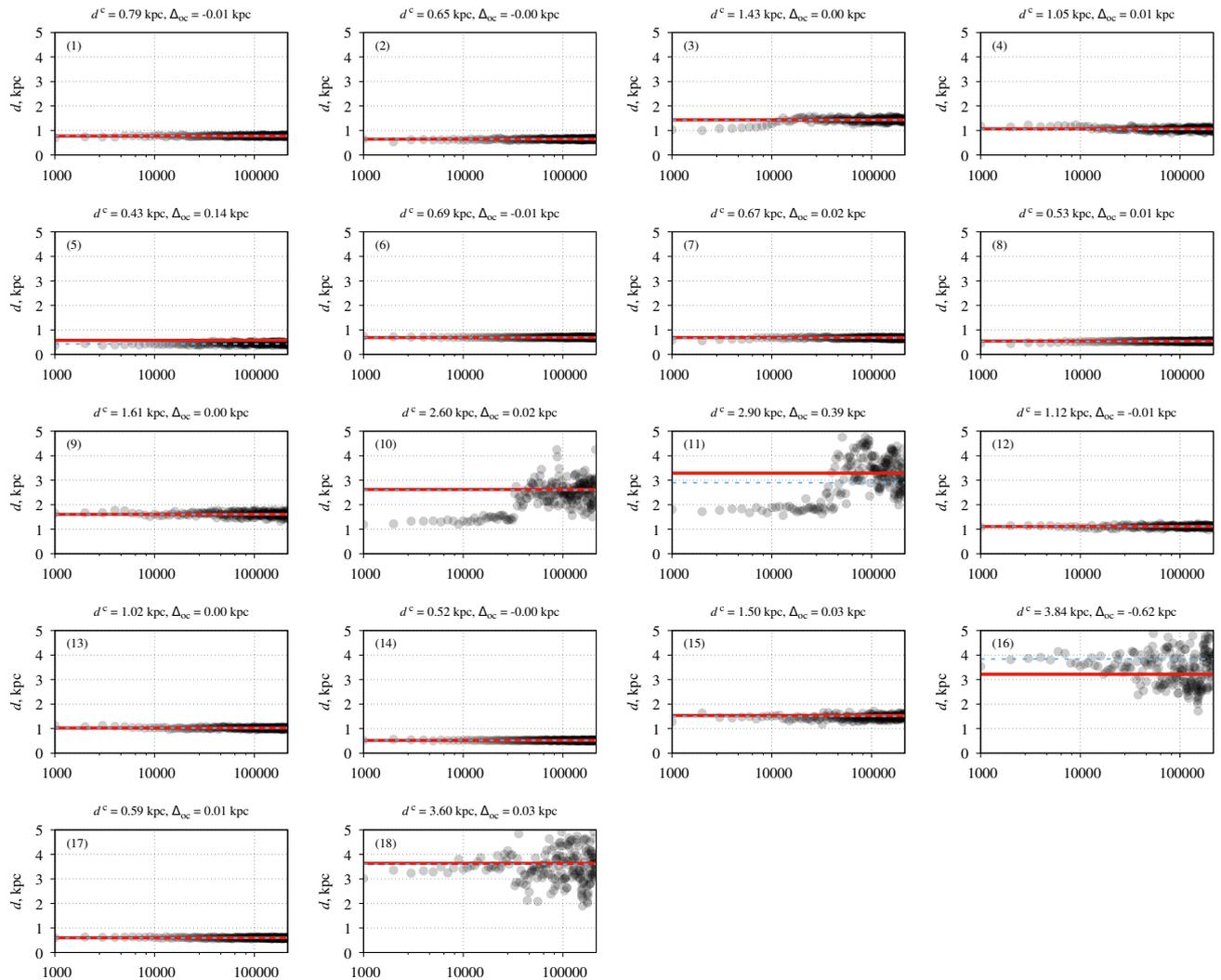


Рисунок А.2 — Сходимость значений расстояний до звезд для первой площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

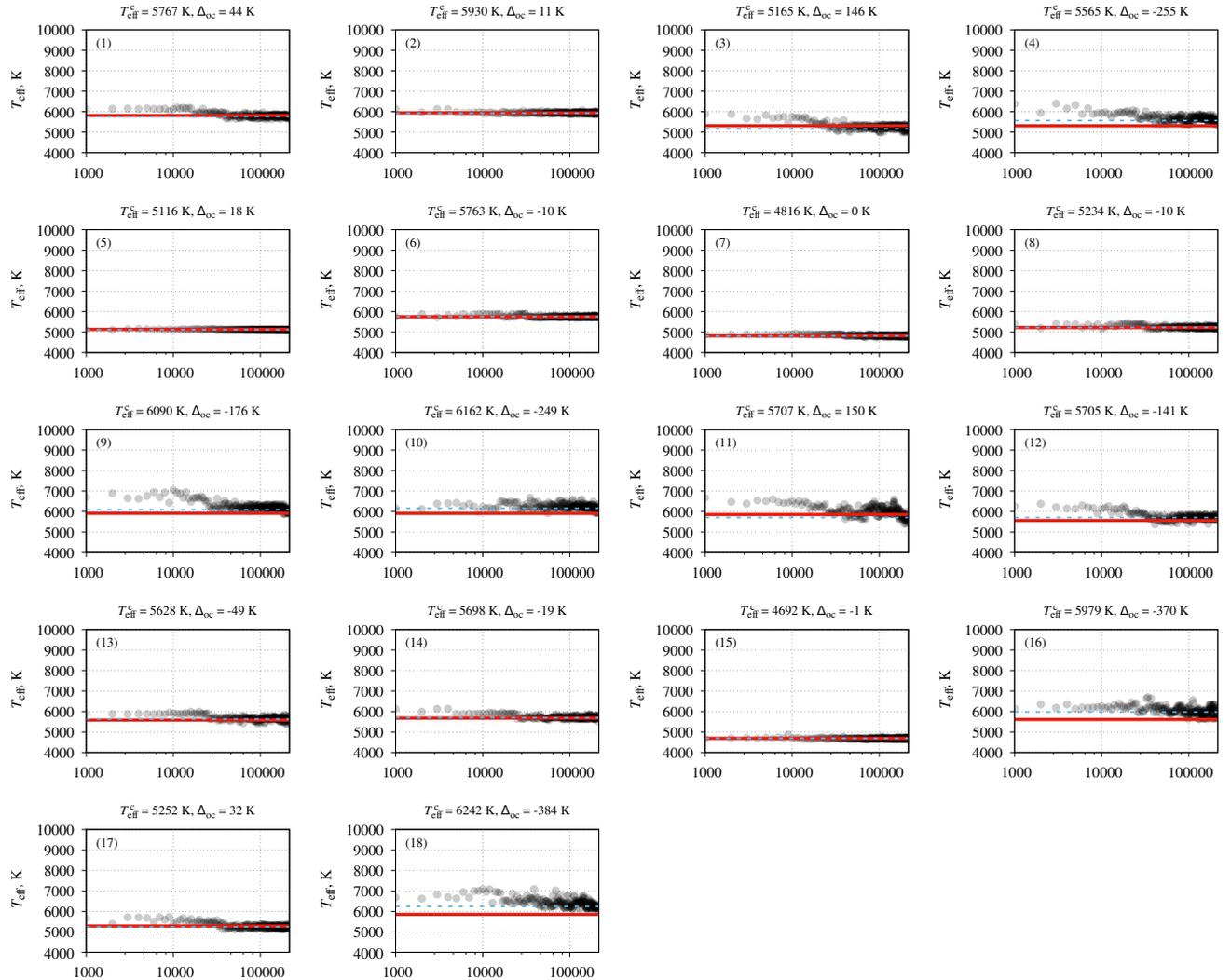


Рисунок А.3 — Сходимость значений температуры звезд для первой площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

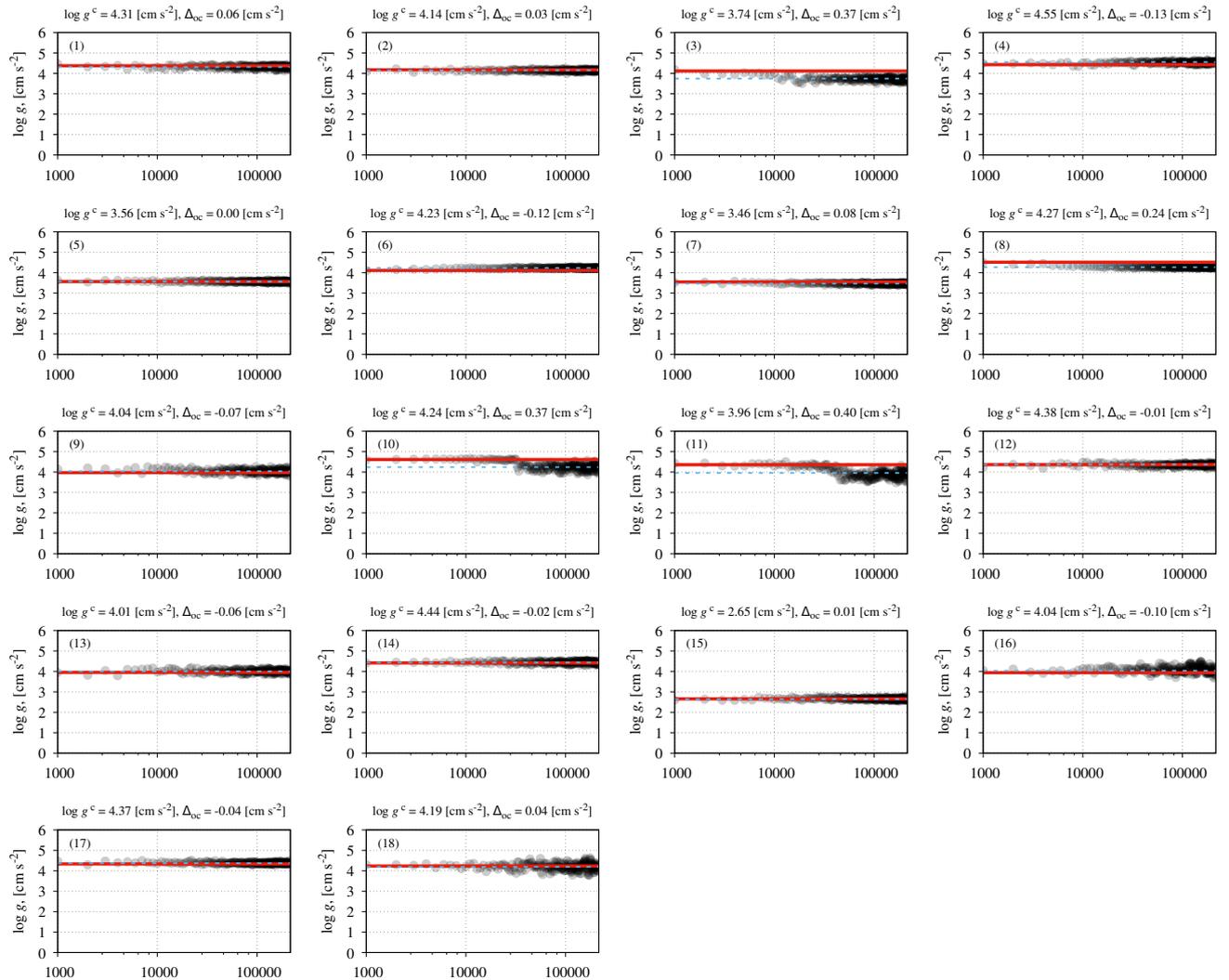


Рисунок А.4 — Сходимость значений ускорения силы тяжести звезд для первой площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

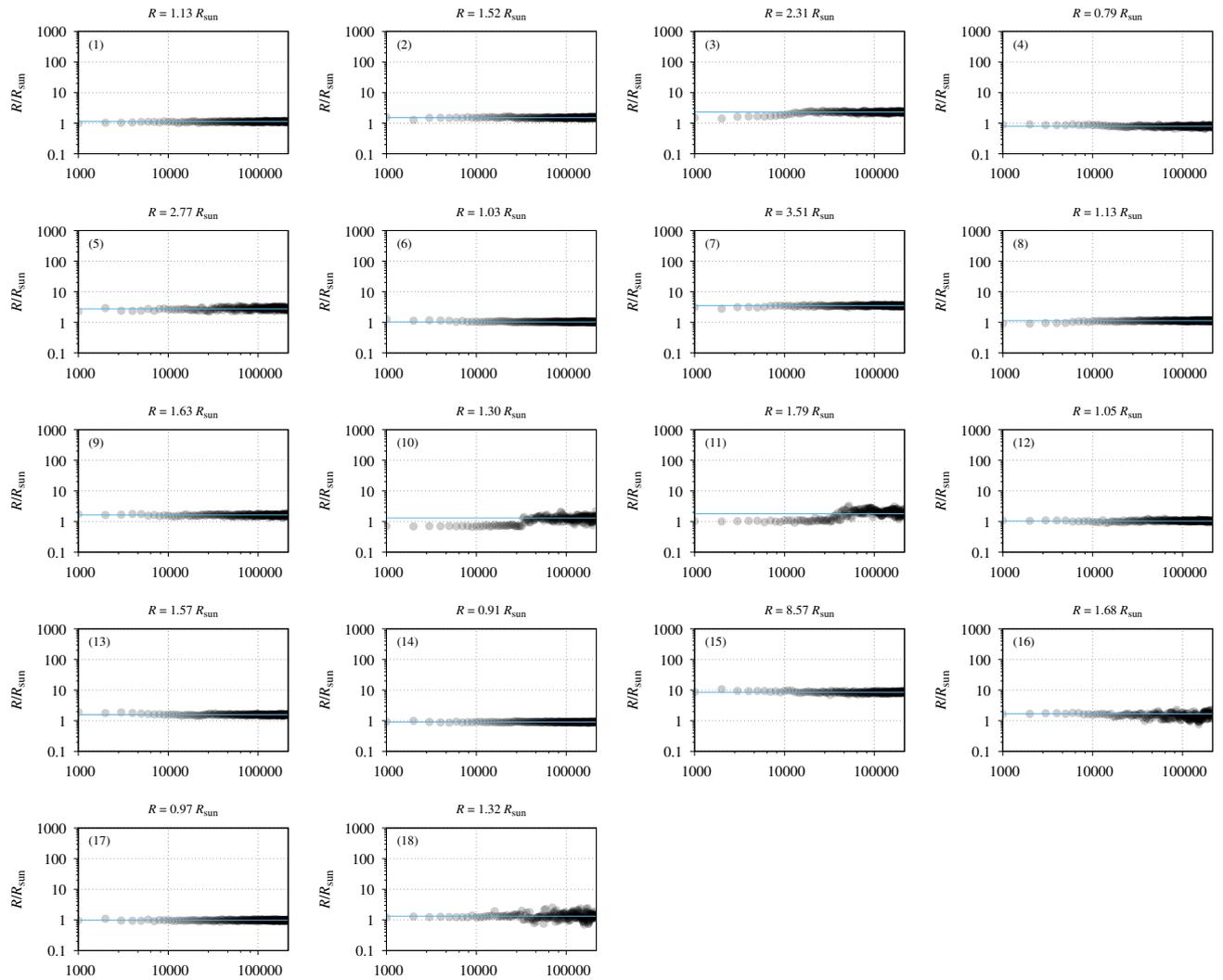


Рисунок А.5 — Сходимость значений радиуса звезд для первой площадки.
Синяя линия — вычисленное значение.

Приложение Б

Выборка звезд для второго направления

Таблица 14 — Характеристики звезд в выборке для второго направления.

N	Ra (ICRS), $^{\circ}$	De (ICRS), $^{\circ}$	T_{eff} , К	$\lg g$, [см с 2]	π , mas
1	229.924646	-0.235745	5642 ± 103	4.3 ± 0.2	1.89 ± 0.04
2	230.001887	-0.329247	5212 ± 70	3.8 ± 0.1	1.18 ± 0.03
3	229.839209	0.054727	5332 ± 232	4.4 ± 0.4	1.99 ± 0.02
4	229.985923	0.045512	5554 ± 170	4.6 ± 0.3	2.04 ± 0.02
5	229.881017	-0.049636	4895 ± 61	3.1 ± 0.1	0.86 ± 0.03
6	229.766599	-0.093842	4667 ± 41	2.4 ± 0.1	0.37 ± 0.04
7	229.819176	-0.191412	4624 ± 110	2.8 ± 0.2	0.48 ± 0.02
8	229.890027	0.070777	5020 ± 90	3.7 ± 0.1	1.93 ± 0.03
9	230.252442	-0.050388	4659 ± 82	2.6 ± 0.1	0.28 ± 0.05
10	229.769312	0.230853	5531 ± 128	4.1 ± 0.2	0.87 ± 0.03
11	229.894243	0.122425	5551 ± 119	4.5 ± 0.2	2.45 ± 0.02
12	229.897848	-0.243918	4785 ± 25	2.4 ± 0.0	0.50 ± 0.04
13	229.927838	-0.302132	5936 ± 53	4.5 ± 0.1	1.86 ± 0.03
14	230.011666	-0.242534	5627 ± 36	4.2 ± 0.1	1.95 ± 0.04
15	229.960692	0.001812	3917 ± 65	0.9 ± 0.1	0.16 ± 0.04
16	229.845202	-0.074186	5818 ± 28	4.2 ± 0.0	2.13 ± 0.05
17	229.726629	-0.058544	5321 ± 30	3.8 ± 0.1	2.14 ± 0.04
18	229.817034	-0.150727	6115 ± 107	4.2 ± 0.2	1.15 ± 0.02
19	229.999102	-0.104533	6096 ± 57	4.4 ± 0.1	1.51 ± 0.02
20	230.056049	-0.241945	5917 ± 58	4.0 ± 0.1	0.96 ± 0.03
21	230.065567	-0.163802	4866 ± 108	3.0 ± 0.2	0.39 ± 0.03
22	229.879101	0.240657	5951 ± 18	4.4 ± 0.0	2.78 ± 0.04
23	229.723043	0.061999	5835 ± 61	4.4 ± 0.1	1.57 ± 0.03
24	229.892817	0.226599	5382 ± 86	4.6 ± 0.1	2.27 ± 0.03
25	229.970950	0.314914	5982 ± 59	4.2 ± 0.1	1.03 ± 0.04
26	229.935075	0.176051	5875 ± 47	4.5 ± 0.1	1.43 ± 0.06
27	229.852903	0.130505	5286 ± 56	4.6 ± 0.1	2.79 ± 0.03
28	229.945837	0.230314	5500 ± 39	4.3 ± 0.1	1.92 ± 0.12
29	229.766989	0.015897	5790 ± 220	4.4 ± 0.4	0.50 ± 0.06
30	230.064793	-0.005286	4635 ± 159	2.7 ± 0.2	0.07 ± 0.04

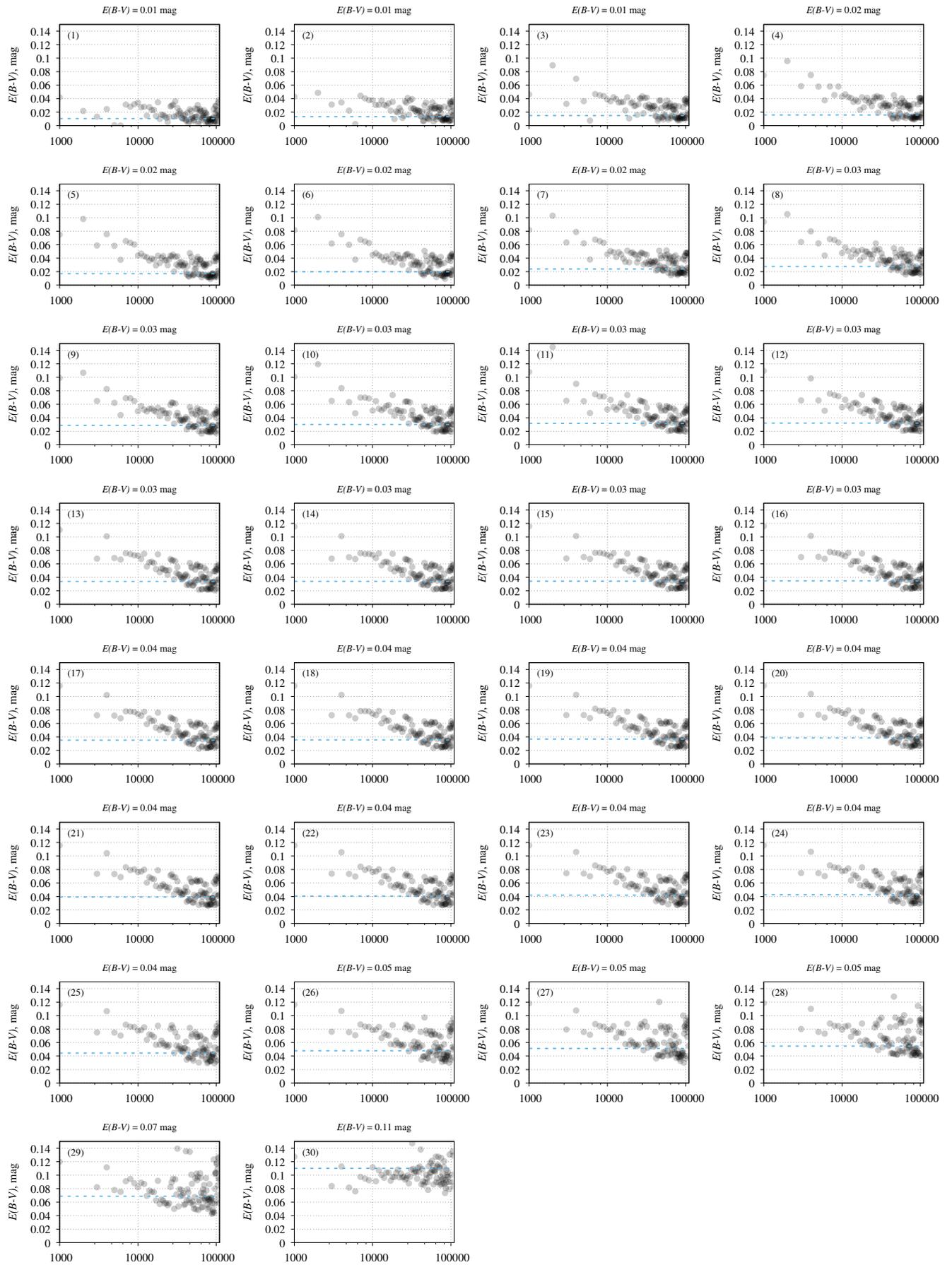


Рисунок Б.1 — Сходимость значений избытка цвета $E(B - V)$ для второй площадки. Синяя линия — вычисленное значение.

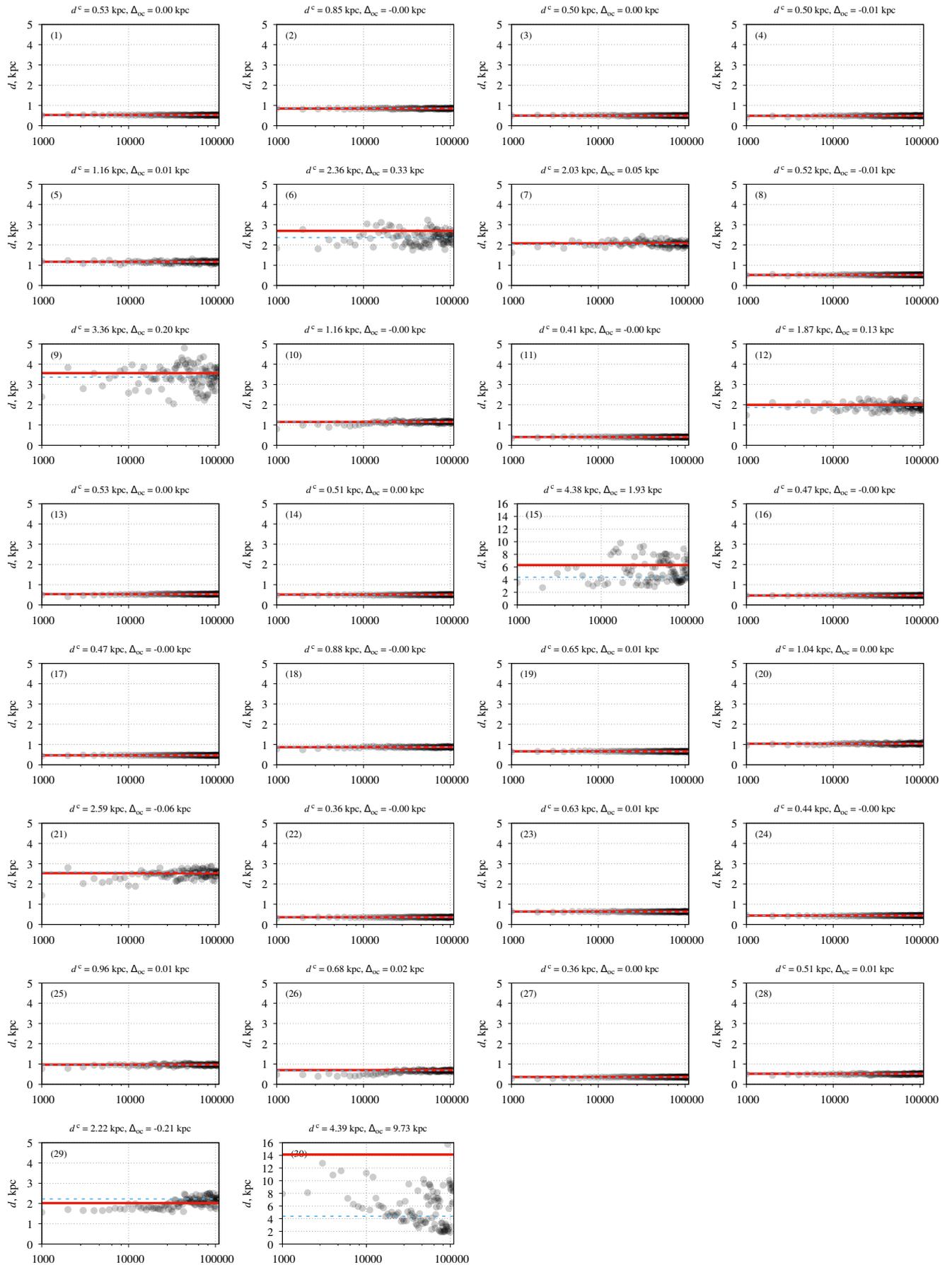


Рисунок Б.2 — Сходимость значений расстояний до звезд для второй площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

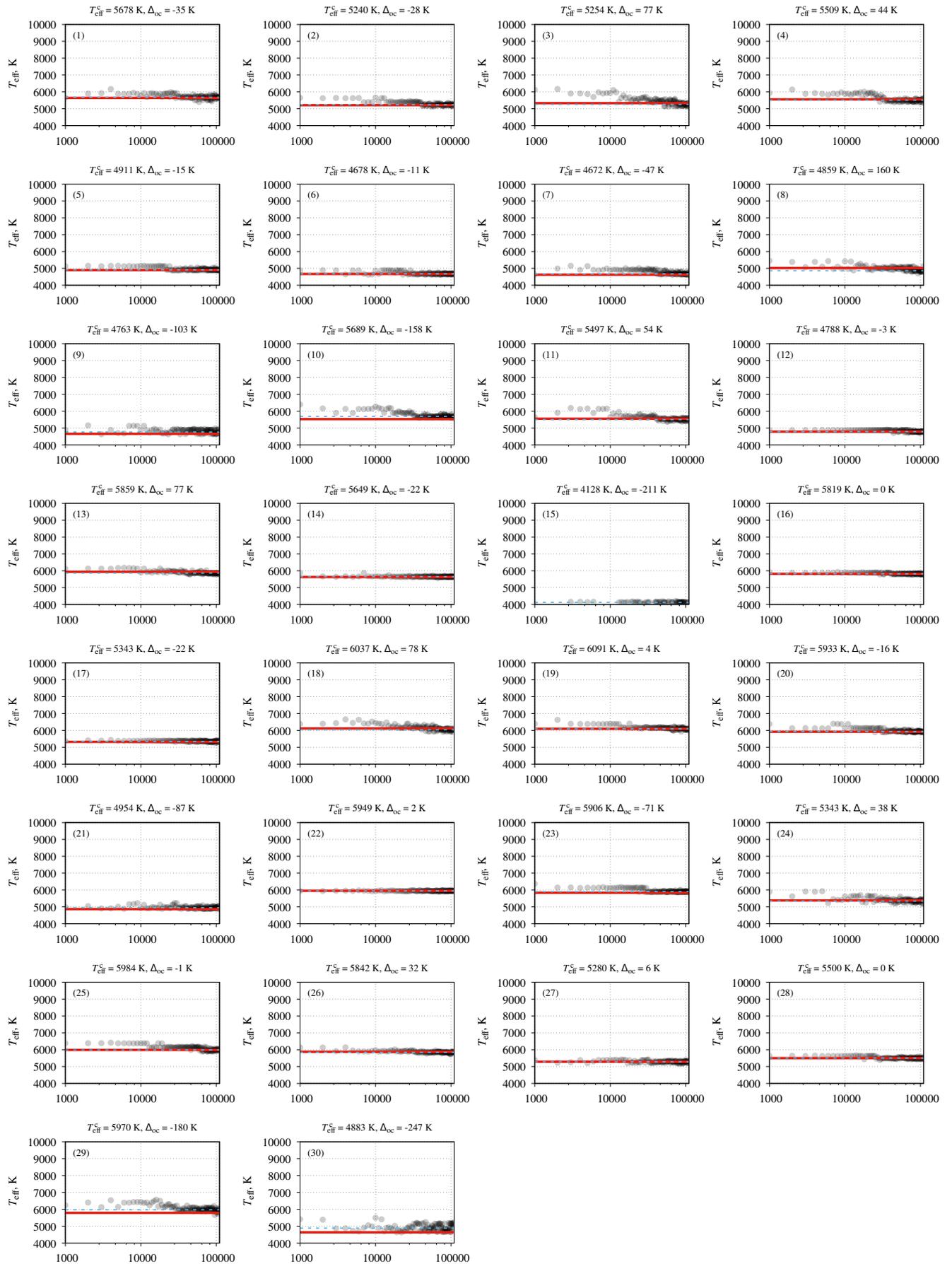


Рисунок Б.3 — Сходимость значений температуры звезд для второй площадки.
Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

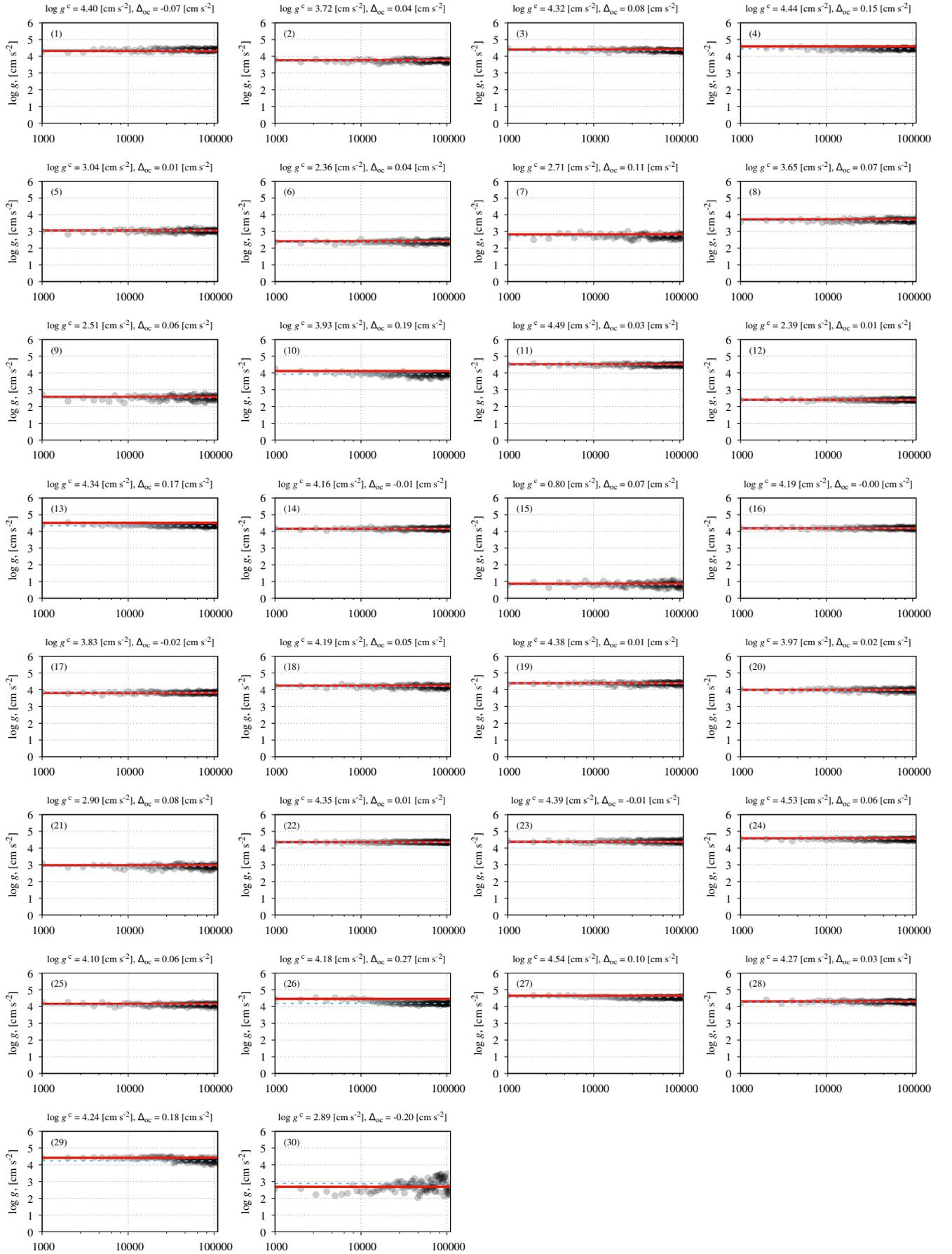


Рисунок Б.4 — Сходимость значений ускорения силы тяжести звезд для второй площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

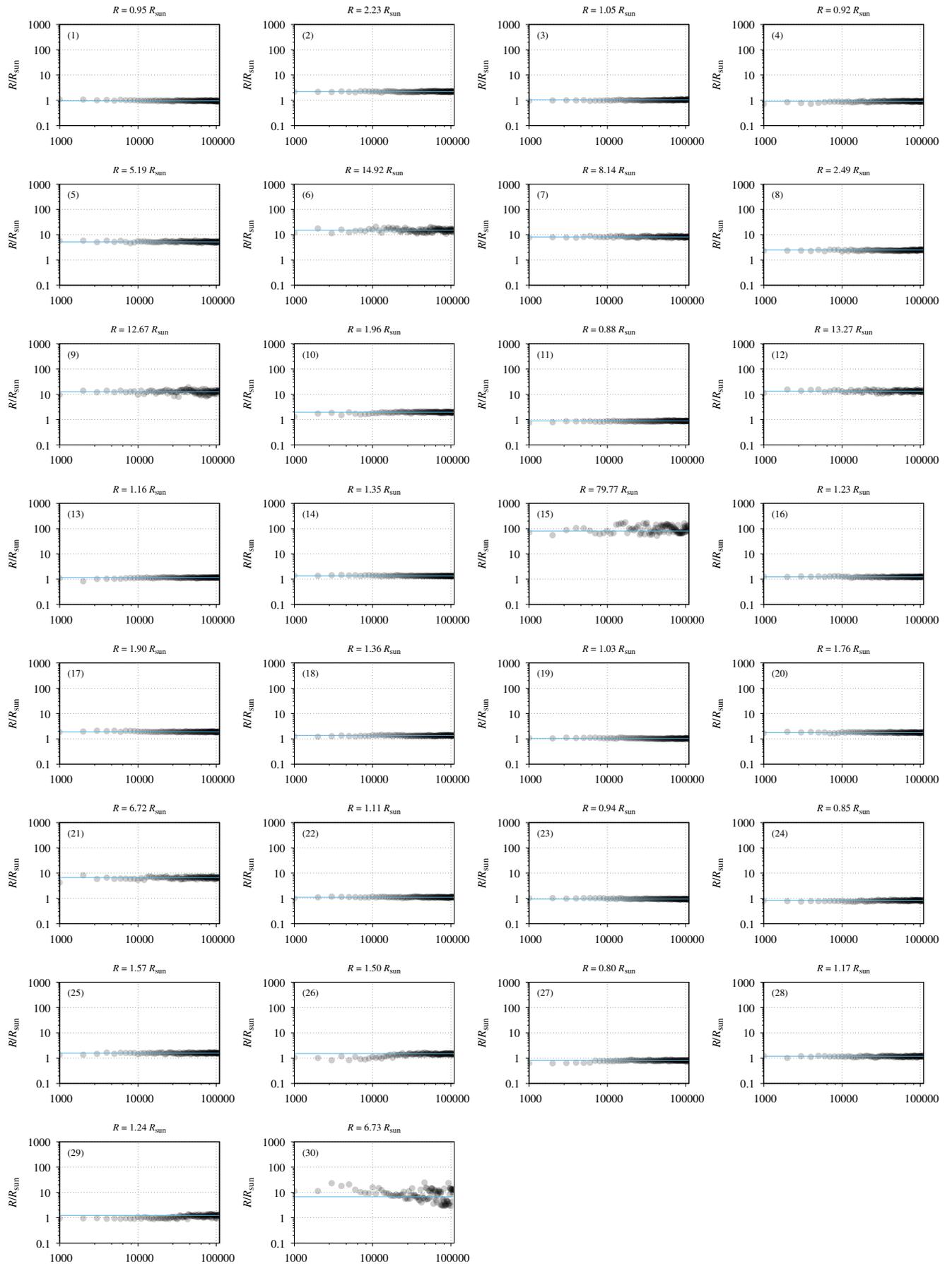


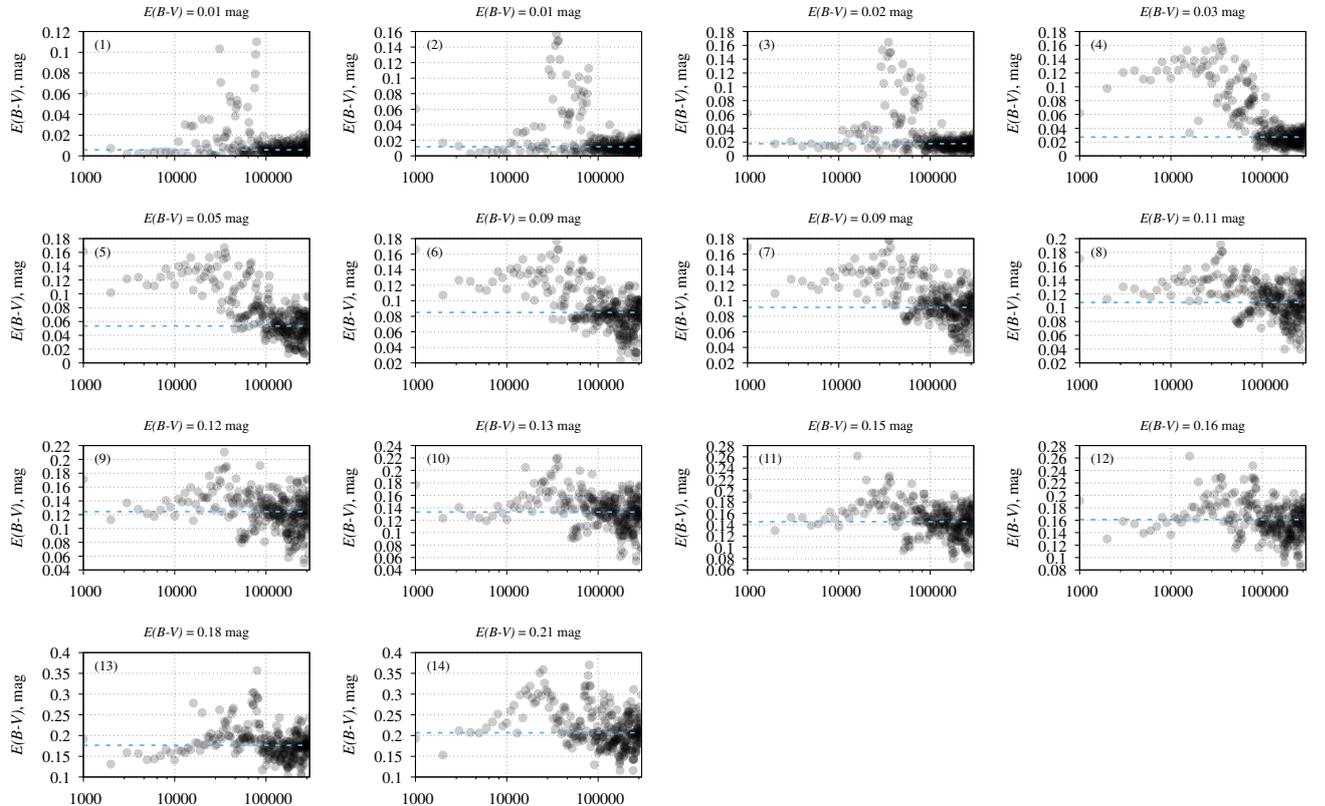
Рисунок Б.5 — Сходимость значений радиуса звезд для второй площадки.
Синяя линия — вычисленное значение.

Приложение В

Выборка звезд для третьего направления

Таблица 15 — Характеристики звезд в выборке для третьего направления.

N	Ra (ICRS), $^{\circ}$	De (ICRS), $^{\circ}$	T_{eff} , К	$\lg g$, [см с 2]	π , mas
1	239.872772	9.717935	4740 ± 288	4.6 ± 0.4	0.80 ± 0.07
2	239.875478	9.907044	4129 ± 89	4.7 ± 0.1	2.71 ± 0.03
3	240.085250	10.072676	4667 ± 206	4.6 ± 0.3	1.71 ± 0.04
4	239.891134	10.005267	4422 ± 130	4.6 ± 0.2	1.51 ± 0.06
5	239.909448	10.052451	4439 ± 259	4.6 ± 0.4	1.42 ± 0.06
6	240.036481	10.050021	4760 ± 120	4.6 ± 0.2	1.13 ± 0.05
7	240.101668	10.242641	5126 ± 153	3.7 ± 0.2	0.48 ± 0.04
8	240.154286	10.278968	4926 ± 118	4.6 ± 0.2	0.77 ± 0.06
9	239.990556	10.315954	5314 ± 126	4.6 ± 0.2	0.66 ± 0.07
10	239.858826	9.748578	5020 ± 300	4.3 ± 0.5	0.42 ± 0.10
11	239.912225	9.871818	4805 ± 262	4.7 ± 0.4	0.59 ± 0.08
12	240.059730	9.700256	4694 ± 191	4.6 ± 0.3	0.64 ± 0.09
13	240.206883	9.867289	4499 ± 230	4.3 ± 0.4	0.44 ± 0.11
14	239.708427	10.014040	4215 ± 413	4.5 ± 0.6	1.06 ± 0.11

Рисунок В.1 — Сходимость значений избытка цвета $E(B - V)$ для третьей площадки. Синяя линия — вычисленное значение.

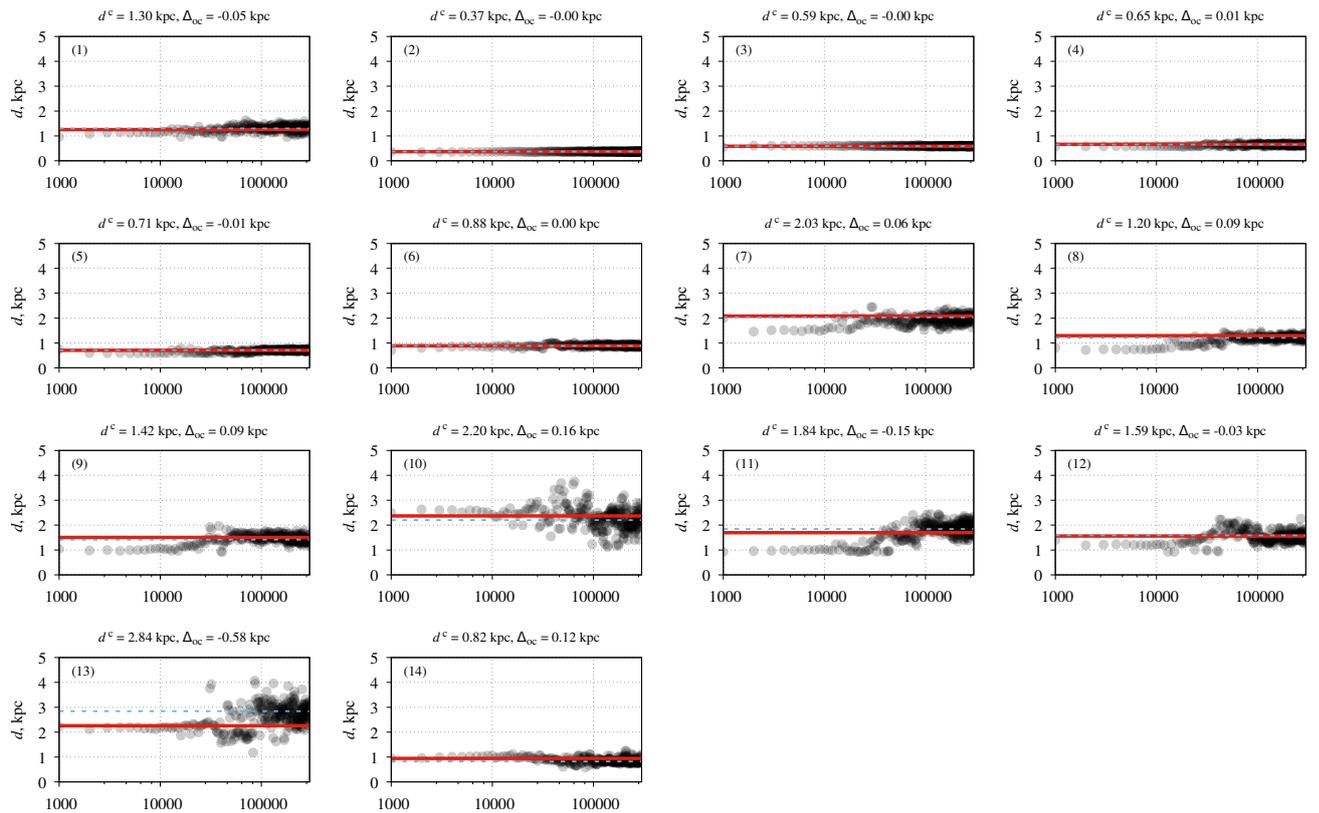


Рисунок В.2 — Сходимость значений расстояний до звезд для третьей площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

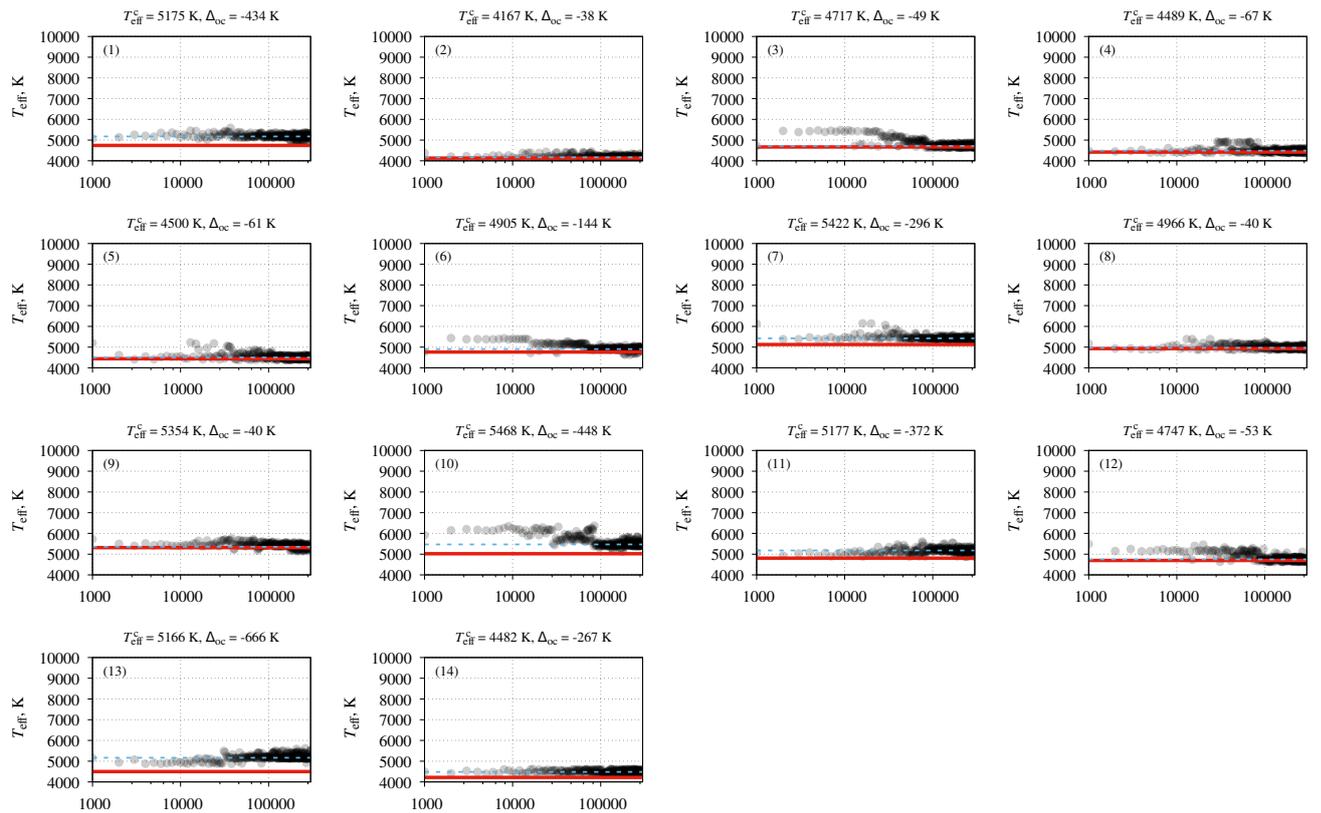


Рисунок В.3 — Сходимость значений температуры звезд для третьей площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

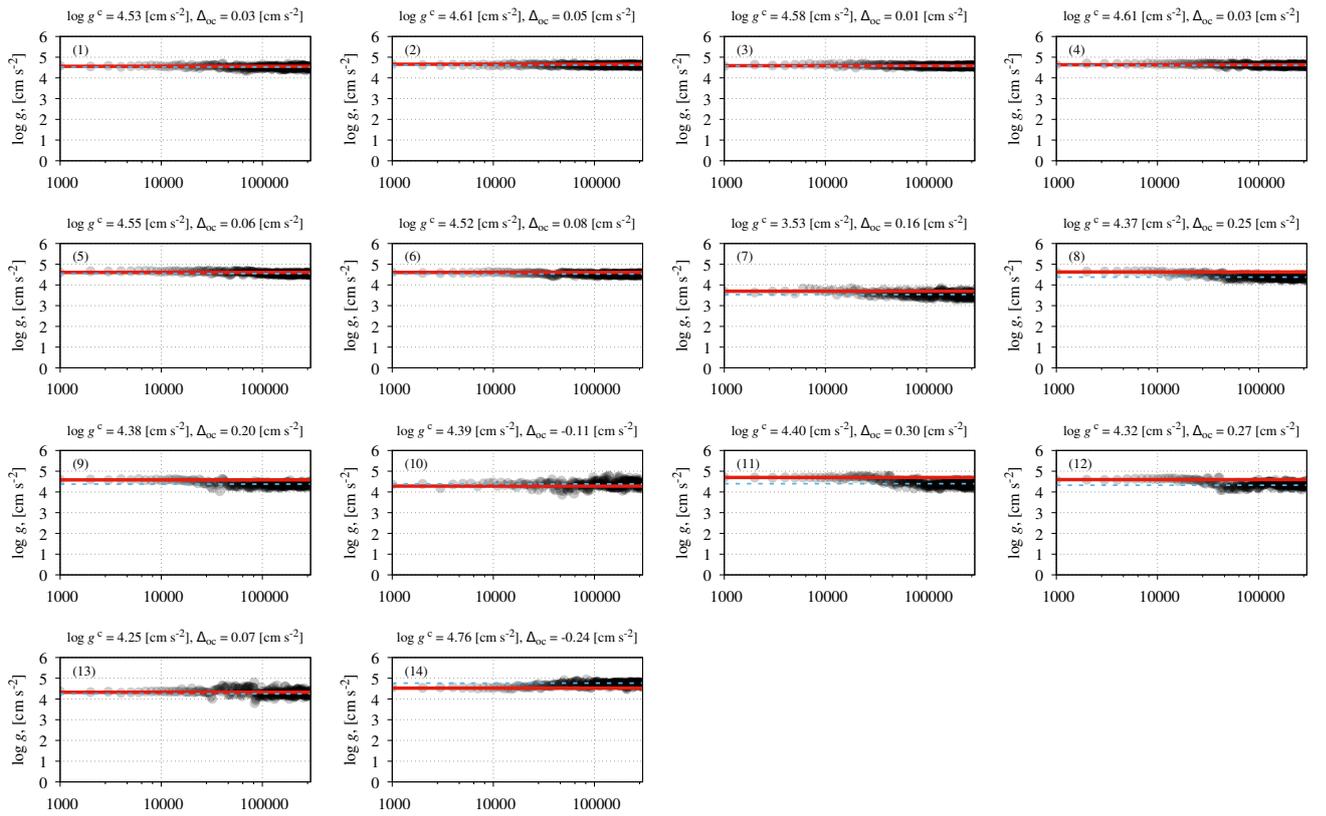


Рисунок В.4 — Сходимость значений ускорения силы тяжести звезд для третьей площадки. Красная линия — исходное значение, синяя — вычисленное значение.

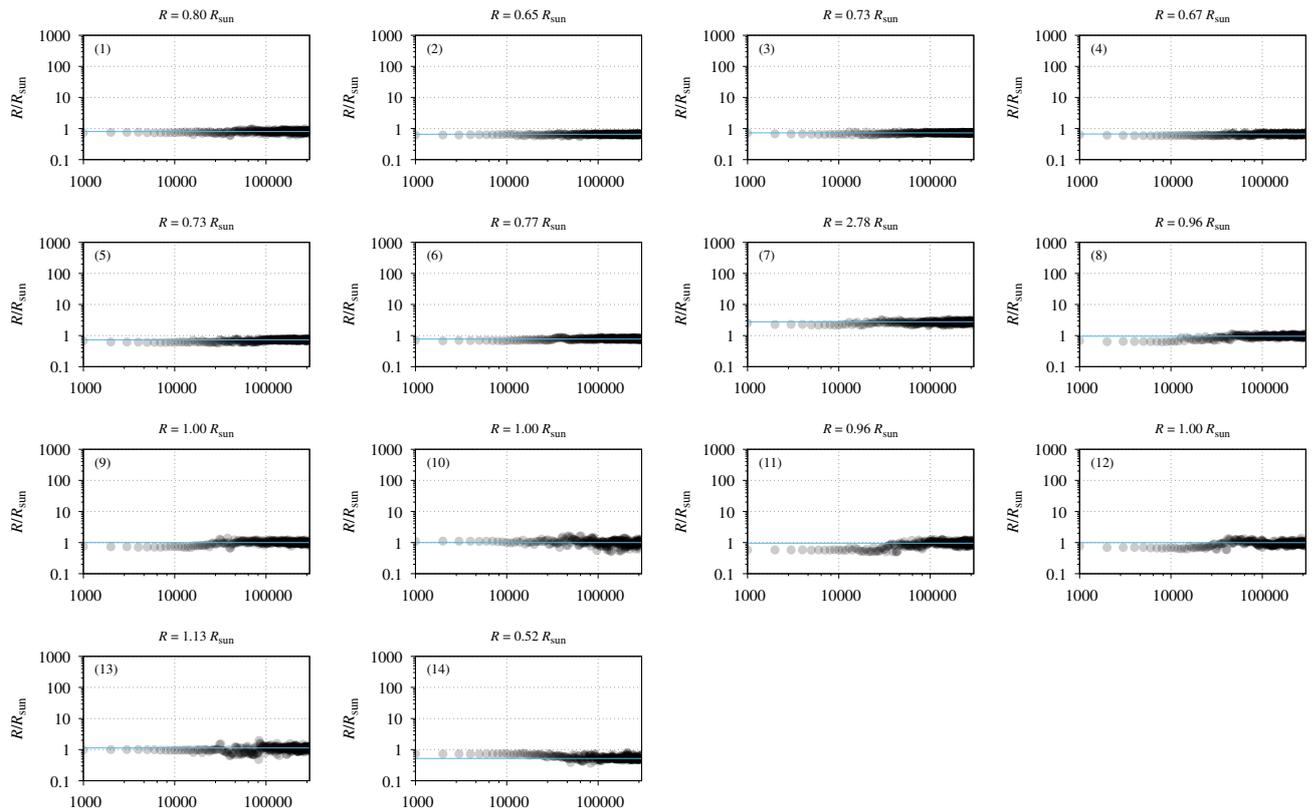


Рисунок В.5 — Сходимость значений радиуса звезд для третьей площадки.

Синяя линия — вычисленное значение.