

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет»

На правах рукописи

Самбаров Георгий Евгеньевич

ВЕРОЯТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ
АСТЕРОИДОВ И МЕТЕОРОИДОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ
НАЛОЖЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

Специальность 01.03.01 – астрометрия и небесная механика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель
к.ф.-м.н. Т.Ю. Галушина

Томск – 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ	26
1.1. Уравнения движения. Математическое моделирование возмущающих сил	26
1.1.1. Гравитационное влияние планет и отдельных малых тел	28
1.1.2. Возмущение от несферичности Солнца и Земли	28
1.1.3. Релятивистские поправки	29
1.1.4. Возмущения от светового давления	30
1.2. Определение начальных параметров орбит	31
1.3. Интегратор Эверхарта	35
1.4. Построение доверительных областей	37
1.5. Показатели точности в задаче построения вероятностных областей движения астероидов	41
1.5.1. Показатели точности	41
1.5.2. Методы нахождения точек граничных поверхностей доверительных областей	42
1.5.3. Алгоритмы оценивания точности вероятностной модели движения астероидов	43
1.6. Особенности исследования динамики потенциально опасных астероидах, наблюдавшихся в одной оппозиции	56
1.7. Численно–аналитическая методика выявления орбитальных и вековых резонансов в движении объекта	59
1.8. Алгоритм MEGNO-анализа орбитальной эволюции объектов	64
2. ОПИСАНИЕ МЕТОДИК ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ВОЗМУЩЕНИЙ АСТЕРОИДОВ	67
2.1. Вводные замечания. Описание методик	67
2.2. Пример применения методик для оценки влияния сжатия Земли на движение астероидов 2011 MD и 2011 CQ1	70
2.3. Пример применения методик при оценке влияния сжатия Солнца на движение астероидов 1995 CR и 2011 KE	82

2.4 Анализ результатов исследования	90
3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ АСТЕРОИДА (3200) PHAETHON ПОД ВЛИЯНИЕМ НАЛОЖЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЗОНАНСОВ	92
3.1 Вводные замечания. Астероид (3200) Phaethon 1983 ТВ.	92
3.2 Улучшение орбиты и построение начальной доверительной области	94
3.3 Исследование вероятностной орбитальной эволюции	96
3.4 Исследование хаотичной и регулярной динамики под действием наложения различных резонансов	99
3.5 Заключение по 3 главе	102
4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ЭВОЛЮЦИИ АСТЕРОИДА (196256) 2003 EN1	104
4.1 Вводные замечания. Астероид (196256) 2003 EN1	104
4.2 Особенности структуры резонансных возмущений и вероятностной орбитальной эволюции астероида (196256) 2003 EN1	109
4.3 Анализ вероятностной орбитальной эволюции метеорного потока Квадрантиды, образованного из астероида (196256) 2003 EN1	123
4.3.1. Моделирование метеорного потока Квадрантиды	125
4.3.2. Орбитальные характеристики метеороидов Квадрантид по результатам моделирования	127
4.3.3. Особенности эволюции модельного потока метеороидов Квадрантид	141
4.4 Заключение по 4 главе	143
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	146
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	149

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность проблемы

Малые тела – астероиды, кометы, метеороиды – представляют собой наиболее обширный класс объектов Солнечной системы. Орбитальное движение этих объектов отличается большой сложностью и разнообразием, что создает определенные трудности в построении алгоритмов численного моделирования их динамики. Кроме того, особенности орбитального движения многих из этих объектов содержат в себе угрозу деятельности человека на Земле и в космосе.

Усиливающийся в последнее время интерес к исследованию движения малых тел Солнечной системы объясняется рядом причин. Основной из них является осознание того, что представления о динамической эволюции этих объектов необходимы для понимания эволюции Солнечной системы в целом. По данным Minor Planet Center (MPC) (<http://www.minorplanetcenter.net>) на 26 ноября 2020 года известно 993960 малых тел Солнечной системы, в том числе 24520 объектов, сближающихся с Землей. Такое пристальное внимание специалистов к исследованию эволюции орбит астероидов также обусловлено яркими событиями этого десятилетия. Например, разрушение прародителя Челябинского метеорита в результате торможения в атмосфере, произошедшего 15 февраля 2013 года (Petrova et.al., 2013), или падение 2 января 2014 года астероида 2014 AA диаметром примерно 2–4 метра (Farnocchia et.al, 2016).

Особую актуальность исследованиям динамики астероида (3200) Phaethon 1983 TB придает недавнее сближение с Землей в декабре 2017 года (Ye, 2017; Jewitt, 2017), которое поспособствовало уточнению орбиты и физических параметров объекта (Hanus и др., 2016). На 2022 год запланирована миссия DESTINY+, в рамках которой космический аппарат

должен пролететь над родительским телом метеорного потока Геменид – астероидом 3200 Phaethon (Krüger и др, 2019; Masiero и др, 2019).

Моделирование движения играет особую роль в изучении динамических свойств объектов Солнечной системы, а также в защите Земли от потенциально опасных астероидов (ПОА). Мы должны выбрать оптимальную модель возмущающих факторов, влияющих на движение астероида для исследования эволюции орбиты, прогнозирования тесных сближений и столкновений. Использование наиболее полной модели не всегда оправдано. Для некоторых объектов физические параметры и орбитальные элементы известны с хорошей точностью, в то время как для других небольшое количество наблюдений распределено по малой дуге, и физические параметры плохо определены. Поэтому анализ силовой функции должен быть первым шагом в изучении эволюции орбиты астероида.

Помимо астероидов, малоразмерные космические тела естественного происхождения (метеороиды) могут представлять реальную угрозу для работы космических аппаратов, а тела размером в несколько сантиметров – и жизнедеятельности человека. Например, теоретические оценки и натурные эксперименты показали, что метеороид массой 10^{-6} г пробивает насквозь алюминиевый лист толщиной 0.5 мм (Koschny et.al., 2017; Drolshagen et.al., 2020). Более мелкие частицы обладают меньшей разрушительной силой и вызывают только эрозию поверхности космических аппаратов. Для прогнозирования уровня метеороидной опасности для космических миссий создаются модели метеорного вещества, которые постоянно обновляются с целью учета динамической нестабильности метеорных потоков. Все модели основаны на анализе наблюдательного материала разного типа, как систематических наблюдений метеорных потоков, так и исследований родительских тел.

Исследование эволюции орбит малых тел Солнечной системы на большом интервале времени имеет ряд особенностей. Например, использование аналитических методов проблематично при исследовании

движения таких объектов из-за тесных сближений с большими планетами. Поэтому, как правило, для изучения долговременной орбитальной эволюции малых тел применяются численные методы интегрирования уравнений движения. Многократные сближения с большими планетами, орбитальные и вековые резонансные взаимодействия значительно влияют на динамику исследуемых объектов и способны приводить к проявлению хаотичности в их движении. В этой связи создаваемые численные модели движения малых тел должны иметь в своей структуре алгоритмы выявления хаотичности.

Научные результаты исследования орбитальной эволюции некоторых астероидов с различными особенностями в движении могут быть использованы для решения актуальных задач астероидной опасности, а также интересны для различных групп исследователей, приоткрывая новые пути к пилотируемым миссиям к астероидам. Поэтому в данной работе рассматриваются объекты, которые вызывают всеобщий интерес мирового научного сообщества, и знание динамики которых позволяет пролить свет на понимание эволюции Солнечной системы в целом.

Степень разработанности

В связи с актуальностью проблемы, описанной выше, остро встают задачи построения как краткосрочной, так и долговременной орбитальной эволюции небесных тел Солнечной системы, а также исследования перечисленных выше особенностей в их движении. В настоящее время опубликовано много работ, посвященных исследованию динамики астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ) (Milani et al, 2000a; Morbidelli et al, 2003; Michel et al, 2005; Giorgini et al; Заботин, Медведев, 2008, Jenniskens et al, 2009; Железнов, 2010; Aleshkina et al, 2011; Галушина и Раздымахина, 2011; Летнер, 2013; Емельяненко, 2017; Емельяненко и Нароенков, 2018 Маршалов и др., 2018; и др.), а также некоторым потенциально опасным астероидам, например, 3200 Phaethon (Galushina et.al., 2015; Krüger et.al.,

2017; Ye, 2017; Jewitt, 2017; Ryabova et.al., 2019; Галушина и Самбаров, 2019) или 99942 Apophis (Chesley, 2006; Соколов и др., 2008; Виноградова и др., 2008; Кочетова и др., 2009, 2013; Ивашкин и Стихно, 2009; Skripnichenko&Galushina, 2013; Yu Yang et al, 2014 и др.). В книге «Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра» под ред. Б.М. Шустова, Л.В. Рыхловой, 2010 изложены проблемы астероидной, кометной и метеороидной опасности и обзор соответствующих работ. Описание проблем метеорной астрономии и обзор соответствующих работ подробно представлены в книге «Meteoroids: Sources of Meteors on Earth and Beyond» editors: G.O. Ryabova, D.J. Asher, M.D. Campbell-Brown, 2019 («Метеороиды: источники метеоров на Земле и за ее пределами» под ред. Г.О. Рябовой, Д. Ашера, М. Кэмпбелл-Браун, 2019). Данные о наблюдениях и постоянно обновляемых параметрах орбит астероидов можно найти на сайте MPC (Minor Planet Center) (http://www.minorplanetcenter.net/db_search) или на сайте научно-исследовательского центр НАСА лаборатории реактивного движения (Jet Propulsion Laboratory) (<https://ssd.jpl.nasa.gov/?bodies>).

Однако, как было отмечено выше, при исследовании динамики малых тел Солнечной системы существуют некоторые проблемы в построении их орбитальной эволюции на различных интервалах времени. Исследование движения астероидов представляет собой многоцелевую задачу, решение которой в первую очередь опирается на построение доверительной области их движения. Доверительную область определяют как область возможных значений параметров орбиты астероида, ограниченную поверхностью, накрывающей с заданной в линейном приближении вероятностью истинные, неизвестные нам, значения параметров орбиты объекта. На погрешность, с которой может быть построена доверительная область, влияет множество факторов, таких как грубые и систематические ошибки в исходной выборке наблюдений, выбор весовых матриц для разнородных наблюдений, использование недостаточно точной модели сил в уравнениях движения астероида, применение линейного подхода в случае, когда задача

существенно не линейна, и т.д. Все эти факторы приводят к увеличению размеров доверительной области и ее смещению относительно неизвестных истинных параметров орбиты астероида. В работах (Sitarski, 1998; Черницов и др., 1998; Sitarski, 1999; Milani et al, 2000c; Sitarski, 2006; Черницов и др., 2007; Заботин, Медведев, 2008; Авдюшев, 2009; Сюсина и др., 2009; Armelin et al, 2010; Железнов, 2010 и др.) представлены методы статистического моделирования областей возможных значений орбитальных параметров и их отображения во времени в задачах динамики астероидов.

В движении многих небесных тел, начиная от пылевых частиц в Солнечной системе и до звездных систем в Галактике, резонансные явления наблюдаются повсеместно. Проблема влияния орбитальных и вековых резонансов на эволюцию небесных тел не нова. Исследованию резонансов в движении астероидов посвящено много работ, но в большинстве статей рассматривается динамика астероидов Главного пояса, или некоторых конкретных АСЗ, или отдельных групп АСЗ, движущихся в окрестности некоторых резонансов с большими планетами. В качестве примера можно привести работы (Wiegert et al, 1998; Vykova, Galushina, 2001; Morais, Morbidelli, 2002; Christou, Asher, 2011). Первые исследования влияния вековых резонансов были сделаны почти одновременно для искусственных спутников Земли (ИСЗ) М.Л. Лидовым (1961) и для астероидов Ё. Козаи (Kozai, 1962) в рамках двукратно осредненной задачи и в предположении, что влияние третьего тела ограничивается задачей Хилла. Влияние вековых резонансов на динамику объектов главного пояса, движущихся по почти круговым орбитам, исследовано достаточно детально. Динамика объектов, имеющих большие эксцентриситеты орбит и тесные сближения с планетами, и в тоже время подверженных действию вековых резонансов, менее исследована (de la Fuente Marcos & de la Fuente Marcos, 2015, 2019, 2020; Greenstreet S, 2020). В монографии А. Морбиделли «Современная небесная механика. Аспекты динамики Солнечной системы» (Morbidelli, 2002)

приведен обзор результатов, полученных по исследованию влияния вековых резонансов на движение астероидов.

Динамический хаос в движении небесных тел (Wisdom, 1987; Murray&Dermott, 1999; Morbidelli, 2002) явление весьма частое. Изучение резонансных движений и проявлений динамического хаоса в динамике небесных тел несомненно является актуальной задачей. Динамический хаос может проявляться в окрестности резонансов (Чириков, 1977; Шустер, 1988). Существует несколько сценариев проявления хаотичности в орбитальном движении, например, можно отметить переход к хаотичности при движении в окрестности резонансов, наличии вторичных резонансов, или вековых резонансов внутри резонансов по среднему движению (перекрывание резонансов), или многократных сближений астероидов с планетами. Орбитальное движение астероидов и метеороидов также очень часто сопровождается хаотичностью.

В настоящей работе для изучения хаоса в орбитальном движении астероидов и метеороидов используется усредненный параметр MEGNO (Cincotta et al, 2003; Valk et al, 2009). Этот параметр относится к так называемым быстрым ляпуновским индикаторам, которые позволяют исследовать динамику астероидов на предмет проявления хаотичности на относительно коротких интервалах времени (Шефер, 2011; Шефер, Коксин, 2013).

Эволюция орбиты астероида (196256) 2003 EH₁ года была изучена многими авторами, в последнее время Kaňuchová and Neslušan (2007), Kholshchevnikov et al. (2016). Динамические исследования показали, что астероид связан с одним из главных ежегодных метеорных потоков – Квадрантид (Jenniskens, 2003; Williams et al., 2004a; Porubcan & Kornos, 2005; Micheli et al., 2008). Возраст и механизм формирования ядра метеорного потока Квадрантид были изучены Wiegert et al. (2005), Abedin et al. (2015). Численные исследования движения астероида (196256) 2003 EH₁ и его 500 клонов (Williams et al., 2004b) показали, что орбиты клонов из-за

множественных близких сближений с планетами отходят от номинальной орбиты очень быстро.

Эволюция средней орбиты потока Квадрантиды и его отдельных метеороидов неоднократно изучалась, и первой работой в этой серии был Hamid&Youssef (1963). Hughes et.al. (1981) показали, что движение узлов очень чувствительно к используемым параметрам орбиты, а в работах (Gonczi et al., 1992; Froeschlé, 1986; Williams & Wu, 1993) показано, что средняя орбита потока испытывает многочисленные тесные сближения с Юпитером и ведет себя случайным образом, что соответственно, может говорить о возможном проявлении хаоса в потоке Квадрантид.

Считается, что астероид 3200 Phaethon является прародителем метеороидного потока Геминид (Whipple, 1983; Fox и др., 1984; Gustafson, 1989; Williams and Wu, 1993; Ryabova, 2007). Однако, в механизме образования потока нет полной ясности и это привлекает внимание ученых во всем мире. Например, Японское агентство аэрокосмических исследований рассматривает 3200 Phaethon как потенциальную цель для космической миссии (Krüger и др., 2017). В настоящее время особую актуальность исследованиям динамики астероида 3200 Phaethon придает его сближение с Землей в декабре 2017 г. (Ye, 2017; Jewitt, 2017), которое поспособствовало уточнению орбиты и физических параметров объекта (Hanus и др., 2016).

Проведенный обзор позволяет сделать вывод об актуальности задачи выявления и исследования особенностей динамики малых тел Солнечной системы. Таким образом, несмотря на обилие исследований в области динамики астероидов, существуют ещё нерешенные задачи, как по линии уточнения методик, так и по линии исследования динамики конкретных объектов.

Цель и задачи работы

Целью работы является построение по данным измерений вероятностной орбитальной эволюции астероидов, движущихся в условиях наложения возмущений различных типов, исследование резонансных взаимодействий астероидов с планетами и проявления хаотичности в движении объектов, в том числе, астероидов (196256) 2003 EN1 и 3200 Phaethon.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе были решены следующие задачи:

1. Построена численно-аналитическая методика выявления апсидально-нодальных резонансов в движении астероидов и исследовано их влияние на движение астероидов, находящихся в условиях наложения возмущений различных типов.
2. Рассмотрено влияние различных слабых возмущающих факторов на вероятностную динамику астероидов, движущихся в условиях наложения возмущений различных типов.
3. Выявлены особенности динамической эволюции комплекса метеороидный поток Квадрантиды и астероид (196256) 2003 EN1 под действием вековых резонансов. Получены оценки хаотичности орбит этих небесных тел Солнечной системы с помощью параметра MEGNO.
4. Исследована долговременная орбитальная эволюция астероида 3200 Phaethon, движущегося в окрестности резонанса $3/7$ с Венерой. Построена и исследована вероятностная область его движений. Получены оценки хаотичности орбиты астероида с помощью параметра MEGNO.

Научная новизна работы

1. Исследована орбитальная эволюция ряда объектов, движущихся в условиях наложения возмущений различных типов и оказывающих влияние на вероятностное отображение доверительных областей с разным набором наблюдательного материала.
2. Исследована орбитальная эволюция метеороидных частиц потока Квадрантиды, выброшенных из астероида (196256) 2003 EH₁, сближающихся с Юпитером и движущихся в окрестности резонансов низких порядков с ним. Получена оценка хаотичности орбит метеороидных частиц потока Квадрантиды с помощью параметра MEGNO.
3. Выявлено хаотичное движение для астероидов 3200 Phaethon и (196256) 2003 EH₁, причиной которого является наличие неустойчивых резонансов и большого числа сближений с планетами.

Теоретическая и практическая значимость работы

Представленные в работе алгоритмы, а также построенное на их основе программное обеспечение могут быть использованы для исследования динамической эволюции малых тел Солнечной системы и выявления областей хаотичности движения околоземных объектов. Полученные в диссертации результаты показывают широкую применимость численно-аналитической методики выявления и исследования влияния вековых резонансов на орбитальную эволюцию малых тел Солнечной системы. Применение этой методики позволило выявить резонансные соотношения низких порядков, которых оказались значимы для эволюции астероидов (196256) 2003 EH₁ и (3200) Phaethon. Результаты данной работы могут широко использоваться при исследовании динамики малых тел Солнечной системы.

Применение разработанной методики позволило проанализировать степень распространенности резонансов в метеороидном потоке Квадрантид и выявить те области пространства, где эти резонансы сохраняют устойчивые конфигурации и их влияние особенно существенно.

Методология и методы исследования

Методология исследования динамики астероидов и метеороидов основана на законах небесной механики и решении соответствующих дифференциальных уравнений движения. При исследовании орбитальной эволюции АСЗ используется метод численного интегрирования уравнений движения астероидов. Численная модель движения астероидов с учетом необходимых сил, действующих на него, реализована в виде программно-алгоритмического комплекса «ИДА», разработанного коллективом НИИ ПММ ТГУ (Быкова и др., 2012; Galushina et. al., 2019). Комплекс «ИДА» позволяет прогнозировать движение астероида на заданный момент времени, строить вероятностную орбитальную эволюцию, проводить MEGNO–анализ динамики астероида, исследовать некоторые особенности его движения, такие как тесные сближения и орбитальные резонансы с планетами, Плутоном и Луной.

Выявление и исследование орбитальных резонансов в движении АСЗ осуществляется на основе численного анализа поведения резонансных характеристик: критического (резонансного) аргумента (Murray, Dermott, 1999; Nesvorný et al, 2002), определяющего долготу соединения астероида и планеты, и его производной по времени, называемой резонансной «щелью» (Гребеников, Рябов, 1978).

Для исследования регулярности или хаотичности движения в окрестности границ резонансных областей нами используется индикатор MEGNO (Mean Exponential Growth of Nearby Orbit) (Cinkotta et al, 2003).

Положения, выносимые на защиту

1. Разработанный способ оценки влияния слабых возмущающих факторов на вероятностное описание движения астероидов показал свою эффективность на примере анализа вероятностной эволюции орбит ряда астероидов. Рассматриваемый способ имеет геометрически ясный, простой вид, и позволяет в ряде случаев определить степень влияния отдельных малых возмущающих сил.
2. Разработанная численно-аналитическая методика выявления апсидально-нодальных резонансов в движении астероидов существенно расширяет возможности анализа орбитальной эволюции объектов.
3. Анализ орбитальной эволюции астероида 3200 Phaethon показал, что сближения с Венерой приводят к переходу объекта через орбитальный резонанс с данной планетой, однако он не задерживается в нем надолго. Нестабильная геометрическая конфигурация резонанса $3/7$ с Венерой, а точнее переход между резонансными и нерезонансными состояниями, может быть причиной столь резкого проявления хаотичности в движении объекта.
4. Исследование орбитальной эволюции астероида (196256) 2003 EN₁ показало, что объект имеет частые тесные сближения с Юпитером и на его движение действуют одновременно несколько устойчивых апсидально-нодальных и неустойчивых орбитальных резонансов, для которых происходит изменение критического аргумента циркуляционного характера на либрационный и обратно, в результате чего в его движении возникает хаотичность.
5. Исследования орбитальной эволюции метеороидных частиц потока Квадрантиды, выброшенных из астероида (196256) 2003 EN₁, сближающихся с Юпитером и движущихся в окрестности орбитальных резонансов, говорят о том, что хаотичность в движении

этих частиц появляется в окрестности границ, разделяющих резонансное и нерезонансное движения, а также при сближении частиц с Юпитером. Устойчивые выброшенные частицы могут быть захвачены в резонанс Лидова-Козаи, который защищает их от тесных сближений с Юпитером. Отсутствие тесных сближений с Юпитером приводит к довольно гладкой траектории с почти постоянной большой полуосью.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается данными наблюдений АСЗ, представленными на сайте Центра Малых Планет MPC (Minor Planet Center) (<http://www.minorplanetcenter.net>). Используемое в процессе исследований программное обеспечение протестировано на объектах с заведомо известными особенностями и характером движения. Кроме того, достоверность полученных результатов подтверждается сравнением некоторых из них с результатами других авторов (Wiegert et al., 2005; Abedin et al., 2015; Ye, 2017; Jewitt, 2017).

По результатам исследований опубликовано 17 работ (Самбаров, Сюсина, 2012; Сюсина и др., 2012b; Сюсина и др., 2013; Самбаров, Сюсина, 2014; Самбаров и др., 2014; Самбаров, Сюсина, 2015; Баранников и др., 2016; Сюсина, Самбаров, 2017; Самбаров, 2017; Galushina, Sambarov, 2017; Syusina, Sambarov, 2017; Самбаров, Сюсина, 2017; Самбаров, Сюсина, 2018a; Самбаров, Сюсина, 2018b; Галушина, Самбаров, 2019; Sambarov et al., 2020), из них 8 в изданиях, рекомендуемых ВАК для публикации научных работ.

Результаты исследований докладывались на 26 научных конференциях:

1. III Всероссийская Молодёжная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики» (г. Томск, 11–13 апреля 2012 г.).

2. Международная молодежная конференция «Современные проблемы прикладной математики и информатики» в рамках Фестиваля науки (г. Томск, 19-21 сентября 2012г.).
3. XXXXII Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 28 января – 1 февраля 2013 г.).
4. Всероссийская конференция по математике и механике (г. Томск, 2 – 4 октября 2013 г.).
5. XXXXIII Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 3 – 7 февраля 2014 г.).
6. III научно-техническая конференция молодых специалистов ОАО «ИСС» «Разработка, производство, испытания и эксплуатация космических аппаратов и систем» (г. Железногорск, 10 – 12 сентября 2014г.).
7. IV Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики» (г. Томск, 8 – 10 ноября 2014 г.).
8. XXXXIV Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 2 – 6 февраля 2015 г.).
9. XXI Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых (ВНКСФ-21) (г. Омск, 26 марта – 4 апреля 2015г.).
10. V Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2015» (г. Томск, 25 – 27 ноября 2015г.).
11. XXXXV Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 1 – 5 февраля 2016 г.).
12. Meteoroids-2016 (ESTEC 6-10 June 2016.- Noordwijk, The Netherlands)
13. VI Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2016» (г. Томск, 16 – 18 ноября 2016г.).

14. XXXXVI Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 30 января – 3 февраля 2017 г.).
15. V конференция молодых ученых с международным участием «Метеориты. Астероиды. Кометы» (г. Екатеринбург, 2 – 4 февраля 2017 г.).
16. 2-я научно-практическая конференция «Военная безопасность Российской Федерации: взгляд в будущее» (г. Москва, 2 марта 2017 г.).
17. Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения» (г. Москва, 5 - 20 апреля 2017 г.).
18. Всероссийская студенческая конференция «Студенческая научная весна – 2017» (г. Реутов, 21 апреля 2017 г.).
19. I молодежная научная конференция-конкурс «Космическая безопасность XXI века: проекты и решения» (г. Москва, 19 мая 2017 г.).
20. V-я всероссийская научно-техническая конференция «РТИ системы ВКО-2017» (г. Москва, 25 мая 2017 г.).
21. VII Пулковская молодежная астрономическая конференция (г. Санкт-Петербург, 28-31 мая 2018 г.)
22. Всероссийская астрометрическая конференция «Пулково-2018» (г. Санкт-Петербург, 8-12 ноября 2018 г.)
23. International Meteor Conference (30 August–2 September 2018, Pezinok-Modra, Slovakia)
24. X Всероссийская конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», посвященную 50-летию НИИ ПММ ТГУ и 140-летию ТГУ (г. Томск, 3-5 сентября 2018 г.)
25. Meteoroids-2019 (17-21 June 2019. Bratislava, Slovakia)
26. Observatory Days 2020 (8-10 January 2020. Sodankylä Geophysical Observatory, Finland)

Представленные в диссертации результаты включены в отчеты по проектам:

1. № 11-02-00918-а «Создание и применение методов исследования околопланетной динамики малых космических объектов» (РФФИ);
2. № 12-02-00220 «Разработка и применение эффективных алгоритмов определения параметров движения небесных тел по наблюдениям» (РФФИ);
3. № 16-32-00191 мол_а «Развитие и применение эффективных методов вероятностного моделирования движения астероидов и оценивания вероятности их столкновения с Землей» (РФФИ).
4. № 8.1.54.2015–16 «Исследование динамики малых космических объектов, представляющих опасность для Земли и деятельности Человека в космосе» (Программы повышения конкурентоспособности ТГУ, фонд им. Д.И. Менделеева Томского университета)

Публикации по теме диссертации

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

1. Сюсина О.М., Самбаров Г.Е., Черницов А.М., Тамаров В.А. Исследование влияния ошибок модели движения астероидов на точность построения начальной доверительной области // Известия высших учебных заведений. Физика. 2012. Т. 55. № 10-2. С. 50-59.

2. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А., Самбаров Г.Е. Способ оценки влияния модели сил на систематическую ошибку определения областей возможных движений астероидов // Известия высших учебных заведений. Физика. 2013. Т.56. N 6-3. С. 235-237.

3. Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Оценивание влияния ошибок модели движения астероидов, сближающихся с землей, на точность построения

доверительных областей // Вестник СибГАУ. Красноярск 2014а. № 4 (56). С. 111-118.

4. **Самбаров Г.Е.**, Черницов А.М., Тамаров В.А. Оценивание влияния сжатия Земли и Солнца на точность вероятностной модели движения астероидов, наблюдавшихся в одной оппозиции // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 10-2. С. 32-42.

5. Galushina T.Yu., **Sambarov G.E.** The dynamical evolution and the force model for asteroid (196256) 2003 EH // Planetary and Space Science. 2017. V. 142. 38

6. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Анализ вероятностной орбитальной эволюции астероидов 2011 CQ1 И 2011 MD // Известия высших учебных заведений. Физика. 2018. Т. 61. № 2 (722). С. 149-153.

7. Галушина Т.Ю., **Самбаров Г.Е.** Исследование динамики астероида 3200 Phaethon под влиянием наложения различных резонансов // Астрономический вестник. 2019. Т. 53. № 3. С. 231-239.

8. **Sambarov G.E.**, Galushina T.Yu, Syusina O.M. Analysis of the dynamical evolution of the Quadrantid meteoroid stream // Planetary and Space Science, 2020, V. 185, article id. 104885.

Другие публикации автора по теме диссертации

9. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Влияние систематических ошибок на точность построения областей возможных движений малых тел Солнечной системы // В сборнике: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики Сер. "Серия физико-математическая" 2012. С. 283-286.

10. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Оценивание возмущающих ускорений в вероятностных моделях движения потенциально опасных астероидов // В сборнике: Физика Космоса Труды 44-й международной студенческой научной конференции. Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. 2015. С. 194.

11. Баранников Е.А., **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М., Тамаров В.А., Черницов А.М. Оценивание способов построения весовых матриц в задаче вероятностного исследования движения астероидов // В сборнике: Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики (ФППСМ-2016) Сборник трудов IX всероссийской научной конференции. 2016. С. 334-336.

12. Сюсина О.М., **Самбаров Г.Е.** Оценивание влияния различных возмущающих ускорений на точность вероятностной модели движения астероида 2011 MD // В сборнике: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики Труды Томского государственного университета. Сер. "Физико-математическая" Под редакцией М.Ю. Орлова. 2017. С. 131-134.

13. **Самбаров Г.Е.** Оценка влияния возмущения от несферичности геопотенциала на движение высокоорбитальных космических объектов // В книге: Гагаринские чтения 2017 Тезисы докладов. 2017. С. 876-877.

14. Syusina O.M., **Sambarov G.E.** Evaluation of influence of different perturbing accelerations on accuracy of probabilistic model of asteroid 2011 md motion // Journal of Physics: Conference Series 6. Сер. "6th International Conference Current Issues of Continuum Mechanics and Celestial Mechanics, SICMCM 2016" 2017. С. 012025.

15. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Исследование влияния слабых возмущений на точность вероятностной модели движения астероидов, сближающихся с Землей // В сборнике: Физика Космоса труды 46-й Международной студенческой научной конференции. Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. 2017. С. 219.

16. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Исследование и выявление особенностей движения малых тел Солнечной системы, попавших в околоземное пространство // В сборнике: Физика космоса труды 47-й Международной студенческой научной конференции. Министерство

образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина; 2018. С. 226-227.

В совместных работах с Черницовым А.М., Галушиной Т.Ю., Тамаровым В.А. и Сюсиной О.М. Галушиной Т.Ю. и Черницову А.М. принадлежат постановка задач, выбор темы исследования и обсуждение полученных результатов. Тамаров В.А. принимал участие в тестировании на упрощённых моделях численных расчетов и подготовке публикаций. Совместно с соавторами Сюсиной О.М. и Галушиной Т.Ю. были разработаны рабочие алгоритмы, и осуществлена их программная реализация. Совместно с Галушиной Т.Ю. была разработана уточненная аналитическая часть методики исследования вековых резонансов, которая вошла в программные подмодули, разработанные автором диссертации, получены все результаты по выявлению апсидально-нодальных резонансов и исследованию их влияния на долговременную орбитальную эволюцию астероидов. Самостоятельно автором работы были проведены все численные эксперименты, включенные в диссертацию.

Краткое содержание диссертационной работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованных источников (179 наименований). Общий объем диссертации составляет 167 страниц, содержит 48 рисунков и 13 таблиц.

Во введении дано обоснование актуальности проблемы, сформулированы цель и практическая значимость исследований, приведены положения, выносимые на защиту, список публикаций и данные об апробации работы, описана структура диссертации.

В первой главе дается краткое описание численной модели движения малых тел Солнечной системы. Рассматриваются уравнения движения и математическая модель возмущающих сил всех больших планет, Плутона,

Луны, Цереры, Паллады, Весты; сжатия Земли, Солнца и Юпитера; релятивистские эффекты от Солнца, планет, Плутона и Луны. Дано описание возмущающих сил, приведены алгоритмы вычисления их влияния. Подробно излагаются вопросы, связанные с определением НК-оценок начальных параметров орбит и показателей точности моделей. Приводится краткий обзор методов построения областей возможных значений параметров орбит малых тел Солнечной системы, разработанных ранее другими авторами. Представлена численно-аналитическая методика выявления вековых резонансов и выписаны 20 апсидально-нодальных резонансных соотношений низких порядков.

Вторая глава посвящена описанию методик исследования структуры возмущений и численных оценок влияния малых возмущающих ускорений на эволюцию объектов; показано, что они могут приводить к значительным отклонениям орбиты от номинальной. При исследовании орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы желательно учитывать малые возмущающие факторы, негативным последствием их игнорирования может оказаться непопадание изучаемого объекта в расчетную область возможных движений.

Изучение свойств движения малых тел Солнечной системы требует особого внимания к используемой структуре возмущений. Тип орбиты и физические свойства исследуемых объектов могут потребовать использования видоизмененной, специфической модели возмущающих сил в зависимости от поставленной задачи. Для объектов, которые близко проходят к Солнцу, желательно учитывать возмущения, обусловленные релятивистскими эффектами от Солнца и сжатием Солнца, что требует знания точных параметров сжатия. При исследовании движения малых тел Солнечной системы, проходящих близко к Земле, желательно в модели учитывать несферичность геопотенциала.

Третья глава посвящена исследованию движения астероида 3200 Phaethon, который испытал сближение с Землей в декабре 2017 г. Мы

рассматриваем динамику астероида 3200 Phaethon, выявляя сближения с планетами, орбитальные и вековые резонансы, и оцениваем время предсказуемости и причины хаотичности. Особенностью динамики рассматриваемого объекта является прохождение через неустойчивый орбитальный резонанс 3/7 с Венерой, наличие целого спектра апсидально-нодальных резонансов с Меркурием, Венерой, Землей, Марсом и Юпитером, а также многочисленные тесные сближения с планетами земной группы. Данные особенности приводят к проявлению хаотичности движения за пределами интервала времени (1780–2350 гг.).

Четвертая глава посвящена исследованию особенностей динамической эволюции астероида (196256) 2003 EN1. В данной главе анализируется влияние различных возмущающих факторов на движение астероидов. Оценка возмущений была сделана тремя различными методами, основанными на эволюции номинальной орбиты и размере начальной доверительной области. Наиболее значимые влияния на движение астероида (196256) 2003 EN1 оказывают гравитационные силы от Солнца, больших планет и Луны, релятивистские эффекты от Солнца. Исследования хаотичности и эволюции астероида (196256) 2003 EN1 были изучены путем интегрирования его уравнений движения наряду с 500 клонами. Интервал времени (1000, 4000) гг был определен путем оценки точности интегрирования.

Представленные результаты исследования орбитальной эволюции (196256) 2003 EN1 показывают, что орбита этого объекта в ходе эволюции существенно изменяется. Эти изменения объясняются сближениями с Юпитером, перекрытием различных апсидально-нодальных резонансов, и наличием орбитальных резонансов низких порядков на малых интервалах времени. Присутствие этих вековых резонансов приводит к значительному увеличению эксцентриситета, а неустойчивое движение астероида вызвано нахождением в окрестности резонансов с Венерой, Марсом, кроме того, частые сближения с Юпитером приводят к проявлению хаотизации движения

астероида. Параметр MEGNO меньше 2 только в интервале от 1700 до 2300 гг. После 2300 года параметр MEGNO увеличивается, что свидетельствует о неустойчивости движения. Т.е. орбита может рассматриваться как регулярная на временном интервале ± 300 лет от текущей эпохи и как хаотичная вне этого интервала.

В данной главе также представлен возможный сценарий динамического развития потока Квадрантиды, образованного астероидом (196256) 2003 EH₁. Анализ динамики метеороидных частиц выявил сложную динамическую структуру потока Квадрантид, который приближается к орбитам Юпитера и Земли. Параметр MEGNO увеличивается для нестабильных модельных частиц метеорного потока. Высокие значения параметра MEGNO обусловлены частыми изменениями большой полуоси, вызванными многократными сближениями с Юпитером вблизи сферы Хилла. Тогда как для стабильных частиц наблюдается противоположная ситуация. Устойчивые выброшенные частицы могут быть захвачены в резонанс Лидова-Козаи, который защищает их от тесных сближений с Юпитером. Отсутствие тесных сближений с Юпитером приводит к довольно гладкой траектории с почти постоянной большой полуосью. Отметим также, что хаотическое поведение модельных частиц метеорного потока может быть вызвано не только тесными сближениями с планетами, но и нестабильным орбитальным резонансом.

В заключении перечислены основные результаты, представленные в диссертационной работе и сделаны соответствующие выводы.

Благодарности

Автор диссертационной работы считает своим долгом выразить глубокую благодарность своему научному руководителю, кандидату физико-математических наук Галушиной Т.Ю. за предложенную тему исследований, постоянные консультации, обсуждение полученных результатов и поддержку на протяжении всех этапов работы; доктору физико-математических наук,

профессору А.М. Черницову за помощь в выборе направления исследований и поддержку на протяжении первого этапа работы; кандидату физико-математических наук, доценту В.А. Тамарову за обсуждение результатов и помощь при выполнении данной работы. Автор также признателен кандидату физико-математических наук Сюсиной О.М. за консультации и совместные исследования.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

1.1. Уравнения движения. Математическое моделирование возмущающих сил

Математическая модель орбитального движения обычно представляет совокупность уравнений, связывающих между собой параметры, непосредственно характеризующие динамическое состояние объекта на орбите. Весь исследовательский процесс сводится к решению конкретных уравнений, описывающих математическую модель. За счет интенсивного развития компьютерных технологий для исследования орбит прибегают к численным методам. Реализацию на компьютере математической модели можно назвать численным моделированием. Следовательно, современная математическая модель орбиты базируется на достаточно сложных дифференциальных уравнениях небесной механики, решаемых приближенными численными методами интегрирования.

Основным возмущающим фактором в численной модели движения малых тел Солнечной системы является притяжение больших планет. Чем богаче спектр учитываемых возмущающих сил, действующих на малое тело, тем точнее представление его орбиты математической моделью, и тем более приближенно к реальному движению. Но у этой ситуации есть «обратная сторона медали»: учет мелких возмущений (особенно если их параметры плохо известны) может привести к накоплению погрешности вычислений. Поэтому к выбору модели необходимо подходить с высокой степенью осторожности. В большинстве случаев можно рассматривать малые тела, большие планеты, Луну, Плутон и Солнце как материальные точки. Массы

изучаемых объектов (астероида или кометы) вследствие их малости полагаются равными нулю.

Движение астероидов рассматривается в рамках возмущенной задачи двух тел в прямоугольной гелиоцентрической системе координат, отнесенной к экватору и равноденствию 2000.0. Координаты больших планет, Плутона и Луны на заданный момент времени определялись из фондов координат больших планет DE405, DE406 или DE431 (<http://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.html>). В качестве численного метода интегрирования уравнений движения астероидов использовался метод Эверхарта (Everhart, 1985). Рассмотрим более подробно численную модель движения астероидов.

Дифференциальные уравнения движения в таком случае имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \dot{\mathbf{x}}, \\ \frac{d\dot{\mathbf{x}}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t), \end{cases} \quad (1.1)$$

с начальными условиями

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0), \dot{\mathbf{x}}_0 = \dot{\mathbf{x}}(t_0),$$

где

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t) = \mathbf{F}_K + \mathbf{P}_{pl} + \mathbf{P}_0 + \mathbf{P}_3 + \mathbf{P}_S + \mathbf{P}_{RS}. \quad (1.2)$$

Здесь $\mathbf{F}_K = -\frac{\mu\mathbf{x}}{r^3}$ – кеплеровские члены; \mathbf{P}_{pl} – возмущающие ускорения, обусловленные притяжением планет, Плутона, Луны, \mathbf{P}_0 , \mathbf{P}_3 – возмущающие ускорения, обусловленные несферичностью Солнца и Земли, \mathbf{P}_S – возмущающие ускорения, обусловленные световым давлением и \mathbf{P}_{RS} – возмущающие ускорения, обусловленные релятивистскими эффектами от Солнца; $\mathbf{x}(x_1, x_2, x_3)$, $\dot{\mathbf{x}}(\dot{x}_1, \dot{x}_2, \dot{x}_3)$ – вектор положения и скорости исследуемого астероида, $r^2 = \sum_{i=1}^3 x_i^2$, μ – гравитационный параметр Солнца; t – время в средних солнечных сутках.

В зависимости от орбиты исследуемого объекта некоторые возмущения могут не учитываться. Рассмотрим возмущающие ускорения более подробно.

1.1.1. Гравитационное влияние планет и отдельных малых тел

Основной вклад в возмущающее ускорение \mathbf{P}_{pl} вносит притяжение больших планет, Плутона и Луны. Если считать, что на движение астероида оказывают влияние только большие планеты, Плутон, Луна и наиболее крупные астероиды (Церера, Паллада и Веста), возмущающее ускорение \mathbf{P} примет следующий вид

$$\mathbf{P}_{pl} = \sum_m \mu_m \left(\frac{\mathbf{x}_m - \mathbf{x}}{\Delta_m^3} - \frac{\mathbf{x}_m}{r_m^3} \right), \quad (1.3)$$

где $\mathbf{x}_m(x_{m1}, x_{m2}, x_{m3})$ и μ_m – соответственно вектор положения и гравитационный параметр возмущающего тела, $r_m^2 = \sum_{i=1}^3 x_{mi}^2$, $\Delta_m^2 = \sum_{i=1}^3 (x_i - x_{mi})^2$.

Координаты больших планет, Плутона и Луны определяются из эфемерид DE лаборатории реактивного движения NASA. Координаты трех самых массивных астероидов вычисляются путем совместного интегрирования уравнений их движения, начальные координаты определяются из каталога Э. Боуэлла (<ftp://ftp.lowell.edu/pub/elgb/astorb.dat>). Для моделирования орбитальной эволюции был использован программный комплекс «IDA», разработанный коллективом НИИ ПММ ТГУ для исследования динамики и вероятностной орбитальной эволюции астероидов (Быкова и др., 2012; Galushina et.al., 2019).

1.1.2. Возмущение от несферичности Солнца и Земли

В случае если исследуемый объект имеет тесные сближения с Землей, в модель сил желательно включать влияние сжатия Земли. В случае, когда у объекта малое перигелийное расстояние, предпочтительно учитывать воздействие сжатия Солнца (в большинстве случаев достаточно ограничиться учетом возмущений от второй зональной гармоники). Тогда

возмущающее ускорение и возмущающая функция, обусловленные второй зональной гармоникой потенциала притяжения Земли или Солнца, вычисляется по формулам (Аксенов, 1977)

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_0 &= \frac{\partial R_0}{\partial \mathbf{x}}, R_0 = -J_{2S} \frac{k^2 M_0 r_0^2}{r_0^3} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \varphi_i - \frac{1}{2} \right) \\ \mathbf{P}_3 &= \frac{\partial R_3}{\partial \mathbf{x}}, R_3 = -J_{2E} \frac{k^2 M_3 r_3^2}{r_3^3} \left(\frac{3}{2} \sin^2 \varphi_i - \frac{1}{2} \right), \quad i = 0, 3, \end{aligned} \quad (1.4)$$

где M_0, r_0, M_3, r_3 – масса и средний экваториальный радиус Солнца и Земли, соответственно, и r_i', φ_i – геоцентрический радиус-вектор и широта астероида относительно экватора Солнца и Земли, $\sin \varphi_i = z_i'/r_i'$. J_{2i} ($i = S, E$) – параметр сжатия Солнца и Земли, соответственно. Параметр сжатия Солнца известен в настоящее время не очень точно. Различные определения этой величины дают значения, близкие к $J_{2S} = 2.0 \times 10^{-7}$ (Питьева, 2005). Начиная с 1958 г. и по настоящее время при помощи наблюдений искусственных спутников Земли было выведено несколько десятков систем постоянных геопотенциала (Аксенов, 1977), поэтому величина $J_{2E} = 1082.628 \times 10^{-6}$, характеризующая полярное сжатие Земли, определена с высокой точностью и постоянно уточняется.

Заметим, что здесь вектор положения \mathbf{x} задается в системе координат, жестко связанной с гравитирующим телом, с началом в центре масс, поэтому для определения учета влияния сжатия конкретного небесного тела в любой другой системе необходимо знать его относительную динамику. Поэтому из основной системы отсчета (гелиоцентрической экваториальной на эпоху 2000.0) переходим в систему истинного экватора небесного тела, в этой системе вычисляем составляющие ускорения и переводим ускорения с помощью обратной матрицы преобразования в основную систему отсчета.

1.1.3. Релятивистские поправки

Общая теория относительности объясняет природу гравитации, поэтому небесная механика, по сути, должна быть релятивистской, поскольку исследуемое движение есть результат гравитационных взаимодействий.

Релятивистские эффекты оказывают влияния на малые тела, и поэтому их нужно учитывать при моделировании орбит (Брумберг, 1972).

Вектор возмущающего ускорения \mathbf{P}_{RS} , учитывающий релятивистский эффект в движении объекта, был выбран в виде шварцшильдовского линейного элемента, который определяется следующей формулой:

$$\mathbf{P}_{RS} = b_1 \mathbf{x} + b_2 \dot{\mathbf{x}}, \quad (1.5)$$

$$b_1 = \frac{2k^2}{c^2 |\mathbf{x}|^5} \left(k^2 |\mathbf{x}| - |\mathbf{x}|^2 |\dot{\mathbf{x}}|^2 + (\mathbf{x}\dot{\mathbf{x}})^2 \left(1 + \frac{c^2 |\mathbf{x}|}{2(c^2 |\mathbf{x}| - 2k^2)} \right) \right),$$

$$b_2 = \frac{2k^2 (\mathbf{x}\dot{\mathbf{x}})}{(c^2 |\mathbf{x}| - 2k^2) |\mathbf{x}|^2},$$

где c – скорость света.

1.1.4 Возмущения от светового давления

Значительное влияние на небесные тела, в особенности на мелкие частицы, могут оказывать радиационные силы, такие как, световое давление. Предположение о существовании светового давления высказывалось еще в XVII веке немецким астрономом И. Кеплером для объяснения формы хвоста комет, но в 1873 году английский физик Дж. Максвелл объяснил это явление в рамках классической электродинамики.

Для определения светового давления введем следующие предположения: мощность потока солнечной радиации постоянна, сила светового давления всегда направлена по линии астероид – Солнце, астероид имеет сферическую форму. При этих условиях сила прямого светового давления Солнца на астероид может быть задана следующим образом:

$$\mathbf{P}_S = k\theta \frac{a_E^2}{|\mathbf{x}|^2} \frac{\sigma}{m} \frac{\mathbf{x}}{|\mathbf{x}|}, \quad (1.6)$$

где c – скорость света; $k = 4.56 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}^2$ – солнечная постоянная; θ – постоянная, характеризующая отражающие свойства объекта ($\theta = 1$ соответствует зеркальному отражению); a_E – астрономическая единица

(среднее расстояние от Земли до Солнца); σ – площадь миделева сечения, отнесенного к плоскости, перпендикулярной вектору положения; m – масса исследуемого объекта (Авдюшев, 2010).

1.2. Определение начальных параметров орбит

При исследовании движения небесных тел Солнечной системы основой для прогнозирования движения является начальная орбита, определенная по наблюдениям. При определении орбиты ошибки наблюдений, модели и округления, неустранимых в силу их случайности, передаются параметрам принятой модели. Таким образом, они задают уровень модельной точности, которая не может быть преодолена, какой бы мощный вычислительный инструментарий не применялся. Оценка влияния ошибок начальных данных на результаты прогнозирования движения астероида выполняется обычно путем задания некоторой доверительной области и отображения этой области во времени. Исследованиям этой проблемы и разработке алгоритмов построения вероятностных областей движения небесных тел посвящены работы многих авторов (Muinonen, 1996; Sitarski, 1998; Черницов и др., 1998; Sitarski, 1999; Milani, 1999; Milani et al, 2000a, 2000б; Черницов, 2000; Sitarski, 2006; Черницов и др., 2007; Заботин, Медведев, 2008; Соколов и др., 2008; Авдюшев, 2009; Быкова, Галушина, 2009; Ивашкин, Стихно, 2009а, б; Сюсина и др., 2009; Armelin et al, 2010 и др.).

В задачах определения начальных параметров движения малых тел, и параметров действующих на эти тела сил используют, как правило, метод наименьших квадратов (МНК) (Эльясберг, 1976). Метод представляет собой минимизацию целевой функции $\Phi(\mathbf{q})$, характеризующей близость наблюдаемых и моделируемых величин и имеющей вид:

$$\Phi(\mathbf{q}) = (\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*)^T \mathbf{W}(\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*) \rightarrow \min, \quad (1.7)$$

где $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_m)$ – m -мерный вектор начальных параметров (в нашем случае $m = 6$); $\mathbf{d}(\mathbf{q})$ – расчетная n -мерная вектор-функция измеряемых параметров ($n > m$); \mathbf{d}^* – n -мерный вектор измерений этих параметров; \mathbf{W} – весовая матрица; символ T означает операцию транспонирования.

Для решения задачи минимизации целевой функции (1.7) предположим, что выполняются следующие условия:

1. Решением задачи безусловной минимизации (1.7) является матрица Гессе $\frac{\partial^2 \Phi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}^2}$, которая не вырождена в окрестности точки $\hat{\mathbf{q}}$. Это условие обеспечивает корректность задачи минимизации (1.7) и исключает из рассмотрения вырожденные случаи, когда имеет место множественность решений;

2. Начальное приближение \mathbf{q}^0 , взятое в качестве стартового в итерационных методах решения задачи (1.7), принадлежит достаточно малой окрестности точки $\hat{\mathbf{q}}$. Это необходимое условие для сходимости итерационных процессов к решению $\hat{\mathbf{q}}$ и позволяет свести задачу минимизации (1.7) к решению системы нелинейных уравнений вида:

$$\Phi'(\mathbf{q}) = \frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = 0. \quad (1.8)$$

Систему этих нелинейных уравнений, которую в математической статистике принято называть системой нормальных уравнений, можно записать в матричном виде

$$\mathbf{R}^T(\mathbf{q})\mathbf{W}\Delta\mathbf{d}(\mathbf{q}) = 0, \quad (1.9)$$

где элементы матрицы $\mathbf{R}(\mathbf{q})$, есть частные производные $\frac{\partial \mathbf{d}_j(\mathbf{q})}{\partial q_i}$, ($i = 1 \dots m; j = 1 \dots n$); $\Delta\mathbf{d}(\mathbf{q}) = [\mathbf{d}(\mathbf{q}, t) - \mathbf{d}^*]$ – n -мерный вектор невязок.

Система уравнений (1.9) может быть решена только численными итерационными методами. Одним из методов решения таких систем является

метод дифференциальных поправок. Этот метод принято также называть методом Гаусса-Ньютона (Bjorck, 1996; Авдюшев, 2010).

Рассмотрим метод дифференциальных поправок применительно к задаче определения оценок начальных параметров движения астероидов. В предположении, что наблюдения астероидов равноточные и не коррелированные, задача наименьших квадратов в этом случае может быть записана в виде

$$\Phi(\mathbf{q}) = \sum_{i=1}^n [(\Delta\alpha_i \cos \delta_i^*)^2 + (\Delta\delta_i)^2] \rightarrow \min, \quad (1.10)$$

где $\Delta\alpha_i = \alpha(\mathbf{q}, t_i) - \alpha_i^*$, $\Delta\delta_i = \delta(\mathbf{q}, t_i) - \delta_i^*$ – невязки; $\alpha(\mathbf{q}, t_i)$, $\delta(\mathbf{q}, t_i)$ и α_i^* , δ_i^* – соответственно вычисленные и измеренные значения угловых координат объекта (α – прямое восхождение, δ – склонение); t_i – момент наблюдения ($i = \overline{1, \dots, n}$); \mathbf{q} – вектор начальных параметров движения.

Алгоритм метода Гаусса-Ньютона в рассматриваемом случае можно записать в виде

$$\mathbf{q}^{n+1} = \mathbf{q}^n - \{(\mathbf{R}^T \mathbf{R})^{-1} \mathbf{R}^T \Delta \mathbf{l}\}_{\mathbf{q}=\mathbf{q}^n}, \quad (1.11)$$

где матрица нормальных уравнений и вектор свободных членов, входящих в этот алгоритм, определяются по следующим формулам

$$(\mathbf{R}^T \mathbf{R}) = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_1} \frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_1} \cos^2 \delta_i^* + \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_1} \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_1} \right] & \dots & \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_1} \frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_6} \cos^2 \delta_i^* + \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_1} \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_6} \right] \\ \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_6} \frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_1} \cos^2 \delta_i^* + \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_6} \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_1} \right] & \dots & \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_6} \frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_6} \cos^2 \delta_i^* + \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_6} \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_6} \right] \end{pmatrix},$$

$$(\mathbf{R}^T \Delta \mathbf{l}) = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_1} \Delta \alpha_i \cos^2 \delta_i^* + \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_1} \Delta \delta_i \right] \\ \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_2} \Delta \alpha_i \cos^2 \delta_i^* + \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_2} \Delta \delta_i \right] \\ \dots \\ \sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \alpha_i}{\partial \mathbf{q}_6} \Delta \alpha_i \cos^2 \delta_i^* + \frac{\partial \delta_i}{\partial \mathbf{q}_6} \Delta \delta_i \right] \end{pmatrix}.$$

При выполнении условия $|\mathbf{q}_j^{n+1} - \mathbf{q}_j^n| < \varepsilon_j$ (ε_j – заданные малые положительные числа) полагаем $\mathbf{q}^{n+1} = \hat{\mathbf{q}}$, где $\hat{\mathbf{q}}$ – есть вектор искомых НК-оценок определяемых параметров. Частные производные $\partial \alpha_i / \partial \mathbf{q}_j$ и $\partial \delta_i / \partial \mathbf{q}_j$, если их аналитические формулы не известны, могут быть вычислены численными методами, например методом конечных разностей или совместным интегрированием.

Тогда соотношение для матрицы ковариации ошибок НК-оценки $\hat{\mathbf{q}}$ имеет вид

$$\hat{\mathbf{D}} \sim \sigma_0^2 [\mathbf{R}^T(\hat{\mathbf{q}}) \mathbf{W} \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}})]^{-1}. \quad (1.12)$$

где $\sigma_0^2 = \sqrt{\Phi(\hat{\mathbf{q}})/(n-m)}$ – среднеквадратическая ошибка единицы веса.

Недостатком метода Ньютона является необходимость расчета $\Phi''(\mathbf{q}')$ на каждой итерации и сохранение ее положительной определенности, так как иначе направление спуска может не соответствовать направлению, вдоль которого функция убывает. Более того матрица $\Phi''(\mathbf{q}')$ может быть вырожденной и не иметь обратной матрицы. Выбор метода дифференциальных поправок для решения задачи безусловной минимизации вида (1.7) является оптимальным в случае попадания начального приближения в область сходимости. Он обладает сверхлинейной скоростью сходимости, но в отличие от метода Ньютона его область сходимости значительно шире.

Вычисление элементов матрицы $\mathbf{R}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{d}(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q}$ осуществляется с использованием изохронной вариации уравнений движения (1.1) по начальным параметрам движения. Это позволяет получить для вычисления изохронных производных следующие дифференциальные уравнения

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x_i}{\partial q_{0s}} \right) = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial F_i^*}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial q_{0s}},$$

при начальных условиях

$$\left(\frac{\partial x_i}{\partial q_s}\right)_{t=t_0} = \delta_{is}, \left(\frac{\partial x_j}{\partial q_s}\right)_{t=t_0} = \delta_{js}.$$

Здесь $i = 1, 2, 3; j = 4, 5, 6; s = 1, \dots, 6; \delta_{is}, \delta_{js}$ – символы Кронекера;

$$\mathbf{q}_0 = \{x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}\}_{t=t_0}.$$

Частные производные первого порядка $\frac{\partial F_i}{\partial x_k}$ вычисляются по следующим

соотношениям

$$\frac{\partial F_1^*}{\partial x} = -\frac{k^2}{|\mathbf{x}|^3} + \frac{3k^2 x^2}{|\mathbf{x}|^5} + k^2 \sum_{j=1}^N \frac{\mu_j (2(x-x_j)^2 - (y-y_j)^2 - (z-z_j)^2)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}|^5},$$

$$\frac{\partial F_1^*}{\partial y} = \frac{\partial F_2^*}{\partial x} = \frac{3k^2 xy}{|\mathbf{x}|^5} + k^2 \sum_{j=1}^N \frac{3\mu_j (x-x_j)(y-y_j)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}|^5},$$

$$\frac{\partial F_1^*}{\partial z} = \frac{\partial F_3^*}{\partial x} = \frac{3k^2 xz}{|\mathbf{x}|^5} + k^2 \sum_{j=1}^N \frac{3\mu_j (x-x_j)(z-z_j)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}|^5},$$

$$\frac{\partial F_2^*}{\partial y} = -\frac{k^2}{|\mathbf{x}|^3} + \frac{3k^2 y^2}{|\mathbf{x}|^5} - k^2 \sum_{j=1}^N \frac{\mu_j ((x-x_j)^2 - 2(y-y_j)^2 + (z-z_j)^2)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}|^5},$$

$$\frac{\partial F_2^*}{\partial z} = \frac{\partial F_3^*}{\partial y} = \frac{3k^2 yz^2}{|\mathbf{x}|^5} + k^2 \sum_{j=1}^N \frac{3\mu_j ((y-y_j)(z-z_j))}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}|^5},$$

$$\frac{\partial F_3^*}{\partial z} = -\frac{k^2}{|\mathbf{x}|^3} + \frac{3k^2 z^2}{|\mathbf{x}|^5} - k^2 \sum_{j=1}^N \frac{\mu_j ((x-x_j)^2 + (y-y_j)^2 - 2(z-z_j)^2)}{|\mathbf{x}_j - \mathbf{x}|^5}.$$

Дифференциальные уравнения движения и уравнения относительно изохронных производных первого порядка интегрируются совместно методом Эверхарта.

1.3. Интегратор Эверхарта

Для прогнозирования орбит малых тел Солнечной системы был выбран интегратор Эверхарта, доработанный В.А. Авдюшевым. В 1973 году Э. Эверхарт (Everhart, 1973) предложил и разработал его для численного исследования орбит, продемонстрировав высокую эффективность в задачах

кометной динамики. Впоследствии Э. Эверхарт выяснил принадлежность своего метода к семейству интеграторов типа Батчера, обобщив его для решения любых обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядков (Everhart, 1974). На данный момент он является одним из самых популярных численных методов именно в решении задач небесной механики.

Как известно, он основан на видоизменённых формулах неявных коллокационных методов Рунге-Кутты типа Бутчера (Butcher, 1964), поэтому интегратор обладает всеми присущими им как достоинствами, так и недостатками. В нем используется ряд по степеням независимой переменной, не являющейся рядом Тейлора. Именно благодаря оригинальному представлению вычислительной схемы с точки зрения численного интегрирования интегратор Эверхарта имеет следующие преимущества (Авдюшев, 2010): алгоритм интегрирования универсален для любого порядка; интегратор имеет простой критерий для выбора шага интегрирования; в интеграторе реализован довольно точный предиктор решения. Это позволяет сократить количество итераций на шаге в процессе численного интегрирования до двух.

Как было сказано выше, в данной диссертационной работе использовали код интегратора Эверхарта, разработанный Авдюшевым В.А. (2010) и названный им GAUSS_15. Выбор данного численного инструментария был сделан по причине того, что код RA15 (Everhart, 1985) и его модификация типа RADAU_27 довольно существенно ограничивают возможности интегратора.

Общую теорию интегратора Эверхарта (Everhart, 1973, 1985), включенные доработки и устранение главных недостатков в программной реализации интегратора, а также сам программный код GAUSS_15, который был использован для проведения исследований динамики малых тел Солнечной системы, представленных в данной диссертации, можно найти в работе (Авдюшев, 2010).

1.4. Построение доверительных областей

Для получения начальных орбитальных параметров объекта используется вероятностный метод определения орбит небесных тел. Так как наблюдения астероидов отягощены неизбежными ошибками, мы можем получить из них только некоторую оценку их возможных параметров. Эта оценка определяет номинальную орбиту малого небесного тела. Чем больший интервал будет охвачен наблюдениями, тем точнее и ближе она будет к истинной траектории объекта. Поэтому, для достоверности расчетного движения астероида, целесообразно описывать его плотным пучком траекторий, выходящих из начальной доверительной области. И далее, для исследования движения небесного тела, производить отображение этой области на любой другой момент времени.

При построении начальной доверительной области движения астероида нужно указать вероятность попадания истинного значения определяемых параметров в область их оценок (Бард, 1979)

$$P\{\mathbf{q}_i \in Q(\hat{\mathbf{q}}/\mathbf{d}^*)\} = \gamma. \quad (1.29)$$

Здесь \mathbf{q}_i – истинная (неизвестная нам) точка в m -мерном пространстве определяемых параметров $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$; $\hat{\mathbf{q}}$ – оценка этих параметров, определяемая по n -мерной выборке измерений $\mathbf{d}^* = (d_1^*, d_2^*, \dots, d_n^*)$, ($n > m$); $Q(\bullet)$ – доверительная область; число γ – коэффициент доверия, показывающий с какой вероятностью P область $Q(\bullet)$ покрывает m -мерную истинную точку \mathbf{q}_i .

Линейный подход к построению доверительных областей

В линейном случае наименьшие по размерам начальные доверительные области представляют собой 6 -мерные эллипсоиды, определяемые выражениями

$$(\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}})^T [\mathbf{R}^T(\hat{\mathbf{q}}) \mathbf{W} \mathbf{R}(\hat{\mathbf{q}})] (\mathbf{q} - \hat{\mathbf{q}}) = \hat{\varepsilon}, \quad (1.30)$$

Здесь

$$\hat{\varepsilon} \cong \sigma_0^2(k_\gamma)^2, \quad (1.31)$$

где $\sigma_0 = [\Phi(\hat{q})/(n-m)]^{1/2}$ – среднеквадратическая ошибка единицы веса, $R(q) = \partial d(q)/\partial q$ – матрица частных производных размером $n \times m$, а величина k_γ оценивается с помощью распределения Фишера в виде

$$(k_\gamma)^2 \cong mF^*(m; n-m; \gamma^*). \quad (1.32)$$

Заметим, что величина $F^* = F(m; n-m; \gamma)$ есть верхняя квантиль для $F(m; n-m; \gamma)$ -распределения и определяется численными методами из решения уравнения

$$P(F^*) = \frac{\Gamma(n/2)}{\Gamma(n/2)\Gamma((n-m)/2)} \left(m^{m/2} [n-m]^{(n-m)/2} \right) \int_0^{F^*} \frac{F^{(m-2)/2} dF}{(n-m+mF)^{m/2}}; \quad (1.33)$$

В различных монографиях по математической статистике квантили распределения Фишера приведены в соответствующих таблицах, или используя готовые функции для их вычисления в алгебраических системах программирования, таких как система MATHEMATICA.

Из уравнения (1.30) следует, что вершины доверительных эллипсоидов могут быть определены по следующим формулам

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^i &= \hat{\mathbf{q}} + k_\gamma \sqrt{\lambda_i} \mathbf{V}_i, \\ \mathbf{q}^{i+m} &= \hat{\mathbf{q}} - k_\gamma \sqrt{\lambda_i} \mathbf{V}_i, \end{aligned} \quad (1.34)$$

где λ_i и \mathbf{V}_i – собственные значения, и собственные вектора ковариационной матрицы \hat{D} .

Построение эллипсоидальных областей

Возможны различные способы построения доверительных эллипсоидов. При моделировании в линейном случае доверительную область (1.30) в параметрическом пространстве равномерно заполняет конечное множество точек. В работе использовался следующий подход: для построения области случайные точки заполняют только граничную поверхность доверительного эллипсоида (Сюсина и др., 2012с)

$$\mathbf{q}^j = \hat{\mathbf{q}} + \mathbf{A}\boldsymbol{\eta}_j^T. \quad (1.35)$$

Здесь \mathbf{A} – нижняя треугольная матрица, такая, что $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \hat{\mathbf{D}}$; $\boldsymbol{\eta}_j = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$, компоненты которого $\eta_i \in N(0;1)$ – независимые нормально распределенные случайные числа с единичной дисперсией; $j=1,2,\dots,s$, где s – количество точек \mathbf{q}^j , определяемое длиной моделируемой датчиками случайных чисел выборки векторов $\boldsymbol{\eta}_j$.

Моделирование посредством такого алгоритма случайных точек \mathbf{q}^j должно удовлетворять условию $\mathbf{q}^j \in B_{q,\gamma}^0$, где символ $B_{q,\gamma}^0$ означает доверительный эллипсоид (1.30), накрывающий неизвестное истинное решение \mathbf{q}_t с заданной вероятностью $P = \gamma$.

С этой целью при помощи масштабирующего множителя

$$l_j = (\hat{\varepsilon}/\varepsilon_j)^{1/2}. \quad (1.36)$$

найденные по формуле (1.35) точки \mathbf{q}^j отображаются на граничную поверхность вдоль векторов $(\mathbf{q}^j - \hat{\mathbf{q}})$

$$\mathbf{q}_j^* = \hat{\mathbf{q}} + l_j(\mathbf{q}^j - \hat{\mathbf{q}}). \quad (1.37)$$

Множитель l_j можно рассматривать как коэффициент растяжения (или сжатия) случайного вектора $(\mathbf{q}^j - \hat{\mathbf{q}})$ до граничной поверхности доверительного эллипсоида.

Для сохранения высокой точности доверительной области, при этом уменьшая число ее начальных точек, метод представления эллипсоида граничной поверхностью является наиболее экономичным.

Алгоритм (1.37) можно представить в другом виде, а именно:

$$\mathbf{q}_j^* = \hat{\mathbf{q}} + \frac{k^*}{|\boldsymbol{\eta}_j|} \mathbf{A}\boldsymbol{\eta}_j^T. \quad (1.38)$$

В плане выполнения необходимого количества арифметических операций применение алгоритма (1.38) вместо алгоритма (1.37) будет более экономичным.

Нелинейный подход к построению доверительных областей

Если нелинейность связи между вероятностными вариациями ошибок наблюдений и начальных параметров значительна, то формальное определение ковариационной матрицы и задание по ней эллипсоидальной доверительной области становится неправомерным. В этом случае приходится применять трудоемкие многократные решения задачи НК вида (Авдюшев, 2010; Avdyushev, 2011)

$$\Phi(\mathbf{q}) = [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^* - \delta\mathbf{d}]^T \mathbf{W} [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^* - \delta\mathbf{d}] = \min, \quad (1.39)$$

или

$$\Phi(\mathbf{q}) = [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}(\hat{\mathbf{q}}) - \delta\mathbf{d}]^T \mathbf{W} [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}(\hat{\mathbf{q}}) - \delta\mathbf{d}] = \min, \quad (1.40)$$

здесь $\delta\mathbf{d} \in N(0, \hat{\sigma}_0^2)$ независимые нормально распределенные случайные числа с дисперсией, определяемой из решения исходной задачи НК (1.7).

Найденная таким образом доверительная область представляет собой множество оценок $\hat{\mathbf{q}}^j$ и имеет, как правило, неправильную бананообразную форму. Ее граничную поверхность можно определять исходя из условия, что она должна быть уровнями относительно целевой функции $\Phi(\mathbf{q})$ в задаче (1.7)

$$\Phi(\mathbf{q}) = C. \quad (1.41)$$

В качестве постоянной C можно выбрать $C \equiv \Phi_F$, а также любое из близких друг к другу значений целевой функции в нескольких различных вершинах доверительного эллипсоида или их среднеарифметическое значение, так как близкие значения целевой функции однозначно указывают на то, что эти вершины лежат в окрестности граничной поверхности. Целевая функция Φ_F , определяющая граничную поверхность доверительной области, находится при помощи соотношения

$$\Phi_F = \Phi(\hat{\mathbf{q}}) \left(1 + \frac{F(m; n-m; \gamma^*)}{n-m} \right). \quad (1.42)$$

После того как постоянная C будет найдена, составляем нелинейное уравнение

$$F(\mathbf{q}) = \Phi(\mathbf{q}) - C = 0, \quad (1.43)$$

где $\mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}} + l(\mathbf{q}^j - \hat{\mathbf{q}})$, а l – параметр растяжения (сжатия) вектора $(\mathbf{q}^j - \hat{\mathbf{q}})$ до граничной поверхности. Здесь \mathbf{q}^j есть одна из точек, образующих доверительную область, $\hat{\mathbf{q}}$ – оценка решения задачи НК, полученная по измерениям.

Уравнение (1.43) решаем для каждой точки \mathbf{q}^j относительно параметра l каким-нибудь итеративным методом, например, методом Ньютона.

1.5. Показатели точности в задаче построения вероятностных областей движения астероидов

1.5.1. Показатели точности

Сравнение моделей возмущающих сил и выбор лучшей модели в задаче построения областей возможных движений астероида осуществляется нами при помощи следующего показателя (Сюсина и др., 2013)

$$\varepsilon_{toch} = \frac{\Delta d}{d} = \frac{|\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}|}{|\bar{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{q}}|}. \quad (1.44)$$

Здесь $\hat{\mathbf{q}}^*$ и $\hat{\mathbf{q}}$ – оценки параметров орбиты объекта $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$, определяемые методом наименьших квадратов (НК) по данной (одной и той же) n -мерной выборке измерений \mathbf{d}^* ($n > m$) с использованием двух моделей сил \mathbb{F}^* и \mathbb{F} ; $\bar{\mathbf{q}}$ – точка, лежащая в параметрическом пространстве вдоль направления $\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}$ на уровне поверхности доверительной области

$\Phi_F = \Phi(\hat{\mathbf{q}}) \left(1 + \frac{(k^*)^2}{n-m} \right)$; $\Phi(\mathbf{q})$ – целевая функция задачи НК; величина k^*

оценивается с помощью статистик $F(m, n-m)$ распределения Фишера.

Очевидно, что значения $\varepsilon_{toch} > 1$ (т.е. $\Delta d > d$) определенно указывают на большие смещения относительно друг друга НК-оценок параметров $\hat{\mathbf{q}}^*$ и $\hat{\mathbf{q}}$

(следовательно, и доверительных областей, построенных на основе этих оценок). Если же $\varepsilon_{loch} < 1$ (т.е. $\Delta d < d$) – эти смещения можно считать малыми по сравнению с размерами доверительных областей только при выборе более жесткого критерия, такого как, например, $\varepsilon_{loch} < 0.1$.

В случаях, когда имеют место сближения астероидов с Землей или другими планетами, этот критерий необходимо уменьшить еще на несколько порядков. Следует также отметить, что рассматриваемый способ анализа модели движения астероидов может быть применен как для построения начальных областей возможных значений параметров орбит, так и при отображении этих областей во времени.

1.5.2. Методы нахождения точек граничных поверхностей доверительных областей

В зависимости от степени нелинейности задачи для определения в параметрическом пространстве точки $\bar{\mathbf{q}}$ можно применять линейный либо нелинейный метод нахождения точек граничных поверхностей доверительных областей. Линейный метод может быть реализован алгоритмом

$$\bar{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}} + \frac{k^*}{|\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}|} \mathbf{A}(\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}})^T, \quad (1.45)$$

где \mathbf{A} – нижняя треугольная матрица, такая, что $\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \hat{\mathbf{D}}$; $\hat{\mathbf{D}}$ – ковариационная матрица ошибок определяемых параметров \mathbf{q} ; символ T означает операцию транспонирования.

В случае, если доверительную область нельзя аппроксимировать эллипсоидом, то находим точку $\bar{\mathbf{q}}$ решая нелинейное уравнение

$$F(\mathbf{q}) = \Phi(\mathbf{q}) - \Phi_F = 0, \quad (1.46)$$

где $\mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}} + l(\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}})$; l – параметр растяжения (сжатия) вектора $\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}$ до граничной поверхности.

Схема решения уравнения (1.46) методом Ньютона может быть записана в виде следующего алгоритма:

$$l_{n+1} = l_n - \frac{[F(\mathbf{q})]_{l=l_n}}{\left(\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial l}\right)_{l=l_n}}, \quad (1.47)$$

где частная производная $\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial l}$ определяется выражениями $\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial l} = \frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} \cdot \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial l}$;

$$\frac{\partial \Phi(\mathbf{q})}{\partial \mathbf{q}} = 2[\mathbf{R}^T(\mathbf{q})\Delta \mathbf{d}(\mathbf{q})]^T; \quad \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial l} = \hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}; \quad \mathbf{R}(\mathbf{q}) = \partial \mathbf{d}(\mathbf{q}) / \partial \mathbf{q} \quad - \quad \text{матрица частных}$$

производных от измеряемых параметров $\mathbf{d}(\mathbf{q})$ по определяемым параметрам

\mathbf{q} ; $[\Delta \mathbf{d}(\mathbf{q}) = \mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*(\mathbf{q})]$ – вектор невязок «О-С».

Если построенная доверительная область не сильно отличается от эллипсоидальной, то выбор начального приближения для параметра l не имеет принципиального значения, и можно выбрать в этом качестве $l_0 = 1$, которое соответствует длине вектора $\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}$. С увеличением нелинейности свойства метода Ньютона ухудшаются. В таких случаях необходимо предварительно находить более близкие к решению начальные приближения для параметра l_0 . Это можно сделать, например, используя метод половинного деления, либо демпфированный метод Ньютона.

1.5.3. Алгоритмы оценивания точности вероятностной модели движения астероидов

В разработанном нами способе оценки возмущающих ускорений при построении вероятностных областей движения малых тел используются следующие положения и алгоритмы (Самбаров и др., 2014).

1. Поверхности доверительных областей являются уровнями относительно целевой функции $\Phi(\mathbf{q})$ в задаче наименьших квадратов (НК)

$$\Phi(\mathbf{q}) = [\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*]^T \mathbf{W}[\mathbf{d}(\mathbf{q}) - \mathbf{d}^*] = \min, \quad (1.48)$$

где \mathbf{q} – m -мерный вектор начальных параметров орбиты объекта (в нашем случае $m=6$); $\mathbf{d}(\mathbf{q})$ – расчетная N -мерная вектор-функция измеряемых параметров (например, прямое восхождение α и склонение δ); \mathbf{d}^* – N -

мерный вектор измерений этих параметров ($N > m$); \mathbf{W} – весовая матрица; символ T означает операцию транспонирования.

2. Слабо нелинейными задачами оценивания считаются задачи, в которых доверительные области можно задавать с высокой точностью как эллипсоиды, определяемые уравнением (1.30). В противном случае задачи относятся к классу сильно нелинейных задач, в которых доверительные области определяются нелинейными уравнениями (1.39).

Показатель нелинейности, определяющий вид доверительной области и методы нахождения точек ее граничной поверхности, задается соотношением

$$\chi_d = \max \frac{|\mathbf{q}^i - \bar{\mathbf{q}}^i|}{|\bar{\mathbf{q}}^i - \hat{\mathbf{q}}^i|} = \max \left| 1 - \frac{1}{l_i} \right|. \quad (1.49)$$

Здесь \bar{l}_i – значения параметра l_i , которые определяют в выражении (1.43) граничные точки $\bar{\mathbf{q}}^i$ в направлении на вершины «доверительного» эллипсоида.

3. Граничные точки доверительных областей определяются выражением (1.37).

В линейном методе отображения точек \mathbf{q}^i на граничную поверхность доверительной области (область представляется в виде эллипсоида) значение параметра l для каждого направления определяется по формуле (1.36). В нелинейном методе отображение точек \mathbf{q}^i на граничную поверхность не эллипсоидальной доверительной области значение l находится из решения нелинейного уравнения (1.43).

Пороговое значение $\bar{\chi}_d$ выбирается на интервале $[0.01; 0.1]$. При значениях показателя нелинейности $\chi_d \leq \bar{\chi}_d$ граничные точки доверительной области $\bar{\mathbf{q}}^i$ определяются с использованием линейного метода нахождения параметра l по формуле (1.43), а при значениях $\chi_d \geq \bar{\chi}_d$ – с использованием для нахождения параметра l итерационного метода Ньютона (1.47).

5. Показатель смещения доверительных областей, определяемых при разных моделях возмущающих ускорений в уравнениях движения астероида, задается выражением

$$\varepsilon_{toch} = \frac{\Delta d}{d} = \frac{|\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}|}{|\bar{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{q}}|} = \frac{1}{l}. \quad (1.50)$$

Пороговое значение показателя смещения $\bar{\varepsilon}$, с которым проводится сравнение расчетного значения ε_{toch} и принимается решение о близости между собой моделей \mathbb{F} и \mathbb{F}^* , принимается равным пороговому значению показателя нелинейности $\bar{\chi}_d$. В случае, когда имеют место тесные сближения астероидов с Землей или другими планетами, значения $\bar{\chi}_d$ и $\bar{\varepsilon}$ необходимо уменьшить еще на несколько порядков.

Наглядное представление способов оценивания нелинейности задачи и влияния возмущающих ускорений на точность построения доверительных областей с использованием показателей χ_d и ε_{toch} дают рисунки 1.1 и 1.2.

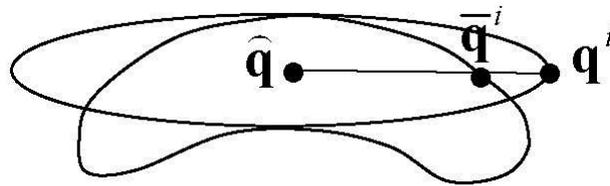


Рисунок 1.1. — Геометрическое изображение отклонения поверхности доверительной области от поверхности эллипсоида.

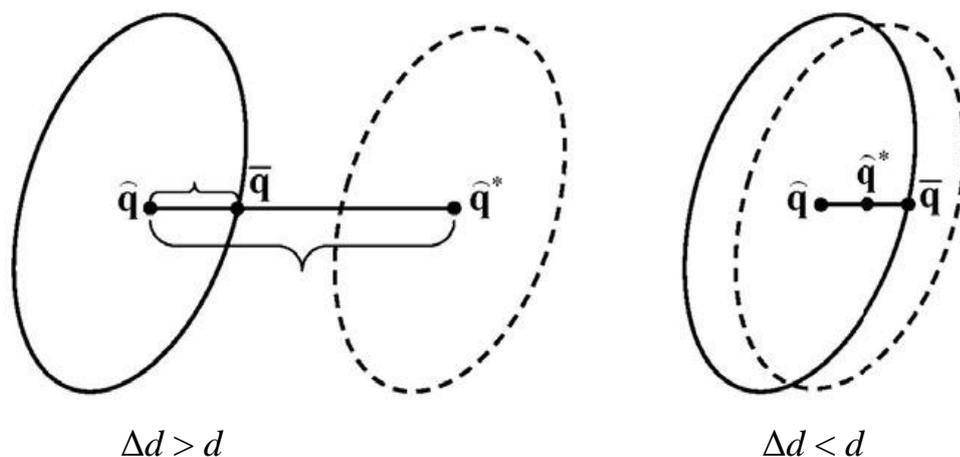


Рисунок 1.2. — Геометрическое изображение оценивания смещения доверительных областей по показателю $\varepsilon_{отн}$

Численный эксперимент эффективности рассмотренного выше алгоритма оценивания точности вероятностной модели движения астероидов выполнен для астероидов 2007 LQ19, 2007 VK184, 2011 AG5, 367943 Duende (2012 DA14). Результаты этих вычислений представлены ниже.

Астероид 2007 LQ19

Полная выборка наблюдений этого объекта включала в себя 164 наблюдения (рисунок 1.3): 76 наблюдений первого появления с 13.06.2007г. по 18.12.2007г. и 88 второго с 24.04.2011г. по 11.12.2011г. Полученные результаты представлены ниже в таблице 1.1 и на рисунках 3.16 – 3.18. Используемые для расчетов модели движения обозначены цифрами от 0 до 12. Обозначение «0» соответствует полной модели, в которой учтено притяжение от больших планет, Луны и Плутона, а также релятивистские поправки и поправки за эфемеридное и абберационное время; цифрой 1 обозначена модель, не учитывающая релятивистские эффекты от Солнца (РЭ); цифрами 2 и 3 – модели, в которых не учитываются соответственно поправки за эфемеридное (ЭВ) и абберационное (АВ) время; цифрами 4 – 12, обозначены варианты, в которых не учитываются соответственно возмущения от Меркурия (4), Венеры (5), Земли (6), Марса (7), Юпитера (8), Сатурна (9), Урана (10), Нептуна (11) и Плутона (12).

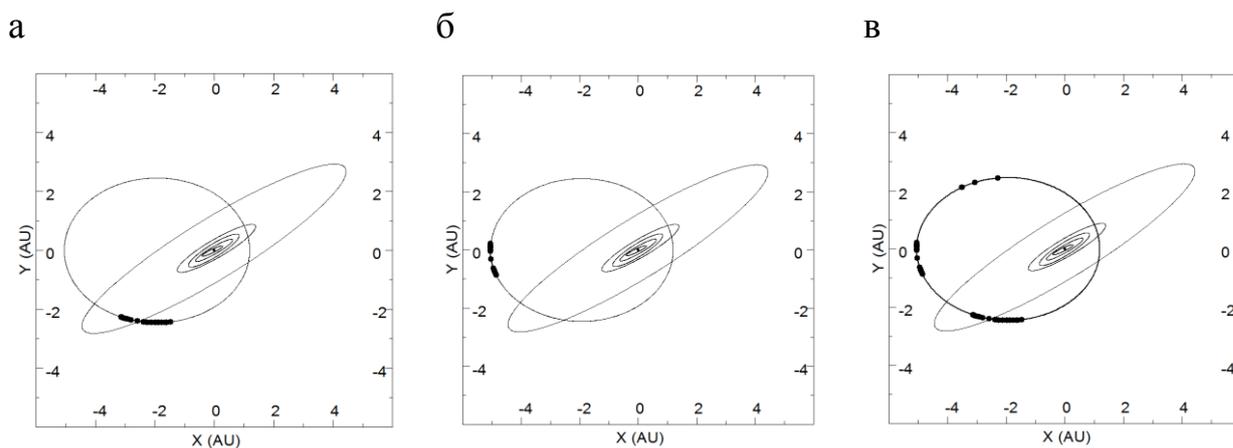


Рисунок 1.3 — Распределение наблюдений астероида 2007 LQ19 в проекции на плоскость орбиты: а - 76 наблюдений первого появления с 13.06.2007г. по 18.12.2007г.; б – 88 второго с 24.04.2011г. по 11.12.2011г.; в - 164 наблюдения с 13.06.2007г. по 11.12.2011г.

Таблица 1.1 — Смещение НК-оценок (ε_{toch})

Численная модель	ε_{toch}		
	Наблюдения 13.06.07– 18.12.07	Наблюдения 24.04.11– 11.12.11	Наблюдения 13.06.07– 11.12.11
РЭ от Солнца	$7.5320 \cdot 10^{-5}$	$1.7004 \cdot 10^{-5}$	$4.1658 \cdot 10^{-5}$
поправки за ЭВ	17.1053	26.9961	27.382667
поправки за АВ	100.7168	198.1604	204.6947
Меркурий	0.3734	1.1181	22.79507
Венера	6.5534	10.9967	274.5441
Земля	2.7929	16.1602	149.3995
Марс	2.3362	0.2992	30.94055
Юпитер	18.6554	25.2693	842.889
Сатурн	1.27824	1.4296	143.2648
Уран	$2.2159 \cdot 10^{-2}$	$2.5724 \cdot 10^{-2}$	9.69361
Нептун	$6.2803 \cdot 10^{-3}$	$9.2852 \cdot 10^{-3}$	2.54210
Плутон	$7.3445 \cdot 10^{-7}$	$1.6701 \cdot 10^{-6}$	$4.5725 \cdot 10^{-4}$

Как видно из таблицы 1.1, в случае использования полной выборки наблюдений объекта наибольшее влияние на смещение НК-оценки оказывает исключение из модели движения возмущений от Юпитера, а при использовании выборок наблюдений только 2007-го или 2011-го гг. наибольшее влияние оказывает отсутствие поправки за абберационное время. Для модельного эксперимента специально выбиралось две дуги с большим количеством наблюдений, а остальные дуги не брались в расчет, т.к. не превышают 10 наблюдений на дугу.

Более наглядное представление о точности определения областей возможных движений астероида на основе рассматриваемых моделей дают рисунки 1.4 – 1.6. Области на рисунках изображены в виде проекций доверительных эллипсоидов на плоскость XY. На каждом рисунке слева показаны все построенные с использованием различных моделей области. Справа приведены в увеличенном масштабе фрагменты этих рисунков.

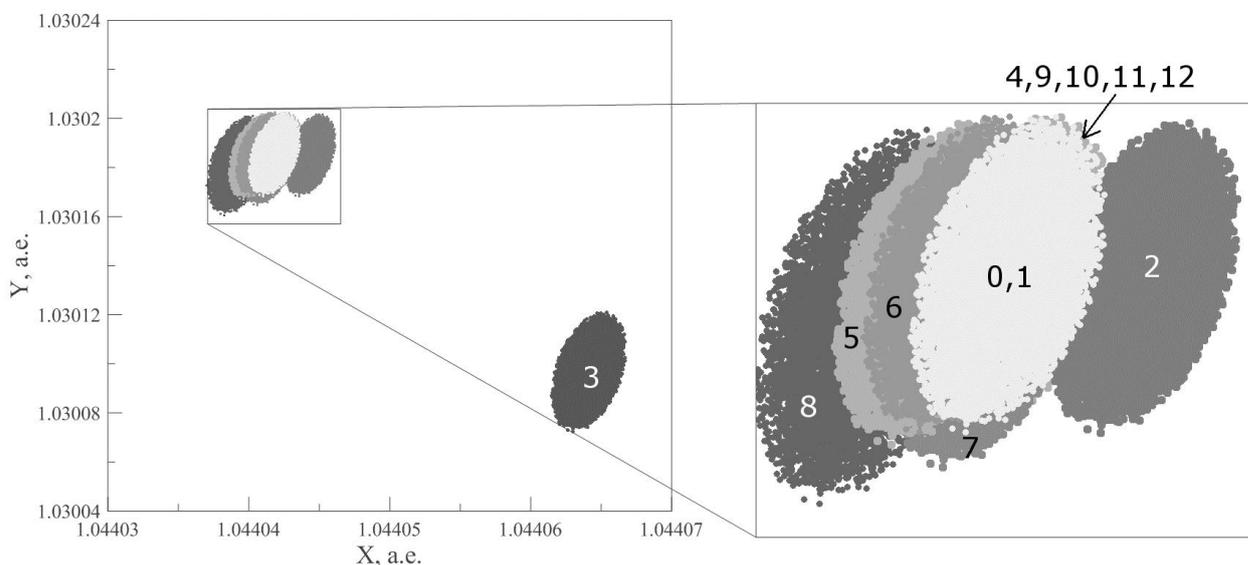


Рисунок 1.4 — Начальные доверительные области движения астероида 2007 LQ19, полученные на основе 76 наблюдений объекта с 13.06.2007 г. по 18.12.2007 г.

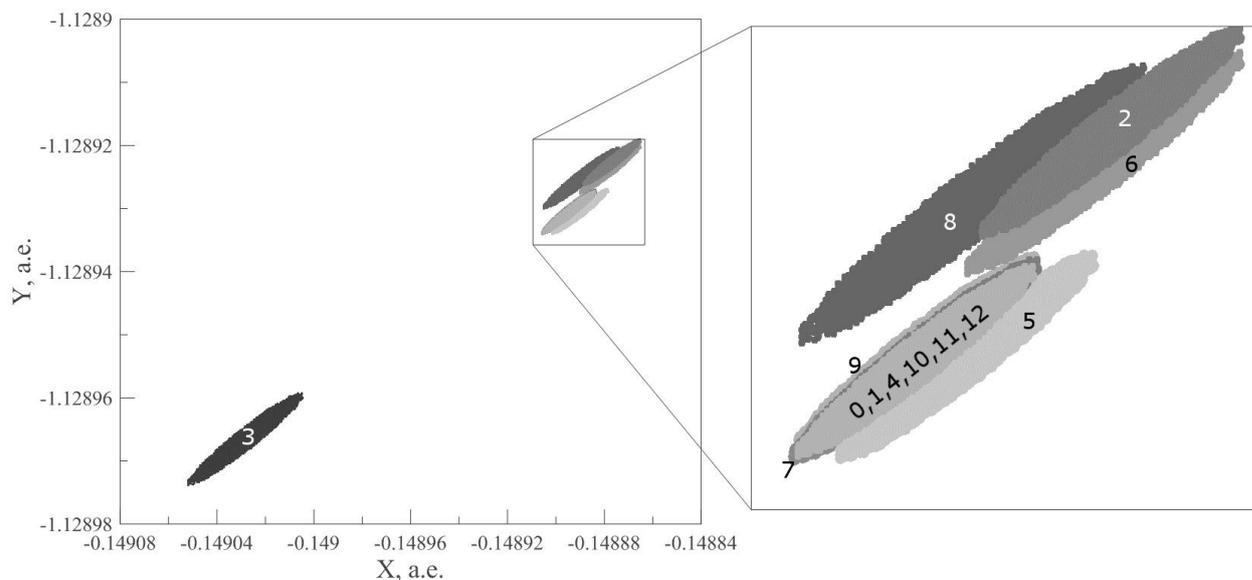


Рисунок 1.5 — Начальные доверительные области движения астероида 2007 LQ19, полученные на основе 88 наблюдений объекта с 24.04.2011 г. по 11.12.2011 г.

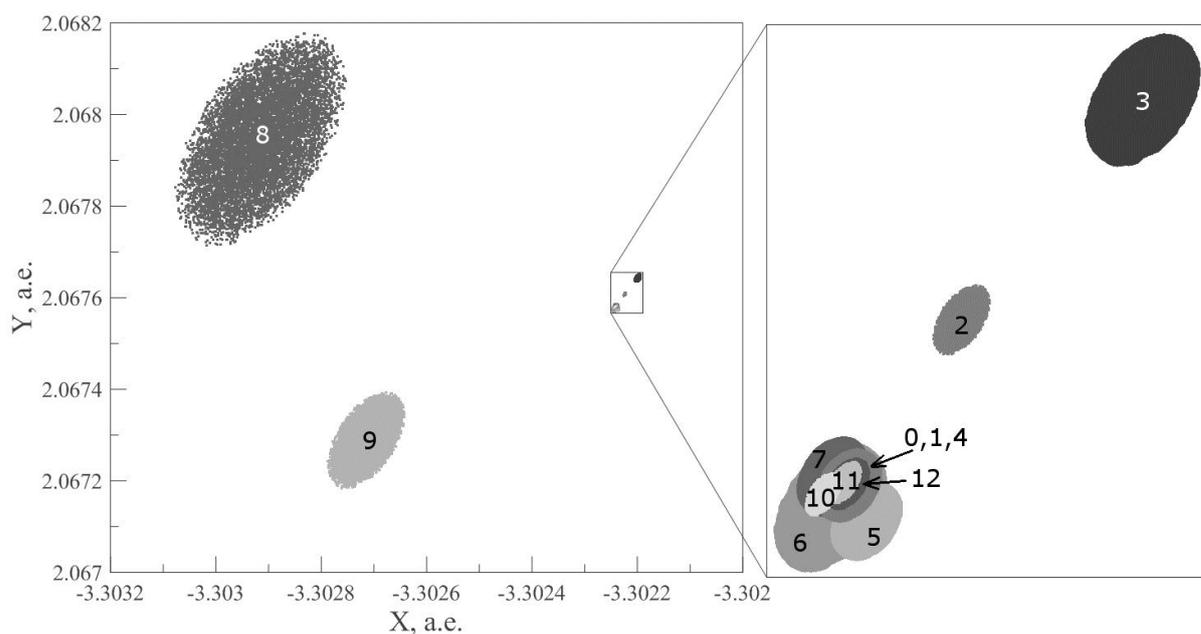


Рисунок 1.6 — Начальные доверительные области движения астероида 2007 LQ19, полученные на основе 164 наблюдений объекта с 13.06.2007 г. по 11.12.2011 г.

Из рисунков 1.4 и 1.5 видно, что влияние возмущающих факторов и поправок за эфемеридное и абберационное время на точность определения

доверительных эллипсоидов существенное. Не учет в моделях возмущений от Меркурия (4), Сатурна (9), Урана (10), Нептуна (11), Плутона (12) и релятивистских возмущений дают малые незначительные смещения доверительных эллипсоидов от доверительного эллипсоида построенного на основе полной точной модели. Значительные смещения доверительных эллипсоидов имеют место в вариантах, где не учитываются поправки за эфемеридное и абберационное время (2 и 3), а также не учитываются возмущения от Венеры (5), Земли (6), Марса (7), Юпитера (8). Наибольшее смещение дает вариант, когда в модели не учитывается поправка за абберационное время (3).

Из рисунка 1.6 видно, что в рассматриваемом случае картина несколько другая. Как и в предыдущих случаях, на точность определения доверительных эллипсоидов не влияют релятивистские возмущения (1) и возмущения от Меркурия (4). В тоже время не учет в моделях возмущений от остальных планет и поправок за эфемеридное и абберационное время приводят к заметным смещениям доверительных областей, наиболее значительные смещения получаются, когда в модели не учитываются возмущения от Юпитера (8), Сатурна (9). Из этого рисунка также видно, не учет в моделях рассматриваемых поправок или возмущений от планет приводят не только к смещению доверительных областей, но и к значительным изменениям их размеров.

Помимо смещений НК-оценок были вычислены также отношения объемов V_i доверительных эллипсоидов, найденных при использовании неполной модели сил, к объему V_0 , полученному на основе использования полной модели. Результаты этих вычислений представлены в таблице 1.2, которые согласуются с описанными выше результатами. В первом столбце таблицы приведена численная модель, во втором отношении объемов, определяемое на основе 76 наблюдений первого появления, в третьем – на основе 88 наблюдениях второго появления, в четвертом – по полной выборке наблюдений объекта.

Таблица 1.2 — Сравнение объемов доверительных эллипсоидов (V_i/V_0)

Численная модель	V_i/V_0		
	Наблюдения 13.06.07– 18.12.07	Наблюдения 24.04.11– 11.12.11	Наблюдения 13.06.07– 11.12.11
РЭ от Солнца	0.9999	0.9999	0.9999
поправки за ЭВ	3.0520	0.8186	464.39
поправки за АВ	1286.4	72.0442	42206.8
Меркурий	0.9910	1.024	1.0189
Венера	2.3032	1.3442	5.3014
Земля	5.9708	1.0613	28993.2
Марс	0.9969	0.7359	5.7710
Юпитер	0.8994	7.8783	$1.3 \cdot 10^{22}$
Сатурн	1.0654	1.1012	$9.3 \cdot 10^{17}$
Уран	1.0010	1.0017	1.3172
Нептун	1.0002	1.0000	0.96987
Плутон	1.0000	0.9999	0.9999

В таблице 1.3 представлены результаты исследования нелинейности задачи оценивания для каждой рассматриваемой модели движения. В первом столбце приведена использованная численная модель, во втором – показатель нелинейности χ , найденный на основе 76 наблюдений первого появления, в третьем – на основе 88 наблюдений второго появления, в четвертом – по полной выборке наблюдений объекта. Значение коэффициента нелинейности определяемых по данным полной выборке наблюдений имеют наибольшее значение, когда в моделях не учитываются возмущения от Урана (10) и Нептуна (11).

Таблица 1.3 — Значения коэффициентов нелинейности χ

Численная модель	χ		
	Наблюдения 13.06.07– 18.12.07	Наблюдения 24.04.11– 11.12.11	Наблюдения 13.06.07– 11.12.11
Полная модель	$5.18 \cdot 10^{-5}$	$2.14 \cdot 10^{-4}$	$1.36 \cdot 10^{-4}$
РЭ от Солнца	$5.46 \cdot 10^{-5}$	$2.14 \cdot 10^{-4}$	$1.52 \cdot 10^{-4}$
поправки за ЭВ	$5.34 \cdot 10^{-5}$	$2.15 \cdot 10^{-4}$	$1.01 \cdot 10^{-4}$
поправки за АВ	$1.62 \cdot 10^{-2}$	$1.39 \cdot 10^{-2}$	$1.50 \cdot 10^{-2}$
Меркурий	0.114	0.241	$6.75 \cdot 10^{-2}$
Венера	0.299	0.189	$4.87 \cdot 10^{-3}$
Земля	0.365	$9.6 \cdot 10^{-2}$	$1.83 \cdot 10^{-2}$
Марс	0.266	$7.87 \cdot 10^{-2}$	$7.16 \cdot 10^{-2}$
Юпитер	0.105	$8.54 \cdot 10^{-2}$	$1.95 \cdot 10^{-5}$
Сатурн	0.375	0.423	0.036
Уран	$6.78 \cdot 10^{-3}$	$7.03 \cdot 10^{-3}$	0.225
Нептун	$2.08 \cdot 10^{-3}$	$2.43 \cdot 10^{-3}$	0.373
Плутон	$5.21 \cdot 10^{-5}$	$2.15 \cdot 10^{-4}$	$2.78 \cdot 10^{-4}$

Астероиды 2007 VK184, 2011 AG5, 367943 Duende (2012 DA14)

Для этих астероидов брали наблюдения только в одном появлении, но на более длинных интервалах времени. Для астероида 2007 VK184 имеется 102 наблюдения на интервале 60.0 суток, для 2011 AG5 – 213 наблюдений на интервале 316.8 суток, для 367943 Duende (2012 DA14) – 191 наблюдение на интервале 79.4 суток. Результаты вычисления смещения НК-оценок и коэффициентов нелинейности для этих объектов представлены ниже в таблицах 1.4, 1.5 и на рисунках 1.7 – 1.9.

Таблица 1.4 — Смещение НК-оценок (ε_{toch})

Численная модель	ε_{toch}		
	2007VK184	2011AG5	2012DA14
РЭ от Солнца	$3.287 \cdot 10^{-7}$	$1.225 \cdot 10^{-4}$	$8.329 \cdot 10^{-6}$
поправки за ЭВ	172.91	133.57	729.46
поправки за АВ	238.39	184.66	269.22
Меркурий	$7.766 \cdot 10^{-2}$	6.9421	2.6448
Венера	1.8234	27.70	9.5037
Земля	14.328	1882.8	368.87
Марс	0.3134	1.1990	1.0710
Юпитер	3.9072	92.468	17.877
Сатурн	0.1378	4.1827	1.1275
Уран	$2.577 \cdot 10^{-3}$	$8.076 \cdot 10^{-2}$	$1.650 \cdot 10^{-2}$
Нептун	$5.225 \cdot 10^{-4}$	$3.618 \cdot 10^{-2}$	$5.944 \cdot 10^{-3}$
Плутон	$1.921 \cdot 10^{-7}$	$1.684 \cdot 10^{-6}$	$8.522 \cdot 10^{-7}$

Таблица 1.5 — Значения коэффициентов нелинейности χ

Численная модель	χ		
	2007VK184	2011AG5	2012DA14
Полная модель	0.0002658503	0.0002299164	0.0018223566
РЭ от Солнца	0.0002657674	0.0002205645	0.0018232906
поправки за ЭВ	0.0004520108	0.0001310420	0.0015775198
поправки за АВ	0.0039683944	0.0387632732	0.0135134656
Меркурий	0.0284803163	0.2581243561	0.4680813576
Венера	0.3761523208	0.0751495468	0.1737596223
Земля	0.1353544482	0.0178245926	0.0182498994
Марс	0.0921338568	0.3538052612	0.2257624225
Юпитер	0.3444498005	0.0276688366	0.2055598833
Сатурн	0.0484624760	0.3661938988	0.3503859842
Уран	0.0005007579	0.0325138169	0.0049473286
Нептун	0.0003058830	0.0144371234	0.0022252057
Плутон	0.0002659120	0.0002298929	0.0018220797

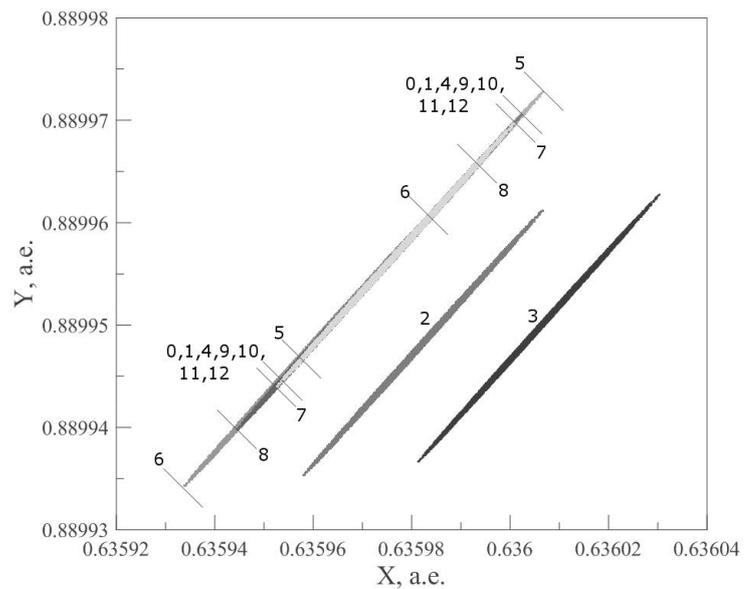


Рисунок 1.7 — Начальные доверительные области движения астероида

2007VK184

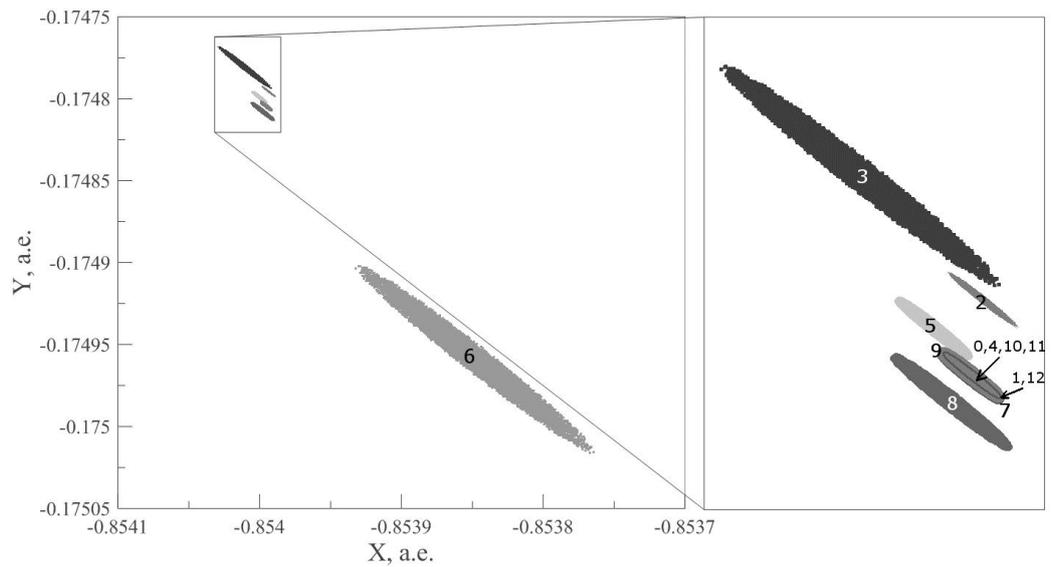


Рисунок 1.8 — Начальные доверительные области движения астероида 2011AG5

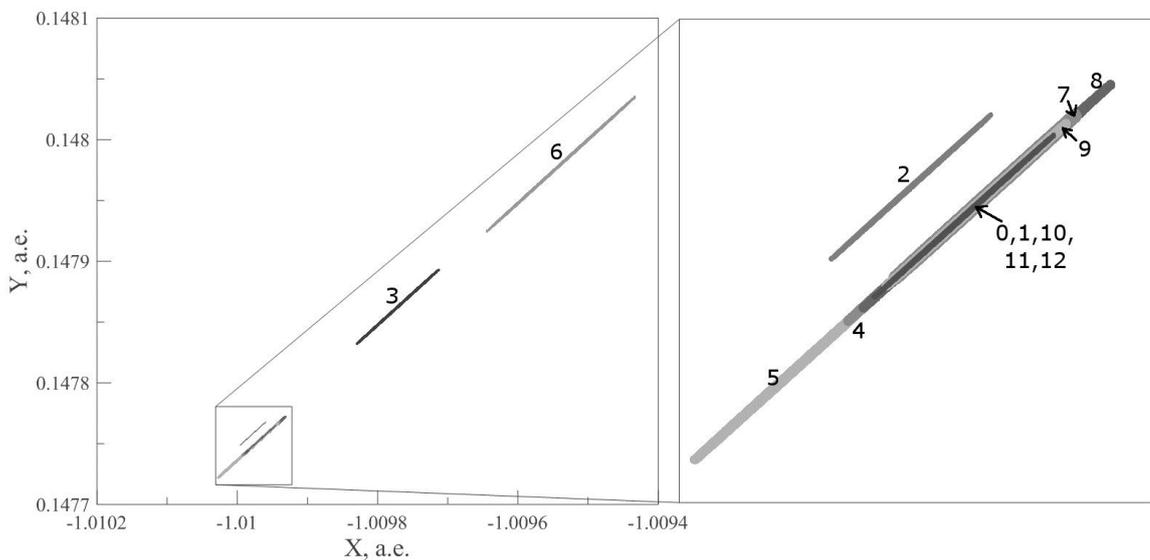


Рисунок 1.9 — Начальные доверительные области движения астероида 367943 Duende 2012 DA14

Представленные на рисунках и в таблицах результаты численных экспериментов позволяют сделать следующие выводы. Влияние систематических ошибок, обусловленных неправильным выбором модели движения, на точность определения начальных областей возможных движений объекта может быть разным в зависимости от интервала наблюдаемости. Это связано с тем, что при увеличении интервала наблюдаемости уменьшаются размеры областей возможных движений объектов и точность модели движения должна быть выше.

Негативными последствиями неправильного выбора моделей могут быть большие смещения расчетной области возможных движений от области,

построенной на основе более точной модели. Возможны также варианты, когда применение неточной модели значительно увеличивает нелинейность задачи оценивания и ее алгоритмическое решение, в отличие от варианта с использованием полной модели возможно только трудоемкими нелинейными методами. Все это в целом влияет на прогноз движения и достоверность оцениваемой вероятности столкновения астероида с Землей.

Разработанный способ оценивания точности модели имеет геометрически ясный, достаточно простой вид и может быть применен как в задаче построения начальных областей возможных движений, так и при отображении этих областей во времени, позволяя таким образом получить более достоверную оценку вероятности столкновения. Эффективность применения способа зависит от интервалов времени, на которых объект наблюдался, и на которых определяются эти области. В целом, картина влияния малых возмущающих сил на точность построения вероятностных областей может быть сложной, и видна по значениям показателя ε_{toch} .

1.6 Особенности исследования динамики потенциально опасных астероидах, наблюдавшихся в одной оппозиции

Исследование движения потенциально опасных астероидов является достаточно важной задачей небесной механики. Это обусловлено осознанием опасности, которую могут представлять такие объекты для Земли. От выбора правильного подхода к построению начальной области зависит точность описания вероятностного движения астероида в целом. Задачу построения доверительной области движения астероида можно решать линейным либо нелинейным способом в зависимости от степени ее нелинейности. Критерием выбора правильного метода решения является сравнение показателя, характеризующего степень нелинейности решаемой задачи, с пороговым значением. Выбор порогового значения определяется в зависимости от практической значимости решаемой задачи. Исследованные астероиды разбиваются на группы: с показателем нелинейности, меньшим 0.01, в интервале от 0.01 до 0.1, и большим 0.1. В связи с тем, что выбор порогового

значения показателя нелинейности в определенной мере является условным (Сюсина и др., 2012а), то задачи, в которых значение показателя нелинейности меньше 0.1, можно уверенно рассматривать как слабо нелинейные, т.е. использовать эллипсоидальную аппроксимацию доверительной области. Если задача имеет большую практическую значимость, то можно уменьшить принятое значение до 0.01. (Сюсина и др., 2012б, 2012с, 2015).

Особый интерес представляют объекты, наблюдавшиеся в одном появлении. Нелинейность задачи построения доверительных областей для таких объектов может быть значительной. В этом случае для решения задачи построения начальных доверительных областей неприемлемо применять линейные методы и ее следует решать уже более трудоемкими нелинейными способами.

На февраль 2020 года среди потенциально опасных астероидов имеется 510 объектов, наблюдавшихся в одном появлении. При этом их число постоянно изменяется: появляются новые объекты и уходят из базы те, которые наблюдаются в двух и более оппозициях. Применение разработанных алгоритмов вероятностного моделирования движения также позволяет повысить точность исследования движения астероидов.

В центре малых планет происходит непрерывное обновление информации. Данные об исследуемых нами потенциально опасных объектах, наблюдавшихся в одном появлении, также претерпевают изменения. Часть объектов с течением времени наблюдается в двух или нескольких оппозициях. У других объектов обнаруживаются новые наблюдения, ранее не учтенные нами, что приводит к понижению степени нелинейности задачи оценивания. Происходит также открытие новых, не исследованных нами объектов. Таким образом, наша база постоянно пополняется новыми объектами при этом «теряя» объекты, наблюдавшиеся в нескольких оппозициях.

На рисунке 1.10 приведены значения и диаграмма распределения, в декартовом параметрическом пространстве показателей нелинейности χ , найденных при построении начальных доверительных областей движения 510 потенциально опасных объектов, наблюдавшихся в одном появлении (данные на февраль 2018). Ось ординат дает значение вычисленного показателя, а ось абсцисс – интервал, охваченный наблюдениями.

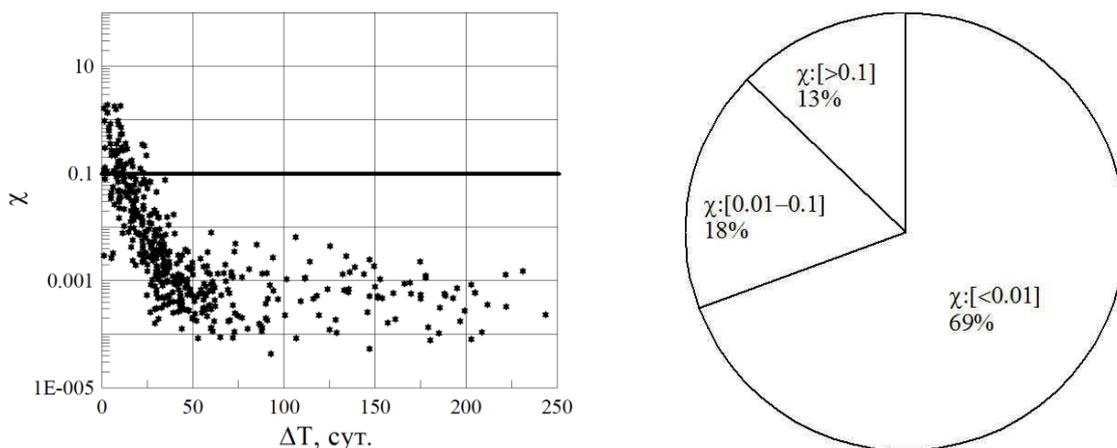


Рисунок 1.10 — Значения и диаграмма распределения показателей нелинейности

Из диаграммы видно, что для 13% объектов степень нелинейности задачи построения доверительных областей высокая ($\chi > 0.1$). В этом случае данную задачу следует решать нелинейными методами построения. Для 69% объектов задача является слабонелинейной ($\chi < 0.01$) и применение линейных методов для решения задачи построения начальных доверительных областей является обоснованным. В целом, из года в год, общее количество потенциально опасных объектов, наблюдавшихся в одном появлении, меняется незначительно. На данный момент времени в нашей базе содержится 510 астероидов, наблюдавшихся в одном появлении, и для 67 объектов нелинейность задачи построения начальных доверительных областей превысила допустимое значение

1.7 Численно–аналитическая методика выявления орбитальных и вековых резонансов в движении объекта

Гравитационные взаимодействия между планетами приводят к так называемым вековым возмущениям. Не только орбиты планет страдают от вековых возмущений, но также возбуждают вековые возмущения для любых тел, вращающихся вокруг Солнца. Это возмущение может быть особенно сильным в случае так называемых вековых резонансов. В первом приближении мы можем рассматривать планетную систему как систему связанных осцилляторов. Вековые резонансы связаны с собственными частотами этой системы. Вековой резонанс возникает в планетной системе, если средняя частота прецессии $\dot{\omega}$ орбиты тела почти соизмерима с одной из средних прецессионных скоростей $\dot{\omega}_j$ основных планет или если средняя частота прецессии $\dot{\Omega}$ соответствует одной из средних скоростей прецессии $\dot{\Omega}_j$.

Влияние вековых резонансов на динамику астероидов исследовано достаточно детально для объектов главного пояса, движущихся по почти круговым орбитам. Динамика объектов, имеющих большие эксцентриситеты орбит и тесные сближения с большими планетами, и в то же время подверженных действию вековых резонансов, менее исследована. В монографии А. Морбиделли «Современная небесная механика. Аспекты динамики Солнечной системы» (Morbidelli, 2002) представлен подробный обзор результатов исследования влияния вековых резонансов на движение астероидов.

Первые работы (Cook, 1962; Lidov, 1962; Hughes, 1980, 1981; Breiter, 1999; 2000; 2001), в основном, выполнены аналитическими методами в рамках однократно и двукратно осредненной задачи в предположении, что влияние третьего тела ограничивается задачей Хилла, а само третье тело движется по невозмущенной круговой орбите.

Численно-аналитическая методика выявления и исследования вековых резонансов описана в диссертации Томиловой И.В. (2015), а также в работах Бордовицыной (2012, 2014, 2016), причем в аналитической части методики в качестве модели движения третьего тела использован эллипс с вращающимися линиями апсид и узлов, а для исследования орбитальной эволюции объектов использована высокоточная численная модель движения систем искусственных спутников Земли. Для выявления особенностей динамической эволюции малых тел Солнечной системы под действием вековых резонансов была использована численная модель движения астероидов.

Аналитическая методика выявления вековых резонансов состоит в вычислении условий возникновения резонансов. Известно (Мюррей, Дермотт, 1999), что возмущающая функция, описывающая влияние на астероид третьего тела, может быть выражена через элементы орбиты следующим образом:

$$R = \frac{\mu'}{a'} \sum_{l=2}^{\infty} \alpha^l \sum_{\bar{m}=0}^l (-1)^{l-\bar{m}} \chi_{\bar{m}} \frac{(l-\bar{m})!}{(l+\bar{m})!} \times \sum_{p,p'=0}^l F_{l\bar{m}p}(i) F_{l\bar{m}p}(i') \times$$

$$\times \sum_{q,q'=-\infty}^{\infty} X_{l-2,p+q}^{l,l-2p}(e) X_{l-2,p'+q'}^{-l-1,l-2p'}(e') \times$$

$$\text{Cos}[(l-2p'+q')\lambda' - (l-2p+q)\lambda - q'\varpi' + q\varpi + (\bar{m}-l-2p')\Omega' - (\bar{m}-l-2p)\Omega], \quad (1.51)$$

где $\alpha = a/a'$; $\mu' = Gm'$ – произведение гравитационной постоянной на массу возмущающего тела; $a, i, e, \Omega, \omega, M$ – большая полуось, наклонение, эксцентриситет, долгота восходящего узла, аргумент перицентра, средняя аномалия орбиты астероида, $a', i', e', \Omega', \omega', M'$ – такие же элементы орбиты возмущающего тела; $\lambda = \varpi + M$ и $\lambda' = \varpi' + M'$ – средние долготы астероида и третьего тела, $\varpi = \Omega + \omega$ и $\varpi' = \Omega' + \omega'$ – долготы перицентра астероида и возмущающего тела; $F_{...}(i)$ – функция наклона, $X_{...}(e)$ – функция эксцентриситета. Функция ψ – аргумент, который имеет следующий вид для однократно осредненной ограниченной задачи трех тел:

$$\underline{\psi} = (l-2p'+q')M' - (l-2p)\omega + (l-2p')\omega' - \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (1.52)$$

и для двукратно осредненной задачи запишется как

$$\underline{\underline{\psi}} = (l - 2p')\omega' - (l - 2p)\omega - \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (1.53)$$

причем

$$\begin{aligned} M' &= M'_0 + \bar{n}'(t - t_0), \quad \omega' = \omega'_0 + \dot{\omega}'(t - t_0), \\ \Omega' &= \Omega'_0 + \dot{\Omega}'(t - t_0), \\ \omega &= \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0), \quad \Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0). \end{aligned} \quad (1.54)$$

где \bar{n}' - среднее движение возмущающего тела, t - время, индекс «0» относится к начальному моменту.

Величины $\dot{\omega}$ и $\dot{\Omega}$ вычисляются в процессе численного интегрирования по формулам производной от многочлена Лагранжа:

$$\omega(t) = \sum_{i=1}^n \omega_i g_i(t), \quad \Omega(t) = \sum_{i=1}^n \Omega_i g_i(t)$$

$$g_i(x) = \prod_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n \frac{t - t_j}{t_i - t_j} = \frac{t - t_1}{t_i - t_1} \dots \frac{t - t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}} \frac{t - t_{i+1}}{t_i - t_{i+1}} \dots \frac{t - t_n}{t_i - t_n} \quad (1.55)$$

$$\dot{\omega} = \sum_{i=1}^n \omega_i \prod_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n \frac{1}{t_i - t_j} \sum_{j=1}^n \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq i, k \neq j}}^n (t - t_k), \quad \dot{\Omega} = \sum_{i=1}^n \Omega_i \prod_{\substack{j=1, \\ j \neq i}}^n \frac{1}{t_i - t_j} \sum_{j=1}^n \prod_{\substack{k=1, \\ k \neq i, k \neq j}}^n (t - t_k)$$

Тогда условие возникновения резонанса можно представить в виде:

$$\underline{\underline{\psi}} \approx 0, \quad \underline{\underline{\dot{\psi}}} \approx 0. \quad (1.56)$$

Явление, когда резонансное соотношение строго равно нулю, называется острым или точным резонансом.

Считая влияние третьего тела аддитивными, с учетом формул (1.51 – 1.54) получим левые части резонансных соотношений (1.56), определяющие наличие вековых резонансов низких порядков для однократно и двукратно осредненных задач трех тел: Солнце – астероид – планета. Будем называть для краткости левую часть резонансного соотношения (1.56) типом резонансного соотношения.

В качестве характеристик резонансного взаимодействия были рассмотрены критический (резонансный) аргумент (1.53) и его первая производная по времени (так называемое резонансное соотношение) (1.56).

Перебирая значения целых чисел l, p, p', \bar{m} получаем спектр значений резонансного аргумента и соответствующего ему резонансного соотношения (Таблица 1.6) (Александрова, Томилова, Бордовицына, 2014).

Таблица 1.6 — Типы резонансных соотношений низких порядков

№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения
1	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + \dot{\omega} - \dot{\omega}'_j$	8	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_j$	15	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - 2\dot{\omega}'_j$
2	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_j$	9	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + 2\dot{\omega}$	16	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + 2\dot{\omega}'_j$
3	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_j$	10	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - 2\dot{\omega}$	17	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j)$
4	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_j$	11	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + \dot{\omega}$	18	$\dot{\omega} - \dot{\omega}'_j$
5	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + \dot{\omega} + \dot{\omega}'_j$	12	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - \dot{\omega}$	19	$\dot{\omega} + \dot{\omega}'_j$
6	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - \dot{\omega} - \dot{\omega}'_j$	13	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + \dot{\omega}'_j$	20	$\dot{\omega}$
7	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_j$	14	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - \dot{\omega}'_j$		

В эту таблицу вошли резонансные соотношения нодальных и апсидальных вековых (Rosengren et al, 2015) частот астероида и возмущающих тел, а также геометрический резонанс собственных частот астероида, являющийся частным случаем апсидально-нодальных резонансов – резонанс Лидова–Козаи (Лидов, 1961; Kozai, 1962). Соотношения 1 – 16 описывают смешанный апсидально-нодальный вековой резонанс, а соотношение 17 – чисто нодальный резонанс, соотношения 18 и 19 – чисто апсидальный резонанс. Соотношение 20 представляет собой резонанс типа Лидова-Козаи (Shevchenko, 2017), который по своей природе является геометрическим резонансом, так как зависит только от взаимного расположения объектов и не связан с частотами движения возмущающих тел.

Далее для значений индексов рассматривается эволюция во времени соотношений (1.51) и (1.52), так называемых критических аргументов. Это необходимо (Мюррей, Дермотт, 1999; Morbidelli, 2002) для того, чтобы установить, какой характер имеют резонансные конфигурации: устойчивый – при либрационном изменении соотношений (1.52) и (1.53), отсутствие

резонанса – при циркуляционном изменении. При исследовании долговременной эволюции во времени соотношений (1.56), (1.52) и (1.53) значения элементов орбиты астероида определяются с помощью численного моделирования.

Если колебания критического аргумента всегда строго меньше 360° , имеет место либрация аргумента, а резонанс определяется как устойчивый. В противном же случае, когда резонансный аргумент изменяется от 0° до 360° , его поведение интерпретируется, как циркуляция, а резонанс вовсе отсутствует. При смене либрации критического аргумента на циркуляцию и наоборот резонанс определяется как неустойчивый.

В качестве резонансных характеристик для орбитальных резонансов использовались критический (резонансный) аргумент β , определяющий долготу соединения астероида и планеты (Мюррей, Дермотт, 1999),

$$\beta = k_1 \lambda_1 - k_1 \lambda_2 - (k_1 - k_2) \omega_1 - (k_1 - k_2) \Omega_1, \quad (1.57)$$

и его производная по времени α (называемая резонансной «щелью» (Гребеников, Рябов, 1978))

$$\alpha \approx k_1 n_1 - k_2 n_2, \quad (1.58)$$

где n_1, n_2 – средние движения, λ_1, λ_2 – средние долготы астероида и планеты соответственно, ω_1 – аргумент перицентра астероида, Ω_1 – долгота восходящего узла астероида, k_1, k_2 – целые положительные числа. При $\alpha = 0$ астероид находится в точном резонансе с планетой, обусловленном соизмеримостью k_2/k_1 их средних движений. Астероид движется в окрестности резонанса, если α и β колеблются около значения точной соизмеримости, так что $|\beta - \beta_{\text{cp}}| \leq 180^\circ$ и $|\alpha| \leq \alpha_{\text{max}}$ (β_{cp} – центр либраций критического аргумента). Величина α_{max} характеризует границы резонансного движения и определяется по максимальной амплитуде колебаний критического аргумента β . Величину $k_1 + k_2$ будем называть порядком резонанса.

В работах (Чириков, 1977; Бордовицына, Томилова, 2016) показано, что наложение резонансов разных типов, особенно, если среди них есть хотя бы один неустойчивый резонанс (когда резонансный аргумент меняет свое либрационное поведение на циркуляцию и наоборот), способно приводить к проявлению хаотичности в движении астероидов.

1.8 Алгоритм MEGNO-анализа орбитальной эволюции объектов

В последнее время в качестве характеристик хаотичности стали использоваться так называемые быстрые ляпуновские индикаторы, позволяющие исследовать хаотичность орбит объектов на относительно коротких интервалах времени. Все они основаны на решении уравнений в вариациях, определяющих эволюцию касательного вектора изучаемой орбиты. Более подробное описание быстрых ляпуновских показателей можно найти в работах Шефера В.А. (Шефер, 2011; Шефер, Коксин, 2013). К быстрым ляпуновским индикаторам также относится параметр MEGNO (Mean Exponential Growth of Nearby Orbit) (Cinkotta et al, 2003), который представляет собой взвешенную по времени интегральную форму ляпуновского характеристического числа (LCN). Алгоритм, построенный на использовании MEGNO-анализа, позволяет уверенно разделять регулярный и хаотический режимы движения астероидов на относительно небольших интервалах времени. В данной работе для оценки хаотичности орбит астероидов использовался алгоритм MEGNO-анализа, без особых проблем реализуемый в задачах численного моделирования.

Запишем систему уравнений движения небесного тела для случая прямоугольных координат и скоростей. Пусть $\mathbf{q}=\{\mathbf{x},\dot{\mathbf{x}}\}$ – есть вектор состояния исследуемого астероида. Тогда уравнения движения объекта можно записать в виде

$$\frac{d}{dt}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{q}(t), \alpha), \quad (1.59)$$

где α – вектор параметров модели сил.

Обозначим начальное малое отклонение вектора состояния \mathbf{q} через $\delta(t_0) = \delta_0$. Эволюция этого начального бесконечно малого отклонения между решением \mathbf{q} и очень близкой орбитой с точностью до бесконечно малых первого порядка можно описать вариационным уравнением следующего вида

$$\dot{\delta} = J(\mathbf{q})\delta(t), \quad J(\mathbf{q}) = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{q}}(\mathbf{q}), \quad (1.60)$$

где $J(\mathbf{q})$ – матрица Якоби системы дифференциальных уравнений (1.59), а вектор δ будет содержать в себе вариации шести параметров решения $\mathbf{q} = \{\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}\}$ уравнений (1.59), $\delta = \{\delta\dot{x}_1, \delta\dot{x}_2, \delta\dot{x}_3, \delta\dot{x}_4, \delta\dot{x}_5, \delta\dot{x}_6\}$. Тогда ляпуновское характеристическое число (LCN) определится как

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\|\delta(t)\|}{\|\delta(t_0)\|}. \quad (1.61)$$

Отметим, что параметр LCN можно представить в интегральной форме

$$\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \int_0^t \frac{\dot{\delta}(s)}{\delta(s)} ds, \quad (1.62)$$

причем $\delta_\phi = \|\delta_\phi\|$, $\dot{\delta}_\phi(s) = \dot{\delta}_\phi \cdot \delta_\phi / \delta_\phi$.

Параметр MEGNO $Y(t)$, как уже отмечалось выше, представляет собой взвешенную по времени интегральную форму LCN

$$Y(t) = \frac{2}{t} \int_0^t \frac{\dot{\delta}_\phi(s)}{\delta_\phi(s)} s ds, \quad (1.63)$$

а его усредненная величина $\bar{Y}(t)$ вычисляется как

$$\bar{Y}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t Y(s) ds, \quad (1.64)$$

В работе (Valk et al, 2009) показано, что в задачах численного моделирования интегральные соотношения (1.63) и (1.64) целесообразно заменить дифференциальными уравнениями вида

$$\frac{d}{dt} y = \frac{\dot{\delta} \cdot \delta}{\delta \cdot \delta} t, \quad \frac{d}{dt} w = 2 \frac{y}{t} \quad (1.65)$$

и интегрировать совместно с уравнениями движения (1.59) и уравнениями в вариациях (1.61).

Путем интегрирования уравнения (1.65), нетрудно получить вспомогательные величины y и w , с помощью которых определяется параметр MEGNO и его усредненная величина

$$Y(t) = 2y(t)/t, \quad \bar{Y}(t) = w(t)/t, \quad (1.67)$$

где t – разность между начальным и текущим моментами времени.

Эволюция $\bar{Y}(t)$ во времени позволяет точно разделить регулярный и хаотический режимы движения (Cinkotta et al, 2003). Так, например, для хаотических орбит с экспоненциальным расхождением близких траекторий $\bar{Y}(t) > 2$. Для квазипериодических (регулярных) орбит с линейным расхождением близких траекторий $\bar{Y}(t)$ осциллирует около 2. Более того, в работе (Cinkotta et al, 2003) показано, что для квазипериодических орбит усредненный параметр MEGNO $\bar{Y}(t)$ всегда равен 2, а для устойчивых орбит типа гармонического осциллятора $\bar{Y}(t) = 0$.

Как отмечается в работе (Valk et al, 2009), при исследовании динамики орбит небесных тел MEGNO-подход является наиболее эффективным по сравнению с общим вариационным методом Ляпунова. Эффективность MEGNO-подхода заключается в том, что он позволяет уверенно провести границу разделения регулярных и хаотических режимов движения. В этой же работе рекомендуется совместно интегрировать уравнения (1.59) и (1.65) в прямоугольных координатах и скоростях, что позволяет исследовать орбиты с любыми эксцентриситетами и наклонениями.

2. ОПИСАНИЕ МЕТОДИК ИССЛЕДОВАНИЯ СТРУКТУРЫ ВОЗМУЩЕНИЙ АСТЕРОИДОВ

2.1 Вводные замечания. Описание методик

Очевидно, что модель сил, используемая в дифференциальных уравнениях движения астероидов, должна соответствовать точности наблюдательного материала, а в некоторых случаях, для решения специфических задач, превышать на пару порядков. Выбор адекватной модели сил имеет большое значение при изучении динамики малых тел Солнечной системы, поскольку не учет некоторых факторов может привести к недостаточно точному прогнозу движения. В зависимости от типа орбиты, возможных сближений с конкретными планетами Солнечной системы, силовая функция может содержать различный набор обязательных компонентов, значимость каждого из которых предварительно необходимо оценить. Так, при тесных сближениях изучаемых объектов с большими планетами или при малых перигелийных расстояниях объектов, необходимо учитывать влияние несферичности возмущающего и центрального тел, и релятивистские эффекты. В некоторых моделях учитываются также возмущения от астероидов, и негравитационные возмущения (световое давление и эффект Ярковского). Менее полная, чем необходимо, модель движения приводит к систематическим ошибкам в расчетах. В случае вероятностного исследования движения астероидов такие систематические ошибки могут оказать значительное влияние на точность построения доверительных областей. Негативным последствием этого может оказаться непопадание изучаемого объекта в расчетную доверительную область, что особенно недопустимо при исследовании возможности столкновений астероидов с Землей. В работах (Сюсина и др., 2012b, 2013) и параграфе 1.5

был предложен способ оценивания точности модели движения астероида, основанный на вычислении показателя смещения доверительной области. В этом способе ошибки модели сил тесно связываются с размерами доверительных областей и смещениями НК-оценок, определяемых для разных моделей движения астероидов. В настоящей работе мы применяем данный способ к исследованию движения объектов, имеющих тесные сближения с Землей. В движении таких астероидов может оказаться существенным влияние сжатия Земли. Рассмотрены также астероиды с малым перигелийным расстоянием, в движении которых может потребоваться учет сжатия Солнца.

Оценка влияния сжатия Земли выполнена на примере астероидов 2011 CQ1 и 2011 MD, а сжатия Солнца – на примере потенциально опасных астероидов 1995 CR и 2011 KE. Для оценивания смещения доверительных областей астероидов 2011 CQ1 и 2011 MD, являющегося следствием неучета в их движении сжатия Земли, были использованы численные модели движения и реальные наблюдения этих объектов. В главе 4 рассматривается астероид (196256) 2003 EH1 и влияние различных возмущающих факторов на движение астероида и его эволюцию. Как полагают, (196256) 2003 EH1 является родительским телом для метеорного потока Квадрантид. Взаимосвязь между астероидом (196256) 2003 EH1 и метеорным потоком Квадрантид изучена ранее несколькими авторами (Jenniskens, 2004; Williams et al., 2004b; Wiegert & Brown, 2005). Для моделирования формирования метеорного потока необходима точная орбита родительского тела, поэтому желательно проанализировать влияние различных возмущающих факторов на движение астероида и его эволюцию. Представленные в данном разделе методики будут использованы нами в разделе 4.

Исследование структуры возмущений осуществлялось тремя различными методами (Galushina et al, 2017) (в скобках приведены условные ключевые слова, которыми в дальнейшем для удобства будем обозначать методы):

1) на интервале наблюдений, полученных с сайта MPC, определялся момент среднего арифметического моментов наблюдений. При полной модели на этот момент производилась процедура улучшения элементов орбит. Далее рассчитывалась орбитальная эволюция с варьированием модели (с попеременным отключением возмущающих факторов), в качестве исследуемого параметра использовалась разность векторов положений при полной модели и без учета исследуемого фактора Δr («эволюция без улучшения»);

2) как и в предыдущем методе определялся момент времени, но процедура улучшения орбит производилась с отключением одного из возмущающих факторов. Расчет орбитальной эволюции производился при той же модели, что и при улучшении орбит, анализировалась разность векторов положений при полной модели и без учета какого-либо возмущающего фактора Δr («эволюция с улучшением»);

3) градация набора возмущающих факторов осуществлялась по взаимному расположению и размерам начальных вероятностных областей, полученных при полной модели F и с отключением исследуемого фактора F^* . Вычислялось значение $\varepsilon = \frac{|\hat{q}^* - \hat{q}|}{|\bar{q} - \hat{q}|}$, где \hat{q}^* и \hat{q} – оцениваемые орбитальные параметры $q = (q_1, \dots, q_k)$, определенные методом наименьших квадратов с использованием моделей сил F^* и F соответственно; \bar{q} – значение, лежащее в пространстве параметров вдоль направления $(\hat{q}^* - \hat{q})$ на границе вероятностной области Φ_F (Сюсина и др., 2013) («область»).

В первых двух методах («эволюция без улучшения», «эволюция с улучшением») изучение эволюции осуществлялось на интервале от среднего арифметического моментов наблюдений (который определялся индивидуально для каждого объекта) на 300 лет вперед. В третьем методе («область») выводы делаются на основе результатов улучшения орбиты на момент среднего арифметического всех наблюдений. Этот метод был описан

более подробно в первой главе. Во всех случаях координаты больших планет определялись на основе эфемерид DE431.

2.2 Пример применения методик для оценки влияния сжатия Земли на движение астероидов 2011 MD и 2011 CQ1

Влияние сжатия Земли на точность построения доверительных областей было исследовано на примере астероидов 2011 CQ1 и 2011 MD, которые наблюдались во время их тесного сближения с Землей. Рассматривались две модели возмущающих ускорений в уравнениях движения этих объектов. В модели \mathbb{F} учитывались возмущения, обусловленные притяжением больших планет, Луны, сжатием Земли и релятивистскими эффектами от Солнца. Модель \mathbb{F}^* содержала те же возмущающие факторы за исключением сжатия Земли.

Астероид 2011 MD был открыт 22 июня 2011 года в Лаборатории поиска околоземных астероидов имени Линкольна (LINEAR). Он относится к группе Аполлона. По состоянию на май 2020 года в базе данных центра малых планет (<http://www.minorplanetcenter.net/>) содержится 1555 наблюдений этого объекта на интервале времени порядка трех месяцев. На рисунке 2.1а показаны проекции орбит астероида, Меркурия, Венеры, Земли и Марса на плоскость орбиты астероида, и распределение наблюдений на орбите. Несмотря на малость минимального расстояния пересечения орбиты, параметра MOID (Minimum orbit intersection distance) (0.000351 a.e.), данный объект не принадлежит к классу потенциально опасных астероидов вследствие большой абсолютной звездной величины ($H = 28.0$). Этот астероид прошел 27 июня 2011 г. относительно близко к поверхности Земли – на расстоянии около 20000 км от ее центра. По последним данным альbedo 2011 MD равно 0.3 и диаметр составляет около 6 метров (Mommert et al, 2014).

Астероид 2011 CQ1 был обнаружен 4 февраля 2011 года Ричардом А. Ковальски в рамках проекта Каталинский небесный обзор (Catalina Sky Survey). Этот объект пролетел по разным оценкам на расстоянии 11000 – 17000 км от центра Земли. Он относится к группе Атона, и имеет размер в диаметре чуть больше метра. На май 2020 года в базе данных центра малых планет доступно 35 наблюдений объекта, выполненных в течении одного дня. Эксцентриситет орбиты ($e = 0.205$) позволяет астероиду пересекать в проекции на плоскость эклиптики орбиту Марса (ближе к афелию) и приближаться на достаточно близкое расстояние к орбите Земли (в перигелии). Принадлежность к плоской подсистеме ($i = 5.243^\circ$) делает возможными сближения с перечисленными планетами. Данный объект не принадлежит к классу потенциально опасных астероидов вследствие большой абсолютной звездной величины ($H = 32.1$).

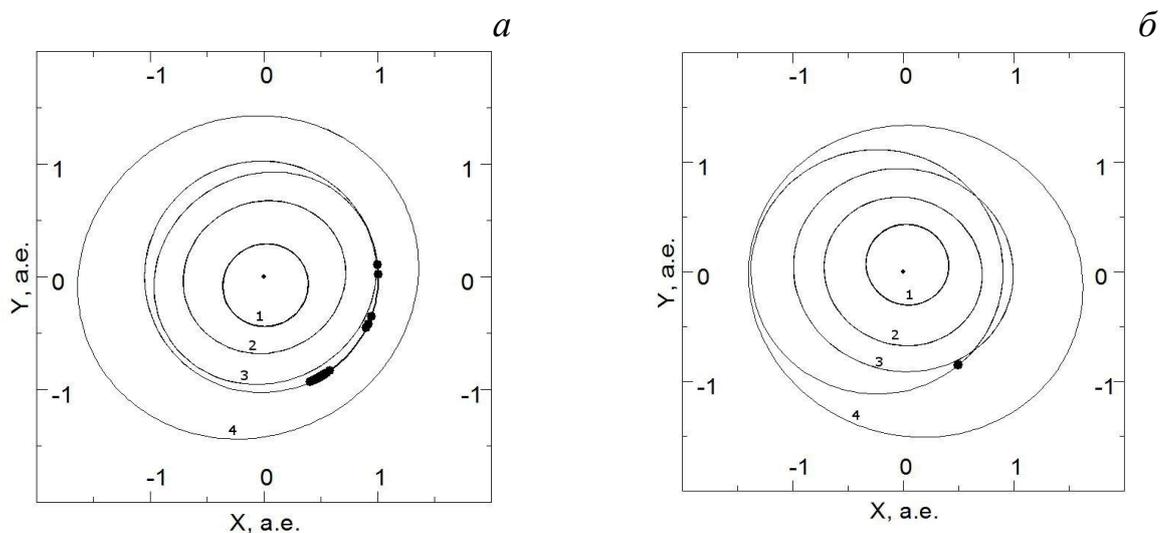


Рисунок 2.1. — Проекция орбит Меркурия, Венеры, Земли, Марса и АСЗ с их распределением наблюдений на плоскость орбиты астероида в неподвижной системе координат для 2011 MD (а) и 2011CQ1 (б).

Результаты улучшения орбит данных объектов приведены в таблице 2.1, где N — число наблюдений; Δt — интервал наблюдений в сутках; t_0 — начальная эпоха; σ — среднеквадратическая ошибка представления наблюдений в угловых секундах.

Таблица 2.1 — Данные о наблюдениях АСЗ

Объект	N	Δt , сут.	t_0	σ , "
2011 MD	1555	74	23.06.2011 1	0.549
2011 CQ1	35	1	4.02.2011	0.938

Коэффициент нелинейности, посчитанный для данных объектов на момент времени t_0 , не превышает критического значения 0.1 (Сюсина и др., 2012b, 2012c), что позволяет применять линейные методы к построению начальных доверительных областей.

В качестве меры сравнения моделей \mathbb{F} и \mathbb{F}^* при построении доверительных областей движения астероидов 2011 CQ1 и 2011 MD нами использовался показатель смещения ε_{toch} , определяемый по формуле (1.44). Особенностью этой формулы является вычисление значений показателя ε_{toch} непосредственно по значению параметра l , что в отличие от алгоритмов определения показателя смещения ε_{toch} , которые применялись в работах (Сюсина и др., 2012c, 2013), несколько упрощает расчеты.

Полученные результаты исследования представлены в таблице 2.2 и на рисунке 2.2. В таблице приводятся значения показателя смещения ε_{toch} , вычисленные тремя способами: с использованием метода Ньютона (1.47) – ε_{toch}^1 , метода половинного деления – ε_{toch}^2 и метода определения параметра l соотношением (1.50) – ε_{toch}^3 . Влияние сжатия Земли на точность построения доверительных областей оценивалось на интервалах наблюдаемости астероидов, а для астероида 2011 CQ1 также на интервале в 30 суток, включающем в себя его интервал наблюдаемости. Оценки показателя смещения определялись соответственно на средние моменты времени внутри интервалов наблюдаемости и на конечный момент времени интервала 30 суток для астероида 2011CQ1.

Таблица 2.2 — Значения показателя смещения, полученные на основе линейных и нелинейных методов

Объект/интервал времени	ε_{toch}^1	ε_{toch}^2	ε_{toch}^3
2011 MD / 11.8 суток	5.8958	5.8962	5.8872
2011 CQ1 / 12 часов	0.02004	0.02005	0.02004
2011 CQ1 / 30 суток	2.9498	2.9497	2.9481

Из таблицы видно, что значение показателя смещения для астероида 2011 MD на интервале его наблюдаемости в 11.8 суток значительно превышает пороговое значение $\bar{\varepsilon}$. Для астероида 2011 CQ1 картина иная. На интервале его наблюдаемости в 12 часов значение этого показателя меньше порогового значения. Это объясняется тем, что наблюдений астероида 2011 MD было выполнено намного больше и на значительно большем интервале времени, чем для астероида 2011 CQ1. Соответственно точность номинальных орбит и размеры доверительных областей для этих астероидов будут значительно различаться. Очевидно, что при использовании «полной» модели возмущающих ускорений \mathbb{F} точность номинальной орбиты астероида 2011 MD значительно выше и доверительные области, определяемые на интервале наблюдаемости 11.8 суток, значительно меньше по размерам, чем для астероида 2011 CQ1 на интервале его наблюдаемости 12 часов. В то же время смещения оценок \hat{q}^* относительно оценок \hat{q} , определяемые с использованием «усеченной» и «полной» моделей \mathbb{F}^* и \mathbb{F} , для астероида 2011 CQ1 меньше, чем для астероида 2011 MD. Следовательно, показатель смещения доверительной области астероида 2011 CQ1 должен быть значительно меньше. Из таблицы также видно, что для этого объекта при увеличении интервала оценивания до 30 суток сжатие Земли уже оказывает значительное влияние на точность построения доверительных областей. Неучет сжатия Земли в модели движения астероида 2011 CQ1 приводит в

конец этого интервала к недопустимо большому смещению доверительных областей.

Наглядное представление о смещении доверительных областей в рассматриваемых нами вариантах дает рисунок 2.2.

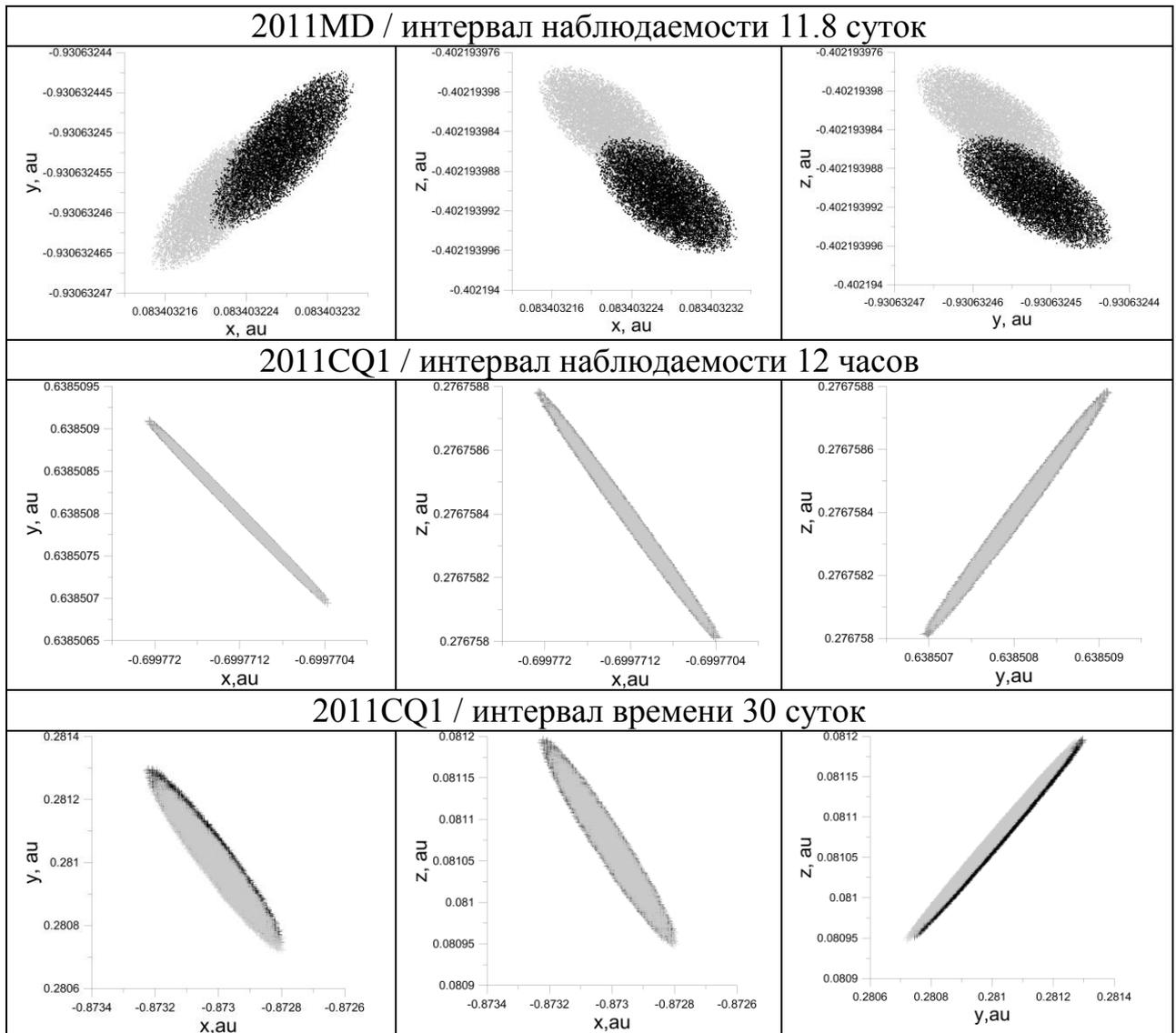


Рисунок 2.2. — Проекция доверительных областей движения астероидов 2011 CQ1 и 2011 MD, определяемые с использованием моделей возмущающих ускорений \mathbb{F} (черный цвет) и \mathbb{F}^* (серый цвет)

Так как нелинейные отображения на граничную поверхность доверительной области точки \bar{q} осуществляется при помощи численных итерационных схем, представляет определенный интерес исследование их свойств применительно к решаемой задаче. Мы выполнили с этой целью ряд

численных экспериментов по исследованию свойств алгоритма (1.47) метода Ньютона. Существующие теоретические оценки сходимости итерационных методов являются сложными и требуют вычисления производных высоких порядков. Поэтому нами было проведено численное исследование непосредственно самих целевых функций. С этой целью в направлении вдоль вектора $\bar{\mathbf{q}}^* - \bar{\mathbf{q}}$ на точку $\bar{\mathbf{q}}$ была получена зависимость функции $F(\mathbf{q}) = \Phi(\mathbf{q}) - \Phi_F$ и соответствующей этой функции $\sigma - \sigma_F$ от значения параметра l . Результаты расчетов показаны на рисунке 2.3. Для каждого из рассмотренных объектов в скобках после имени астероида приведены количество его наблюдений, мерный интервал, на котором эти наблюдения были получены, и альтернативная модель, с которой проводилось исследование. Приведены также показатели нелинейности χ (1.49), среднеквадратические ошибки единицы веса σ_0 , и значения параметра растяжения (сжатия) l , при которых точка $\bar{\mathbf{q}}$ отображается на урвленную поверхность доверительной области движения исследуемого астероида.

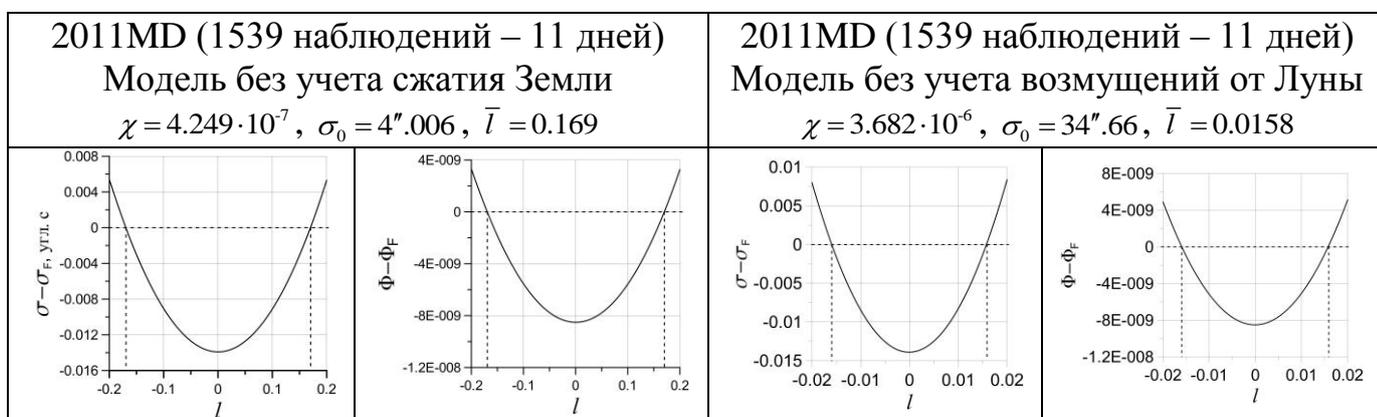


Рисунок 2.3. — Графики зависимостей целевых функций и среднеквадратических невязок от параметра l .

На рисунки 2.4 и 2.5 приведены оценки разности положений астероидов 2011 CQ1 и 2011 MD на номинальных орбитах, определяемых на основе моделей возмущающих ускорений \mathbb{F}^* и \mathbb{F} . На врезках к рисункам приведены

в увеличенном масштабе фрагменты, в которых оценки даются для рассматриваемых в данной работе интервалов времени.

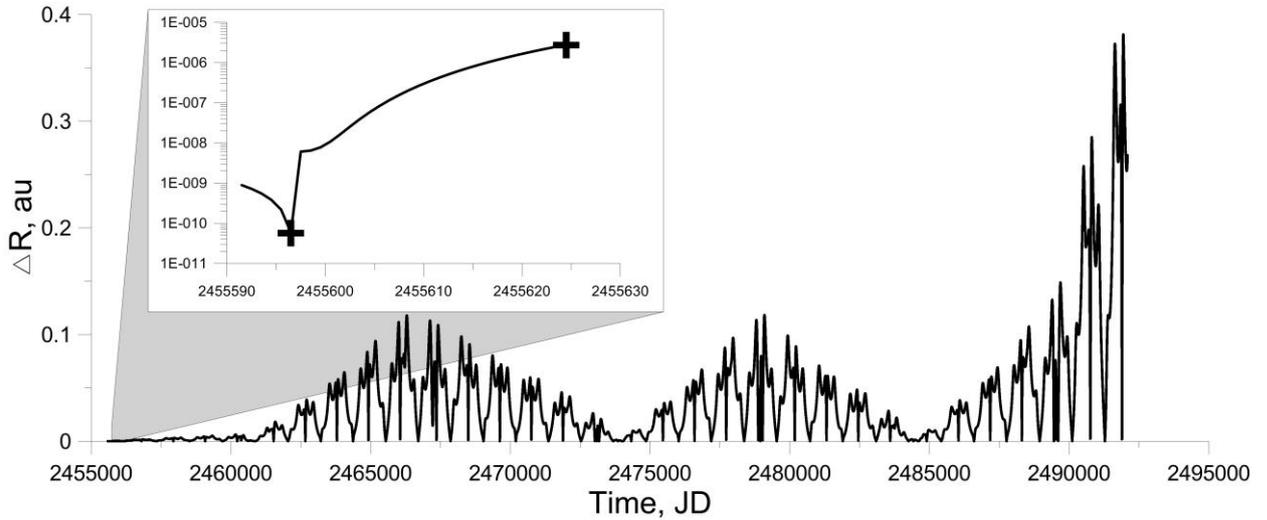


Рисунок 2.4. — Оценки разности положений астероида 2011 CQ1 при движении по номинальным орбитам, определяемым с использованием «полной» и «усеченной» модели возмущающих ускорений

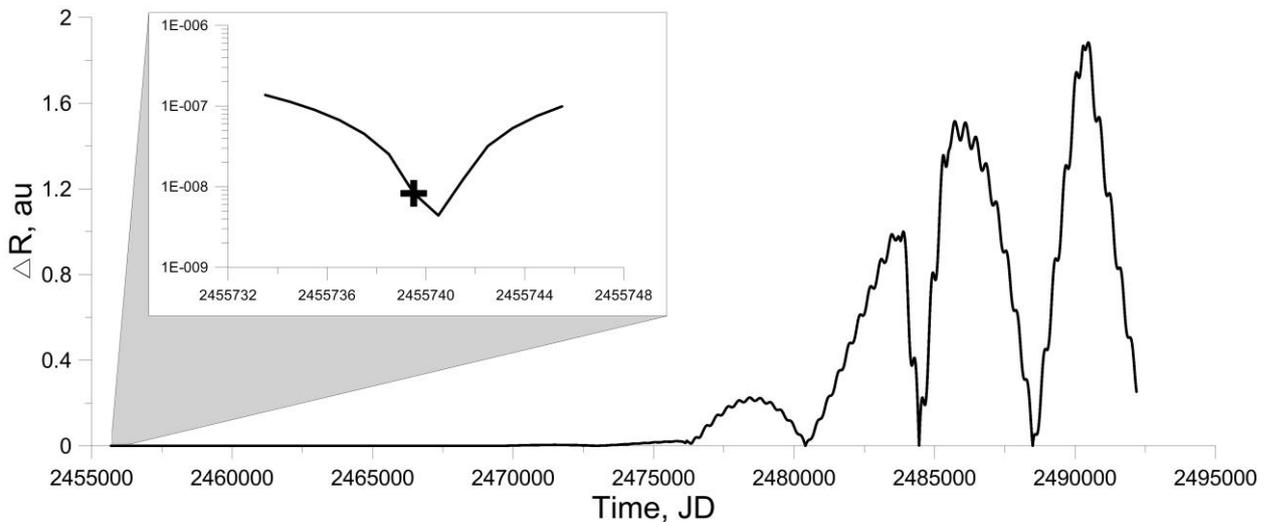


Рисунок 2.5. — Оценки разности положений астероида 2011 MD при движении по номинальным орбитам, определяемым с использованием «полной» и «усеченной» модели возмущающих ускорений

На этих рисунках символ «+» соответствует моментам времени, на которые определялись показатели смещения ε_{toch} . Видно, что на больших интервалах времени влияние сжатия Земли на движение исследуемых

астероидов становится весьма значительным, приводя к большим смещениям их положений на номинальных орбитах.

На рисунке 2.6 представлены результаты исследования структуры возмущения для астероидов 2011 MD и 2011 CQ1 внутри мерного интервала.

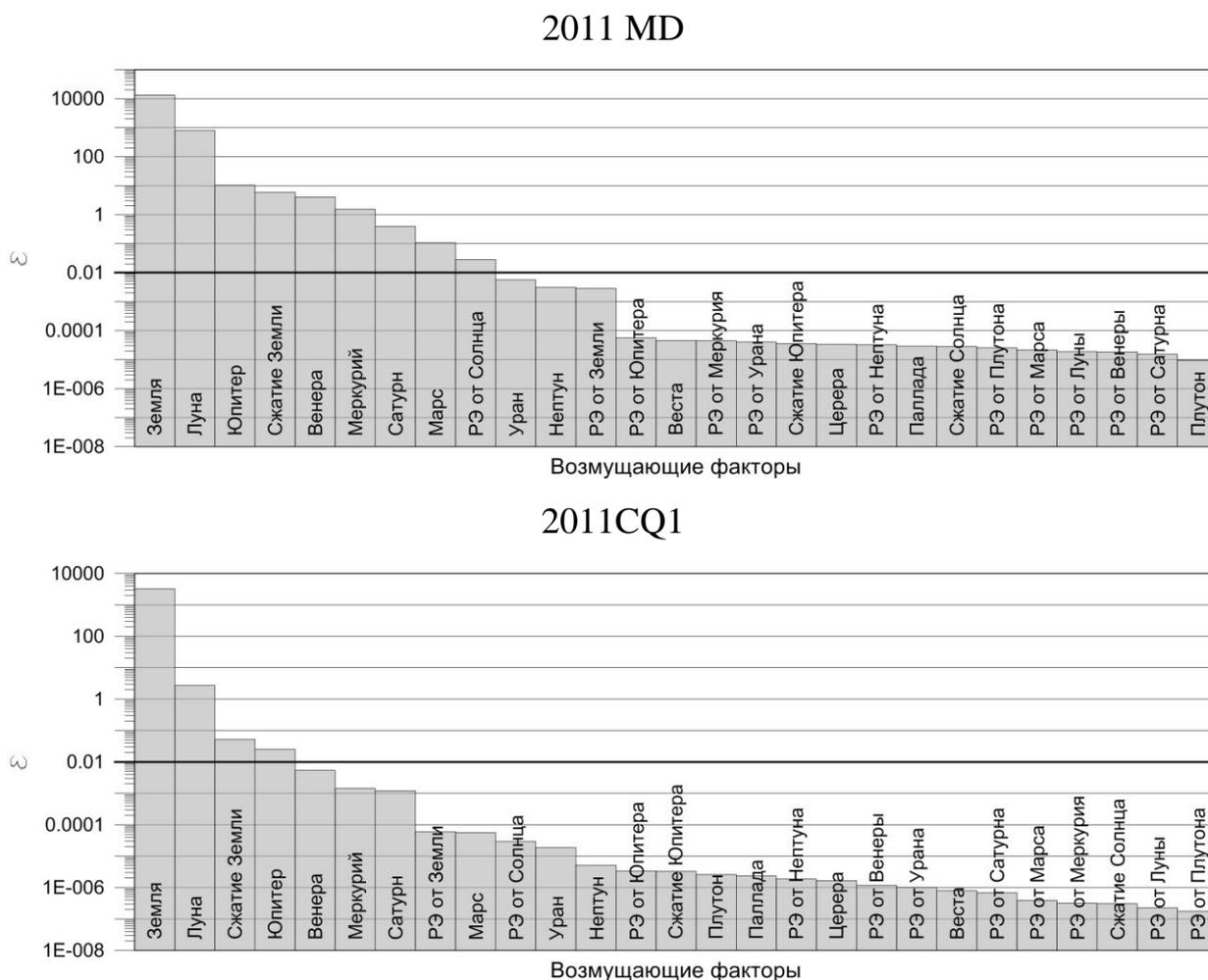


Рисунок 2.6. — Результаты исследования структуры возмущения для астероидов 2011 MD и 2011 CQ1.

Исследование структуры возмущений астероида 2011 MD показало необходимость учета влияния больших планет (кроме Уран, Нептуна и Плутона), Луны, сжатия Солнца и релятивистских эффектов от Солнца. Остальными силами можно пренебречь без потери точности, поскольку их действие значительно меньше ошибок начальных данных и не оказывает существенного воздействия на орбитальную эволюцию.

Иная ситуация наблюдается у 2011 CQ1 (рисунок 2.6), его орбита плохо определена, как было упомянуто выше. Это возможно, связано с тем, что объект близко проходил к Земле и наблюдения покрывают только эти моменты близкого прохождения. Поэтому начальная доверительная область настолько велика, что начальные данные, полученные без учета практически любого возмущающего фактов (за исключением Земли и Луны), не выходят за пределы области, полученной при полной модели. Достоверных выводов о влиянии различных возмущений на движение объекта по имеющимся наблюдениям невозможно сделать.

На рисунке 2.7 приведена эволюция показателя (1.50) на 100 лет вперед для астероида 2011 MD и на 40 лет вперед для астероида 2011 CQ1, который позволяет оценить влияние сжатия Земли на точность определения вероятностных областей движения рассматриваемых нами астероидов на этом интервале времени. Из рисунка следует, что для астероидов 2011 MD и 2011 CQ1 показатель (1.50) начинает превышать пороговое значение 0.1 после 2050г. и 2023г. соответственно и на интервалах времени выходящих за пределы этих моментов времени необходимо учитывать в уравнениях движения астероидов возмущающее ускорение от сжатия Земли.

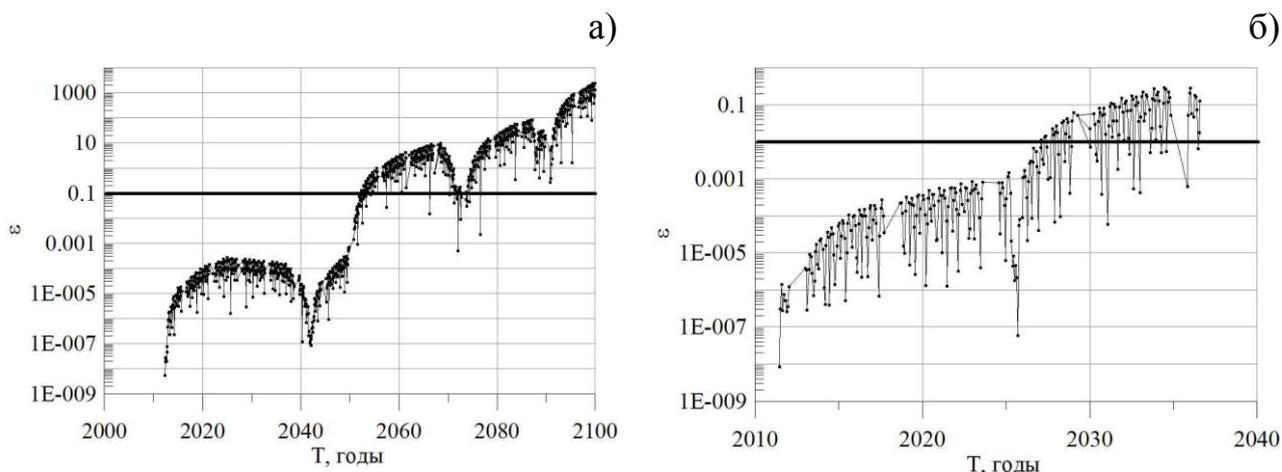


Рисунок 2.7. — Результаты исследования эволюции показателя (1.50), полученного при исследовании полной модели и без учета сжатия Земли для астероида 2011 MD а) и 2011 CQ1 б)

Исследование орбитальной эволюции проводилось путем численного интегрирования дифференциальных уравнений движения каждой номинальной орбиты, полученной для разных моделей на сто лет вперед. Ниже на рисунках 2.8 и 2.9 представлены эволюция большой полуоси a (а), эксцентриситета e (б), наклона орбиты к эклиптике i (в), тесное сближение с Землей (г) (d – минимальное расстояние), долготы восходящего узла Ω (д), аргумент перицентра ω (е), а также усредненного параметра MEGNO (ж) на интервале времени 100 лет.

Как видно из рисунков 2.8 и 2.9, «малые» возмущающие ускорения, которыми в ряде случаев можно пренебречь, могут оказывать сильное влияние на движение объектов. Так через 100 лет номинальные орбиты полной модели и без учета возмущения от сжатия Земли имеют значительные расхождения в пространстве, кроме этого, меняются моменты сближения с Землей и сами расстояния между объектом и планетой (рисунки 2.8г и 2.9г).

В результате улучшения орбит по имеющимся наблюдениям выяснилось, что орбита астероида 2011 CQ1 плохо определена, что не позволяет сделать достоверный вывод об его полной картине резонансов и возмущающих факторах. Исследование структуры возмущений показало необходимость учета влияния для объекта 2011 MD больших планет (кроме Уран, Нептуна и Плутона), Луны, сжатия Солнца и релятивистских эффектов от Солнца. Анализ эволюции усредненного параметра MEGNO показал, что время предсказуемости движения объектов 2011 CQ1 и 2011 MD составляет порядка 45 и 30 лет, соответственно. После сближения с планетой значение резко возрастает, пересекает граничное значение (равное 2), и продолжает расти в среднем линейно. Это достаточно хорошо и отчетливо видно на длительном интервале времени (рисунок 2.10). Можно сказать, что на рассматриваемом интервале времени в движении этих объектов проявляется хаотичность, что не позволяет говорить о высокой точности прогноза движения.

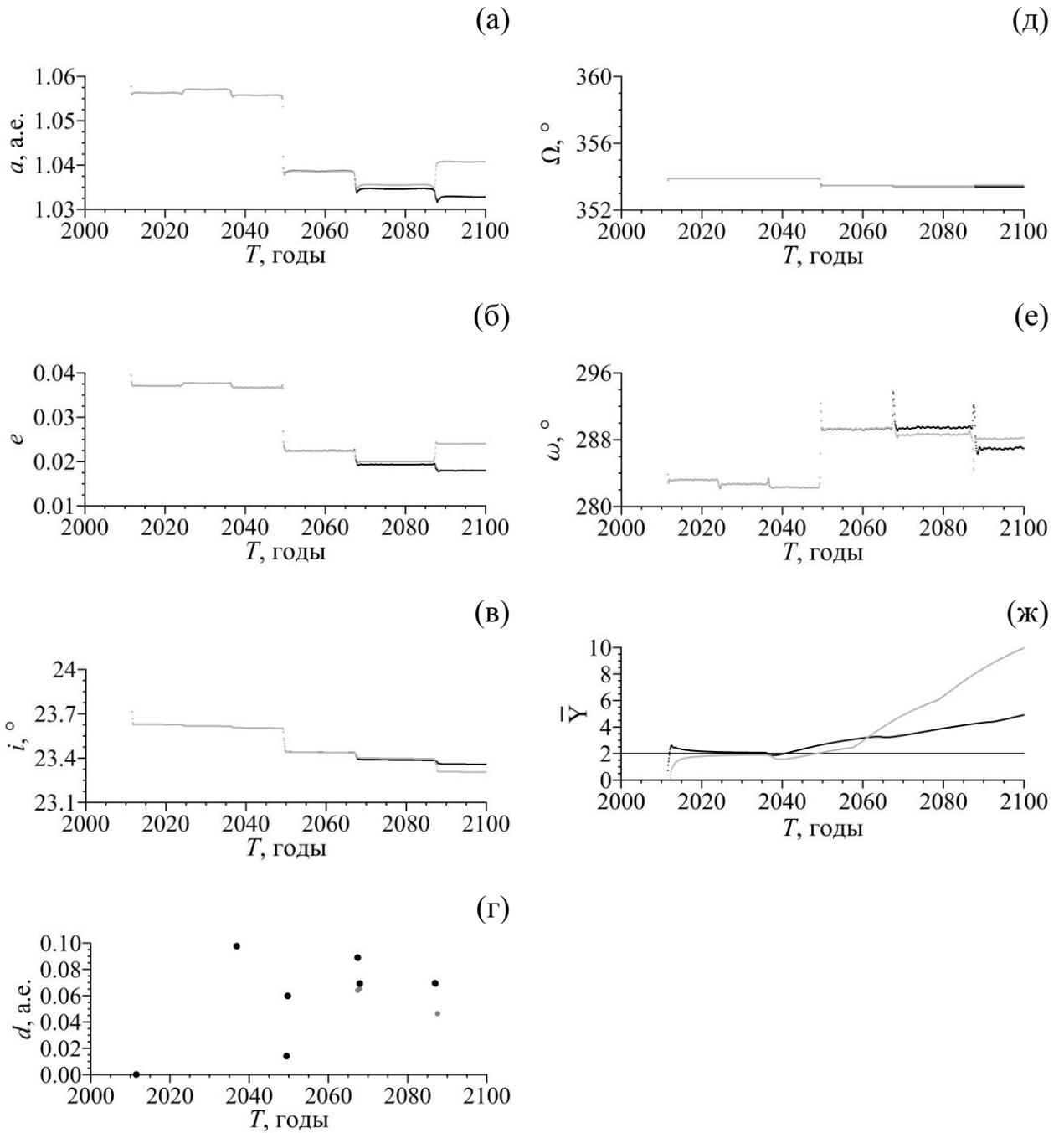


Рисунок 2.8. — Результаты исследования орбитальной эволюции астероида 2011 MD: эволюция большой полуоси a (а), эксцентриситета e (б), наклона орбиты к эклиптике i (в), тесное сближение с Землей (г) (d – минимальное расстояние), долготы восходящего узла Ω (д), аргумент перигентра ω (е) и усредненного параметра MEGNO (ж) на интервале времени 100 лет (номинальной орбиты полной модели – черные точки и без учета сжатия Земли – серые).

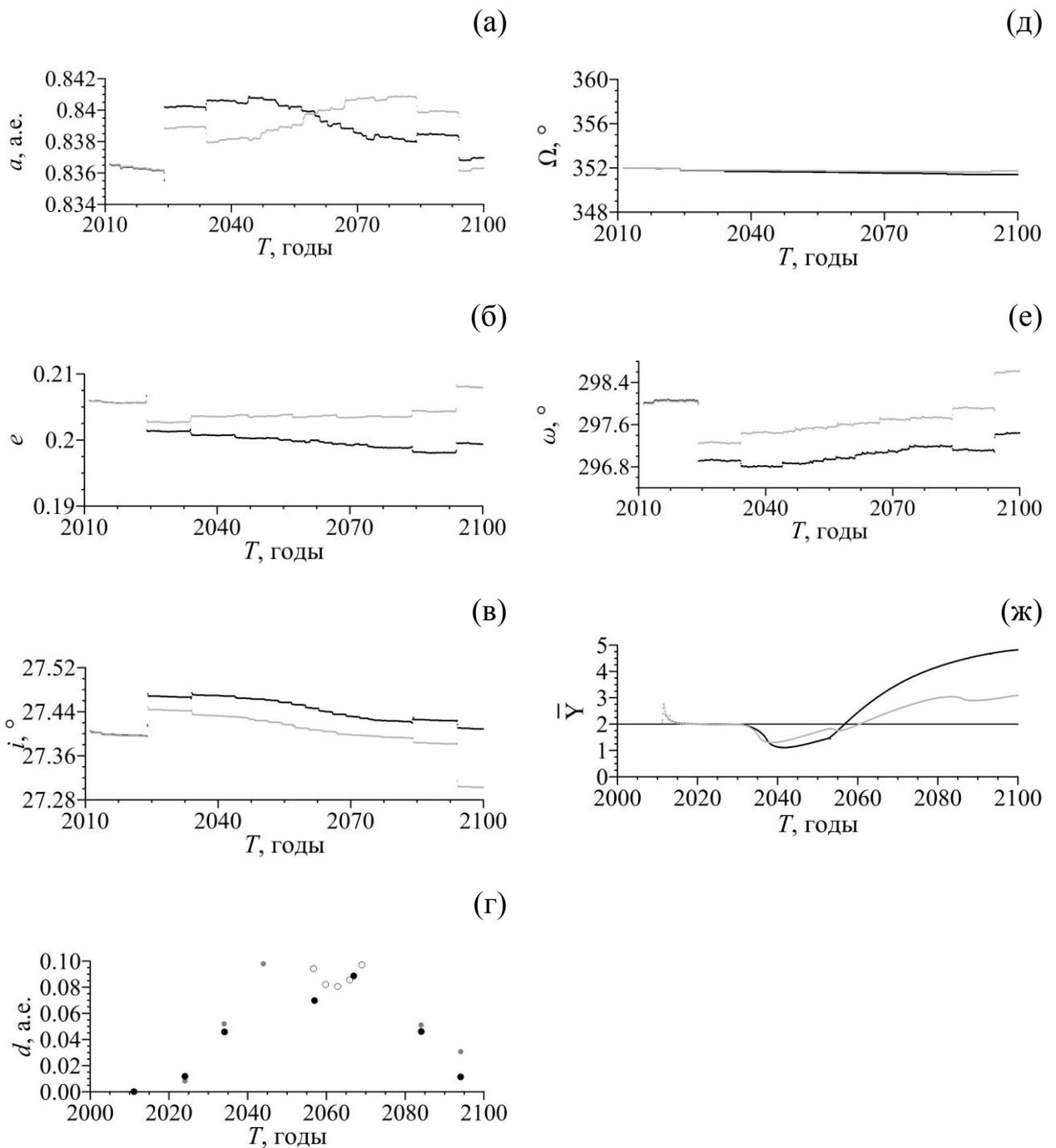


Рисунок 2.9. — Результаты исследования орбитальной эволюции астероида 2011 CQ1: эволюция большой полуоси a (а), эксцентриситета e (б), наклона орбиты к эклиптике i (в), тесное сближение с Землей (г) (d – минимальное расстояние), долготы восходящего узла Ω (д), аргумент перигея ω (е) и усредненного параметра MEGNO (ж) на интервале времени 100 лет (номинальной орбиты полной модели – черные точки и без учета сжатия Земли – серые).

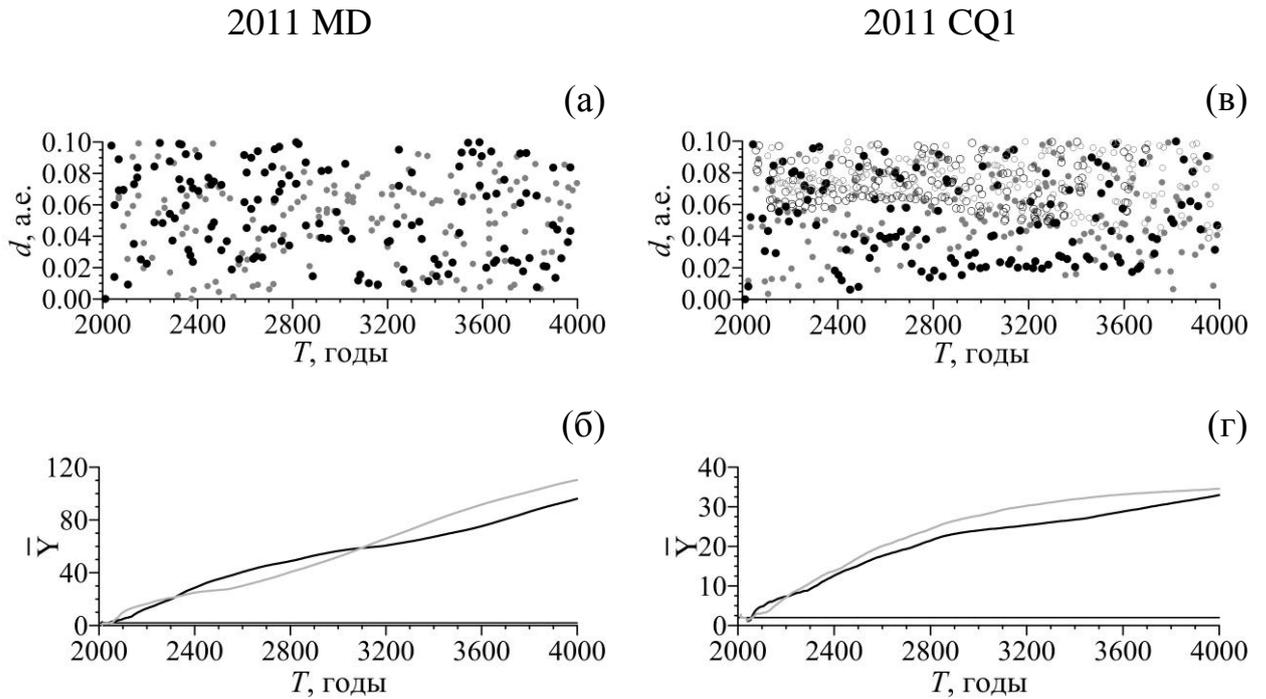


Рисунок 2.10 — Сближения с Землей (●) и Венерой (○) (а, в), эволюция усредненного параметра MEGNO (б, г) для астероидов 2011 MD и 2011 CQ1, имеющих интервал предсказуемости движения несколько лет (номинальная орбита полной модели – черные точки и без учета сжатия Земли – серые)

2.3 Пример применения методик при оценке влияния сжатия Солнца на движение астероидов 1995 CR и 2011 KE

Параметр сжатия Солнца известен в настоящее время не очень точно. Различные определения этой величины дают значения, близкие к $J_2 = 2.0 \times 10^{-7}$ (Питьева, 2005). Влияние сжатия Солнца на точность модели движения оценивалось нами на примере двух наблюдавшихся в одной оппозиции астероидов (1995 CR, период обращения которого вокруг Солнца $\sim 317^d$, и 2011 KE с периодом обращения около 1208^d) из списка потенциально опасных астероидов, опубликованного на сайте Центра малых планет. Вычисления показали, что хотя перигелийные расстояния этих астероидов составляют соответственно 0.12 и 0.10 астрономических единиц, сжатие Солнца, заданное величиной 2.0×10^{-7} , приводит к значениям показателя смещения ниже его порогового значения. По-видимому, это обусловлено

большими размерами доверительной области, определенной на малой мерной дуге. Данный результат подтверждается оценками влияния сжатия Солнца, выполненными в работе (Скрипниченко и др., 2014) несколькими независимыми способами, в том числе и при помощи предлагаемого нами показателя смещения доверительной области ε_{loch} . Этот способ показал необходимость учета сжатия Солнца в модели движения трех астероидов – 3200 Phaethon, 137924 2000 BD19 и 374158 2004 UL, элементы орбит которых известны достаточно хорошо, и которые обладают компактными доверительными областями, позволяя надежно оценить показатель смещения.

Потенциально опасный астероид 1995 CR был открыт 20 февраля 1995 года доктором Джорджем Джейкоби из Национальной обсерватории Китт-Пик (KPNO) и доктором Робертом Джедиком из Лунной и планетной лаборатории Университета Аризоны. Астероид был обнаружен в ходе специальной программы обнаружения околоземных астероидов на 0.9-метровом телескопе Обсерватории Стюарда на горе Кит-Пик. По состоянию на май 2020 г. в базе данных центра малых планет (<http://www.minorplanetcenter.net/>) содержится 260 наблюдений этого объекта на интервале времени порядка 15 лет. Астероид 1995 CR пересекает орбиты четырех внутренних планет, Меркурия, Венеры, Земли и Марса, и его орбита является хаотической и нестабильной.

2011 KE – потенциально опасный астероид, орбита которого неоднократно пересекает орбиту Земли. Астероид 2011 KE вращается вокруг Солнца каждые 1200 дней (3.29 года), приближаясь на 0.10 а.е. к Солнцу. Его орбита высокоэллиптическая. На май 2020 г. в базе данных центра малых планет доступно 200 наблюдений объекта на интервале 7 лет.

На рисунке 2.11а и 2.11б показаны проекции орбит астероидов 1995 CR и 2011 KE, а также орбит Меркурия, Венеры, Земли и Марса. Темным цветом выделены участки орбит астероидов, на которых были выполнены их наблюдения.

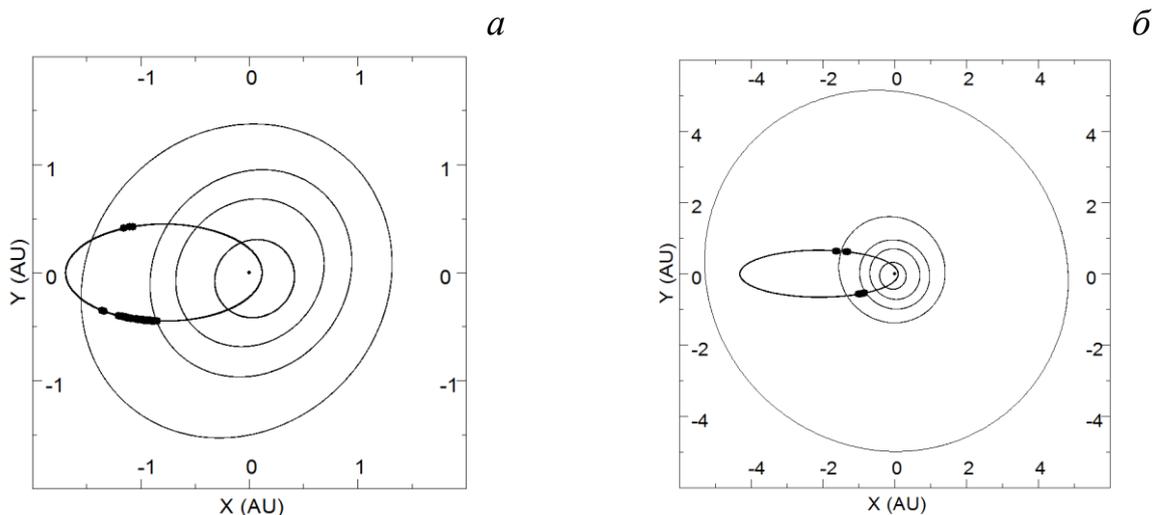


Рисунок 2.11 — Проекция орбит Меркурия, Венеры, Земли, Марса и АСЗ с их распределением наблюдений на плоскость орбиты астероида в неподвижной системе координат для 1995 CR (а) и 2011 KE (б).

Результаты улучшения орбит данных объектов приведены в таблице 2.3, где N — число наблюдений; Δt — интервал наблюдений в сутках; t_0 — начальная эпоха; σ — среднеквадратическая ошибка представления наблюдений в угловых секундах, $\sigma(X_0)$ — среднеквадратическая ошибка МНК-оценок вектора положения X_0 в а.е.

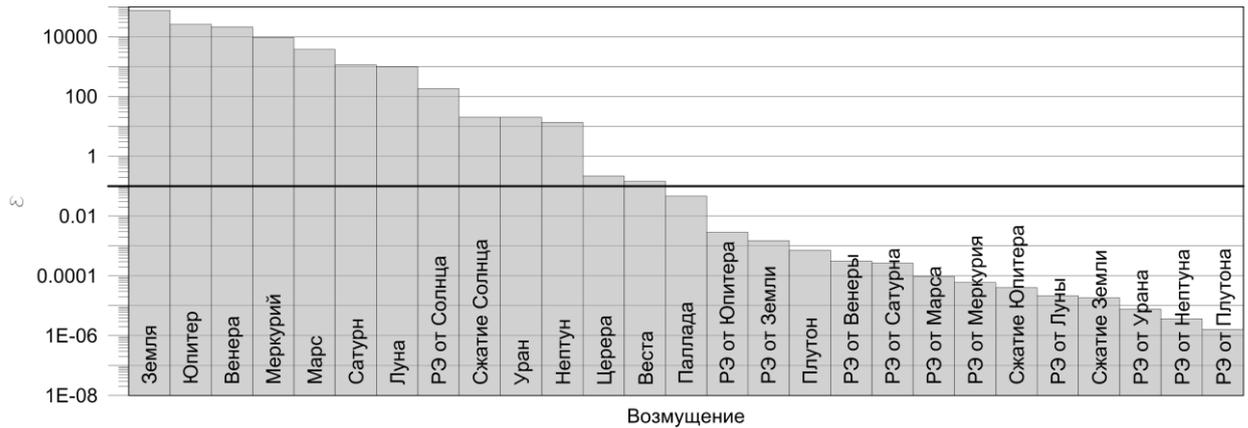
Таблица 2.3 — Данные о наблюдениях АСЗ

Объект	N	Δt , сут.	t_0	σ , "	$\sigma(X_0)$, а.е.
1995 CR	260	9155	02.12.2002	0.777	$4.5 \cdot 10^{-8}$
2011 KE	200	2520	04.03.2012	0.311	$3.4 \cdot 10^{-4}$

Коэффициент нелинейности, посчитанный для данных объектов на момент времени t_0 , не превышает критического значения 0.1 (Сюсина и др., 2012б, 2012с), что позволяет применять линейные методы к построению начальных доверительных областей.

На рисунке 2.12 представлены результаты исследования структуры возмущения для астероидов 1995 CR и 2011 KE внутри мерного интервала.

1995 CR



2011 KE

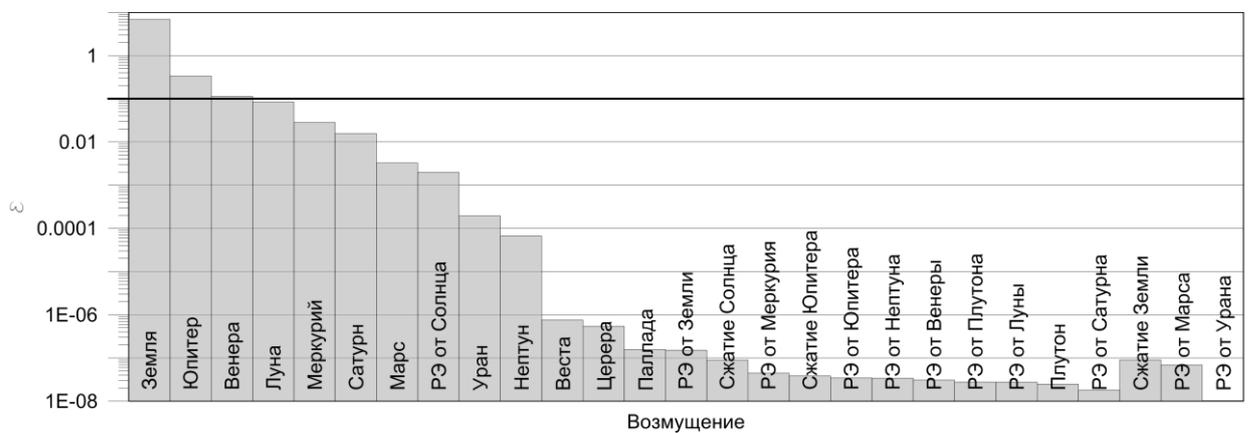


Рисунок 2.12 — Результаты исследования структуры возмущения для астероидов 1995 CR и 2011 KE.

Исследование структуры возмущений астероида 1995 CR показало необходимость учета влияния больших планет, Луны, сжатия Солнца и релятивистских эффектов от Солнца. Остальными силами можно пренебречь без потери точности, поскольку их действие значительно меньше ошибок начальных данных и не оказывает существенного воздействия на орбитальную эволюцию.

Иная ситуация наблюдается у 2011 KE, его орбита плохо определена (Таблица 2.3). Это возможно связано с тем, что объект близко проходил к Земле и наблюдения покрывают только эти моменты близкого прохождения (рисунок 2.11). Поэтому начальная доверительная область настолько велика, что начальные данные, полученные без учета практически

любого возмущающего фактора (за исключением Земли и Юпитера), не выходят за пределы области, полученной при полной модели. Достоверных выводов о влиянии различных возмущений на движение объекта по имеющимся наблюдениям невозможно сделать. Но можно предположить, что влияние от Земли и Юпитера является доминирующим только внутри интервала наблюдений.

Исследования эволюции проводилось путем численного интегрирования дифференциальных уравнений движения каждой номинальной орбиты, полученной для полной модели и без учета сжатия Солнца. Для этого эксперимента параметр сжатия Солнца использовался следующий, $J_2 = 2.0 \times 10^{-7}$. Ниже на рисунках 2.13 и 2.14 представлены: эволюция большой полуоси a , эволюция эксцентриситета e , эволюция наклона орбиты к эклиптике i , эволюция долготы восходящего узла Ω , эволюция аргумента перигелия ω на интервале времени 750 (для астероида 1995 CR) и 2000 (для астероида 2011 KE) лет.

Как видно из рисунка 2.12 возмущающее ускорение от сжатия Солнца оказывает заметное влияние на точность определения движения астероидов 1995 CR после 2450 г. после их тесных сближений с Землей и Марсом (рисунок 2.15). Номинальные орбиты, определяемые на основе полной модели и без учета возмущения от сжатия Солнца, имеют в дальнейшем значительные расхождения в пространстве. Если посмотреть на номинальную орбиту астероида 2011 KE, то можно заметить, что возмущающее ускорение от сжатия Солнца оказывает заметное воздействие на рассматриваемом интервале времени. Это видно по сближениям с планетами, представленным на рисунке 2.16.

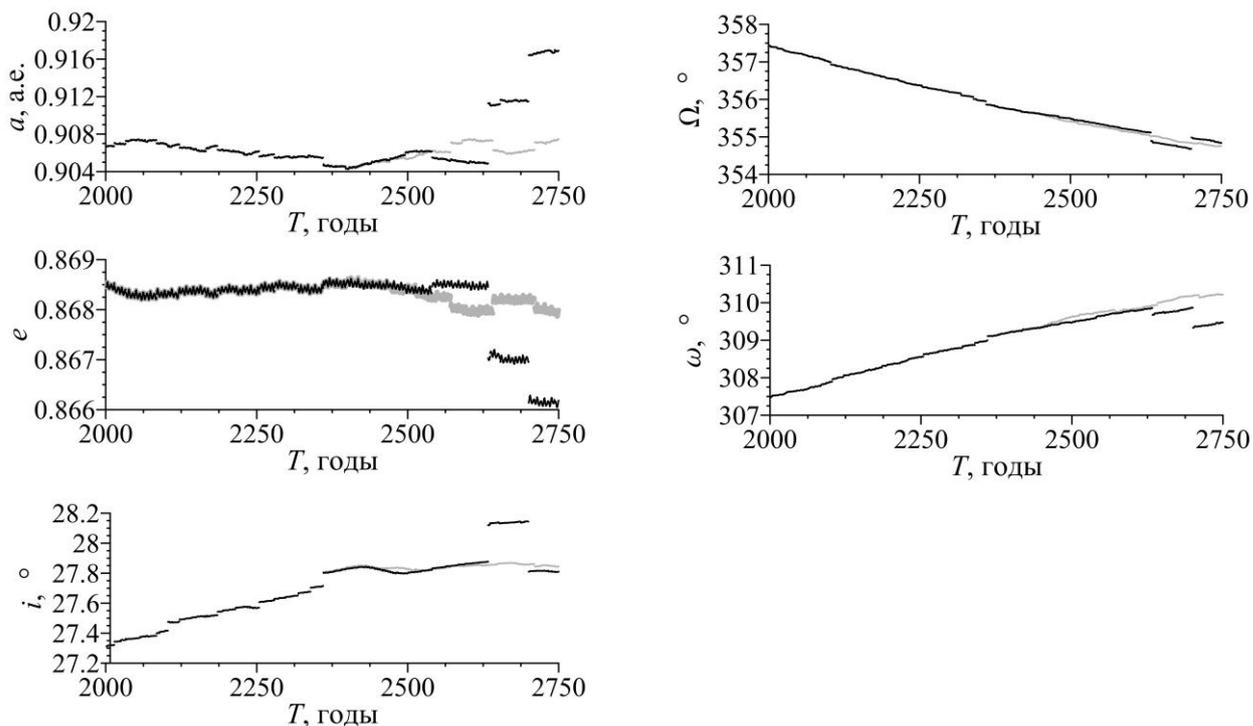


Рисунок 2.13 — Результаты исследования орбитальной эволюции астероида 1995 CR (черные точки – полная модель, серые – без учета сжатия Солнца)

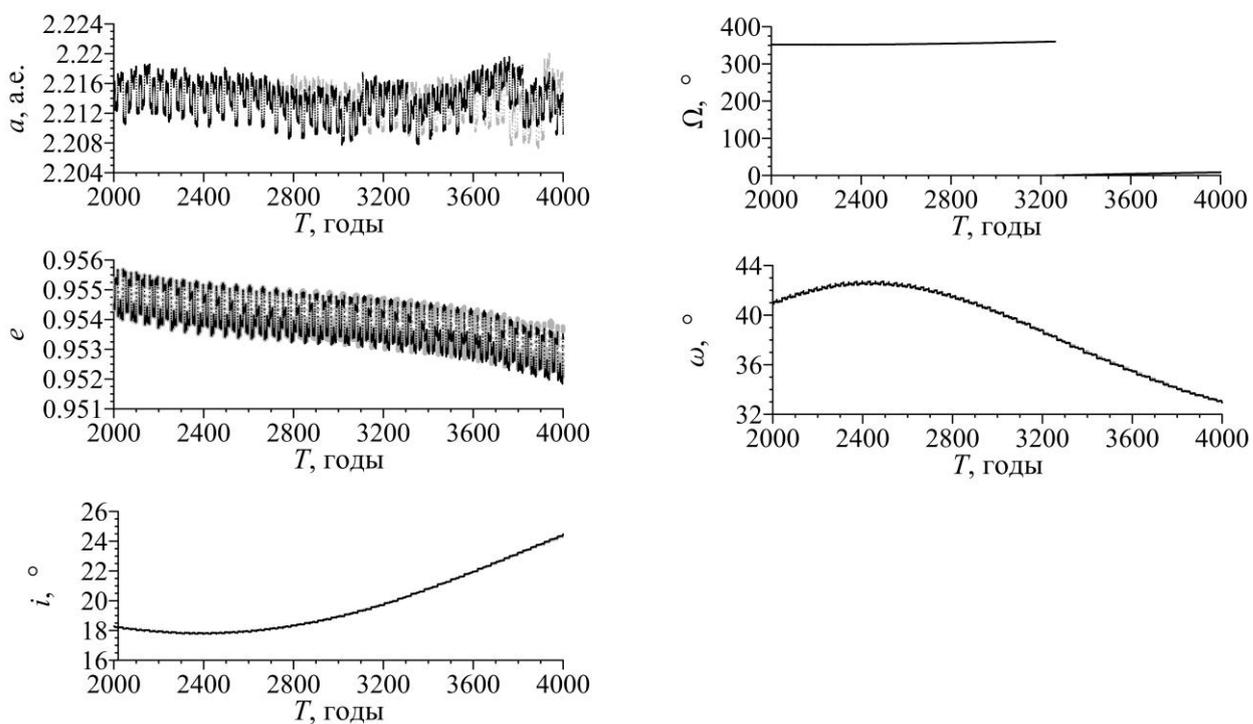


Рисунок 2.14 — Результаты исследования орбитальной эволюции астероида 2011 KE (черные точки – полная модель, серые – без учета сжатия Солнца)

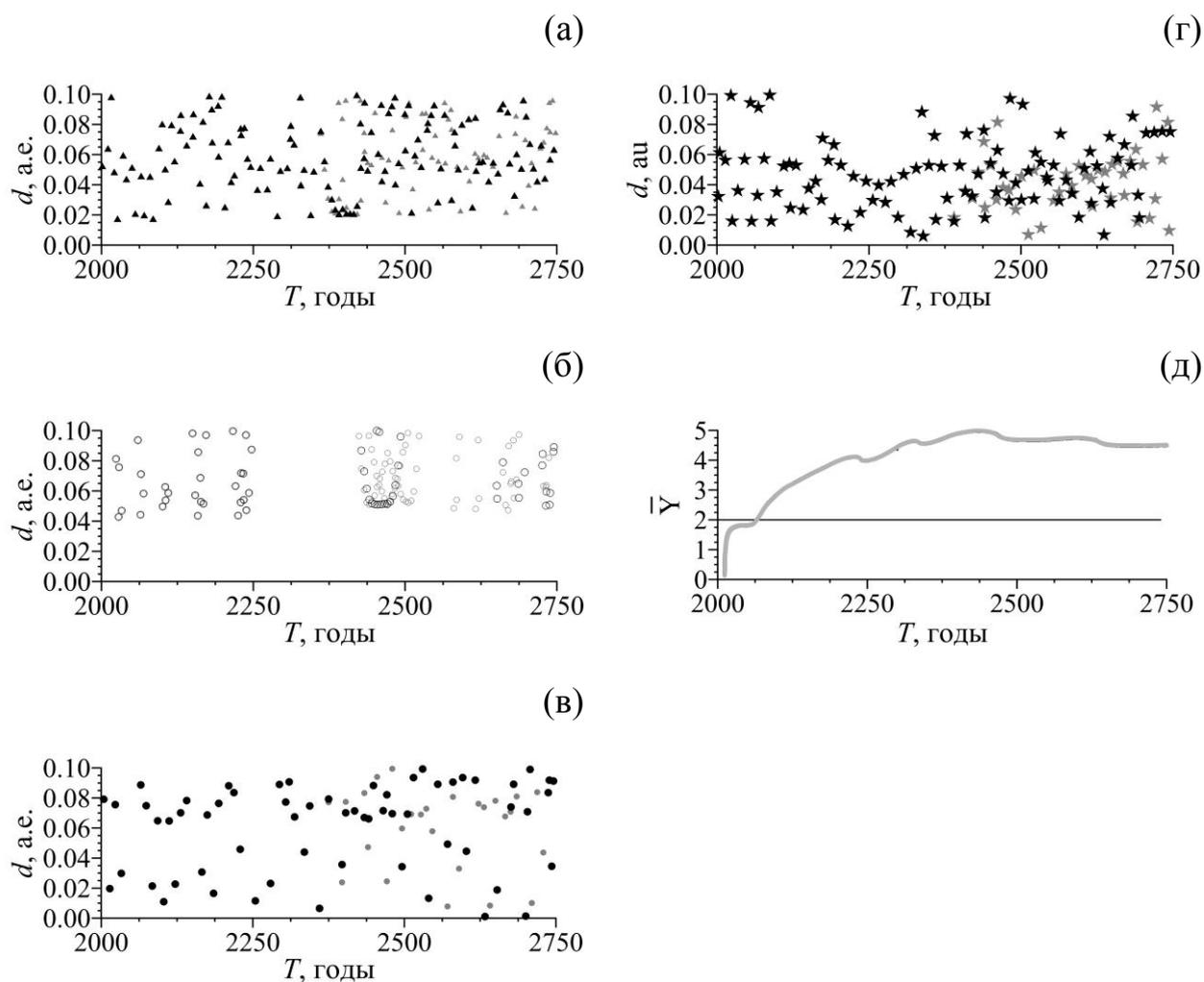


Рисунок 2.15 — Астероид 1995 CR: (а) - сближения с Меркурием (▲), (б) – сближения с Венерой (○), (в) – сближения с Землей (●), (г) – сближения с Марсом (*), и эволюция параметра MEGNO (д); d – расстояние между объектом и планетой; (черные цвет – полная модель, серые – без учета сжатия Солнца)

Из рисунка 2.15 видно, что после тесных сближений усредненный параметр MEGNO начинает возрастать, в среднем, линейно, и можно считать, что у орбиты астероида проявляются признаки хаотичности, начиная с 2070 года. Из графиков сближений и эволюции параметра MEGNO видно, что в момент первого тесного сближения с Землей (2100 г.), а потом второго тесного сближения с Марсом (2190 г.), и в связи с этим скорость роста $\bar{Y}(t)$ увеличилась скачкообразно, а после 2500 года параметр MEGNO перестал расти.

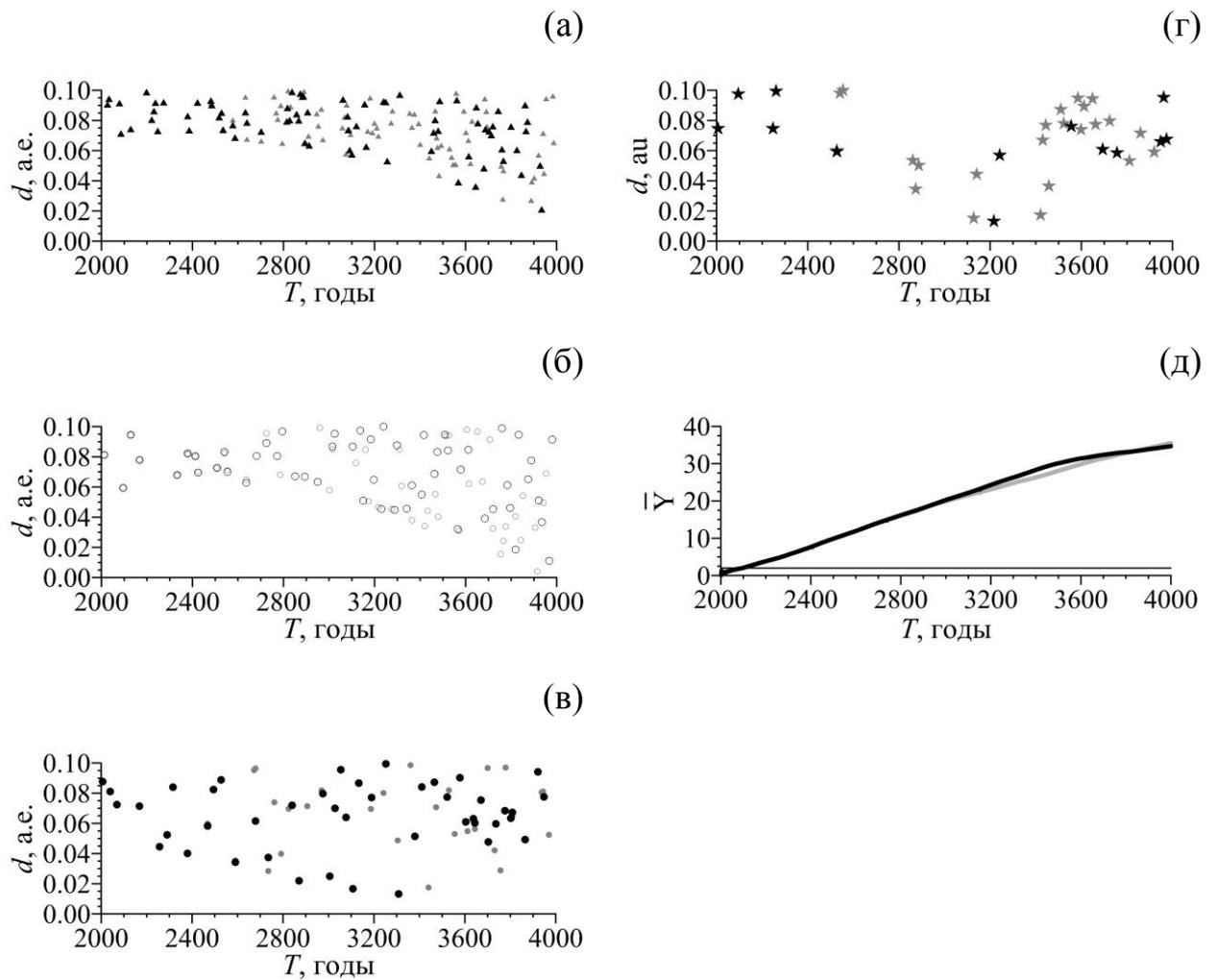


Рисунок 2.16 — Астероид 2011 КЕ: (а) - сближения с Меркурием (\blacktriangle), (б) – сближения с Венерой (\circ), (в) – сближения с Землей (\bullet), (г) - сближения с Марсом ($*$), и эволюция параметра MEGNO (д); d – расстояние между объектом и планетой; (черные цвет – полная модель, серые – без учета сжатия Солнца)

Вследствие малого интервала наблюдений астероида 2011 КЕ не для всех моделей удалось провести улучшение орбиты. В прогнозировании динамики астероида 2011 КЕ на интервале 2000 лет прослеживается хаотичность после 2100 года. Многократные сближения с планетами, представленными на рисунке 2.16, приводят к росту MEGNO, и орбиты моделей астероидов проявляют хаотичность. А также этот объект движется в окрестности резонанса 9:1 с Сатурном, имея предельно большую амплитуду колебаний и переходя часто через точный резонанс (рисунок 2.17), что в

совокупности с вышесказанным, может приводить к хаотическому движению.

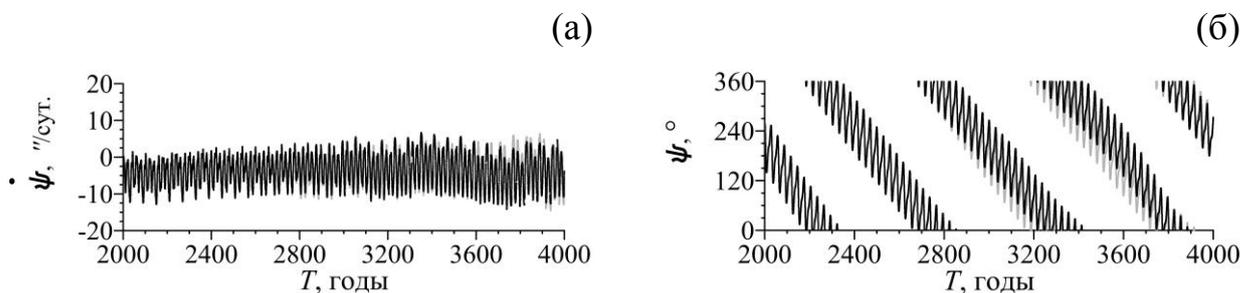


Рисунок 2.17 — Эволюция резонансного соотношения (а) и критического аргумента (б) для астероида 2011 КЕ, находящегося в окрестности резонанса 9:1 с Сатурном (черные цвет – полная модель, серые – без учета сжатия Солнца)

2.4 Анализ результатов исследования

Результаты проделанных численных экспериментов позволяют сделать следующие выводы. «Малые» возмущающие ускорения оказывают влияние на долговременную эволюцию объектов, приводя к отклонениям орбиты от номинальной. При исследовании орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы желательно учитывать малые возмущающие факторы, негативным последствием этого может оказаться непопадание изучаемого объекта в расчетную область возможных движений.

В целом, картина влияния исследуемых возмущающих факторов на точность построения вероятностных областей может быть сложной, так как она зависит от близости прохождения астероидов к Земле и Солнцу, а также от числа наблюдений и интервала наблюдаемости. Влияние систематических ошибок, обусловленных неправильным выбором модели движения, на точность определения начальных областей возможных движений объекта может быть разным в зависимости от интервала наблюдаемости. Негативными последствиями неправильного выбора моделей могут быть

большие смещения расчетной области возможных движений от области, построенной на основе более точной модели. Использование неполной модели может также значительно увеличить нелинейность задачи оценивания.

Изучение свойств движения малых тел Солнечной системы требует особого внимания к используемой структуре возмущений. Тип орбиты и физические свойства исследуемых объектов могут потребовать видоизмененной, специфической модели возмущающих сил в зависимости от поставленной задачи. Для объектов, которые близко проходят к Солнцу, желательно учитывать возмущения, обусловленные релятивистскими эффектами от Солнца и сжатием Солнца, только для этого нужно знать точные параметры сжатия. Для малых тел Солнечной системы, проходящих близко к Земле, желательно в модели учитывать несферичность геопотенциала.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ АСТЕРОИДА (3200) ФАЭТНОН ПОД ВЛИЯНИЕМ НАЛОЖЕНИЯ РАЗЛИЧНЫХ РЕЗОНАНСОВ

3.1 Вводные замечания. Астероид (3200) Phaethon 1983 ТВ.

Астероид (3200) Phaethon 1983 ТВ – небольшой астероид из группы Аполлона, имеющий очень малое (0.14 а.е.) перигелийное расстояние. Интересен необычной крайне вытянутой орбитой, из-за которой в процессе своего движения вокруг Солнца он в проекции на плоскость эклиптики пересекает орбиты всех четырёх планет земной группы от Меркурия до Марса (рисунок 3.1). Вследствие близкого к Солнцу прохождения астероид был назван в честь героя греческого мифа о Фээтоне, сыне бога солнца Гелиоса.

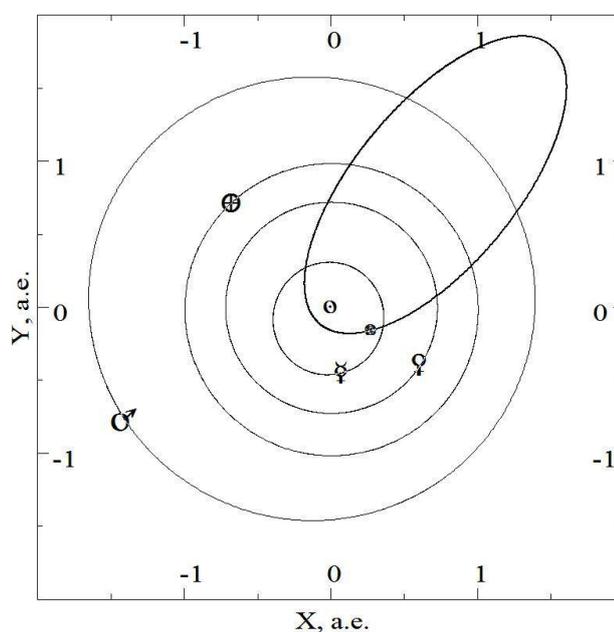


Рисунок 3.1 — Проекция орбиты астероида (3200) Phaethon 1983 ТВ и больших планет (Меркурия, Венеры, Земли и Марса) на плоскость эклиптики в неподвижной гелиоцентрической системе координат

(3200) Phaethon 1983 TB был первым астероидом, который был открыт с помощью наблюдений с космического корабля. Саймон Ф. Грин и Джон К. Дэвис обнаружили его 11 октября 1983 года на снимках с инфракрасного космического спутника IRAS. Это было официально объявлено 14 октября в IAUC вместе с оптическим подтверждением Чарльзом Т. Ковалем, который сообщил, что открытый объект по внешнему виду похож на астероид. Он получил предварительное обозначение 1983 TB, а позднее, в 1985 году, и численное обозначение и полноценное название 3200 Phaethon.

Астероид 3200 Phaethon привлекает внимание ученых по ряду причин, в качестве основной из которых следует упомянуть то, что данный астероид считается прародителем метеороидного потока Геменид. Происхождение потока, правда, не совсем ясно (Whipple, 1983, Fox и др., 1984, Gustafson, 1989, Williams and Wu 1993, Ryabova, 2007), поскольку астероид никогда не показывал продолжающейся потери массы или любой формы кометной деятельности, которая бы указывала на пополнение потока. Поддерживает интерес и то обстоятельство, что японское агентство аэрокосмических исследований рассматривает 3200 Phaethon как потенциальную цель для космической миссии (Krüger и др., 2017). В настоящее время особую актуальность исследованиям его динамики придает недавнее сближение с Землей в декабре 2017 года (Ye, 2017; Jewitt, 2017), которое поспособствовало уточнению орбиты и физических параметров объекта (Hanus и др., 2016). На 2022 год запланирована миссия DESTINY+, в рамках которой космический аппарат должен пролететь над родительским телом метеорного потока Геменид – астероидом 3200 Phaethon (Krüger и др, 2019; Masiero и др, 2019).

Ансамбль малых тел, включающий астероид 3200 Phaethon, вероятно, распространяется на более мелкие объекты, которые еще предстоит обнаружить, иногда его называют комплексом Phaethon-Geminids (Ohtsuka и др., 2006). По-видимому, это продукт дезинтеграции объекта-предшественника, но механизм распада и то, являются ли они продуктом

катастрофического события или непрерывного процесса, неизвестны (Kasuga, 2009). Возраст потока Геменид (Ryabova, 2016) не определен, но он, вероятно, молод. Численные модели, включающие эффекты радиационных сил и планетарных гравитационных возмущений, дают возраст в диапазоне от 600 до 2000 лет (Gustafson, 1989; Williams and Wu, 1993; Ryabova, 2007).

В данной главе рассмотрена динамика астероида 3200 Phaethon, были выявлены сближения с планетами, орбитальные и вековые резонансы, оценено время предсказуемости движения объекта и выяснены причины хаотичности (Галушина и Самбаров, 2019).

3.2 Улучшение орбиты и построение начальной доверительной области

В данной главе рассмотрена долговременная орбитальная эволюция астероида 3200 Phaethon. Ранее была произведена оценка возмущающих факторов, действующих на объект, и выбрана оптимальная модель сил (Galushina и др., 2015), которая включает в себя влияние больших планет, Луны, сжатия Солнца и релятивистских эффектов от Солнца. Остальными силами можно пренебречь без потери точности, поскольку их действие значительно меньше ошибок начальных данных и не оказывает существенного воздействия на орбитальную эволюцию.

На май 2020 года в базе данных центра малых планет было доступно 5546 оптических наблюдений объекта, но для улучшения орбиты были использованы 5502 наблюдения (рисунок 3.2), полученные после отбраковки. Из рисунка 3.2 видно, что наблюдения покрывают большую часть орбиты, за исключением окрестности перигелия, где наземные наблюдения невозможны. Результаты улучшения орбиты приведены в табл. 3.1, где N — число наблюдений; Δt — интервал наблюдений в сутках; t_0 — начальная эпоха; σ — среднеквадратическая ошибка представления наблюдений в угловых секундах, Δx — среднеквадратическая ошибка в координатах. В качестве начальной эпохи выбрано среднее арифметическое моментов

наблюдений. Представленные результаты подтверждают, что орбита астероида хорошо определена. Кроме того, в табл. 3.1 представлены элементы орбиты, полученные в результате улучшения: большая полуось a , эксцентриситет e , наклонение плоскости орбиты к эклиптике i , долгота восходящего узла Ω , аргумент перицентра ω и средняя аномалия M .

Коэффициент нелинейности, посчитанный для 3200 Phaethon на момент времени t_0 , не превышает критического значения 0.1 (Сюсина и др., 2012; Авдюшев, 2015), что позволяет применять линейные методы к построению начальных доверительных областей. Начальная доверительная область строилась в виде шестимерного эллипсоида на основе полученной в результате улучшения ковариационной матрицы, в качестве центра эллипсоида использовалась номинальная орбита.

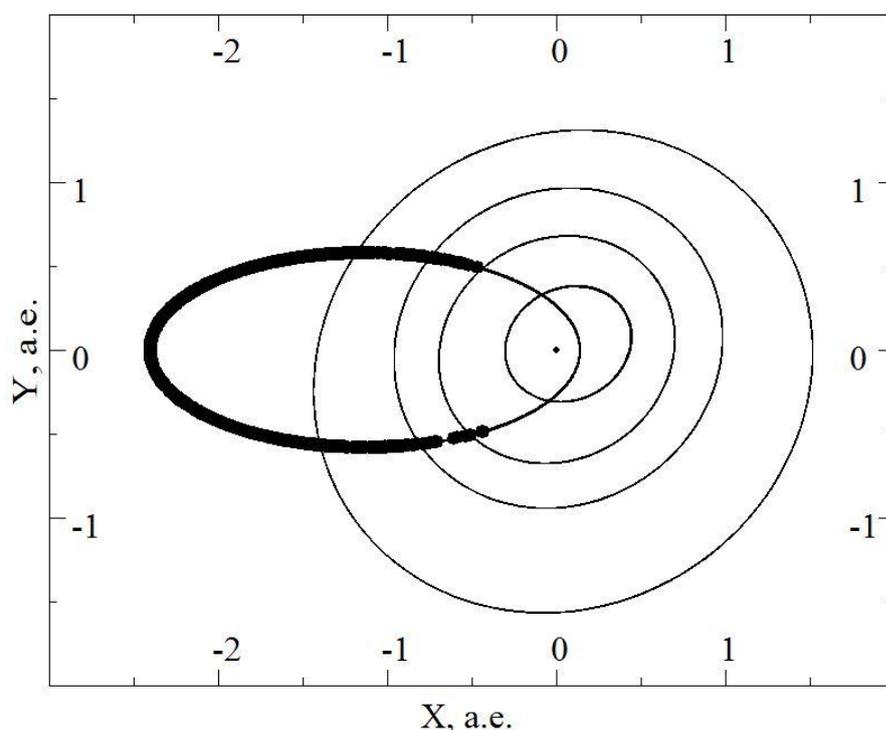


Рисунок 3.2 — Проекция орбиты 3200 Phaethon на плоскость орбиты астероида в неподвижной гелиоцентрической системе координат с распределением наблюдений.

Таблица 3.1 — Данные о наблюдениях и результатах улучшения орбиты
3200 Phaethon

Параметр	Значение
N	5502
Δt , сут.	13281 (1983 – 2020)
t_0	18.06.2011
σ , "	0.486
$\Delta \mathbf{x}$, а.е.	$7.2 \cdot 10^{-8}$
a , а.е.	1.27127632
e	0.89001156
i , °	22.19864075
Ω , °	265.34621685
ω , °	322.05583633
M , °	140.4420195

3.3 Исследование вероятностной орбитальной эволюции

Исследование вероятностной орбитальной эволюции проводилось путем численного интегрирования дифференциальных уравнений движения для номинальной орбиты и 10 тысяч тестовых частиц, положения и компоненты скорости которых распределены по нормальному закону. Интервал определялся точностью интегрирования и составил (–1000 г, 7000 г). На рисунке 3.3 представлены сближения астероида с большими планетами, эволюция резонансных характеристик и элементов орбиты.

Астероид 3200 Phaethon принадлежит к сферической подсистеме Солнечной системы – его наклонение увеличивается с 14 до 42° на интервале с 1 до 7000 года (рисунок 3.3к). Смещение перигелийного расстояния с 0.126 до 0.228 (рисунок 3.3ж) приводит к последовательным сближениям с Меркурием, Венерой, Землей и Марсом.

При исследовании вероятностной орбитальной эволюции номинальной орбиты и тестовых частиц было выявлено, что доверительная область не сохраняет свою конфигурацию со временем. После 1750 года (назад) и после 2350 года (вперед), расхождение тестовых частиц от номинальной орбиты становится заметно, что говорит о нестабильном поведении.

Кроме того, нами было обнаружено, что астероид несколько раз проходит через орбитальный резонанс $3/7$ с Венерой на интервале времени от 1500 до 2000 гг (рисунки 3.3д и 3.3е). На данном интервале происходит либрация резонансной щели $\alpha = 7n_0 - 3n_2$ относительно 0 с большой амплитудой, критический аргумент β при этом переходит в режим либрации из режима циркуляции. За пределами интервала 1500-2000 гг критический аргумент все время циркулирует. Еще замечательной особенностью является то, что центр либраций резонансной характеристики α с малой амплитудой колебаний до 1500 года был смещен в отрицательную сторону ($-35''/\text{сут}$), а после 2000 г. сместился в положительную сторону ($40''/\text{сут}$). Т.е. Phaethon на всем интервале исследования движется в окрестности резонанса, но проходит через острый резонанс всего несколько раз.

Естественно, возникает вопрос – единственные ли это прохождения через острый резонанс? К сожалению, попытки увеличить интервал исследования вероятностной эволюции привели к неприемлемому падению точности. Однако нам удалось увеличить интервал интегрирования для номинальной орбиты и рассмотреть поведение резонансных характеристик более подробно на этом примере.

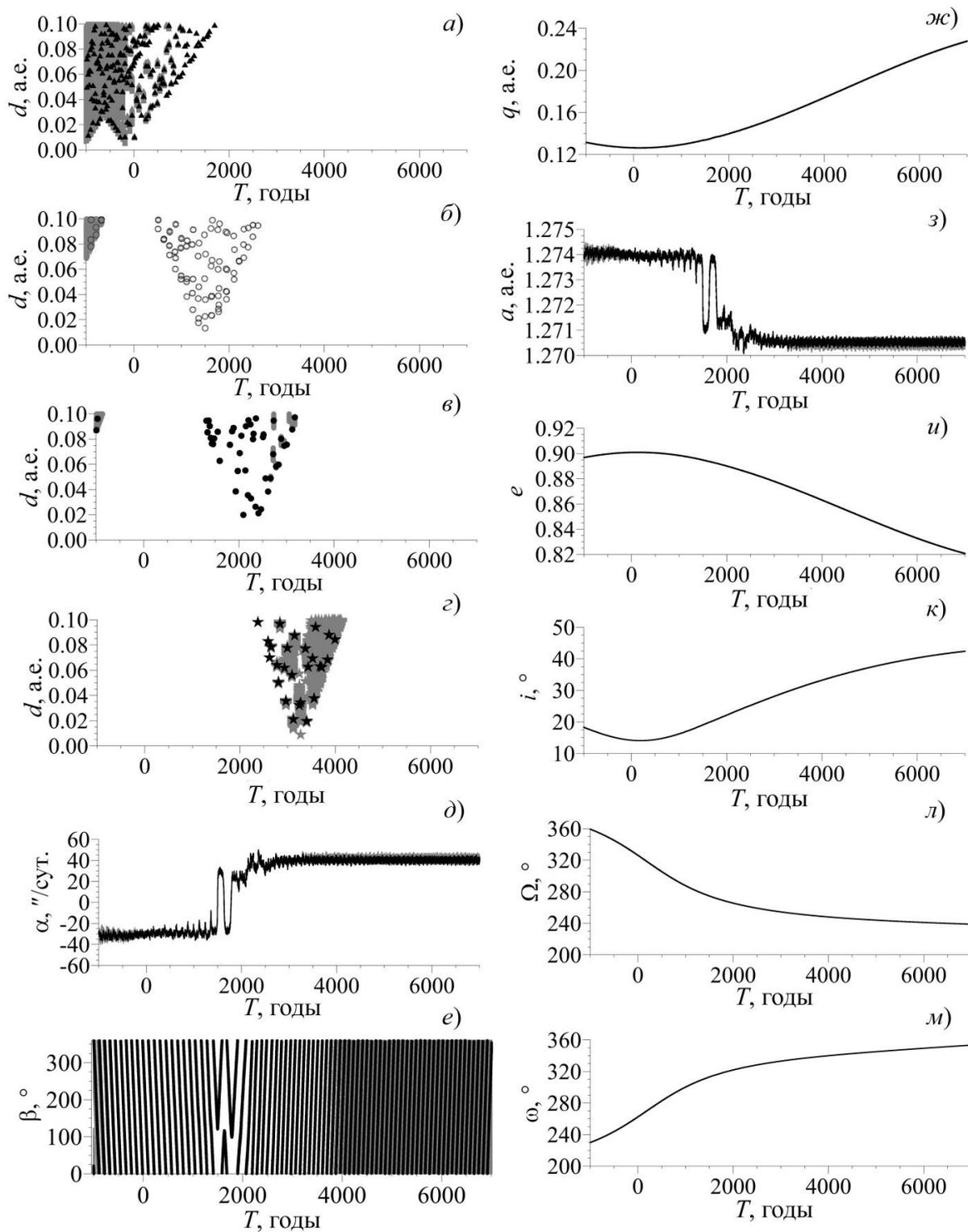


Рисунок 3.3 — Сближения астероида 3200 Phaethon с Меркурием (а), Венерой (б), Землей (в) и Марсом (г) (d – расстояние от исследуемого объекта до центра планеты); эволюция резонансной щели α (д), критического аргумента β (е), перигелийного расстояния q (ж), большой полуоси a (з), эксцентриситета e (и), наклона плоскости орбиты к эклиптике i (к), долготы восходящего узла Ω (л) и аргумента перицентра ω (м). Серым фоном показана эволюция для тестовых частиц, черным выделена эволюция для номинальной орбиты.

3.4 Исследование хаотичной и регулярной динамики под действием наложения различных резонансов

На рисунке 3.4 представлены результаты исследования орбитальной эволюции номинальной орбиты на интервале времени от –2000 до 9000 года. Дополнительно было обнаружено несколько прохождений через точный орбитальный резонанс с Венерой в промежутке с –1400 до –2000 гг. (рисунок 3.4д), на этом же интервале астероид испытывает сближения с Меркурием, Венерой и Землей. При исследовании в будущее после 4000 года не выявлено ни сближений, ни прохождений через точный резонанс. Данный факт позволяет предположить, что прохождению через соизмеримость способствуют сближения с Венерой.

Как известно, наличие перекрытия резонансов (Чириков, 1977), часть из которых неустойчивые, может приводить к неустойчивости и хаотичности движения (Бордовицына, Томилова, 2016). Поэтому следующим шагом исследования было изучение поведения параметра MEGNO (рисунок 3.5). Движение астероида является квазипериодическим (рисунок 3.5), близким к устойчивому периодическому, на интервале от 1780 до 2350 гг. Таким образом, время предсказуемости движения составляет порядка 340 лет в будущее и 230 – в прошлое. Если обратиться к рисунку 3.3, то можно обнаружить, что от 1780 до 2350 гг эволюция для тестовых частиц практически совпадает с эволюцией номинальной орбиты. За пределами же этого интервала отличия становятся заметны, что особенно явно видно на графиках сближений (рисунок 3.3а, б, в, г)

В прошлом переход от резонансного движения к нерезонансному способствует проявлению хаотичности. Однако сопоставление рисунков 3.4 и 3.5 не дает ответа на вопрос о причинах быстрого перехода к хаотичности в будущем. Для выяснения причин рассматриваемого явления обратимся к апсидально-нодальным резонансам (табл. 1.6). Мы рассмотрели резонансы с большими планетами от Меркурия до Сатурна. Для всех 20 резонансов

резонансный аргумент на рассматриваемом интервале времени совершает либрационные движения (в некоторых случаях с предельной амплитудой), однако поведение резонансных соотношений немного отличается. Все резонансные соотношения колеблются около нуля, но с разной амплитудой, которая показана на рисунке 3.6. Таким образом, все резонансы являются устойчивыми и не могут быть причиной хаотичности, каковой, судя по результатам, являются сближения с Землей и Марсом.

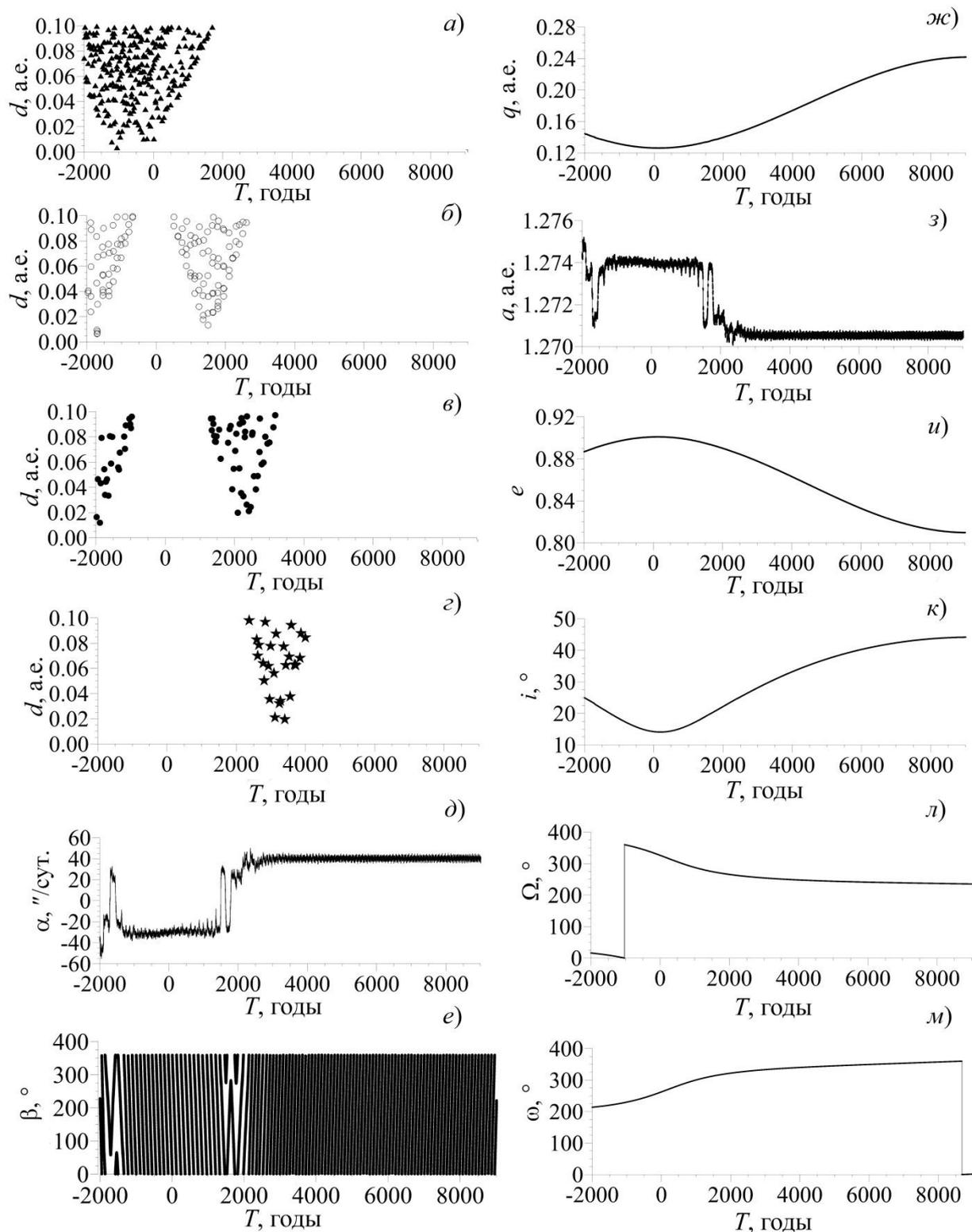


Рисунок 3.4 — Сближения астероида 3200 Phaethon с Меркурием (а), Венерой (б), Землей (в) и Марсом (г) (d – расстояние от исследуемого объекта до центра планеты); эволюция резонансной щели α (д), критического аргумента β (е), перигелийного расстояния q (ж), большой полуоси a (з), эксцентриситета e (и), наклона плоскости орбиты к эклиптике i (к), долготы восходящего узла Ω (л) и аргумента перицентра ω (м). Увеличенный интервал интегрирования для номинальной орбиты от -2000 до 9000 гг.

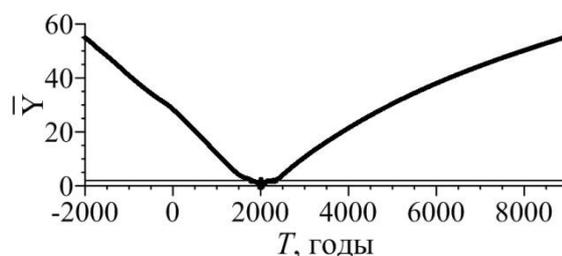


Рисунок 3.5 — Эволюция параметра MEGNO

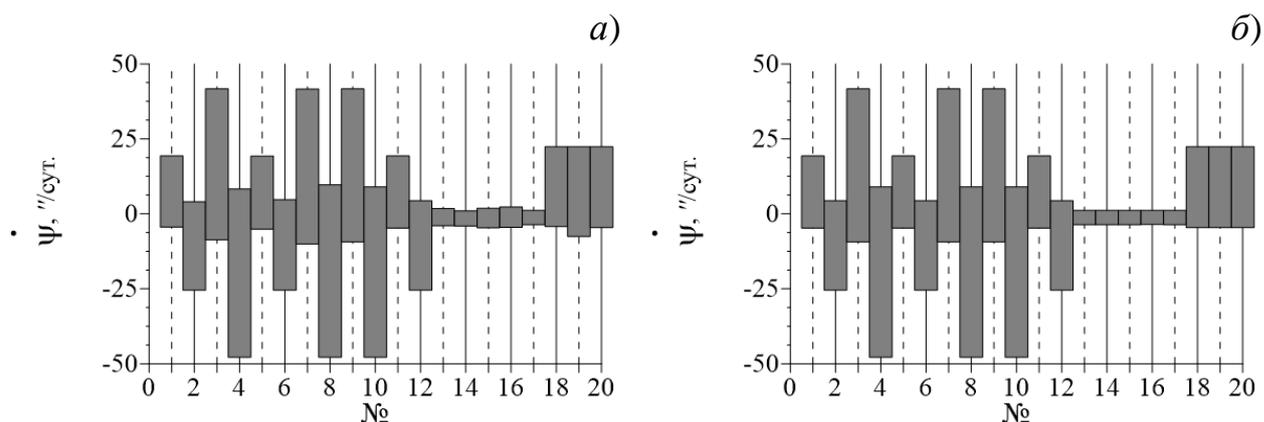


Рисунок 3.6 — Границы изменения резонансных соотношений для апсидально-нодальных резонансов с Землей (а) и остальными планетами (б) на интервале времени $(-2000, 9000)$ гг.

3.5 Заключение по 3 главе

В данной главе рассмотрена орбитальная эволюция астероида 3200 Phaethon, который испытал тесное сближение с Землей в декабре 2017 года. Кроме того, исследуемый объект сближается с остальными планетами земной группы на интервале времени $(-2000, 9000)$ гг. Сближения с Венерой приводят к переходу астероида через орбитальный резонанс с данной планетой, однако объект не задерживается в нем надолго. Нестабильная геометрическая конфигурация резонанса $3/7$ с Венерой (неудачная попытка захвата объекта в резонанс), а точнее переход между резонансными и нерезонансными состояниями, может быть причиной столь резкого проявления хаотичности в движении объекта, как это показано на

рисунке 3.5, где параметр MEGNO в 1750 году переходит значение 2 и начинает резко возрастать.

При исследовании движения астероида 3200 Phaethon в будущее прослеживается аналогичная тенденция хаотического поведения. Исследование показало, что причиной хаотичности в данном случае могут выступать тесные сближения с Землей и Марсом.

В заключение следует отметить, что наличие неустойчивых резонансов и большого числа сближений с планетами приводит к тому, что движение астероида 3200 Phaethon можно рассматривать как регулярное только на интервале от 1780 до 2350 гг, за пределами которого наблюдаются проявления хаотичности.

4. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕРОЯТНОСТНОЙ ЭВОЛЮЦИИ

АСТЕРОИДА (196256) 2003 EH1

4.1 Вводные замечания. Астероид (196256) 2003 EH1

Моделирование движения играет особую роль при изучении динамических свойств объектов Солнечной системы. Выбор подхода к оценке оптимальной модели зависит от многих факторов. Первоначальное предположение о модели сил для исследуемого объекта является одним из наиболее сложных и важных аспектов. Использование полной модели не всегда оправдано. Точность получения начальных и текущих оценок зависит от правильного построения модели сил, поэтому анализ силовой функции является первым шагом в изучении орбитальной эволюции астероидов. В данной главе для моделирования орбитальной эволюции был использован программный комплекс «IDA» (Быкова и др., 2012; Galushina et.al., 2019), разработанный в коллективе НИИ ПММ ТГУ для исследования динамики и вероятностной орбитальной эволюции астероидов.

В данном разделе мы исследуем структуру возмущающих ускорений и эволюцию астероида (196256) 2003 EH1. Динамические исследования многих авторов показали, что астероид связан с одним из главных ежегодных метеорных потоков – Квадрантид (Jenniskens, 2003; Williams et al., 2004a; Porubcan & Kornos, 2005; Micheli et al., 2008). Квадрантиды относятся к числу наиболее активных метеорных потоков, достигая пика активности 3-4 января каждого года. Статус моделирования метеорных потоков все еще находится в зачаточном состоянии. Мировое сообщество не пришло к общему мнению об единой модели, которая описывает метеорные потоки (Jenniskens et al., 2016). Тем более к каждому метеорному потоку необходим индивидуальный подход. Возраст и механизм формирования ядра метеорного потока

Квадрантид был изучен П. Вигертом и др., А. Абедином и др. (Wiegert et al., 2005; Abedin et al., 2015). Текущий выброс пыли из астероида (196256) 2003 EH1 слишком мал (Kasuga & Jewitt, 2015), чтобы доставить основную массу в поток Квадрантид на интервале 200-500 лет назад с настоящего момента времени. Если (196256) 2003 EH1 является источником ядра Квадрантид, то масса должна быть доставлена эпизодически, к такому заключению пришли А. Абедин и др. (Abedin et al., 2015).

Астероид (196256) 2003 EH1 является астероидом, сближающимся с Землей (АСЗ), типа Амура. Он был открыт в марте 2003 года в рамках программы «Поиск околоземных объектов в Обсерватории Лоуэлла» (LONEOS). Актуальная орбита астероида (196256) 2003 EH1, по данным сайта IAU Minor Planet Center (MPC), в проекции на плоскость эклиптики пересекается с орбитами Меркурия, Венеры, Земли, Марса и Юпитера. На рисунке 4.1 представлены орбиты этих тел в проекции на плоскость орбиты астероида. Черные точки на орбите исследуемого объекта показывают его положение в моменты наблюдения. Астероид имеет 114 наблюдений в базе данных MPC на интервале 6 марта 2003 – 20 ноября 2019, что больше периода обращения ($T = 5.52$ лет). Рисунок 4.1 показывает, что наблюдения распределены примерно на 35% всей орбиты астероида (196256) 2003 EH1.

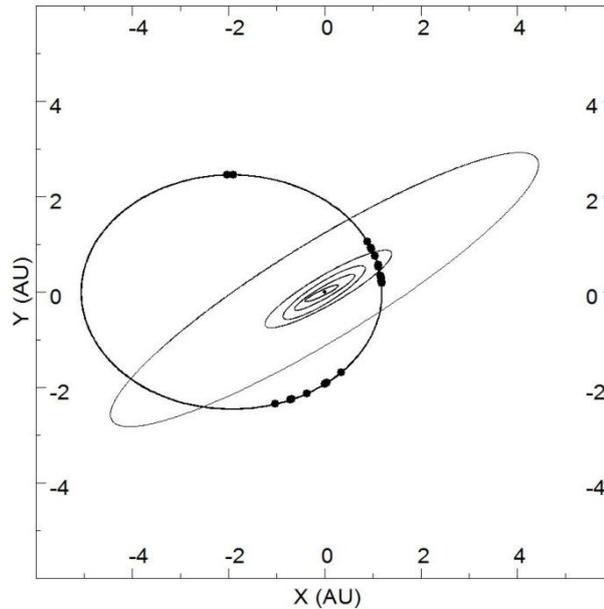


Рисунок 4.1. — Распределение наблюдений астероида (196256) 2003 EN1 в проекции на плоскость орбиты.

Орбитальные элементы и физические параметры (196256) 2003 EN1 приведены в таблице 4.1. Она содержит орбитальные элементы астероида (большую полуось a , эксцентриситет e , наклонение плоскости орбиты к эклиптике i , долготу восходящего узла Ω , аргумент перицентра ω и среднюю аномалию M) и их неопределенности в эпоху t_0 и t_{JPL} , абсолютную звездную величину H , альбедо A и радиус R , а также информацию о числе наблюдений N и временном интервале наблюдений Δt . Эпоха t_{JPL} – 31 июля 2016 года. Выбор среднеарифметического момента времени уменьшает нелинейность задачи оценивания начальной области и позволяет во многих случаях использовать для ее решения линейный подход (Черницов и др., 2006; Muinonen и др., 2006). Представленные в таблице 4.1 элементы орбиты, полученные в результате улучшения орбиты с полной моделью сил (1.2) с использованием вышеупомянутого программного обеспечения (IDA), были сравнены с данными, взятыми с сайта Лаборатории реактивного движения (JPL) (на момент 31 июля 2016 г.). Орбитальные элементы и их неопределенности находятся в хорошем соответствии друг с другом.

Физические параметры были взяты из работы Т. Кацуги и Д. Джевитта (Kasuga & Jewitt, 2015). Астероид имеет наблюдения на интервале 16 лет, и поэтому его элементы орбиты можно рассчитать с достаточно высокой точностью. Эпоха t_0 представляет собой момент, равный среднеарифметическому моментов времени наблюдений, 23 июля 2008 года:

$$\begin{aligned}t_0 &= 2454670.5\text{JD}, \\a &= 3.12611\text{a.e.}, \quad e = 0.61894, \quad i = 70^\circ.801326, \\ \omega &= 171^\circ.36034, \quad \Omega = 282^\circ.96908, \quad M_0 = 352^\circ.43001.\end{aligned}$$

Параметр Тиссерана $T_J = 2.066$, взятый по отношению к Юпитеру как возмущающему телу говорит о том, что астероид (196256) 2003 EN1 относится к кометам семейства Юпитера ($2 < T_J < 3$), но он не показывает никаких признаков кометной активности. Неактивность этого объекта, возможно, говорит об астероидной природе происхождения. П. Дженискенс (Jenniskens, 2004) и П. Котен и др. (Koten et al., 2006) пришли к выводу, что астероид (196256) 2003 EN1, являющийся бездействующей кометой, и поток Квадрантиды попадают в категорию метеороидов между кометным и астероидным происхождением.

Первым шагом в исследовании динамики является анализ влияния различных возмущающих факторов на движение астероида (Galushina et al., 2015). В данной работе набор оцениваемых возмущений включал в себя влияние больших планет, Плутона, Луны, Цереры, Паллады, Весты; сжатия Солнца, Земли и Юпитера; релятивистских эффектов от Солнца, больших планет, Плутона и Луны. Модель сил со всеми перечисленными возмущениями будем называть полной моделью.

Таблица 4.1 — Орбитальные элементы, физические параметры и информация о наблюдениях астероида (196256) 2003 EN1

t_{JPL}	31 июля 2016			
	JPL		IDA	
	Значение	Неопределённость	Значение	Неопределённость
a (а.е.)	3.1229356658	$4.2279 \cdot 10^{-8}$	3.1229356404	$2.8671 \cdot 10^{-6}$
e	0.6188099785	$1.9319 \cdot 10^{-7}$	0.6188098863	$6.4383 \cdot 10^{-7}$
i (°)	70.8550736258	$4.7303 \cdot 10^{-5}$	70.8551010631	$3.4687 \cdot 10^{-7}$
Ω (°)	282.9771359501	$5.2852 \cdot 10^{-5}$	282.9771526126	$2.1269 \cdot 10^{-7}$
ω (°)	171.3717906942	$7.7776 \cdot 10^{-5}$	171.3718992459	$3.6306 \cdot 10^{-7}$
M (°)	155.5947044838	$2.4561 \cdot 10^{-5}$	155.5946832340	$8.0121 \cdot 10^{-7}$
$H^{(m)}$	16.2			
A	0.04			
R (км)	2			
N	99			
Δt (сут.)	4035.04			

Исследования хаотичности и эволюции астероида (196256) 2003 EN1 были проведены путем численного интегрирования дифференциальных уравнений движения его номинальной орбиты вместе с 500 тестовыми частицами. Интервал времени (1000 г, 4000 г.) определен путем оценки

точности интегрирования. Для выявления хаотичности движения использовался параметр MEGNO (Cincotta et al., 2003). Дифференциальные уравнения движения были интегрированы численным методом Эверхарта 19 порядка с переменным шагом по времени (Everhart, 1985).

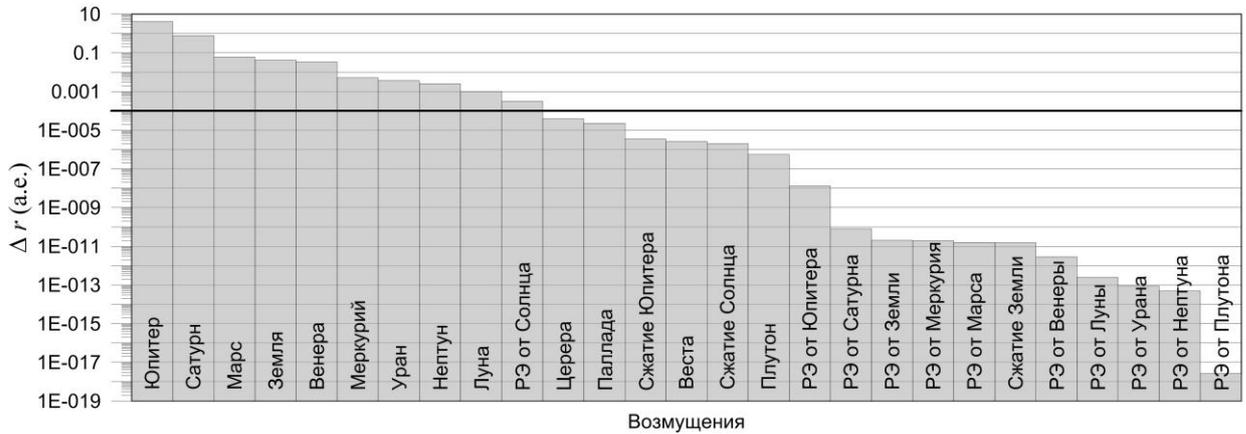
4.2 Особенности структуры резонансных возмущений и вероятностной орбитальной эволюции астероида (196256) 2003 EN1

Значения показателей Δr и ϵ , полученные всеми тремя способами, описанными в разделе 1.5.1, представлены на рисунке 4.2. Горизонтальные линии на рисунке показывают условное разделение возмущающих факторов на сильные и слабые (слева направо). Рисунок 4.2 показывает, что необходимо учитывать влияние больших планет, Луны, релятивистских эффектов от Солнца (метод III). Некоторое различие существует в классификации возмущающих факторов. Тем не менее, в целом результаты всех методов находятся в хорошем согласии друг с другом. Наиболее значимое влияние на динамику (196256) 2003 EN1 оказывают гравитационные силы Солнца, больших планет и Луны и релятивистские эффекты от Солнца. Все эти факторы имеют важное значение на относительно коротких интервалах времени – до трехсот лет. Сжатие Земли, Солнца и Юпитера; гравитационные возмущения от Паллады, Цереры, Весты и Плутона; и релятивистские эффекты планет, Луны и Плутона имеют меньшее значение.

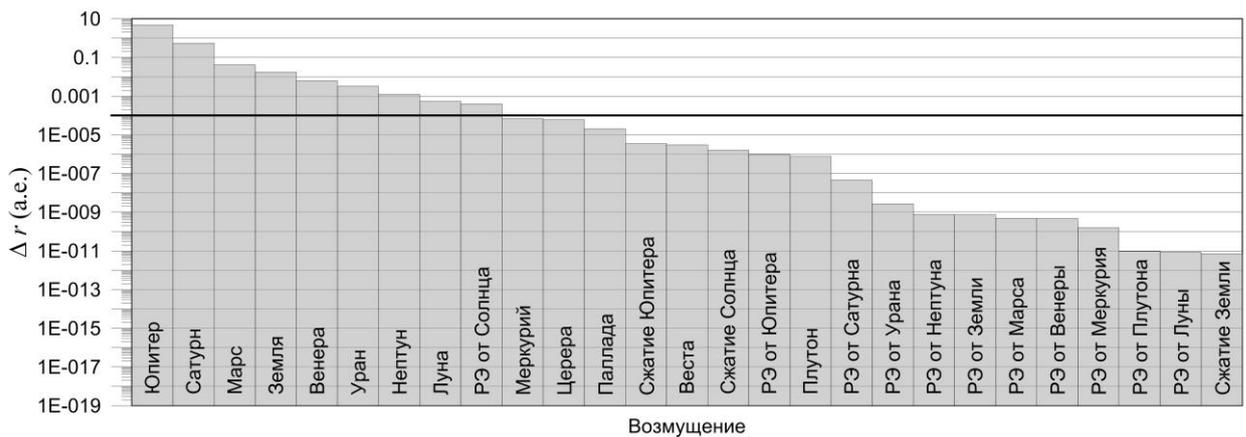
Орбита астероида была улучшена с помощью метода наименьших квадратов. Результаты улучшения орбиты приведены в таблице 4.3, где N — число наблюдений, использованных при улучшении; Δt — интервал наблюдений в сутках и годах; t_0 — среднеарифметическое моментов наблюдений; σ — среднеквадратическая ошибка представления наблюдений в угловых секундах; $\sigma(X_0)$ среднеквадратическая ошибка МНК-оценок вектора положения X_0 в а.е. Для всех объектов улучшение проводилось на

момент t_0 при использовании выбранной выше модели. Разности (O-C) представлены на рисунке 4.3, где δ – склонение и α – прямое восхождение. Четыре наблюдения с $(O-C) > 1.263''$ были исключены по правилу 3 сигм.

Метод 1



Метод 2



Метод 3

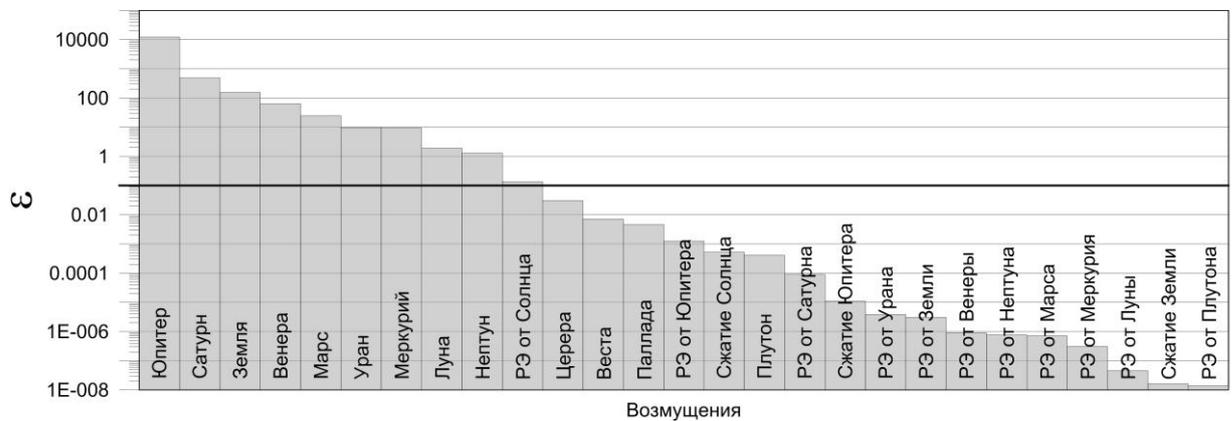


Рисунок 4.2 — Результаты исследования структуры возмущения для астероида (196256) 2003 EH1.

Таблица 4.3 — Данные о наблюдениях и результатах улучшения орбиты для астероида (196256) 2003 EN1

Объект	N	Δt , сут. (годы)	t_0	σ , "	$\sigma(X_0)$, а.е.
2003 EN1	114	6103 (2003–2019)	23.07.2008	0.423	$8 \cdot 10^{-7}$

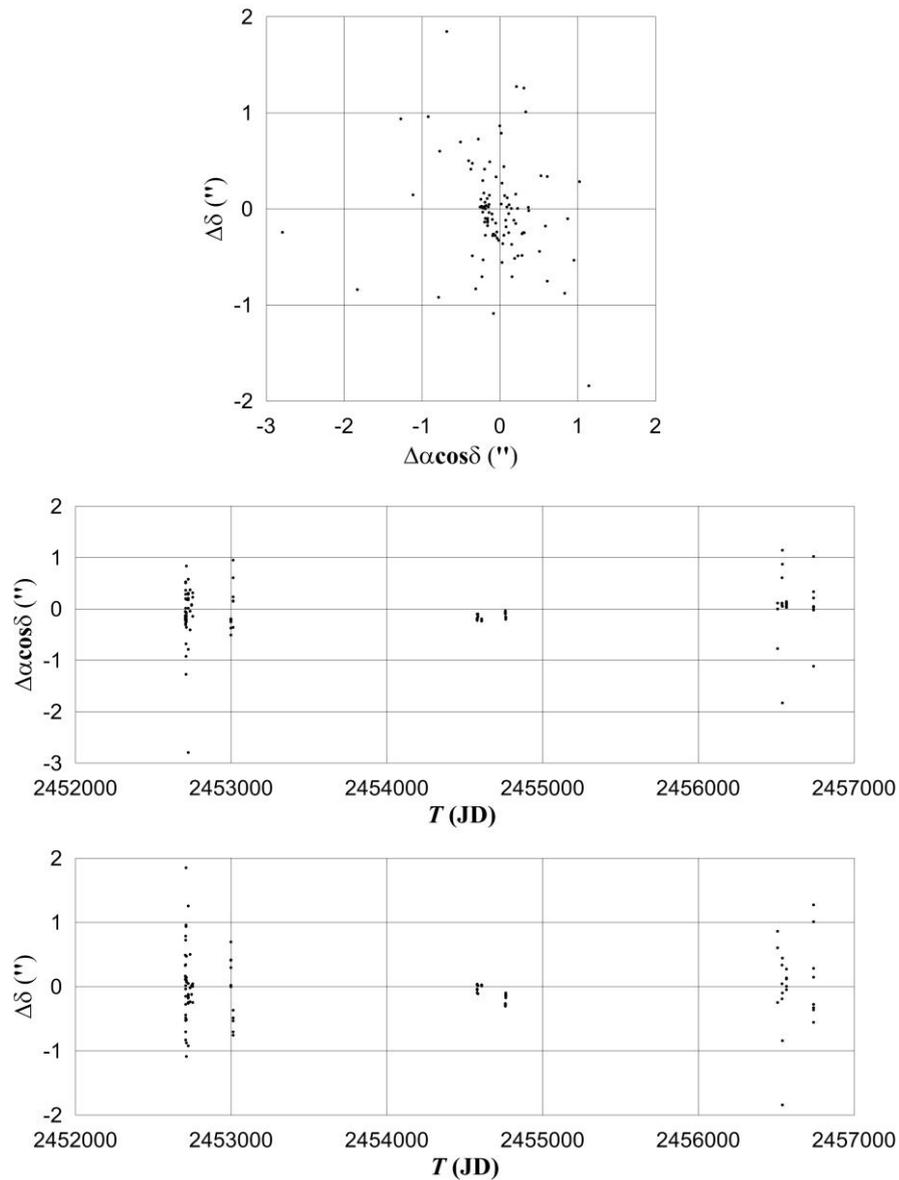


Рисунок 4.3 — Невязки (O – C) в координатах α и δ

Наблюдения распределены регулярно на орбите и коэффициент нелинейности в момент времени t_0 меньше критического значения 0.1, что дает возможность использовать линейный метод для построения начальной

доверительной области движения астероида. Область строится в шестимерном фазовом пространстве координат и компонент скорости на основе полной ковариационной матрицы в виде эллипсоида. Центром эллипсоида являются координаты и компоненты скорости номинальной орбиты, полученной путем улучшения. Исследования хаотичности и эволюции астероида (196256) 2003 EN₁ были проведены путем численного интегрирования дифференциальных уравнений движения его номинальной орбиты вместе с 500 тестовыми частицами. Интервал времени (1000 г, 4000 г.) определен путем оценки точности интегрирования. Для выявления хаотичности движения использовался параметр MEGNO.

Результаты исследования вероятностной орбитальной эволюции представлены на рисунках 4.4 и 4.5. На рисунке 4.4 показана эволюция большой полуоси a , эксцентриситета e , наклона орбиты к эклиптике i , долготы восходящего узла Ω , аргумент перицентра ω . Эволюция ансамбля тестовых частиц показана серым цветом, а номинальная орбита выделена черным. Параметр MEGNO < 2 только в интервале от 1700 до 2300 гг. После 2300 года параметр MEGNO увеличивается, что свидетельствует о неустойчивости движения. Т.е. орбита может рассматриваться как регулярная на временном интервале ± 300 лет с текущей эпохи и как хаотичная вне этого интервала. Существенное увеличение доверительной области подтверждает этот факт. Возможной причиной такого поведения являются сближения астероида с Юпитером и перекрытия неустойчивых орбитальных резонансов (Bordovitsyna et al., 2014).

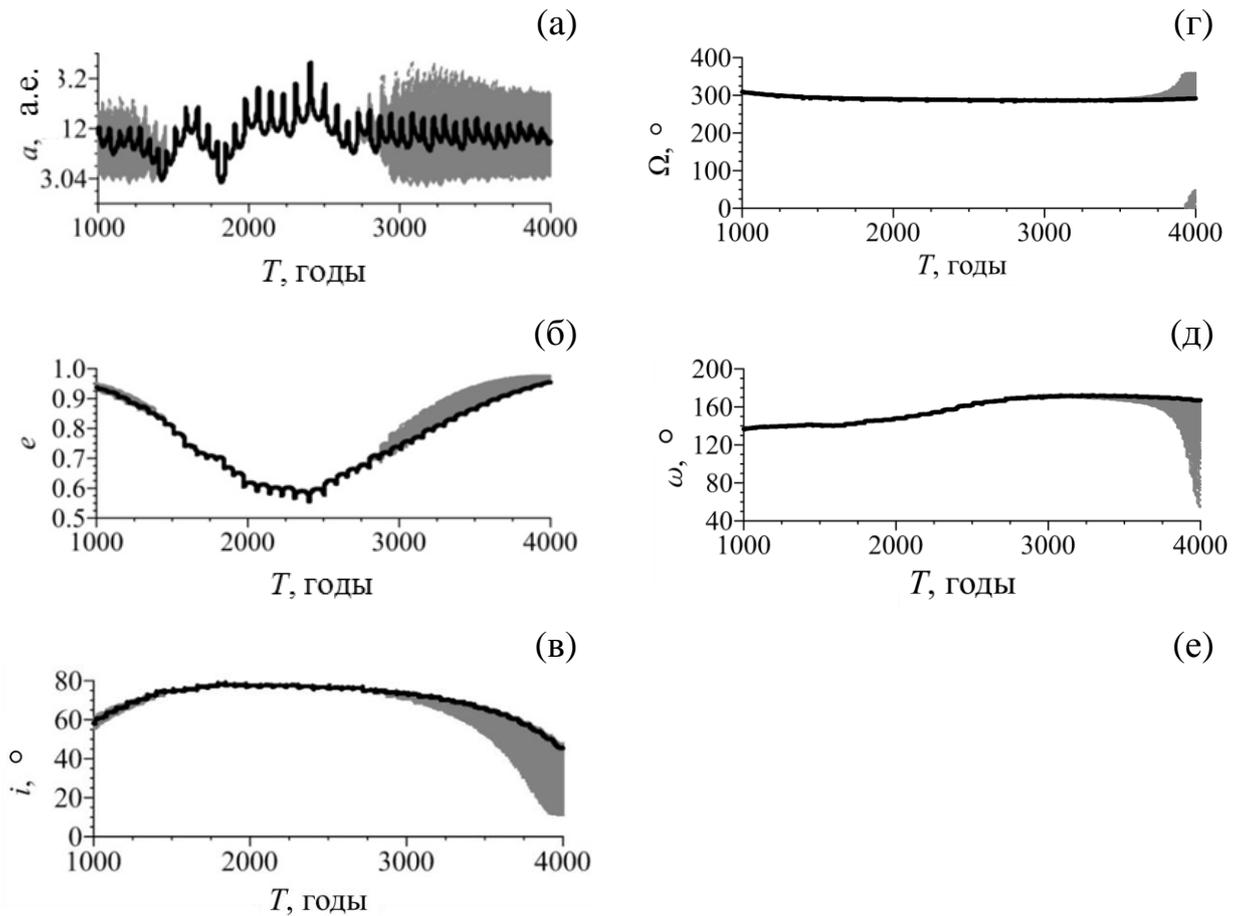


Рисунок 4.4 — Результаты исследования вероятностной орбитальной эволюции астероида (196256) 2003 EN1: эволюция большой полуоси a , эксцентриситета e , наклона орбиты к эклиптике i , долготы восходящего узла Ω , аргумента перигелия ω на интервале времени 3000 лет (номинальная орбита – черные точки и 500 клонов – серые).

Поскольку орбита имеет значительный наклон к плоскости эклиптики, объект может приближаться к планетам только вблизи узлов. Поэтому мы решили рассмотреть положение узлов. На рисунке 4.5 показано расстояние от Солнца до нисходящего узла (черный цвет) и до восходящего узла (серый цвет) за промежуток времени (1000, 2000 гг.). Из рисунка 4.5 видно, что нисходящий узел находится вблизи орбиты Земли в конце интервала, поэтому до 1800 года тесные сближения с Землей не были возможны. В начале интервала нисходящий узел находится вблизи орбиты Меркурия. Таким образом, положения узлов соответствуют наиболее близким подходам. Следует отметить, что положение узлов зависит от поведения аргумента

перигелия, поэтому сближения с планетами могут быть связаны с вековыми резонансами.

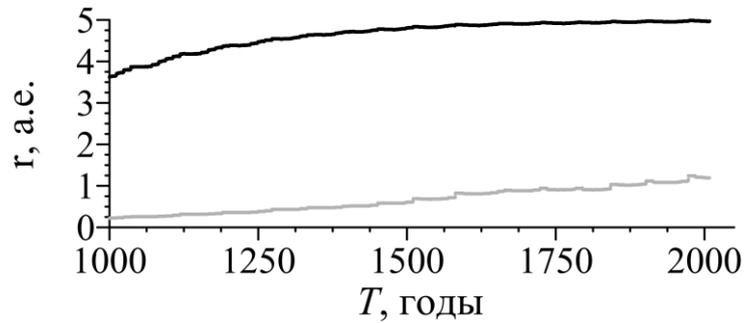


Рисунок 4.5 — Эволюция расстояния от Солнца до узлов: черный цвет выбран для нисходящего узла, а серый цвет - для восходящего узла.

Юпитер оказывает значительное влияние на движение астероида (рисунок 4.6). Причина заключается в том, что астероид (196256) 2003 EH1 имеет многократные тесные сближения с этой планетой. Рисунок 4.6 показывает тесные сближения для номинальной орбиты (черный цвет) и клонов (серый) с Меркурием, Венерой, Землей, Марсом и Юпитером. Как показано на рисунке 4.6г, номинальная орбита (196256) 2003 EH1 не имеет тесных сближений с Марсом, но его клоны имеют. Более подробно остановимся на интервале 1000-2000 гг. Этот интервал наиболее интересен тем, что ядро потока Квадрантиды, возраст которого составляет всего 200–300 лет, связано с этим астероидом и момент первого появления в небе около 1835 г. н.э. (Quetelet, 1839; Fisher, 1930). Номинальная орбита астероида имеет 11 тесных сближений с Юпитером, которые не дальше чем 0.5 а.е., хотя ни одно из них не ближе 0.25 а.е. Точки доверительной области имеют такое же расположение в пространстве, но ни одна тестовая частица не ближе к Юпитеру, чем на 0.2 а.е. Вместе с тем, имело место более тесное сближения с Землей 1.1.1834 года на расстояние 0.0772 а.е. На таком же расстоянии приближаются тестовые частицы доверительной области. Номинальная орбита астероида имеет три тесных сближения с Меркурием в 28.3.1095г., 9.2.1204г. и 1.9.1307г. и два с Венерой в 21.1.1523г. и 14.3.1561г.

Астероид приближается к Меркурию, Венере и Земле, но сближения номинальной орбиты объекта не очень близки – за пределами соответствующих сфер Хилл.

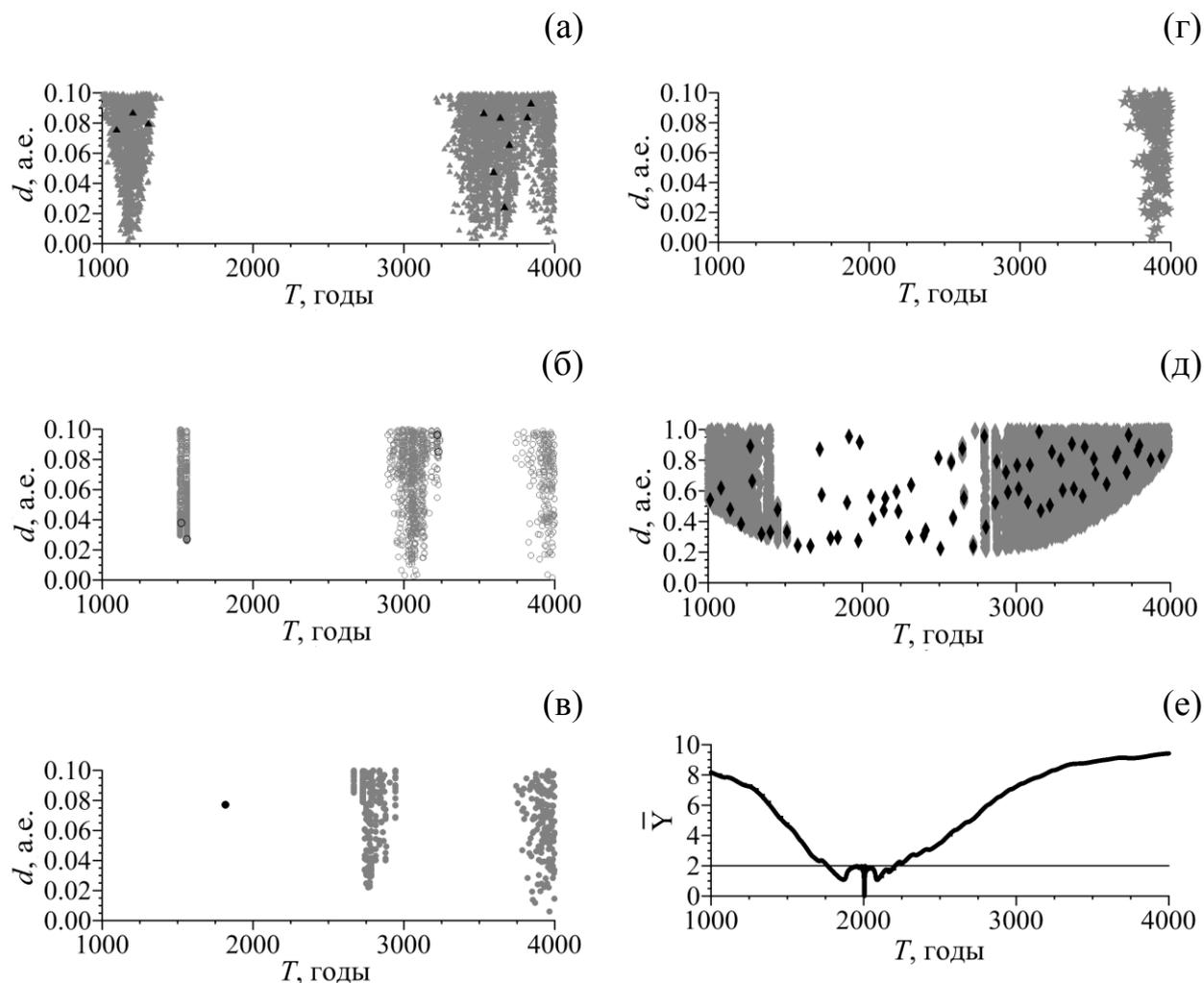


Рисунок 4.6 — Астероид (196256) 2003 EN1: тесные сближения номинальной частицы (черный цвет) и клонов (серый) с Меркурием (а), Венерой (б), Землей (в), Марсом (г) и Юпитером (д), d – расстояние между объектом и планетой; эволюция параметра MEGNO (е)

Астероид (196256) 2003 EN1 находится в окрестности орбитальных резонансов 1:9 с Венерой и 1:3 с Марсом (рисунок 3.7), что оказывает влияние на эволюционную картину. Орбитальный резонанс 2:1 с Юпитером отсутствует, что не подтверждает ранее сказанные утверждения о его наличии П. Вигертом и др., А. Абедином и др. (Wiegert et al., 2005; Abedin et al., 2015). Это видно по поведению резонансных характеристик: резонансное

соотношение через ноль не переходит, и резонансный аргумент циркулирует без всяких отклонений с интервалом примерно 60 лет. С таким же интервалом орбитальные элементы показывают периодические изменения. Орбитальные резонансы 1:9 с Венерой и 1:3 с Марсом неустойчивые. Резонансное соотношение переходит через ноль, и резонансный аргумент показывает либрацию\циркуляцию, причем либрация со сменой центра. Резонанс 1:9 с Венерой после 1500 года переходит через нулевое значение (рисунок 4.7б), попадая в нестабильное состояние, что приводит к переходу критического аргумента из состояния циркуляции в режим либрации на малых интервалах (рисунок 4.7д) 1500-1750 гг и 2000-2500 гг. Резонанс 1:3 с Марсом имеет аналогичную ситуацию, ярко проявляя свои неустойчивые колебания на интервале 2000-2500 гг (рисунок 4.7е). Все эти резонансы имеют большую амплитуду либраций.

Хаотичность в движении астероидов может проявляться в окрестности неустойчивых резонансов (Шевченко, 2007). В связи с тем, что Юпитер является доминирующим фактором, влияющим на этот объект, и были рассмотрены апсидально-нодальные резонансы с ним. Хорошо известно, что хаос возникает там, где резонансы перекрываются. Хаотичность в движении малых тел в Солнечной системе может проявляться в окрестности резонансов и при перекрытии неустойчивых резонансов одного спектрального класса.

В работе Чирикова (Chirikov, 1979) взаимодействие резонансов понимается как одновременное воздействие нескольких резонансов. В нашем случае рассмотрены апсидально-нодальные резонансы, в дополнение к орбитальным резонансам, описанным выше.

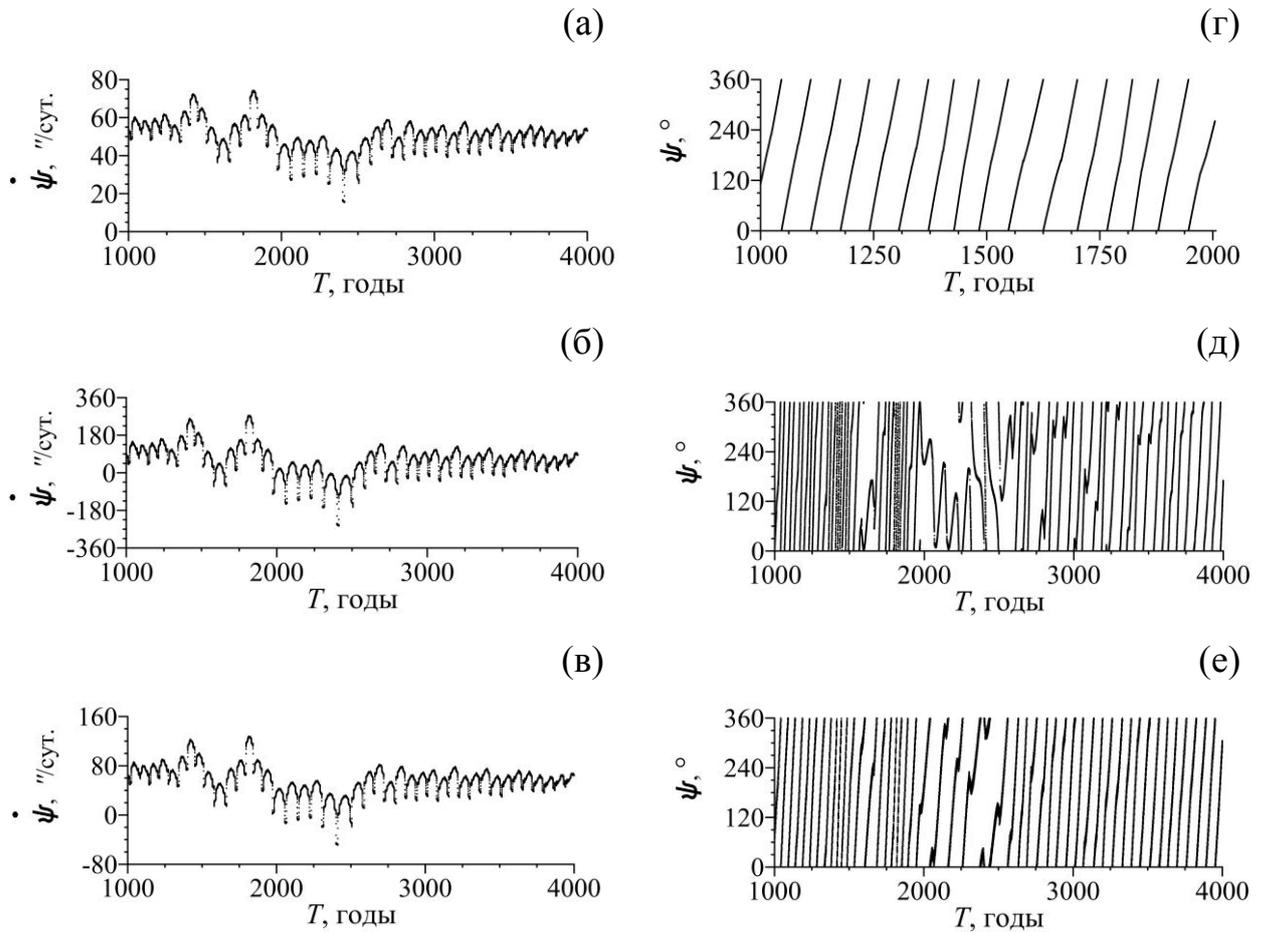
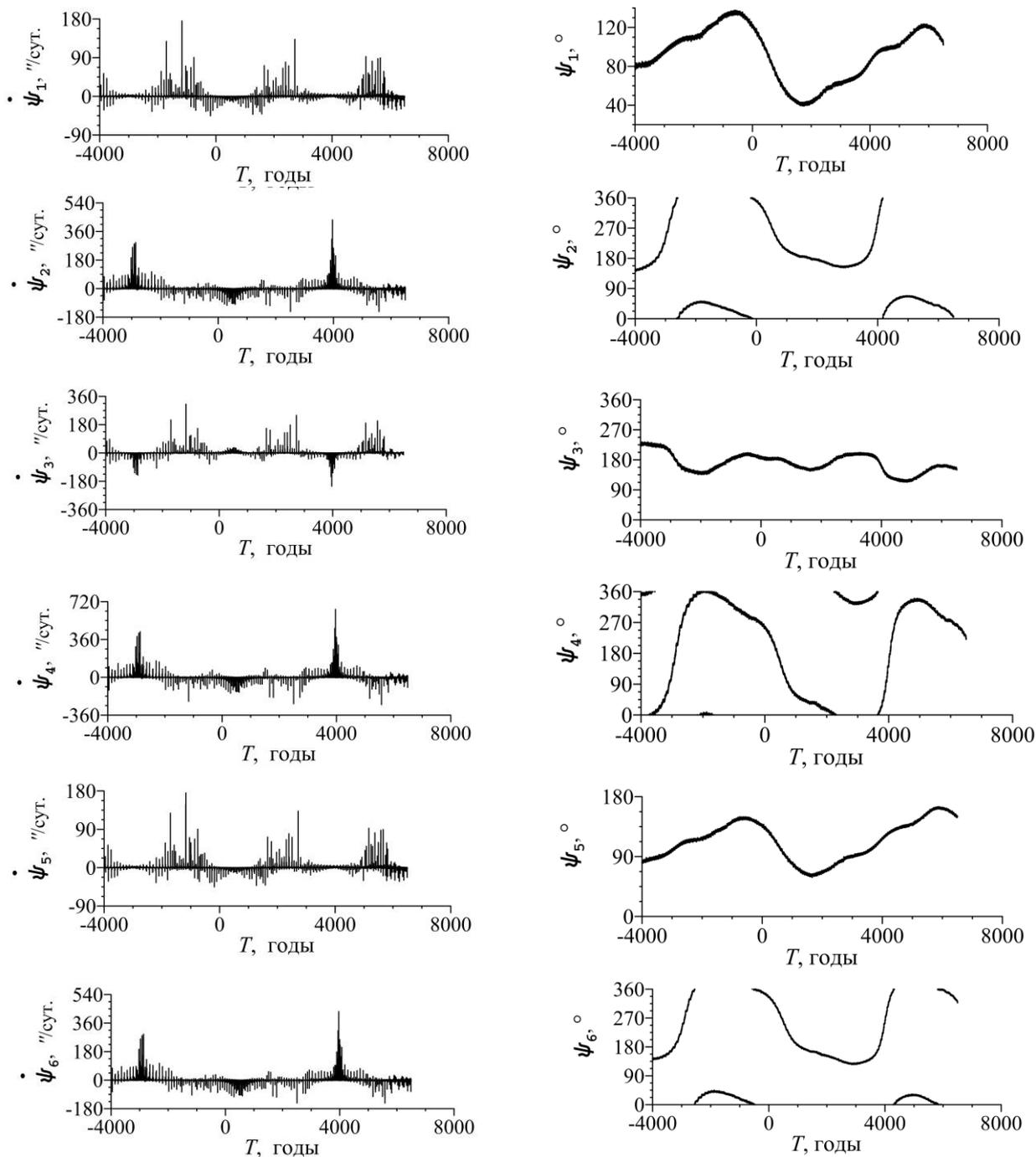


Рисунок 4.7 — Эволюция резонансного соотношения (а-в) и критического аргумента (г-е) для астероида (196256) 2003 EN1, находящегося в окрестности резонанса, 1:9 с Венерой (б, д) и 1:3 с Марсом (в, е) и отсутствующий резонанс 2:1 с Юпитером (а, г).

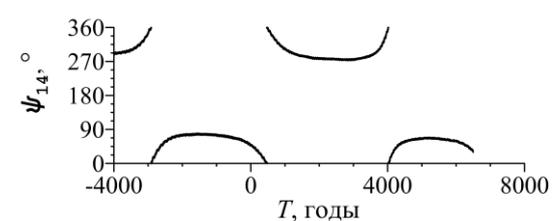
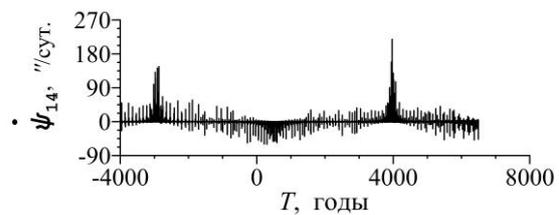
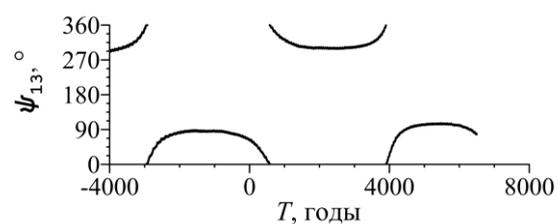
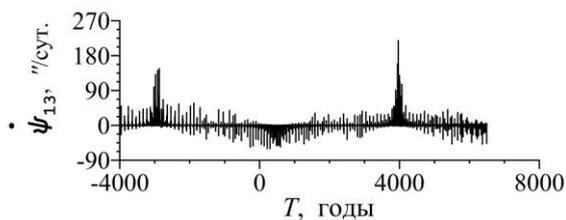
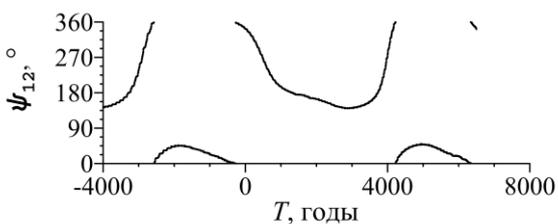
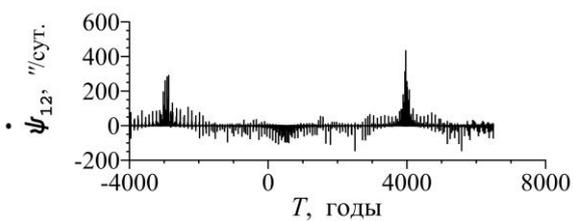
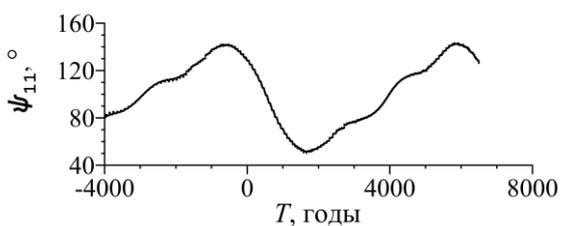
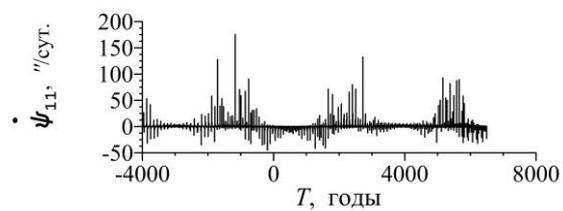
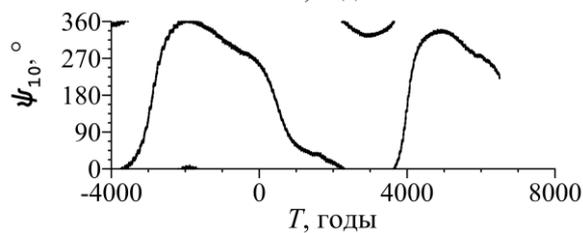
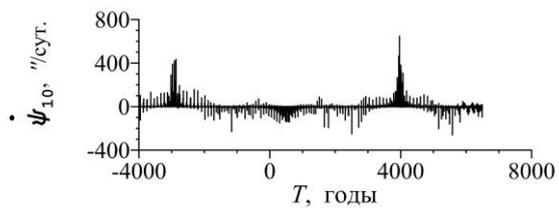
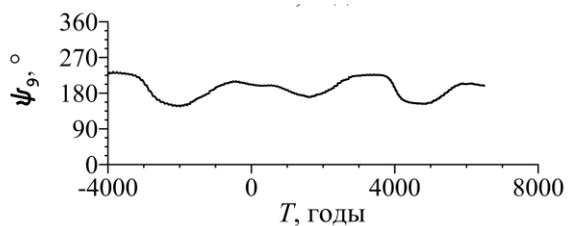
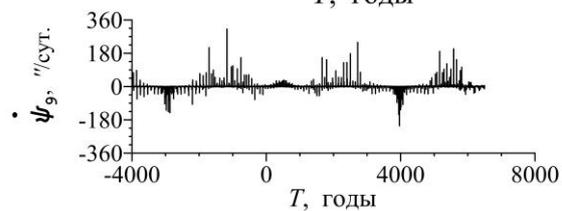
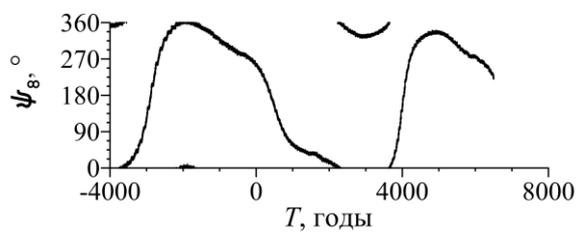
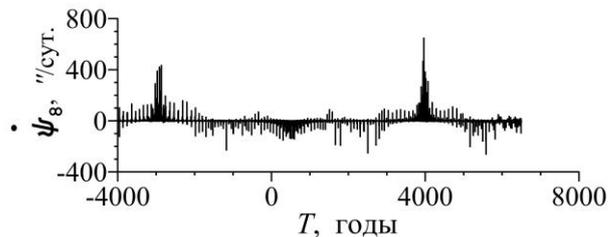
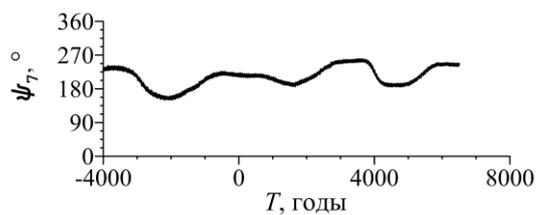
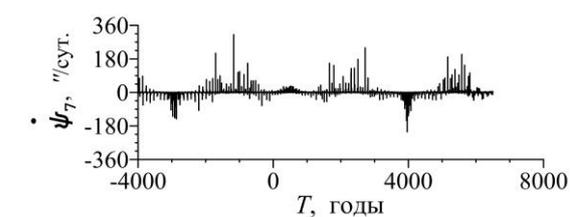
На рисунке 4.8 представлена эволюция апсидально-нодальных резонансных соотношений и критических аргументов на интервале 1000-4000 лет. Числа резонансных соотношений и их соответствующих критических аргументов, приведенных на рисунке 4.8, соответствуют нумерации, принятой в таблице 4.2.

Большинство представленных резонансных соотношений переходят через значение точной соизмеримости, т.е. имеет место острый резонанс. Наличие острых вековых резонансов вызывает изменение орбитальных элементов. Большая амплитуда либрации относительно устойчивой точки

100° наблюдается у критических аргументов $\psi_1, \psi_5, \psi_7, \psi_9, \psi_{11}, \psi_{20}$. Критические аргументы $\psi_2, \psi_4, \psi_6, \psi_8, \psi_{10}, \psi_{12}$ ведут себя весьма сложно, либрируют с предельной амплитудой, а $\psi_{13}, \psi_{14}, \psi_{15}, \psi_{16}, \psi_{17}, \psi_{18}$ — имеют очень большую амплитуду либрации.



(продолжение на следующей странице)



(продолжение на следующей странице)

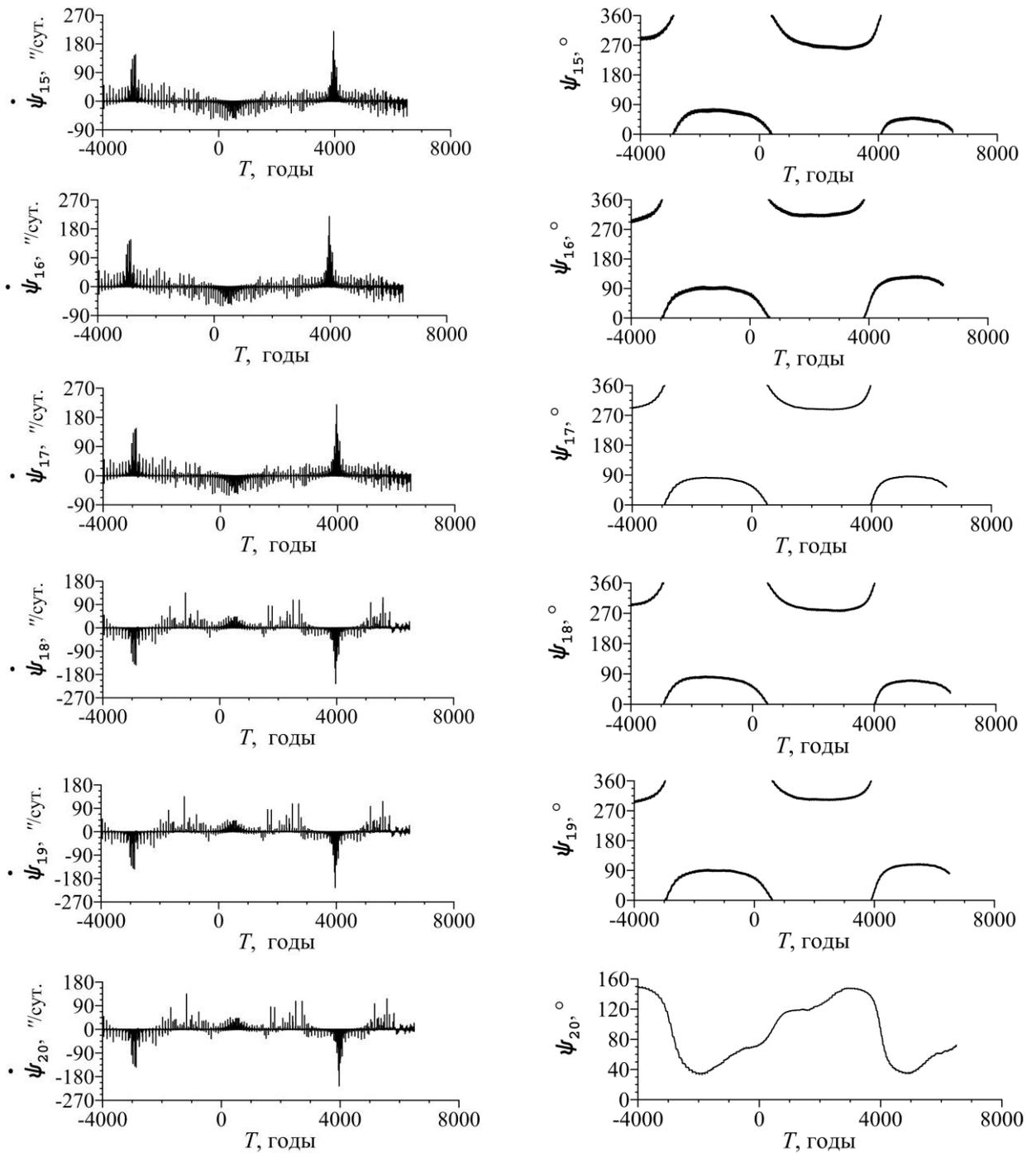


Рисунок 4.8 — Эволюция резонансных соотношений и критических аргументов для астероида (196256) 2003 EN1.

Соотношение

$$\sqrt{1-e^2} \cos i = const. \quad (4.1)$$

сохраняется на малых интервалах времени (около 60 лет). Тесные сближения с Юпитером являются причиной скачкообразного поведения этого соотношения.

Эти сближения и эволюция соотношения (4.1) для астероида 2003 EH1 показаны на рисунке 4.9. Можно заметить, что значение этого соотношения изменяется в пределах второго десятичного знака в течение промежутка в 60 лет. Если мы рассмотрим долгопериодическую эволюцию соотношения (4.1), то заметим, что она не сохраняется. Аналогичная ситуация прослеживается и в эволюционной картине соотношения резонанса ψ_{20} . Устойчивые резонансные конфигурации можно проследить на короткие промежутки времени исследования.

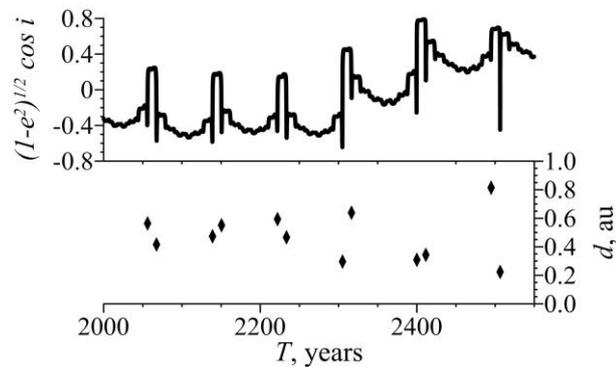


Рисунок 4.9 — эволюция соотношения (4.1), тесные сближения номинальной частицы с Юпитером, d – расстояние между объектом и планетой.

На основе поведения критических аргументов, которые либрируют на протяжении всего рассматриваемого временного интервала, мы отмечаем, что апсидально-нодальные резонансы являются стабильными. Движение критических аргументов является постоянным на всем интервале времени. Амплитуда колебаний орбитальных параметров Ω , ω невелика, в то время как три основных элемента a , i , e значительно изменяются с течением времени. В результате, долгосрочная эволюция (196256) 2003 EH1 характеризуется большими вариациями эксцентриситета и наклона. Параметр MEGNO не превышает 2 в интервале 1700-2300, но за пределами возрастает, что указывает на появление хаотичности. Такое взаимодействие резонансов влияет на долгосрочную стабильность орбиты и доверительной области.

На рисунке 4.10 представлены изменения орбитальных элементов и параметра MEGNO для номинальной орбиты (черный цвет) и всех 500 клонов (серый цвет). Примерно после 1500 года область начинает увеличиваться и к 1000 году имеет значительный разброс: большая полуось a – от 3.04 а.е. до 3.14 а.е., эксцентриситет e – 0.92 до 0.95, наклона орбиты к эклиптике i – от 55° до 61° , долгота восходящего узла Ω – от 308° до 312° , аргумент перицентра ω – от 135° до 138° . Изменения параметра MEGNO для точек из доверительной области носят такой же характер, как и для номинальной орбиты. Для всех исследуемых орбит после 1700 года прослеживается хаотическое движение (рисунок 4.10г). Что могло вызвать такое поведение? В течение последних нескольких сотен лет перигелийное расстояние для астероида (196256) 2003 EH1 и его клонов постепенно увеличивалось (рисунок 4.10ж), с 0.3 а.е. до 1.2 а.е. Такие небольшие перигелийные расстояния в прошлом могли бы привести к полной дегазации кометы, объяснив, почему астероид (196256) 2003 EH1 является неактивной кометой. Не стоит также забывать про многократные тесные сближения с Юпитером. И как отмечалось выше, на астероид воздействует ряд орбитальных резонансов, которые в совокупности со сказанным выше могут приводить к хаотизации.

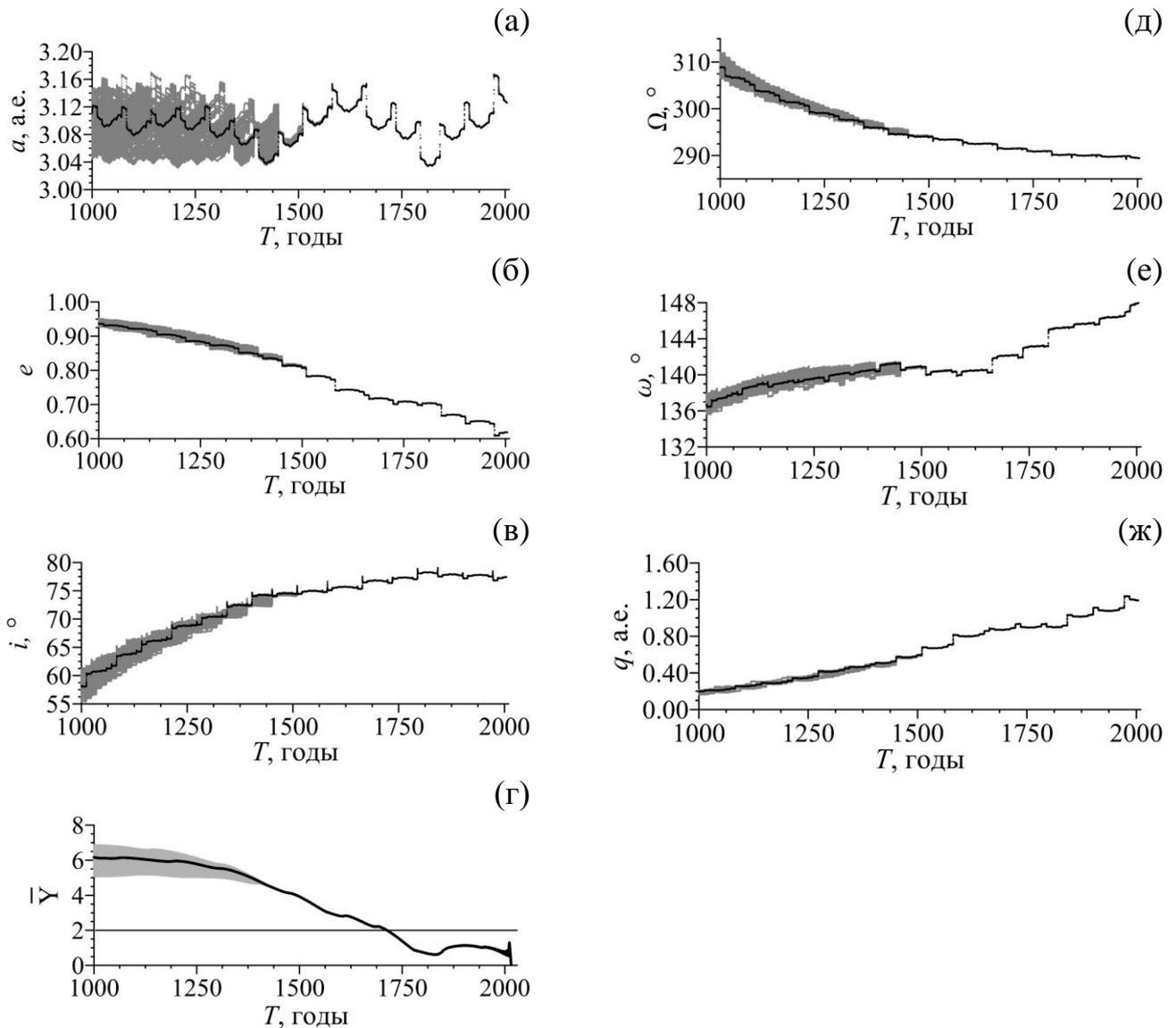


Рисунок 4.10 — Результаты исследования вероятностной орбитальной эволюции астероида (196256) 2003 EN1: эволюция большой полуоси a (а), эксцентриситета e (б), наклона орбиты к эклиптике i (в), эволюция параметра MEGNO (г), долготы восходящего узла Ω (д), аргумент перицентра ω (е) и перигелийного расстояния q (ж) на интервале времени 1000 лет (номинальной орбиты – черные точки и 500 клонов – серые).

4.3 Анализ вероятностной орбитальной эволюции метеорного потока

Квадрантиды, образованного из астероида (196256) 2003 EN1

Метеороидный поток может оказать опасное воздействие на космический корабль. Например, спутник связи ESA Olympus потерял управление в 1993 году, вероятно, из-за воздействия метеороидных тел потока Персеиды (Caswell, 1995). В том же году, из-за потока Персеиды,

НАСА было вынуждено повернуть в противоположную сторону направление космического телескопа Хаббла, чтобы избежать повреждения линзы. Вот почему необходимо изучать динамические свойства метеороидных потоков.

Метеорный поток Квадрантиды – один из самых интенсивных визуальных потоков в январе, но он стал активным только недавно, его впервые заметили около 1835 года. Это открытие в разных источниках приписывают исследователям Wartmann, Quetelet и Herrick (Quetelet, 1839; Fisher, 1930). Название потока происходит от созвездия Quadrans Muralis. Теперь это несуществующее созвездие, но оно существовало, когда поток был распознан в 1835 году Quetelet (Fisher, 1930). Можно предположить, что метеоры потока Квадрантид не наблюдались раньше. Массовая сортировка, произошедшая в потоке Квадрантид, указывает на крупномасштабные возмущения (Hughes et al., 1979). Они были определены Hughes & Taylor (1977).

Ядру метеорного потока Квадрантиды всего 200-300 лет, и он связан с астероидом (196256) 2003 EH1 (Abedin et al., 2015), в то время как широкая часть потока связана с кометой 96P/Machholz (Hasegawa, 1979, Abedin et al., 2018). Возраст и механизм формирования ядра метеорного потока Квадрантиды и связь с астероидом (196256) 2003 EH1 были ранее изучены несколькими авторами (Jenniskens, 2004; Williams et al., 2004a; Wiegert & Brown, 2005; Abedin et al., 2015).

В данном параграфе мы не анализируем динамику потока на протяжении миллиона лет, потому что большинство авторов (Jenniskens, 2004; Wiegert & Brown, 2005; Kaňuchová and Neslušan, 2007; Abedin et al., 2015) отметили сходство между текущей орбитой астероида (196256) 2003 EH1 и средней орбитой потока Квадрантид, и идентифицировали его как родителя потока. Они пришли к выводу, что наиболее вероятный период времени для формирования центральной части потока составляет около 1750-1800 гг.

Эволюция средней орбиты потока Квадрантиды и его отдельных метеороидов неоднократно изучалась, и первой работой в этой серии был Hamid&Youssef (1963). Hughes et.al. (1981) показали, что движение узлов очень чувствительно к используемым параметрам орбиты, а в работах (Gonczi et al., 1992; Froeschlé, 1986; Williams & Wu, 1993) было показано, что средняя орбита испытывает многочисленные тесные сближения с Юпитером и ведет себя случайным образом. Из этого следует, что метеороиды, которые в фазовом пространстве орбит были изначально близки, могут за короткое время отойти друг от друга на значительное расстояние.

Эволюция орбиты астероида (196256) 2003 EH1 была изучена многими авторами, в последнее время Kaňuchová and Neslušan (2007), Kholshchevnikov et al. (2016), Galushina et al. (2017). Численные исследования движения астероида (196256) 2003 EH1 и его 500 клонов (Williams et al., 2004b; Galushina et al., 2017) показало, что орбиты клонов из-за множественных тесных сближений с планетами отходят от номинальной орбиты очень быстро, что подтверждает вышесказанное. Следовательно, в случае потока Квадрантид любая начальная структура будет потеряна очень быстро.

Проиллюстрируем этот факт наглядно. Выброс тестовых частиц потока Квадрантид моделировали в перигелии орбиты астероида (196256) 2003 EH1 с теми же скоростями, рассчитанными по формуле Уиппла (Whipple, 1951). Выброс был смоделирован изотропно.

4.3.1. Моделирование метеорного потока Квадрантиды

Метод моделирования потока хорошо разработан многими авторами (Whipple, 1951; Jones, 1995; Crifo & Rodionov, 1997; Hughes, 2000; Brown & Arlt, 2000; Asher & Emel'yanenko, 2002; Ryabova, 2016). В настоящее время считается установленным, что метеороидные потоки возникают, в основном, при распаде кометных ядер. Все модели выброса метеоров

в значительной степени объединяют одни и те же физические понятия, хотя и с небольшими изменениями. Основная идея этого метода заключается в том, что генерируем выброс некоторого количества пробных частиц в некоторых точках на орбите родительского тела и следим за эволюцией каждой из них в эпоху по нашему выбору. Текущие выбросы частиц из астероида (196256) 2003 EH1 слишком малы (Kasuga & Jewitt, 2015), чтобы обеспечить общую массу потока в интервале 200-500 лет назад.

Существующие модели выброса пыли из кометных ядер предполагают, что выброшенная масса состоит как из газа, так и из пыли, причем пыли придают небольшую скорость (1-100 м/с) по отношению к ядру кометы. Скорости выброса намного меньше (несколько десятков сотен м/с), чем орбитальная скорость кометы (несколько десятков км/с в перигелии). Abedin et. al. дают наименьшие относительные скорости в моделируемых частицах ядра потока Квадрантид из астероида (196256) 2003 EH1 в диапазоне от 200 м/с до 800 м/с, при этом большинство клонов имеют относительные скорости, превышающие 1 км/с, в качестве характеристической скорости частиц. Разумным компромиссом при моделировании выбросов будет значение скорости освобождения частиц в диапазоне 200–800 м/с.

Опираясь на вышеупомянутые результаты, было выбрано шесть «эпох выброса». Моделируем выбросы метеороидов в перигелии родительской орбиты в моменты на интервале 1760-1791 гг. В этом эксперименте ограничились следующими моментами:

1. Момент первого появления в небе (около 1835 г. н.э.) (Quetelet, 1839; Fisher, 1930).

2. Опираемся на предположениях, что астероид (196256) 2003 EH1 является «ядром» потока (Abedin et. al., 2015; Kholshchevnikov et al. 2016).

3. Номинальная орбита астероида (196256) 2003 EH1 и орбиты доверительного эллипсоида могут считаться регулярными на интервале времени 1760-2020 гг.

4. Результаты многих авторов (Williams et al., 2004b; Wiegert & Brown, 2005; Micheli et al., 2008, Sambarov et.al., 2018) исключили предлагаемую идентификацию комет C/1490 Y1 (Ki-Won , 2009) и C/1385 U1 (Ho, 1962) как исторические кометные явления астероида (196256) 2003 EH1. Это означает, что метеорный поток не мог быть результатом двух больших распадов комет около 1400 и 1500 гг.

Моменты выбросов метеороидов из ядра астероида были выбраны около 1770х годов, исходя из предположения, что возраст центральной части потока Квадрантиды относительно молодой (Jenniskens, 1997; Wiegert & Brown, 2005, Abedin et.al., 2015). И по результатам проведенных ранее исследований хаотичности и вероятностной орбитальной эволюции астероида (196256) 2003 EH1 с 500 клонами, орбиты потока существенно не расходятся до 1700 г. Это говорит о том, что орбиту можно считать регулярной на этом временном интервале (Galushina & Sambarov, 2017, Sambarov et.al, 2018).

4.3.2. Орбитальные характеристики метеороидов Квадрантид по результатам моделирования

В этом разделе представлен анализ вероятностной орбитальной эволюции потока Квадрантиды путем исследования движения 100 пробных частиц, выброшенных из родительского тела в разные эпохи. Моделируем выбросы 600 модельных метеороидов (по 100 на каждый момент выброса) при прохождении перигелия родительского тела приблизительно в 1764, 1769, 1775, 1780, 1785, 1791 гг. Эволюцию орбиты каждой выброшенной частицы исследовали с момента выброса до 14000 года. Результаты вероятностного исследования эволюции орбит на интервале времени 250 лет представлены на рисунке 4.11. На рисунке 4.11 показана эволюция перигелийного расстояния q , долготы восходящего узла Ω , аргумента перицентра ω , большой полуоси a , наклона орбиты к эклиптике i ,

эксцентриситета e , параметра MEGNO от момента выброса около 1780 г. (слева) и около 1786 г. (справа) до 2020 г. Эволюция 100 модельных частиц показана серым цветом, а орбита астероида отмечена черным. Значение большой полуоси a остается на относительно стабильном значении, близком к 3.1 а.е. Это говорит о том, что энергия средней орбиты потока остается постоянной на протяжении всего интервала, несмотря на ряд близких встреч с планетами. Поведение модельных частиц и (196256) 2003 EN1 не характеризуются большими вариациями эксцентриситета и наклона в период 1780-2020 гг.

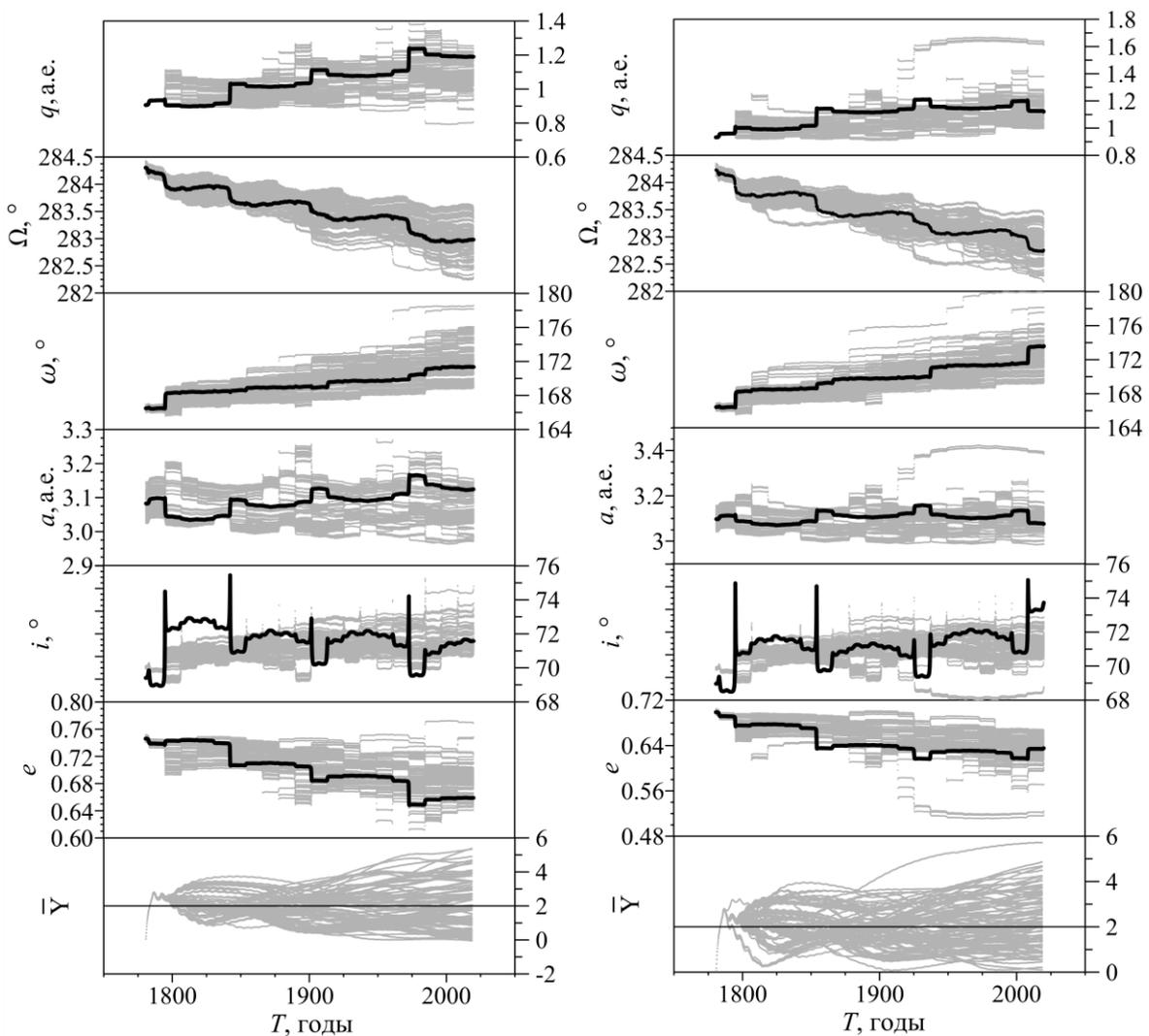


Рисунок 4.11 — Результаты исследования вероятностной орбитальной эволюции частиц модельного потока Квадрантид (показаны серым цветом) и астероида (196256) 2003 EN1 (показана черным цветом) на интервале времени 250 лет (слева выброс около 1780 г., справа – 1786 г.)

Хотелось бы отметить, что большие полуоси орбит приблизительно сохраняются. Перигелийное расстояние q показывает монотонное изменение на всем интервале. В прошлом оно было значительно меньше, имея значение $q \sim 0.9$ в момент выброса. Большинство модельных частиц имеют немного меньшие значения перигелийного расстояния, чем значения для орбиты астероида. Изменения орбитальных параметров модельных метеороидов остаются в небольшом диапазоне в течение предшествующего интервала.

Параметр MEGNO $\bar{Y}(t)$ позволяет разделить хаотические и регулярные движения и оценить время их предсказуемости (Cincotta et al., 2003). Временная эволюция значения $\bar{Y}(t)$ проявляет определенные особенности, характерные для различных типов орбит. Параметр MEGNO растет линейно со временем для хаотической орбиты, тогда как для регулярной орбиты этот параметр меньше двух (или колеблется около этого значения). Например, известно, что для квазипериодических (регулярных) орбит $\bar{Y}(t)$ всегда стремится к 2. $\bar{Y}(t) = 0$ для устойчивых орбит типа гармонического осциллятора равно нулю.

Расширенное исследование всего модельного потока Квадрантид (600 частиц) представлено на рисунках 4.12 и 4.13. На рисунке 4.12 представлены результаты исследования вероятностной эволюции значений соответствующих параметров для номинальной орбиты астероида (196256) 2003 EH1 (черные точки) и частиц модельного потока Квадрантид (центральный набор панелей серых частиц). Левый набор панелей является версией для стабильной выброшенной частицы (параметр MEGNO колеблется около 2), а правый набор – для нестабильной выброшенной частицы (параметр MEGNO переходит значение 2 и начинает резко возрастать); d – расстояние от исследуемого объекта до Юпитера (верхняя панель, радиус Хилла Юпитера (0.35 а.е.) отмечен пунктиром), Ω – долгота восходящего узла, ω – аргумент перицентра, a – большая полуось, i – наклонение орбиты к эклиптике, e – эксцентриситет, \bar{Y} – параметр MEGNO

(нижняя панель). На рисунке 4.13 представлены условия резонанса Лидова-Козая (Вашковьяк и Тесленко, 2008) $c_2 = e^2(2/5 - \sin^2 i \sin^2 \omega) < 0$ (панель А) и $c_1 = (1 - e^2)\cos^2 i \leq 3/5$ (панель В), перигелийное расстояние q (панели С) и афелийное расстояние Q (D-панели), расстояние от исследуемого объекта до Земли (Е-панели), до Юпитера (F-панели), эволюция резонансной полосы α (H-панели), критический аргумент β (I-панели), L_z - значение параметра Лидова-Козая (нижние панели, J-панели).

Как видно на рисунке 4.12, параметр $\bar{Y}(t)$ линейно растет для половины моделируемых частиц, проходит через значение 2, а затем движение становится непредсказуемым для чуть менее половины выброшенных модельных метеороидов из (196256) 2003 EN1. Эти частицы движутся в окрестности орбитального резонанса 2:1J с Юпитером. Давно известно, что поток Квадрантид находится вблизи этого резонанса (Hughes et al., 1977). Орбитальные элементы (номинальная большая полуось) показывают периодичность примерно с 60-летним периодом (рисунок 4.11). Подобные результаты были получены авторами (Hughes et al., 1981) при моделировании потока Квадрантиды. Эта периодичность, связанная с резонансом 2:1J, была аналитически определена Мюрреем (Murray & Dermott, §8.9, 1999; Murray, 1982). Испытуемые частицы, освобожденные из (196256) 2003 EN1, ввиду резонанса могут оказать дальнейшее влияние на поток Квадрантиды, поскольку часть из них может оказаться в этом резонансе.

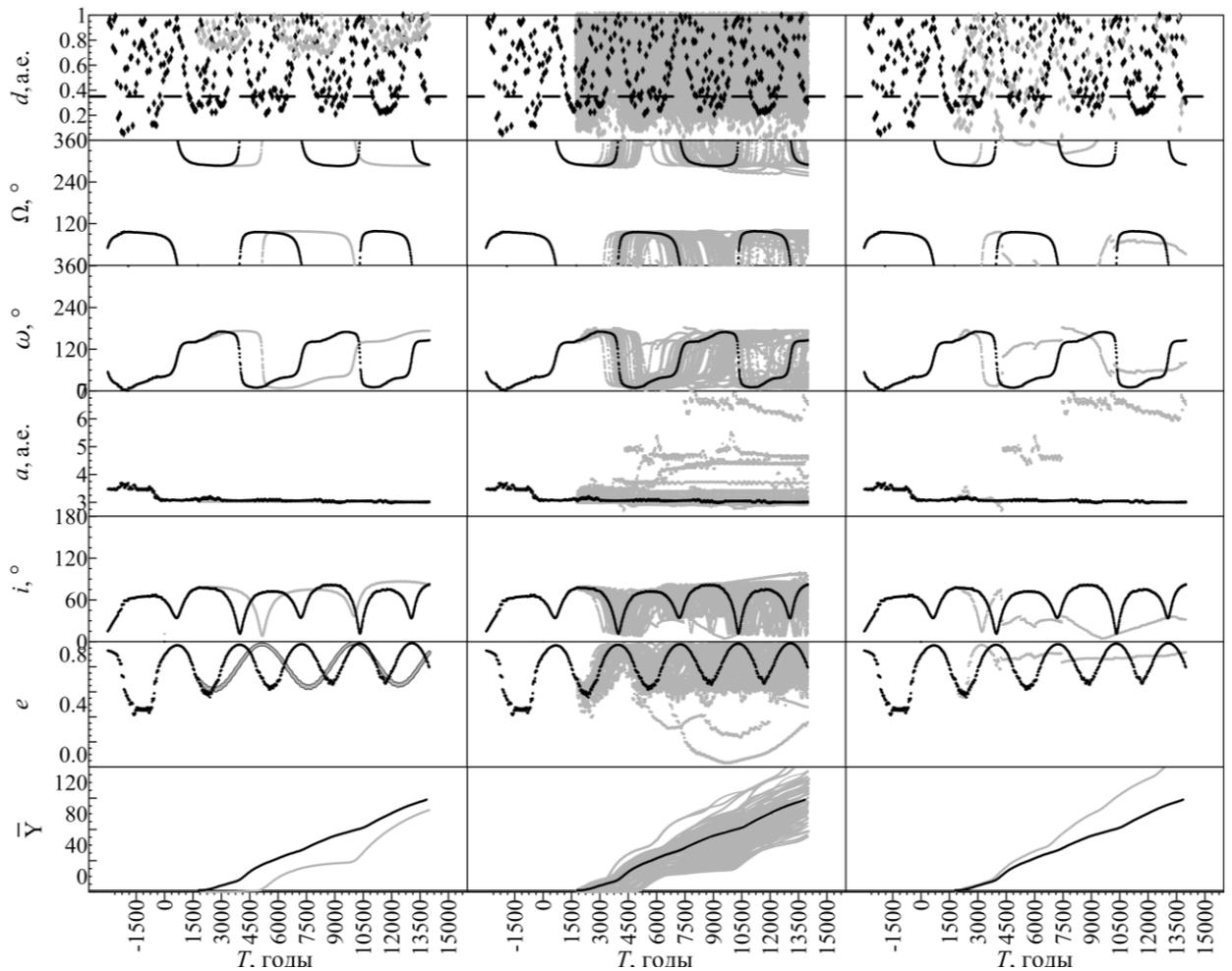


Рисунок 4.12 — Результаты исследования вероятностной эволюции номинальной орбиты астероида (196256) 2003ЕН1 (черные точки) и 600 частиц модельного потока Квадрантид (серые точки) на интервале времени 14000 лет.

В расширенном моделировании некоторые выброшенные частицы, как видно, находятся в резонансе 2:1J в более отдаленном будущем (рис. 3.12). Нахождение в окрестности орбитального резонанса 2:1J с Юпитером оказывает сильное влияние на движение модельных метеороидов. При рассмотрении эволюции номинальной орбиты и орбиты стабильной частицы (набор панелей слева рисунков 4.12 и 4.13) было обнаружено, что элементы подвергаются серии периодических изменений с низкой амплитудой. Другая ситуация наблюдается для нестабильной частицы. Элементы орбиты, особенно большая полуось, претерпевают быстрые большие изменения

в результате очень тесных сближений с Юпитером. Например, на рисунке 4.13 (набор панелей справа) нестабильная выброшенная частица имеет значение большой полуоси после 1780 г., отличающейся примерно на 0.2 а.е. от значения после 2600 года, потому что Юпитер вызвал значительные колебания, пока частица находилась в резонансе 2:1J. Критический аргумент иногда циркулирует, иногда либрирует (1780-2020 гг.) с большой амплитудой. Таким образом, можно сказать, что частица находится вблизи резонансов, но не захвачена ими. Орбитальный резонанс движения неустойчив и может быть причиной хаотического движения (Чириков, 1979, Бордовицына и др., 2012, Бордовицына и др., 2014). На рисунке 4.13 показано, что ни номинальная орбита (196256) 2003 EH1, ни выброшенные частицы не находятся в строгом орбитальном резонансе 2:1J с Юпитером во время показанного моделирования.

Результаты исследования вероятностной эволюции значений соответствующих параметров для номинальной орбиты астероида (196256) 2003 EH1 (черные точки) и частиц модельного потока Квадрантид на интервале времени 14000 лет (центральный набор панелей является версией из 600 серых частиц; левый набор панелей является версией для стабильной выброшенной частицы; правый набор панелей представляет собой версию для нестабильной выброшенной частицы); условия s_2 (панель А) и s_1 (панель В), перигелийного q (панели С) и афелийного расстояния Q (D-панели), расстояние от исследуемого объекта до Земли (Е-панели), до Юпитера (F-панели, радиус Хилла Юпитера (0,35 а.е.) отмечен пунктиром), эволюция резонансной полосы α (H-панели), критический аргумент β (I-панели), L_z - значение параметра Лидова-Козая (нижние панели, J-панели)

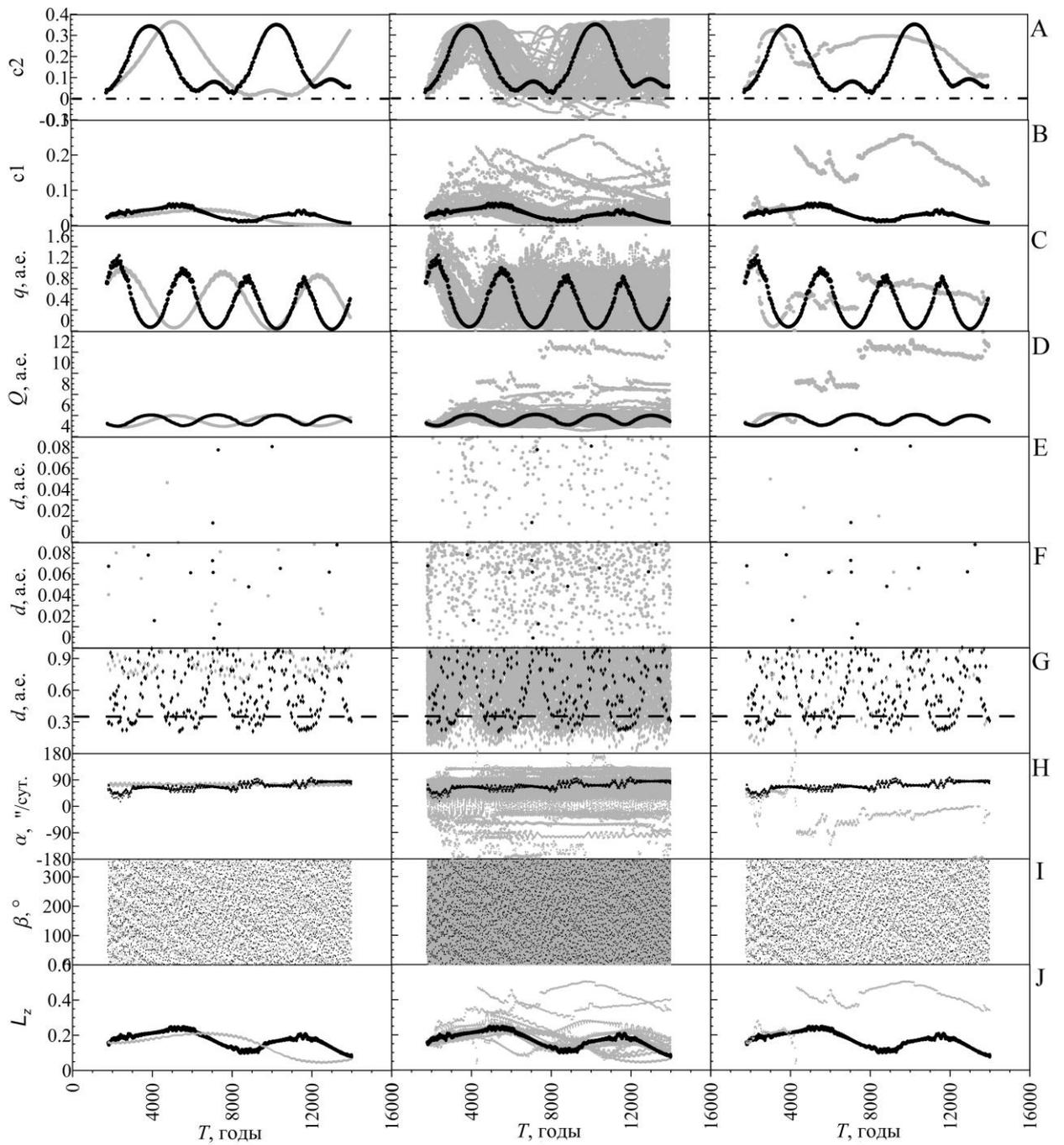


Рисунок 4.13 — Результаты исследования вероятностной эволюции значений соответствующих параметров для номинальной орбиты астероида (196256) 2003ЕН1 (черные точки) и частиц модельного потока Квадрантид (серые точки) на интервале времени 14000 лет: условия s_2 (панель А) и s_1 (панель В), перигелийного q (панели С) и афелийное расстояния Q (D-панели), расстояние от исследуемого объекта до Земли (Е-панели), до Юпитера (F-панели, радиус Хилла Юпитера (0,35 а.е.) отмечен пунктиром), эволюция резонансной полосы α (Н-панели), критический аргумент β (I-панели), L_z - значение параметра Лидова-Козая (нижние панели, J-панели).

Тот же сценарий для параметра MEGNO $\bar{Y}(t)$ можно увидеть для метеороидов, выброшенных в другие моменты из (196256) 2003 EN1 (рисунки 4.14 и 4.15). Движение также становится непредсказуемым для чуть менее половины моделируемых частиц. Для остальных частиц, имеющих параметр $\bar{Y}(t)$ меньше 2, движение объектов остается квазипериодическим. Авторы (Abedin et al., 2015) отмечают, что интервал времени интегрирования на 200-300 лет назад выходит за пределы времени Ляпунова. Они пришли к выводу, что к результатам прямого интегрирования следует относиться с осторожностью, особенно когда исходные орбитальные элементы родителя выбираются из обратного интегрирования вне времени Ляпунова. Автор (Tancredi, 1998) показал, что для АСЗ и комет семейства Юпитера проявляется хаотический характер движения в течение короткого промежутка времени, обычно 50-100 лет, и, причиной этого является частые тесные сближения с Юпитером. На основании этой информации легко сделать вывод, что невозможно точно вычислить положение на орбитах за пределами интервала предсказуемости. Но следует обратить внимание на тот факт, что «слабый хаос» в значительной степени ограничен истинной аномалией. Таким образом, форма орбиты может быть надежно рассчитана на гораздо более длительном временном интервале, чем положение тела на орбите.

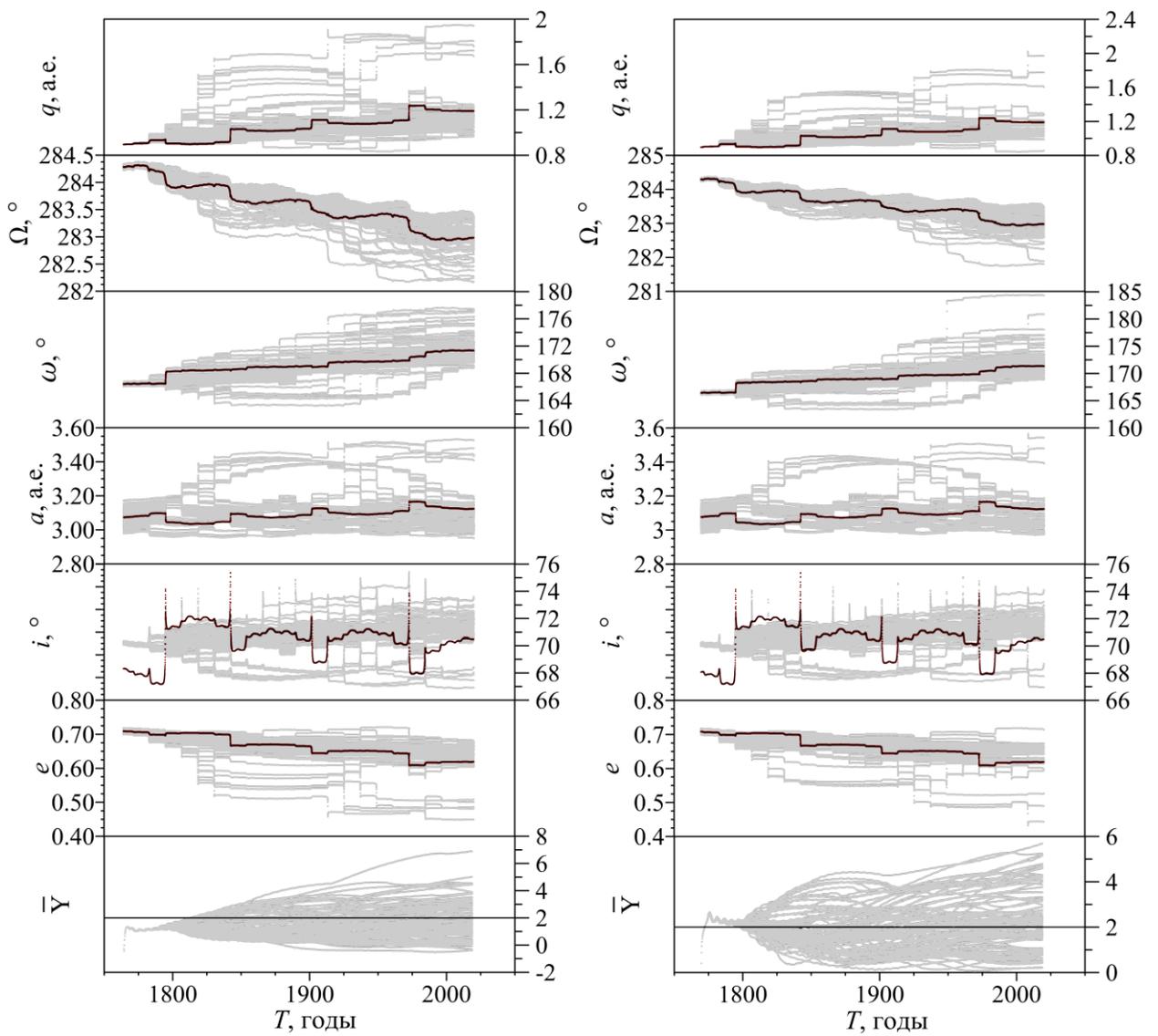


Рисунок 4.14 — То же, что на рисунке 4.11, но на момент выброса около 1764 г. (слева) и около 1769 г. (справа).

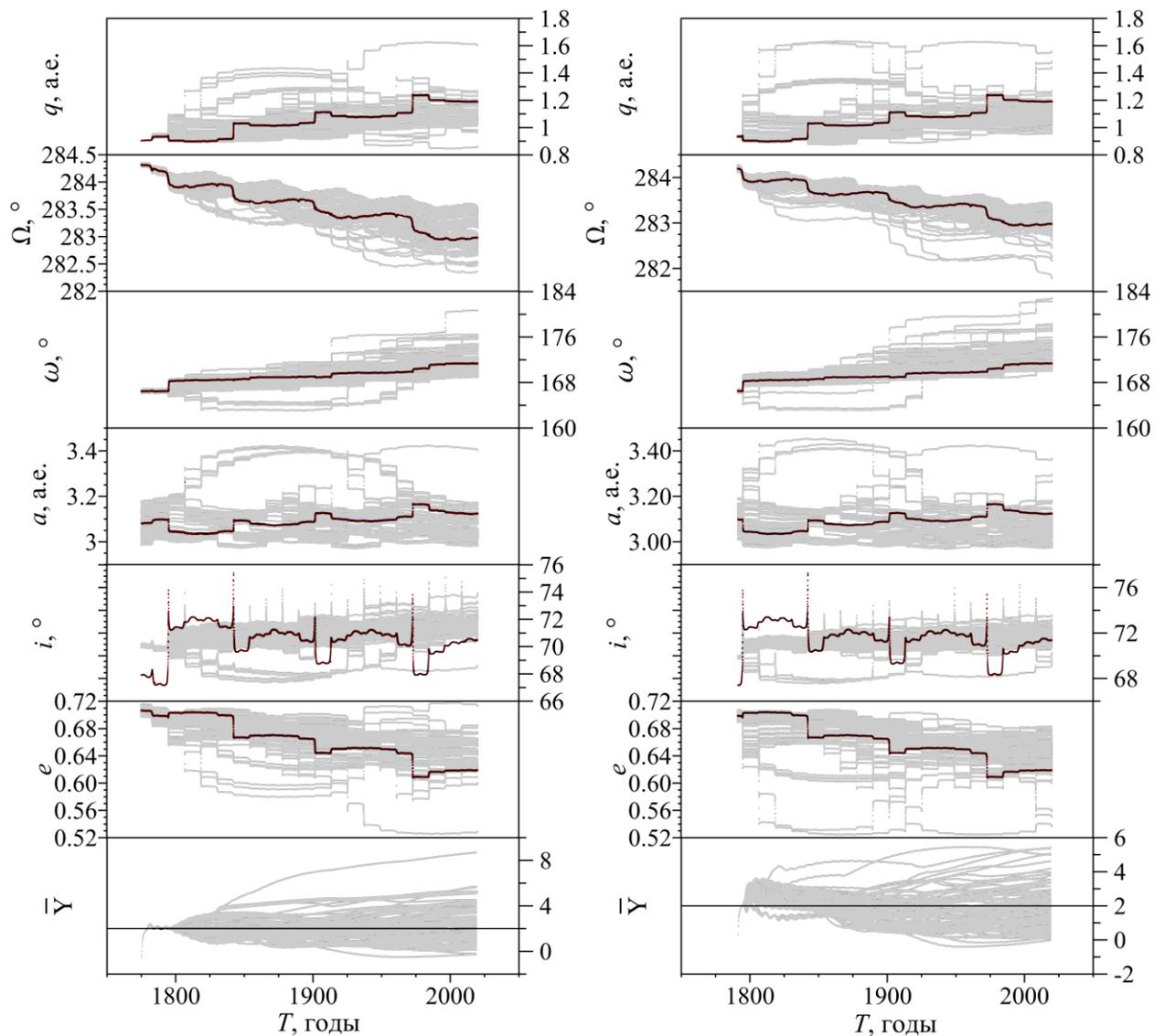


Рисунок 4.15 — То же, что на рисунке 4.10, но на момент выброса около 1775 г. (слева) и около 1791 г. (справа).

Следует отметить, что в течение короткого периода времени вековые резонансы не могли проявиться для частиц выброса. Однако некоторые эффекты вековых резонансов могут проявиться только через более длительный период времени (рисунок 4.12). Динамическая эволюция метеорного потока Квадрантид изучалась несколькими авторами в прошлом. Некоторые из них (например, Williams et. al. 1979; McIntosh, 1990; Neslusan et al. 2013; Abedin, 2018) обнаружили либрацию перигелийного расстояния орбит частиц, представляющих метеороиды Квадрантид, с периодом около 4000 лет. Кроме того, аргумент перигелия и долгота восходящего узла

варьируются. Из-за значительно более длительного периода цикла либрации, чем приведенное выше время интегрирования, нет уверенности, что будет увеличение среднего значения параметра MEGNO \bar{Y} (последние панели на рисунки 3.11, 3.14 и 3.15), которое для некоторых моделируемых частиц является постоянным или только временным, и, следовательно, показывает, являются ли орбиты хаотичными или регулярными.

Характер специфической вероятностной орбитальной эволюции нестабильных моделируемых частиц показывает несколько проходов через орбитальный резонанс 2:1J в интервалах времени между 1900-2100 гг. и 8000-12000 гг. (рисунок 4.13H, правая панель). На этом интервале имеет место либрация значения $\alpha = 2n_a - n_5$ относительно 0 с большой амплитудой, где n_a – среднее движение астероида, n_5 – среднее движение Юпитера. Еще одна удивительная особенность заключается в том, что до 4000 г. центр либрации резонансной характеристики α с небольшой амплитудой колебаний был смещен в положительную сторону (80 "/сут.), тогда как он перемещался в отрицательную сторону (-80 "/сут) после 4000 года. Другими словами, для всего рассматриваемого интервала нестабильная моделируемая частица движется в резонансной окрестности, но проходит острый резонанс лишь несколько раз. Неустойчивая геометрическая конфигурация орбитального резонанса 2:1J для неустойчивой моделируемой частицы (неудачная попытка захвата объекта в резонанс), точнее, переход между резонансным и нерезонансным состояниями, может быть причиной такого сильного проявления хаотического характера движения объекта, как это показано на рисунках 4.11, 4.13, 4.14 и 3.15 (первая нижняя панель), где параметр MEGNO переходит значение 2, начинает быстро расти. Центр либрации резонансной характеристики α с малой амплитудой колебаний для стабильной моделируемой частицы всегда находится на одной положительной стороне (рисунок 4.12H, правая панель).

К сожалению, период интегрирования, составляющий менее 300 лет, слишком мал, чтобы понять, находится ли рассматриваемый набор орбит в

регулярном режиме, или хаотичном, и их движение непредсказуемо в течение более длительного времени. Применение параметра MEGNO для оценки регулярного или хаотического поведения набора орбит требует отслеживания динамики системы в течение достаточно длительного периода. В более длительном периоде времени поведение потока Квадрантид характеризуется большими изменениями в e и i . Это было отмечено рядом исследователей, начиная с Hamid&Youssef (1963). Большие колебания аналогичны колебаниям, связанным с механизмом Лидова-Козая (Kozai, 1962; Lidov, 1962). Фактически, эволюция стабильно выброшенных частиц проявляет циркуляцию типа Козай, поскольку их колебания в e и i приблизительно сохраняют a и $L_z = \sqrt{1-e^2} \cos i$ (рисунки 4.12 и 4.13). Верхняя левая боковая панель на рисунке 4.12 показывает, что своеобразная орбитальная эволюция стабильной моделируемой частицы приводит к тому, что в большинстве случаев она избегает близких сближений с Юпитером в радиусе сферы Хилла. Значение большой полуоси (четвертая сверху панель) незначительно изменяется в течение отображаемого временного интервала, переходя от одного квазипостоянного значения к относительно близкому в течение большей части времени интегрирования. С другой стороны, значения e (четвертая снизу панель) и i (третья снизу панель) колеблются, чередуя высокие значения e и i . Либрация в ω подтверждает, что этот объект в настоящее время подвергается действию механизму Лидова-Козая. Но после перехода аргумента перигелия ω от либрации около 180° (в диапазоне 500 лет) к либрации около 0° и обратно, параметр MEGNO начинает медленно расти. Когда частицы находятся далеко от Юпитера, эволюция орбиты изменяется незначительно и становится гладкой (рисунок 4.12) по мере исчезновения резких изменений. Такое поведение часто встречается среди астероидов, сближающихся с Землёй (АСЗ) со значениями их больших полуосей близких значениям большой полуоси Земли, которые движутся в пределах между орбитами Венеры и Марса (Michel & Thomas, 1996; de la Fuente Marcos & de la Fuente Marcos 2015), но в этом случае значение ω также

колеблется. Следовательно, обнаруженное явление согласуется с состоянием механизма Лидова-Козая. В нашем случае механизм Лидова-Козая позволяет избежать близких сближений с Юпитером в афелии для стабильных выброшенных частиц. Верхняя левая боковая панель на рисунке 4.11 показывает, что своеобразная вероятностная орбитальная эволюция стабильной моделируемой частицы приводит к тому, что в большинстве случаев она избегает близких сближений с Юпитером в радиусе сферы Хилла. Эта моделируемая частица не имеет много частых тесных сближений с Юпитером и демонстрирует явные эпизоды поведения механизма Лидова-Козая.

На рисунке 4.12, набор панелей с левой стороны, показана либрация аргумента перицентра моделируемых частиц, представляющих модельные метеороиды потока Квадрантид, с периодом около 4000 лет. Кроме того, изменения i и e коррелированы: когда значение эксцентриситета e максимально, значение наклона орбиты к эклиптике i минимально, и, наоборот, для некоторых частиц. При более длительном периоде можно увидеть, что увеличение среднего значения параметра MEGNO тестовой частицы является постоянным и, следовательно, орбита стабильна. На рисунке 4.12, набор панелей с правой стороны, показано, что долгосрочная вероятностная орбитальная эволюция нестабильной моделируемой частицы имеет много частых тесных сближений с Юпитером в области радиуса сферы Хилла (0.35 а.е.), который отображен серой горизонтальной линией. Вероятностная орбитальная эволюция моделируемой частицы гораздо более хаотична. Значения различных параметров меняются быстрее и с большим изменением значения. Близкие сближения с Юпитером систематически начинают проявляться 1800-2000 гг. В прошлом (но также 3800-4200 гг. в будущем), и значение параметра Лидова-Козая также изменяется в более широком интервале (рисунок 4.12). Точно также тесные сближения с Юпитером не рассматриваются формализмом Козая и могут со временем

переносить частицы с траекторий Козаи. В нашем случае выбрасываемые частицы могут контролироваться прямым возмущением Юпитера.

Автор (Naoz, 2016) показал, что механизм Лидова-Козаи может влиять на значение эксцентриситета в течение длительного периода времени, пока невозможны тесные сближения с внутренними или внешними возмущающими телами. Вероятностная эволюция некоторых выброшенных частиц показывает со временем повышение стабильности, в смысле удержания их в пределах четко определенного участка пространства параметров орбиты, рисунок 4.12 указывает, что эксцентриситет может в конечном итоге достичь значений, которые приведут афелий ближе к Юпитеру. И наоборот, большее значение эксцентриситета может привести к более малому значению перигелийного расстояния и возможному столкновению с Солнцем или выбросу из Солнечной системы или в ее окраины. В нашем случае значение афелийного расстояния, которое колеблется вблизи Юпитера (рисунок 4.12), открывает возможность воздействия на выброшенные частицы, если один из узлов достигает афелия (Naoz, 2016; Ribeiro et al. 2016). Нестабильные выброшенные частицы в конечном итоге могут столкнуться с Юпитером или Солнцем в результате сложной орбитальной эволюции, обсуждаемой здесь, и случаи столкновения, скорее всего, будут возникать из-за возмущения от светового давления. В рамках механизма Лидова-Козаи многие выброшенные частицы будут защищены от близких сближений с Юпитером и Солнцем.

Среди упомянутых либрационных орбит выброшенных частиц условия резонанса Лидова-Козаи (Вашковьяк и Тесленко, 2008) $c_1 = (1 - e^2)\cos^2 i \leq 3/5$, $c_2 = e^2(2/5 - \sin^2 i \sin^2 \omega) < 0$ выполняются только для некоторых орбит (рисунок 4.13). Элементы оставшихся выброшенных частиц упомянутых орбит удовлетворяют условию $0 \approx c_2 > 0$, где фактическая либрация ω объясняется тем, что для большинства орбит c_1 близка к его бифуркационной величине $3/5$, а c_2 (положительная) оказывается близким к нулю (рисунок 4.13). В этих условиях, в процессе вероятностной

орбитальной эволюции, возможно, что существенное изменение эксцентриситета происходит в противофазном изменении $\sin i$.

4.3.3. Особенности эволюции модельного потока метеороидов

Квадрантид

В этом параграфе представлен один из возможных сценариев динамического развития потока метеороидов, образованного астероидом (196256) 2003 EN1. Анализ динамики метеороидных частиц, предположительно высвобождаемых из околоземного астероида (196256) 2003 EN1, выявил сложную динамическую структуру потока Квадрантид, который приближается к орбитам Юпитера и Земли. Метеороиды наследуют динамические свойства астероида, но не все. Предполагаем, что орбиты выброшенных частиц могут быть захвачены в резонанс. Фактически, поток Квадрантиды можно рассматривать как уникальную структуру, возникающую, скорее всего, от кометных и астероидных родительских тел. Существует несколько десятков комет семейства Юпитера, многие из которых имеют динамические свойства, подобные свойствам (196256) 2003 EN1, и несколько известных астероидов с перигелием во внутренней части орбиты Земли. Их обнаружение и изучение является проблемой для будущих исследований метеорных потоков.

В этом параграфе была изучена долгосрочная вероятностная орбитальная эволюция метеороидов, образовавшихся в результате выброса из астероида (196256) 2003 EN1. Результаты моделирования орбиты родительского тела и метеороидов, освобождённых из него через разные промежутки времени в прошлом, показывают, что в среднем чуть менее половины выброшенных частиц имеют хаотическое движение. Движение этих объектов в долгосрочном масштабе считается хаотичным, и полагаем,

что причиной этого являются частые тесные сближения выброшенных частиц с Юпитером и движение частиц вблизи орбитального резонанса 2:1J с Юпитером, и являются причиной «быстрого хаоса». Этот «слабый хаос» в значительной степени ограничен истинной аномалией. Следовательно, форма орбиты может быть надежно рассчитана в течение гораздо более длительных временных масштабов, чем положение тела на орбите.

Параметр MEGNO увеличивается для нестабильных модельных частиц метеорного потока, движущихся близко к Солнцу и массивных планет. Высокие значения параметра MEGNO обусловлены частыми изменениями большой полуоси, вызванными многократными сближениями с Юпитером вблизи сферы Хилла. В заключение отметим, что хаотическое поведение модельных частиц метеорного потока может быть вызвано не только тесными сближениями с планетами, но и нестабильными резонансами.

В рамках механизма Лидова-Козая многие выброшенные частицы будут защищены от тесных сближений с Юпитером. Здесь показано, что орбиты некоторых выброшенных частиц сильно зависят от механизма Лидова-Козая. Наши расчеты показывают, что устойчивые выброшенные частицы могут быть захвачены в резонанс Лидова-Козая, который защищает их от близких сближений с Юпитером. Отсутствие тесных сближений с Юпитером приводит к довольно гладкой траектории с почти постоянной большой полуосью. Наблюдается сопряженное колебание трех параметров орбиты e , i и ω для стабильно выброшенных частиц. Значение аргумента перигелия в большинстве случаев составляет около 90.

Что может вызвать активность у неактивного родителя метеорного потока? Сама орбита стабильна в течение столетия, предшествующего нашим предполагаемым точкам метеорных выбросов. Таким образом, частицы, освобожденные из астероида (196256) 2003 EH1 примерно 200-250 лет назад, создают поток, характеристики орбит которого совпадают с характеристиками потока Квадрантид. Первые тесные сближения между многими освобожденными модельными частицами и Землей приводят

аргументы в пользу образования либо в результате распада кометы, либо в результате кратковременной активности кометы в течение короткого периода времени. Кроме того, в течение последних нескольких сотен лет перигелийное расстояние родительского астероида (196256) 2003 EN1 было относительно большим, что делало невозможным, чтобы солнечное нагревание было достаточно сильным, чтобы вызвать кометную активность.

4.4 Заключение по 4 главе

Структура возмущений для астероида зависит от его орбитальных элементов (т.е. от его местоположения), и от его физических свойств. В данной главе исследовалось влияние гравитационных возмущений от всех больших планет, Плутона, Луны, Цереры, Паллады, Весты; сжатия Земли, Солнца и Юпитера, релятивистские эффекты от Солнца. Для анализа возмущающих факторов, использовалось три показателя, которые позволяют классифицировать возмущения, как сильные и слабые. Наиболее значимые влияния на движение астероида (196256) 2003 EN1 оказывают гравитационные силы от Солнца, больших планет и Луны, релятивистские эффекты от Солнца.

Представленные результаты исследования орбитальной эволюции (196256) 2003 EN1 показывают, что орбита этого объекта в ходе эволюции существенно изменяется. Эти изменения объясняются сближениями с Юпитером и перекрытием различных апсидально-нодальных резонансов, и близостью к орбитальным резонансам низких порядков. Присутствие вековых резонансов приводит к значительному изменению эксцентриситета и наклона орбиты, которые колеблются в противофазе, а неустойчивое движение астероида вызвано частыми сближениями с Юпитером и нахождением в окрестности неустойчивых орбитальных резонансов с Венерой, Марсом (в комплексе). Перекрытие всех этих резонансов приводит к проявлению хаотизации движения астероида.

Параметр MEGNO меньше 2 только в интервале от 1700 до 2300 гг. После 2300 года параметр MEGNO увеличивается, что свидетельствует о неустойчивости движения. Т.е. орбита может рассматриваться как регулярная на временном интервале ± 300 лет от текущей эпохи и как хаотичная вне этого интервала.

Эволюция орбиты потока Квадрантид и отдельных его метеороидов исследовалась неоднократно. Hughes и др. (Hughes et. al., 1981) показали, что движение узлов очень чувствительно к используемым орбитальным параметрам, а в работах (Wiegert et. al., 2005; Abedin et. al., 2015) было показано, что орбита потока испытывает многократные тесные сближения с Юпитером и ведёт себя хаотически. Отсюда следует, что метеороиды, которые в фазовом пространстве орбит изначально были близки, могут удалиться друг от друга на значительное расстояние за короткий промежуток времени. Численное интегрирование уравнений движения астероида (196256) 2003 EH1 и его 500 клонов показало, что орбиты клонов вследствие многократных тесных сближений с планетами очень быстро удаляются от номинальной орбиты, что подтверждает сказанное выше. Следовательно, в случае потока Квадрантид и астероида (196256) 2003 EH1 любая начальная структура очень быстро будет потеряна.

В данной главе был представлен возможный сценарий динамического развития потока Квадрантиды, образованного астероидом (196256) 2003 EH1. Анализ динамики метеороидных частиц выявил сложную динамическую структуру потока Квадрантид. Параметр MEGNO увеличивается для нестабильных модельных частиц метеорного потока. Высокие значения параметра MEGNO обусловлены частыми изменениями большой полуоси, вызванными многократными сближениями с Юпитером вблизи сферы Хилла. Для стабильных частиц наблюдается противоположная ситуация. Устойчивые выброшенные частицы могут быть захвачены в резонанс Лидова-Козаи, который защищает их от близких сближений с Юпитером. Отсутствие тесных сближений с Юпитером приводит к довольно гладкой

траектории с почти постоянной большой полуосью. В заключение отметим, что хаотическое поведение модельных частиц метеорного потока может быть вызвано не только тесным сближениям с планетами, но и нестабильными орбитальными резонансами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные выводы

Таким образом, в настоящей диссертационной работе представлены результаты исследования орбитальной эволюции астероидов с различными особенностями в движении, полученные в процессе выполнения настоящей диссертационной работы, которые состоят в следующем:

1. Для оценки влияния различных возмущающих факторов на вероятностную динамику астероидов предложен способ оценивания точности построения доверительных областей. Рассматриваемый способ имеет геометрически ясный, простой вид, и позволяет в ряде случаев определить степень влияния отдельных малых возмущающих сил.

2. Оценено влияние слабых возмущающих факторов для астероидов 1995 CR, 2011 KE (сжатие Солнца); 2011 MD, 2011 CQ1 (сжатие Земли), которые оказывают влияние на долговременную эволюцию объектов, приводя к отклонениям орбиты от номинальной. При исследовании орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы желательно учитывать малые возмущающие факторы, негативным последствием этого может оказаться непопадание изучаемого объекта в расчетную область возможных движений.

3. Усовершенствована численно-аналитическая методика выявления влияния вековых резонансов на орбитальную эволюцию малых тел Солнечной системы и проведено исследование их влияния на астероиды (196256) 2003 EH1 и (3200) Phaethon 1983 TB. Показано, что

- Орбитальные и вековые резонансы существенно влияют на характер движения объектов.
- Существует зависимость возрастания эксцентриситета орбиты малого тела от величины наклона и значений долгот восходящего узла и перицентра.

4. Проведен MEGNO-анализ номинальной орбиты и орбит тестовых частиц из доверительной области астероидов (196256) 2003 EH1 и (3200) Phaethon 1983 TB, и показано, что в окрестности орбитальных резонансов проявляется хаотичность. Она также связана с наложением вековых и орбитальных резонансов.

5. Исследована динамика астероида (196256) 2003 EH1, движущегося в окрестности орбитальных резонансов 9:1 с Венерой и 3:1 с Марсом, а также под влиянием вековых резонансов. Наложение одного или нескольких резонансов, для которых происходит изменение поведения критического аргумента с циркуляционного характера на либрационный и обратно, на нескольких устойчивых вековых резонансов приводит к возникновению хаотичности в движении исследуемого астероида. Такими орбитальными резонансами являются 9:1 с Венерой и 3:1 с Марсом, имеющие неустойчивые колебания критического аргумента.

6. Анализ динамики метеороидных частиц выявил сложную динамическую структуру потока Квадрантид. Моделируемые метеороиды наследуют некоторые динамические свойства астероида (196256) 2003 EH1:

- Параметр MEGNO увеличивается для нестабильных модельных частиц метеорного потока. Высокие значения параметра MEGNO обусловлены частыми изменениями большой полуоси, вызванными многократными сближениями с Юпитером вблизи сферы Хилла, а также выходом из резонанса Лидова-Козая, который способствует проявлению хаотического движения.

- Для стабильных частиц наблюдается противоположная ситуация. Устойчивые выброшенные частицы могут быть захвачены в резонанс Лидова-Козая, который защищает их от тесных сближений с Юпитером. Отсутствие тесных сближений с Юпитером приводит к довольно гладкой траектории с почти постоянной большой полуосью.

Перспективы дальнейших исследований

Дальнейшая разработка темы возможна по нескольким направлениям.

В теоретическом плане возможно расширение групп вековых резонансов, а также более детальное изучение особенностей влияния каждой группы вековых резонансов на орбитальную эволюцию объектов.

В практическом плане возможно использование полученных результатов для исследования движения астероидов и метеороидов, а также сопоставление динамических портретов, для понимания эволюции малых тел Солнечной системы. Применение параллельных вычислений совместно с MEGNO-картированием для решения прямых задач позволит детально исследовать динамическую эволюцию малых тел Солнечной системы.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра // Под ред. Б.М. Шустова, Л.В. Рыхловой. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. – 384 с.
- Авдюшев В.А. Новый метод для статистического моделирования возможных значений параметров в обратных задачах орбитальной динамики // *Астрономический вестник*. – 2009. – Т.43. № 6. – С. 565-574.
- Авдюшев В.А. Интегратор Гаусса–Эверхарта // *Вычисл. технологии*. – 2010. – Т. 15. № 4. – С. 31-47.
- Авдюшев В.А. Численное моделирование орбит небесных тел. Томск: Изд-во НТЛ, 2010. – 284 с.
- Аксенов Е.П. Теория движения искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1977. – 360 с.
- Александрова А.Г., Томилова И.В., Бордовицына Т.В. Анализ влияния вековых резонансов на динамическую эволюцию околоземных объектов, движущихся по почти круговым орбитам в области супер-ГЕО // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2014. – № 10/2. – С. 95-102.
- Бард, Й. Нелинейное оценивание параметров. М.: Статистика, 1979. – 349 с.
- Баранников Е.А., Самбаров Г.Е., Сюсина О.М., Тамаров В.А., Черницов А.М. Оценивание способов построения весовых матриц в задаче вероятностного исследования движения астероидов // В сборнике: *Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики (ФППСМ-2016) Сборник трудов IX всероссийской научной конференции*. 2016. С. 334-336.
- Бордовицына Т.В., Авдюшев В.А. Теория движения искусственных спутников Земли. Аналитические и численные методы. Учебное пособие. Томск: Изд-во Том. ун-та., 2007. – 220 с.
- Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Влияние вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию неуправляемых

- объектов спутниковых радионавигационных систем в области МЕО // *Астрономический вестник*. – 2012. – Т. 46. № 5. – С.356-368.
- Бордовицына Т.В., Томилова И.В., Чувашов И.Н. Вековые резонансы как источник динамической хаотичности в долговременной орбитальной эволюции неуправляемых спутников // *Астрономический вестник*. 2014. – Т. 48. № 4. – С. 280-289.
- Бордовицына Т.В., Томилова И.В. Особенности структуры вековых резонансов в динамике околоземных космических объектов // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2016. – Т.59. № 3. – С. 41-48.
- Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю. Алгоритмическое и программное обеспечение решения задач динамики астероидов, сближающихся с Землей, в среде параллельного программирования // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2009. – Т.52. № 10/2. – С. 12-19.
- Быкова Л.Е., Галушина Т.Ю., Батулин А.П. Прикладной программный комплекс «ИДА» для исследования динамики астероидов // *Известия вузов. Физика*. – 2012. – Т. 55. № 10/2. – С. 89-96.
- Брумберг В.А. Релятивистская небесная механика. М.: Наука. 1972. – 382 с.
- Вашковьяк М.А., Тесленко Н.М. Эволюционные характеристики орбит внешних спутников Юпитера // *Астрономический вестник*. – 2008. – Т.42 № 4. – С.301-316.
- Виноградова Т.А., Кочетова О.М., Чернетенко Ю.А., Шор В.А., Ягудина Э.И. Орбита астероида (99942) Апофис, определенная из оптических и радарных наблюдений // *Астрономический вестник*. – 2008. – Т.42. №4. – С. 291-300.
- Галушина Т.Ю., Быкова Л.Е. Вероятностная орбитальная эволюция астероида 99942 Apophis с учетом оптических наблюдений марта // *Известия высших учебных заведений. Физика*. 2011а. – Т. 54. № 6-2. – С.135-142.

- Галушина Т.Ю., Раздымахина О.Н. О предсказуемости движения астероидов, проходящих через сферу тяготения Земли // Вестник СибГАУ, Красноярск. – 2011b. – Т.6(39). – С.9-14.
- Галушина Т.Ю., Самбаров Г.Е. Исследование динамики астероида 3200 Phaethon под влиянием наложения различных резонансов // Астрономический вестник. – 2019. – Т.53. № 3. – С. 231-239.
- Гребеников Е.А., Рябов Ю.А. Резонансы и малые знаменатели в небесной механике. М.: Наука, 1978 – 128 с.
- Емельяненко В.В. Астероиды, сближающиеся с Солнцем // Астрономический вестник. – 2017. – Т.51. № 1. – С.67-71.
- Емельяненко В.В., Нароенков С.А. Определение негравитационных эффектов в движении околосолнечных объектов 321P, 322P, 323P и 342P // Астрономический вестник. – 2018. – Т.52. № 1. – С.73-78.
- Железнов Н.Б. Влияние корреляционных связей между орбитальными параметрами астероида на определение вероятности его столкновения с планетой методом Монте-Карло// Астрономический вестник. – 2010. – Т.44. № 2. – С.150-157.
- Заботин А.С., Медведев Ю.Д. Определение орбит и эллипсоидов рассеяния потенциально опасных для Земли астероидов // Труды ИПА РАН. – 2008. – вып.19. – С. 68-78.
- Заботин А.С., Медведев Ю.Д. О точности орбиты астероида (99942) Apophis на момент его сближения с Землей в 2029 г.// Письма в астрономический журнал. – 2009. – Т.35. №4. – С. 312-320.
- Ивашкин В.В., Стихно К.А. О предотвращении возможного столкновения астероида Апофис с Землей // Астрономический вестник. – 2009а. – Т.43. №6. – С.502-516.
- Ивашкин В.В., Стихно К.А. О проблеме коррекции орбиты сближающегося с Землей астероида (99942) Апофис // Докл. РАН. 2009b. – Т.419. №5. – С.624-627.

- Кочетова О.М., Чернетенко Ю.А., Шор В.А. Насколько точна орбита астероида (99942) Апофис и какова вероятность столкновения с ним в 2036-2037 гг. // *Астрономический вестник*. – 2009. – Т.43. №4. – С.338-347.
- Кочетова О.М., Чернетенко Ю.А., Шор В.А. Орбита астероида (99942) Апофис и оценка вероятности его столкновения с Землей в ближайшие десятилетия // *Известия вузов. Физика*. – 2013. – Т.56. № 6/3. – С.223-225.
- Лидов М.Л. Эволюция искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений от внешнего тела // *Искусственные спутники Земли*. – 1961. – Т.8. – С.5-45.
- Маршалов Д.А., Бондаренко Ю.С., Медведев Ю.Д., Вавилов Д.Е., Зотов М.Б., Михайлов А.Г. Комплекс средств для проведения радиолокационных наблюдений объектов, сближающихся с Землей // *Приборы и техника эксперимента*. – 2018. – № 4. – С.111-116.
- Питьева Е.В. Релятивистские эффекты и сжатие Солнца из радарных наблюдений планет и космических аппаратов // *Письма в астрономический журнал: Астрономия и космическая астрофизика*. – 2005. – Т.31. № 5. – С.378-387.
- Раздымахина О.Н. Алгоритмическое и программное обеспечение для определения параметра хаотичности MEGNO в задачах динамики астероидов // *Известия высших учебных заведений. Физика*. 2011. – № 6/2. – С.31-38.
- Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Влияние систематических ошибок на точность построения областей возможных движений малых тел солнечной системы // В сборнике: *Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики Сер. "Серия физико-математическая"* 2012. – С.283-286.
- Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Оценивание влияния ошибок модели движения астероидов, сближающихся с землей, на точность построения

доверительных областей // Вестник СибГАУ. Красноярск – 2014а. – № 4 (56). – С.111-118.

Самбаров Г.Е., Черницов А.М., Тамаров В.А. Оценивание влияния сжатия Земли и Солнца на точность вероятностной модели движения астероидов, наблюдавшихся в одной оппозиции // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2014б. – Т.57. № 10-2. – С. 32-42.

Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Оценивание возмущающих ускорений в вероятностных моделях движения потенциально опасных астероидов // В сборнике: Физика Космоса Труды 44-й международной студенческой научной конференции. Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. 2015. – С.194.

Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Исследование вероятностной модели движения астероидов, сближающихся с землей // В сборнике: Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики (ФППСМ-2016) Сборник трудов IX всероссийской научной конференции. 2016. С. 351-353.

Самбаров Г.Е. Оценка влияния возмущения от несферичности геопотенциала на движение высокоорбитальных космических объектов // В книге: Гагаринские чтения 2017 Тезисы докладов. 2017. – С.876-877.

Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Исследование влияния слабых возмущений на точность вероятностной модели движения астероидов, сближающихся с Землей // В сборнике: Физика Космоса труды 46-й Международной студенческой научной конференции. Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. 2017. – С. 219.

Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Исследование и выявление особенностей движения малых тел Солнечной системы, попавших в околоземное пространство // В сборнике: Физика космоса труды 47-й Международной студенческой научной конференции. Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный

университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина; 2018. – С. 226-227.

Самбаров Г.Е., Сюсина О.М. Анализ вероятностной орбитальной эволюции астероидов 2011 CQ1 И 2011 MD // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2018. – Т.61. № 2 (722). – С.149-153.

Скрипниченко П.В., Галушина Т.Ю., Шагабутдинов А.А. Исследование структуры возмущений некоторых АСЗ с малыми перигелийными расстояниями // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2014. – Т.57. №10-2. – С.25-31.

Соколов Л.Л., Башаков А.А., Питъев Н.П. Особенности движения астероида 99942 Апофис // Астрономический вестник. – 2008. – Т.42. №1. – С. 20-29.

Сюсина О.М., Самбаров Г.Е. Новые данные о потенциально опасных астероидах, наблюдавшихся в одной оппозиции // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2015. – Т.58. №10-2. – С.40-46.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А., Новые алгоритмы построения методом Монте-Карло начальных доверительных областей движения малых тел// Известия высших учебных заведений. Физика. – 2009. – Т.50. №12/2. – С.48-55.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Новый приближенный показатель нелинейности в задачах построения доверительных областей движения астероидов // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2012а. – Т.55. №10-2. – С.27-33.

Сюсина О.М., Самбаров Г.Е., Черницов А.М., Тамаров В.А. Исследование влияния ошибок модели движения астероидов на точность построения начальной доверительной области // Известия высших учебных заведений. Физика. – 2012б. – Т.55. №10-2. – С.50-59.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Построение доверительных областей в задаче вероятностного исследования движения малых тел

Солнечной системы // *Астрономический вестник*. – 2012с. – Т.46. №3. – С.209–222.

Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А., Самбаров Г.Е. Способ оценки влияния модели сил на систематическую ошибку определения областей возможных движений астероидов // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2013. – Т.56. №6-3. – С.235-237.

Сюсина О.М., Самбаров Г.Е. Оценивание влияния различных возмущающих ускорений на точность вероятностной модели движения астероида 2011 MD // В сборнике: *Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики Труды Томского государственного университета. Сер. "Физико-математическая"* Под редакцией М.Ю. Орлова. 2017. – С.131-134.

Томилова И.В. Исследование влияния вековых резонансов на долговременную орбитальную эволюцию околоземных объектов: Автореф. дис. к.ф.-м.н. Санкт-Петербург, 2015. – 22 с.

Черницов А.М. Алгоритмы определения областей возможных движений малых тел Солнечной системы // Автореф. дис. на соискание уч. степ. д.ф.-м.н. СПб.: ИПА РАН, 2000. – 26 с.

Черницов А.М., Батулин А.П., Тамаров В.А. Анализ некоторых методов определения вероятностной эволюции движения малых тел Солнечной системы // *Астрономический вестник*. – 1998. – Т.32, №5. – С.459-467.

Черницов А.М., Тамаров В.А., Авдюшев В.А., Баньщикова М.А., Дубас О.М. Особенности определения доверительных областей в пространстве начальных параметров движения малых тел Солнечной системы // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2007. – №12/2. – С. 33-43.

Черницов А.М., Тамаров В.А., Дубас О.М. Способы уменьшения нелинейности задачи наименьших квадратов при построении областей возможных движений астероидов// *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2006. – №2. – С.44-51.

- Чириков В.В. Нелинейный резонанс. Учебное пособие. Изд-во НГУ, 1977. – 82 с.
- Шевченко И.И., Куприянов В.В., Мельников А.В. Хаотическая динамика астероидов и максимальные показатели Ляпунова // *Астрономический вестник*. – 2003. – Т.37. № 1. – С.80-89.
- Шевченко И.И. Резонансы и хаос в динамике тел Солнечной системы // В книге: В.В.Орлов и др. «Астрономия: традиции, настоящее и будущее». СПб: СПбГУ, 2007. – С.284-314.
- Шефер В.А. Регуляризирующие и стабилизирующие преобразования в задаче исследования движения особых малых планет и комет: Автореф. дис. к.ф.-м.н. Казань, 1986. – 13 с.
- Шефер В.А. Определение показателей хаотичности орбит с аналитически нормированным касательным вектором // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2011. – № 6/2. – С.13-22.
- Шефер В.А., Коксин А.М. Вычисление показателей хаотичности орбит, основанных на касательных векторах: применение к ограниченной задаче трех тел // *Известия высших учебных заведений. Физика*. – 2013. – Т.56. № 6/3. – С.256-258.
- Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений. М.: Изд-во «Наука», 1976. – 416 с.
- Abedin, A., Spurný, P., Wiegert, P., Pokorný, P., Borovička, J., Brown, P. On the age and formation mechanism of the core of the Quadrantid meteoroid stream // *Icarus*. – 2015. – V.261, – P.100-117.
- Abedin A., Wiegert P., Janches D., Pokorný P., Brown P., Hormaechea J.L. Formation and past evolution of the showers of 96P/Machholz complex // *Icarus*. – 2018. –V.300, P.360-385.
- Aleshkina E.Y. et al Astrometric and photometric studies of the asteroid 2008 TC3 // *Solar System Research*. – 2011. – Vol.45. Is.1. – P.34-42.

- Asher D. J., Emel'yanenko V. V., The origin of the June Bootid outburst in 1998 and determination of cometary ejection velocities // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2002. – V.331. – P.126
- Avdyushev V.A. Nonlinear methods of statistic simulation of virtual parameter values for investigating uncertainties in orbits determined from observations // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 2011. – V.110. Is.4. – P.369-388
- Armelin R., Di Lizia P., Bernelli-Zazzera F., Berz M. Asteroid close encounters characterization using differential algebra: the case of Apophis // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 2010. – V.107. – P.451-470.
- Bjorck A., Numerical Methods for Least Squares Problems. SIAM, 1996. – 408 p.
- Bordovitsyna, T.V., Tomilova, I.V., and Chuvashov, I.N. The Effect of Secular Resonances on the LongTerm Orbital Evolution of Uncontrollable Objects on Satellite Radio Navigation Systems in the MEO Region // Solar System Research. – 2012.– V.46(5). – P.329-340
- Bordovitsyna, T.V., Tomilova, I.V., and Chuvashov, I.N.. Secular resonances as a source of dynamic chaoticity in the long-term orbital evolution of uncontrolled satellites // Solar System Research. – 2014. –V.48(4). – P.259-268.
- Bordovitsyna T.V., Tomilova I.V., Ryabova G.O. The effect of secular resonances on the long-term orbital evolution of uncontrolled near-earth objects // Proceedings of the International Astronomical Union. – 2014. – V.9. – P.176-177.
- Bowell E., Muinonen K., Wasserman L.H. A public-domain asteroid data base. In Asteroids, Comets, Meteors, Kluwer, Dordrecht, Netherlands. – 1994. – P.477-481.
- Breiter S. Lunisolar apsidal resonances at low satellite orbits // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 1999. – V.74. – P.253-274.
- Breiter S. The prograde C7 resonance for Earth and Mars satellite orbits // Celest. Mech. Dyn. Astr. 2000. V. 77. P. 201 – 214.

- Breiter S. Lunisolar resonances revisited // *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. – 2001. – V.81. – P.81-91.
- Brown P., Arlt R., Detailed visual observations and modelling of the 1998 Leonid shower // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2000. – V.319. Is.2 – P.419-428
- Butcher J.C. Implicit Runge–Kutta Processes // *Math. Comput.* – 1964. – V.18. – P.50-64.
- Bykova L.E., Galushina T.Yu., Baturin A.P. The algorithms and programs for investigations of near-earth asteroids // *Astronomical and Astrophysical Transactions*. – 2012. – V.27. №3. – P.489-494.
- Campbell-Brown M., Ryabova G., Asher D., eds, *Meteoroids: Sources of Meteors on Earth and Beyond*. 2019, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK
- Caswell R. D., McBride N., Taylor A., Olympus end of life anomaly-A Perseid meteoroid event? // *International Journal of Impact Engineering*. – 1995. – V.17, – P.139
- Chesley S.R. Potential impact detection for near-Earth asteroids: The case of 99942 Apophis (2004 MN4) // *Asteroids, Comets, Meteors: Proc. IAU Symp. 229th / Ets Lazzaro D., Ferraz-Mello S., Fernandes J. A., Cambridge Univ. Press*. – 2006. – P.215-228.
- Chirikov B.V. A universal instability of many-dimensional oscillator systems // *Physics Reports*. – 1979. – V.52. – P.263-379.
- Cincotta P.M., Girdano C.M., Simo C. Phase space structure of multi-dimensional systems by means of the mean exponential growth factor of nearby orbits // *Physica D*. – 2003. – V.182. – P.151-178.
- Cook G.E. Luni-Solar Perturbations of the Orbit of an Earth Satellite // *Geophys. J.* – 1962. – V.6.№3. – P.271-291.
- Crifo J.F., Rodionov A.V., The Dependence of the Circumnuclear Coma Structure on the Properties of the Nucleus // *Icarus*. – 1997. – V.129. – P.72

- de la Fuente Marcos C. & de la Fuente Marcos R. Infrequent visitors of the Kozai kind: the dynamical lives of 2012 FC71, 2014 EK24, 2014 QD364, and 2014 UR // *Astronomy & Astrophysics*. – 2015. – V.580. – p.19
- de la Fuente Marcos C. & de la Fuente Marcos R. Understanding the evolution of Atira-class asteroid 2019 AQ3, a major step towards the future discovery of the Vatira population // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2019. – V.487. Is.2. – P.2742-2752.
- de la Fuente Marcos C. & de la Fuente Marcos R. On the orbital evolution of 2020 AV2, the first asteroid ever observed to go around the Sun inside the orbit of Venus // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*. – 2020. – V.494. Is.1. – p.L6-L10
- Drolshagen E., Ott T., Koschny D., Drolshagen G., Schmidt A.K., Poppe B. Velocity distribution of larger meteoroids and small asteroids impacting Earth // *Planetary and Space Science*, 2020, V. 184, article id. 104869.
- Everhart E. A New Method for Integrating Orbits // *Bulletin of the American Astronomical Society*. – 1973. – V.5. – P.389.
- Everhart E. Implicit Single Sequence Methods for Integrating Orbits // *Celestial Mechanics*. – 1974. – V.10. – P.35-55.
- Everhart E. An Efficient Integrator That Uses Gauss–Radau Spacings // *Dynamics of Comets: Their Origin and Evolution (Proc. of IAU Colloq. 83, held in Rome, Italy, June 11–15, 1984) / Eds. A. Carusi and G. B. Valsecchi. Dordrecht: Reidel, – 1985. – P.185-202.*
- Farnocchia D., Chesley S.R., Brown P.G., Chodas P.W. The trajectory and atmospheric impact of asteroid 2014 AA // *Icarus*. – 2016. – V.274. – P.327-333.
- Fisher W.J., The Quadrantid Meteors - History to 1927 // *Harvard Coll. Obs. Circ.*, 1930, No. 346
- Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P. The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431 // *IPN Progress Report 42-196. February 15, 2014.*

- Fox K.; Williams I. P.; Hughes D. W. The 'Geminid' asteroid (1983 TB) and its orbital evolution // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 1984. – V.208. – P.11-15.
- Froeschle C. & Scholl H., The secular resonance ν_6 in the asteroidal belt // *Astronomy and Astrophysics*. – 1986. – V.158. – p.259
- Galushina, T.Yu., Ryabova, G.O., Skripnichenko, P.V., The force model for asteroid (3200) Phaethon // *Planetary and Space Science*. – 2015. – V.118. – P.296-301.
- Galushina T.Yu., Sambarov G.E., The dynamical evolution and the force model for asteroid (196256) 2003 EH // *Planetary and Space Science*. – 2017. – V.142. – P.38-47.
- Galushina T.Y., Bykova L.E., Letner O.N., Baturin A.P. IDA software for investigating asteroid dynamics and its application to studying the motion of 2012 MF7 // *Astronomy and Computing*. – 2019. – V.29. – article id. 100301.
- Giorgini J.D., Benner L.A.M., Ostro S.J., et al Predicting the Earth encounters of (99942) Apophis // *Icarus*. – 2008. – V.193. Is.1. – P.1-19.
- Gonczi R., Rickman H., Froeschle C., The connection between Comet P/Machholz and the Quadrantid meteor // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 1992. – V.254. P.627.
- Greenstreet S Orbital Dynamics of 2020 AV2: the First Vatira Asteroid // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*. – 2020. – V.493. Is.1. – P.L129-L131.
- Gustafson B. A. S. Geminid meteoroids traced to cometary activity on Phaethon // *Astronomy and Astrophysics*. – 1989. – V.225. – P.533-540.
- Hanuš J., Delbo M., Vokrouhlický D., Pravec P., Emery J. P., Alí-Lagoa V., Bolin B., Devogèle M., Dyvig R., Galád A., Jedicke R., Kornoš L., Kušnirák P., Licandro J., Reddy V., Rivet J.-P., Világi J., Warner B. D. Near-Earth asteroid (3200) Phaethon: Characterization of its orbit, spin state, and thermophysical parameters // *Astronomy & Astrophysics*. – 2016. – V.592. – A34. 15 pp.

- Hamid S.E. & Youssef M.N., A short note on the origin and age of the Quadrantids // *Smithson. Contr. Astrophys.* – 1963. – V.7. P.309-311.
- Hasegawa I., *Orbits of Ancient and Medieval Comets*, 1979, Publications of the Astronomical Society of Japan, 31, 257
- Ho P. Y., Ancient and mediaeval observations of comets and novae in Chinese sources // *Vistas Astron.* –1962. – V.5. P.127-225.
- Hughes D.W., Taylor I.W., Observations of overdense Quadrantid radio meteors and the variation of the position of stream maxima with meteor magnitude // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* – 1977. – V.181. – P.517-526
- Hughes D.W., Williams I.P., Murray C.D. The orbital evolution of the Quadrantid meteor stream between AD 1830 and 2030 // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* – 1979. – V.189. P.493-500.
- Hughes D.W., Williams I.P., Fox K., The mass segregation and nodal retrogression of the Quadrantid meteor stream // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* – 1981. – V.195. P.625-637.
- Hughes D.W., On the velocity of large cometary dust particles // *Planetary and Space Science.* – 2000. – V.48 – P.1-7.
- Hughes, S. Earth satellite orbits with resonant lunisolar perturbations, I. Resonances dependent only on inclination // *Proceedings of the Royal Society of London.* – 1980. – V.372. – P.243-264.
- Hughes, S. Earth satellite orbits with resonant lunisolar perturbations, II. Some resonances dependent on the semi-major axis, eccentricity and inclination // *Proceedings of the Royal Society of London.* – 1981. – V.375. – P.379-396.
- Jenniskens P., Betlem H., de Lignie M., Langbroek M., van Vliet M., Meteor stream activity. V. The Quadrantids, a very young stream // *Astronomy and Astrophysics.* – 1997. – V.327. – P.1242-1252.
- Jenniskens, P., 2003. 2003 EH1 and the Quadrantids. IAU Circular 8252, 2003 December 08. Central Bureau for Astronomical Telegrams, Smithsonian Astrophysical Observatory. Cambridge, MA, Green. D.W. (ed.).

- Jenniskens, P., 2003 EH1 is the Quadrantid shower parent comet // *The Astronomical Journal*. – 2004. – V.127(5). – P.3018-3022.
- Jenniskens, P., Borovička, J., Watanabe, J., Jopek, T., Abe, S., Consolmagno, G.J., Ishiguro, M., Janches, D., Ryabova, G.O., Vaubaillon, J., Zhu, J., 2016. Division F Commission 22: meteors, meteorites, and interplanetary dust. *Proc. Int. Astron. Union 11 (T29A)*, – P.365-379.
- Jewitt D. Phaethon Near Earth // HST Proposal id.15343. Cycle 25. 08/2017.
- Jones J. The ejection of meteoroids from comets // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 1995. – V.275. – P.773-780.
- Kaňuchová Z., Neslušan L. The parent bodies of the Quadrantid meteoroid stream // *Astronomy & Astrophysics*. – 2007. – V.470. – P.1123-1136.
- Kasuga T. Thermal Evolution of the Phaethon–Geminid Stream Complex // *Earth, Moon, and Planets*. – 2009. – V.105. Is.2-4. – P.321-326.
- Kasuga, T., Jewitt, D., Physical observations of (196256) 2003 EH1, presumed parent of the Quadrantid meteoroid stream // *The Astronomical Journal*. – 2015. – V.150(5). P.152-162.
- Ki-Won L., Hong-Jin Y., Myeong-Gu P., Orbital elements of comet C/1490 Y1 and the Quadrantid shower // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2009. –V.400. P.1389-1393.
- Kholshevnikov K.V., Kokhirova G.I., Babadzhanov P.B., Khamroev U.H., Metrics in the space of orbits and their application to searching for celestial objects of common origin // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2016. – V.462. – P. 2275- 2283.
- Koschny D., Drolshagen E., Drolshagen S., Kretschmer J., Ott T., Drolshagen G., Poppe B. Flux densities of meteoroids derived from optical double-station observations // *Planetary and Space Science*. – 2017. – V.143. – P.230-237.
- Koten, P. Borovicka J., Spurný P., Evans S., Štork R., Elliott A., Double station and spectroscopic observations of the Quadrantid meteor shower and the implications for its parent body // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2006. – V.366(4). – P.1367-1372.

- Kozai Y. Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity // The Astronomical Journal. – 1962. – V. 67. – P.591-598.
- Krüger H., Kobayashi M., Arai T., Srama R., Sarli B.V., Kimura H. Dust analysis on board the Destiny+ mission to 3200 Phaethon // EPSC Abstracts. Vol. 11. EPSC2017-204, 2017.European Planetary Science Congress 2017.
- Krüger H., Strub P., Srama R., Kobayashi M., Arai T., Kimura H., Hirai T., Moragas-Klostermeyer G., Altobelli N., Sterken V.J., Agarwal J., Sommer M., Grün E., Modelling DESTINY+ interplanetary and interstellar dust measurements en route to the active asteroid (3200) Phaethon // Planetary and Space Science. – 2019. – V.172. – P.22-42.
- Lidov M.L. The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbations of external bodies// Planetary and Space Science. – 1962. – V.9.Is.10. – P.719-759.
- Masiero J.R., Wright E.L., Mainzer A.K. Thermophysical Modeling of NEOWISE Observations of DESTINY+ Targets Phaethon and 2005 UD // The Astronomical Journal. – 2019. – V.158. Is.3. – article id. 97, 7 pp.
- McIntosh B.A., Comet P/Machholz and the Quadrantid meteor stream // Icarus. – 1990. – V.86. P.299-304.
- Michel P., Morbidelli A., Bottke W. F. Origin and dynamics of Near Earth Objects // Comptes Rendus Physique. – 2005. – V.6. Is.3. – P.291-301.
- Micheli M., Bernardi F., Tholen D. J., Updated analysis of the dynamical relation between asteroid 2003 EH1 and comets C/1490 Y1 and C/1385 U1 // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2008. – V.390. – L6
- Michel P. & Thomas F. The Kozai resonance for near-Earth asteroids with semi-major axes smaller than 2AU // Astronomy & Astrophysics. – 1996. – V.307. – P.310-318.
- Milani A. The asteroid identification problem // Icarus. 1999. V. 137. P. 269 – 292.
- Milani A., Chesley S.R., Boattini A., Valsecchi G.B. Virtual impactors: search and destroy // Icarus. – 2000a. – V.145. – P.12-24.

- Milani A., Chesley S.R., Valsecchi G.B. Asteroid close encounters with Earth: risk assessment // *Planetary and Space Science*. – 2000b. – V.48. – P.945-954.
- Morbidelli A. *Modern celestial mechanics: aspects of Solar System dynamics* // London: Taylor & Francis, 2002. – 380 p.
- Muinsonen K. Orbital Covariance Eigenproblem for Asteroids and Comets // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 1996. – V.280. – P.1235-1238.
- Muinsonen K., Virtanen J., Granvik M., Laakso T. Asteroid orbits using phase-space volumes of variation // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2006. – V.368-2. – P.809-818.
- Murray C.D., Dermott S.F. *Solar system dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. – 592 p.
- Murray C.D. Nodal regression of the Quadrantid meteor stream: An analytic approach // *Icarus*. – 1982. – V.49(1). – P.125-134.
- Naoz S. The Eccentric Kozai-Lidov Effect and Its Applications // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*. – 2016. – V.54. P.441-489.
- Neslušan L., Hajduková jr. M., Jakubík M. Meteor-shower complex of asteroid 2003 EH1 compared with that of comet 96P/Machholz // *Astronomy & Astrophysics*. – 2013. – V.560. – A47.
- Popova O.P., Jenniskens P., Emel'yanenko V., Kartashova A., Biryukov E., Khaibrakhmanov S., Shuvalov V., Rybnov Y., Dudorov A., Grokhovsky V.I., Badyukov D.D., Yin Q.-Z., Gural P.S., Albers J., Granvik M., Evers L.G., Kuiper J., Kharlamov V., Solovyov A., Rusakov Y.S., Korotkiy S., Serdyuk I., Korochantsev A.V., Larionov M.Yu., Glazachev D., Mayer A.E., Gisler G., Gladkovsky S.V., Wimpenny J., Sanborn M.E., Yamakawa A., Verosub K.L., Rowland D.J., Roeske S., Botto N.W., Friedrich J.M., Zolensky M.E., Le L., Ross D., Ziegler D., Nakamura T., Ahn I., Lee J.I., Zhou Q., Li X.-H., Li Q.-L., Liu Y., Tang G.-Q., Hiroi T., Sears D., Weinstein I.A., Vokhmintsev A.S., Ishchenko A.V., Schmitt-Kopplin P., Hertkorn N., Nagao K., Haba M.K., Komatsu M., Mikouchi T. Chelyabinsk Airburst, Damage Assessment,

- Meteorite Recovery, and Characterization // Science. – 2013. – V.342. Is.6162, P.1069.
- Porubcan, V., Kornos, L., The quadrantid meteor stream and 2003 EH1 // Contributions of the Astronomical Observatory Skalnaté Pleso. – 2005. – V.35. – P.5-16.
- Quetelet L.A.J., 1839, Catalogue des principes apparitions d'etoiles lantes.
- Ribeiro A. O., Roig F., De Prá M. N., Carvano J. M., DeSouza S. R. Dynamical study of the Atira group of asteroids // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2016. – V.458. P.4471-4476.
- Rosengren A. J., Alessi E. M., Rossi A. Valsecchi G. B. Chaos in navigation satellite orbits caused by the perturbed motion of the Moon // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2015. – V.449. Is.4. – P.3522-3526.
- Ryabova G. O. Mathematical modelling of the Geminid meteoroid stream // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2007. – V.375. Is.4. – P.1371-1380.
- Ryabova G. O., A preliminary numerical model of the Geminid meteoroid stream // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2015. – V.456. – P.78-84.
- Ryabova G. O., Avdyushev V.A., Williams I.P. Asteroid (3200) Phaethon and the Geminid meteoroid stream complex // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. – 2019. – V.485. – P.3378-3385.
- Ohtsuka K., Sekiguchi T., Kinoshita D., Watanabe J.-I., Ito T., Arakida H., Kasuga T. Apollo asteroid 2005 UD: split nucleus of (3200) Phaethon? // Astronomy and astrophysics. – 2006. – V.450. – L25
- Sambarov G. E., Galushina T. Yu., and Syusina O. M., Analysis of the dynamic relationship between the asteroid (196256) 2003 EH1 and comets C/1490 Y1 & C/1385 U1, 2018, Proceedings of the IMC, Pezinok-Modra, 119

- Sambarov G.E., Syusina O.M., Analysis of Probabilistic Orbital Evolution of the Asteroids 2011 CQ1 and 2011 MD // Russian Physics Journal. – 2018. – V.61-2. – P. 373-378.
- Sambarov G.E., Galushina T.Yu, Syusina O.M. Analysis of the dynamical evolution of the Quadrantid meteoroid stream // Planetary and Space Science. – 2020. – V.185. – article id. 104885.
- Sitarski G. Motion of the Minor Planet 4179 Toutatis: Can We Predict Its Collision with the Earth // Acta Astronomica. – 1998. – V.48. P.547-561.
- Sitarski G. How to Find an Impact Orbit for the Earth-Asteroid Collision // Acta Astronomica. – 1999. – V.49. – P.421-431.
- Sitarski G. Generating of “Clones” of an Impact Orbit for the Earth-Asteroid Collision // Acta Astronomica. – 2006. – V.56. – P.283-292.
- Shevchenko I.I. The Lidov-Kozai Effect - Applications in Exoplanet Research and Dynamical Astronomy. Springer. 2017. 198 p.
- Syusina O.M., Sambarov G.E. Evaluation of influence of different perturbing accelerations on accuracy of probabilistic model of asteroid 2011 md motion // Journal of Physics: Conference Series 6. Cep. "6th International Conference Current Issues of Continuum Mechanics and Celestial Mechanics, CICMCM 2016" 2017. C. 012025.
- Tancredi G., Chaotic dynamics of planet-encountering bodies // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. – 1998. – V.70. – P.180-200.
- Valk S., Delsate N., Lemaître A., Carletti T., Global dynamics of high area-to-mass ratios GEO space debris by means of the MEGNO indicator // Advances in Space Research. – 2009. – V.43. – P.1509-1526.
- Vashkov'yak M.A., Teslenko N.M. Evolution Characteristics of Jupiter's Outer Satellites Orbits // Solar System Research. – 2008. – V.42(4), – P.281-295
- Whipple F.L., A Comet Model. II. Physical Relations for Comets and Meteors // Astrophysical Journal. – 1951. – V.113. – P.464-474.
- Whipple F. L. 1983 TB and the Geminid Meteors // 1983. IAU Circ., No. 3881, 1.

- Wiegert, P., Brown, P., The Quadrantid meteoroid complex // *Icarus*. – 2005. – V.179 (1). P.139-157.
- Williams I.P., Murray C.D., Hughes D.W., The long-term orbital evolution of the Quadrantid meteor stream // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 1979. – V.189. – P.483-492.
- Williams I. P., Wu Z. The Geminid meteor stream and asteroid 3200 Phaethon // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 1993. – V.262. – P.231-248.
- Williams I.P., Wu Z.D., The Quadrantid Meteoroid Stream and Comet 1491I // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 1993. – V.264. – P.659-664.
- Williams, I.P., Ryabova, G.O., Baturin, A.P., Chernitsov, A.M., The parent of the quadrantid meteoroid stream and asteroid 2003 EH1 // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. – 2004a. – V.355. Is.4. – P.1171-1181.
- Williams, I.P., Ryabova, G.O., Baturin, A.P., Chernitsov, A.M., Are asteroid 2003 EH1 and comet C/1490 Y1 dynamically related? // *Earth Moon Planets*. – 2004b. – V.95. – P.11-18.
- Ye Q.-Z. Active Asteroid (3200) Phaethon during its unusually close approach to Earth // HST Proposal id.15357. Cycle 25. 08/2017
- Yu Y., Richardson D.C.; Michel P. M.; Schwartz S.R.; Ballouz R-L. Numerical predictions of surface effects during the 2029 close approach of Asteroid 99942 Apophis // *Icarus*. – 2014. – V.242. – P.82-96.