

На правах рукописи



Самбаров Георгий Евгеньевич

ВЕРОЯТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ
АСТЕРОИДОВ И МЕТЕОРОИДОВ, ДВИЖУЩИХСЯ В УСЛОВИЯХ
НАЛОЖЕНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ

01.03.01 – астрометрия и небесная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2020

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет»

Научный руководитель:

Галушина Татьяна Юрьевна
кандидат физико-математических наук

Официальные оппоненты:

Ивашкин Вячеслав Васильевич,
доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник ФГУ "Федеральный
исследовательский центр Институт прикладной
математики им. М.В. Келдыша Российской
академии наук", г.Москва

Шайдулин Вахит Шамильевич,
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры небесной механики ФГБОУ ВО
"Санкт-Петербургский государственный
университет", г. Санкт-Петербург

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное
учреждение науки Институт прикладной
астрономии Российской академии наук,
г. Санкт-Петербург

Защита диссертации состоится «16» марта 2021 г. в 15 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д002.280.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте астрономии Российской академии наук по адресу: 119017, г. Москва, ул. Пятницкая, д.48.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБУН Института астрономии РАН и на сайте <http://www.inasan.ru>.

Автореферат разослан

« »

2020 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
Д002.280.01, к.ф.-м.н.



Н. В. Чупина

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Актуальность проблемы

Усиливающийся в последнее время интерес к исследованию движения малых тел Солнечной системы объясняется рядом причин. Основной из них является осознание того, что представления о динамической эволюции этих объектов необходимы для понимания эволюции Солнечной системы в целом. По данным Minor Planet Center (MPC) (<http://www.minorplanetcenter.net>) на 26 ноября 2020 года известно 993960 малых тел Солнечной системы, в том числе 24520 объектов, сближающихся с Землей. Такое пристальное внимание специалистов к исследованию эволюции орбит астероидов также обусловлено яркими событиями этого десятилетия. Например, разрушение прародителя Челябинского метеорита в результате торможения в атмосфере, произошедшего 15 февраля 2013 года (Pорова et.al., 2013), или падение 2 января 2014 года астероида 2014 AA диаметром примерно 2–4 метра (Farnocchia et.al, 2016).

Особую актуальность исследованиям динамики астероида (3200) Phaethon 1983 TB придает недавнее сближение с Землей в декабре 2017 года (Ye, 2017; Jewitt, 2017), которое поспособствовало уточнению орбиты и физических параметров объекта (Hapuž и др., 2016). На 2022 год запланирована миссия DESTINY+, в рамках которой космический аппарат должен пролететь над родительским телом метеорного потока Геменид – астероидом 3200 Phaethon (Krüger и др, 2019; Masiero и др, 2019).

Помимо астероидов, малоразмерные космические тела естественного происхождения (метеороиды) могут представлять реальную угрозу для работы космических аппаратов, а тела размером в несколько сантиметров – и жизнедеятельности человека. Например, теоретические оценки и натурные эксперименты показали, что метеороид массой 10^{-6} г пробивает насквозь алюминиевый лист толщиной 0.5 мм (Koschny et.al., 2017; Drolshagen et.al., 2020). Более мелкие частицы обладают меньшей разрушительной силой и

вызывают только эрозию поверхности космических аппаратов. Для прогнозирования уровня метеороидной опасности для космических миссий создаются модели метеорного вещества, которые постоянно обновляются с целью учета динамической нестабильности метеорных потоков.

Исследование эволюции орбит малых тел Солнечной системы на большом интервале времени имеет ряд особенностей. Например, использование аналитических методов проблематично при исследовании движения таких объектов из-за тесных сближений с большими планетами. Поэтому, как правило, для изучения долговременной орбитальной эволюции малых тел применяются численные методы интегрирования уравнений движения. Многократные сближения с большими планетами, орбитальные и вековые резонансные взаимодействия значительно влияют на динамику исследуемых объектов и способны приводить к проявлению хаотичности в их движении. В этой связи, создаваемые численные модели движения малых тел должны иметь в своей структуре алгоритмы выявления хаотичности.

Степень разработанности

В связи с актуальностью проблемы, описанной выше, остро встают задачи построения как краткосрочной, так и долговременной орбитальной эволюции небесных тел Солнечной системы, а также исследования перечисленных выше особенностей в их движении. В настоящее время опубликовано много работ, посвященных исследованию динамики астероидов, сближающихся с Землей (AC3) (Milani et al, 2000a; Morbidelli et al, 2002; Michel et al, 2005; Giorgini et al; Заботин, Медведев, 2008, Jenniskens et al, 2009; Железнов, 2010; Aleshkina et al, 2011; Галушина и Раздымахина, 2011; Летнер, 2013; Маршалов и др., 2018; и др.), а также некоторым потенциально опасным астероидам, например, 3200 Phaethon (Galushina et.al., 2015; Krüger et.al., 2017; Ye, 2017; Jewitt, 2017; Ryabova et.al., 2019; Галушина и Самбаров, 2019) или 99942 Apophis (Chesley, 2006; Соколов и др., 2008; Виноградова и др., 2008; Кочетова и др., 2009, 2013; Ивашкин и Стихно,

2009; Skripnichenko&Galushina, 2013; Yu Yang et al, 2014 и др.). В книге «Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра» под ред. Б.М. Шустова, Л.В. Рыхловой, (2010) изложены проблемы астероидной, кометной и метеороидной опасности и обзор соответствующих работ. Описание проблем метеорной астрономии подробно представлено в книге «Meteoroids: Sources of Meteors on Earth and Beyond» editors: G.O. Ryabova, D.J. Asher, M.D. Campbell-Brown, (2019) («Метеороиды: источники метеоров на Земле и за ее пределами» под ред. Г.О. Рябовой, Д. Ашера, М. Кэмпбелл-Браун, 2019). Данные о наблюдениях и постоянно обновляемых параметрах орбит астероидов можно найти на сайте MPC (Minor Planet Center) (http://www.minorplanetcenter.net/db_search) или на сайте научно-исследовательского центр НАСА лаборатории реактивного движения (Jet Propulsion Laboratory) (<https://ssd.jpl.nasa.gov/?bodies>).

В движении многих небесных тел, начиная от пылевых частиц в Солнечной системе и до звездных систем в Галактике, резонансные явления наблюдаются повсеместно. Проблема влияния орбитальных и вековых резонансов на эволюцию небесных тел не нова. Исследованию резонансов в движении астероидов посвящено много работ, но в большинстве статей рассматривается динамика астероидов Главного пояса, или некоторых конкретных АСЗ, или отдельных групп АСЗ, движущихся в окрестности некоторых резонансов с большими планетами. В качестве примера можно привести работы (Bykova, Galushina, 2001; Morais, Morbidelli, 2002; Wiegert et al, 2005; Christou, Asher, 2011). Первые исследования влияния вековых резонансов были сделаны почти одновременно для искусственных спутников Земли (ИСЗ) М.Л. Лидовым (1961) и для астероидов Ё. Козаи (Kozai, 1962) в рамках двукратно осредненной задачи и в предположении, что влияние третьего тела ограничивается задачей Хилла. Влияние вековых резонансов на динамику объектов главного пояса, движущихся по почти круговым орбитам, исследовано достаточно детально. Динамика объектов, имеющих большие эксцентриситеты орбит и тесные сближения с планетами, и в тоже время

подверженных действию вековых резонансов, менее исследована (de la Fuente Marcos & de la Fuente Marcos, 2015, 2019, 2020; Greenstreet S, 2020). В монографии А. Морбиделли «Современная небесная механика. Аспекты динамики Солнечной системы» (Morbidelli, 2002) приведен обзор результатов, полученных по исследованию влияния вековых резонансов на движение астероидов.

Динамический хаос в движении небесных тел (Murray&Dermott, 1999; Morbidelli, 2002) явление весьма частое. Изучение резонансных движений и проявлений динамического хаоса в движении небесных тел несомненно является актуальной задачей. Динамический хаос может проявляться в окрестности резонансов (Чириков, 1977; Шустер, 1988). Существует несколько сценариев проявления хаотичности в орбитальном движении, например, можно отметить переход к хаотичности при движении в окрестности резонансов, наличии вторичных резонансов, или вековых резонансов внутри резонансов по среднему движению (перекрывание резонансов), или многократных сближений астероидов с планетами. Орбитальное движение астероидов и метеороидов также очень часто сопровождается хаотичностью.

В настоящей работе для изучения хаоса в орбитальном движении астероидов и метеороидов используется усредненный параметр MEGNO (Mean Exponential Growth of Nearby Orbit – среднее экспоненциальное расхождение близких орбит) (Cincotta et al, 2003; Valk et al, 2009). Этот параметр относится к так называемым быстрым ляпуновским индикаторам, которые позволяют исследовать динамику астероидов на предмет проявления хаотичности на относительно коротких интервалах времени (Шефер, 2011; Шефер, Коксин, 2013).

Эволюция орбиты астероида (196256) 2003 EH1 в последнее время была изучена многими авторами (Kaňuchová and Neslušan, 2007; Kholoshevnikov et al., 2016). Динамические исследования показали, что астероид связан с одним из главных ежегодных метеорных потоков – Квадрантид (Jenniskens, 2003;

Williams et al., 2004a; Porubcan & Kornos, 2005; Micheli et al., 2008). Возраст и механизм формирования ядра метеорного потока Квадрантид были изучены Wiegert et al. (2005), Abedin et al. (2015). Численные исследования движения астероида (196256) 2003 EH₁ и его 500 клонов (Williams et al., 2004b) показали, что орбиты клонов из-за множественных близких сближений с планетами отходят от номинальной орбиты очень быстро.

Эволюция средней орбиты потока Квадрантиды и его отдельных метеороидов неоднократно изучалась, и первой работой в этой серии была (Hamid&Youssef, 1963). Hughes et.al. (1981) показали, что движение узлов очень чувствительно к используемым параметрам орбиты, а в работах (Gonczi et al., 1992; Froeschlé, 1986; Williams & Wu, 1993) продемонстрировано, что средняя орбита потока испытывает многочисленные тесные сближения с Юпитером и ведет себя случайным образом, что соответственно, может говорить о возможном проявлении хаоса в потоке Квадрантид.

Считается, что астероид 3200 Phaethon является прародителем метеороидного потока Геминид (Whipple, 1983; Fox и др., 1984; Gustafson, 1989; Williams and Wu, 1993; Ryabova, 2007). Однако, в механизме образования потока нет полной ясности и это привлекает внимание ученых во всем мире. Например, Японское агентство аэрокосмических исследований рассматривает 3200 Phaethon как потенциальную цель для космической миссии (Krüger и др., 2017). В настоящее время особую актуальность исследованиям динамики астероида 3200 Phaethon придает его сближение с Землей в декабре 2017 г. (Ye, 2017; Jewitt, 2017), которое поспособствовало уточнению орбиты и физических параметров объекта (Hapūš и др., 2016).

Проведенный обзор позволяет сделать вывод об актуальности задачи выявления и исследования особенностей динамики малых тел Солнечной системы. В то же время, несмотря на обилие исследований в области динамики астероидов, существуют ещё нерешенные задачи, как по линии

уточнения методик, так и по линии исследования динамики конкретных объектов.

Цель и задачи работы

Целью работы является построение по данным измерений вероятностной орбитальной эволюции астероидов, движущихся в условиях наложения возмущений различных типов, то есть имеющих сложную структуру возмущений, исследование резонансных взаимодействий астероидов с планетами и проявления хаотичности в движении объектов, в том числе, астероидов (196256) 2003 EH1 и 3200 Phaethon.

Для достижения поставленной цели в диссертационной работе были решены следующие задачи:

1. Построена численно-аналитическая методика выявления апсидально-нодальных резонансов в движении астероидов и исследовано их влияние на движение астероидов со сложной структурой возмущений.
2. Рассмотрено влияние различных слабых возмущающих факторов на вероятностную динамику астероидов со сложной структурой возмущений.
3. Выявлены особенности динамической эволюции комплекса метеороидный поток Квадрантиды и астероид (196256) 2003 EH1 под действием вековых резонансов. Получены оценки хаотичности орбит этих небесных тел Солнечной системы с помощью параметра MEGNO.
4. Исследована долговременная орбитальная эволюция астероида 3200 Phaethon, движущегося в окрестности резонанса $3/7$ с Венерой. Построена и исследована вероятностная область его движений. Получены оценки хаотичности орбиты астероида с помощью параметра MEGNO

Научная новизна работы

1. Исследована орбитальная эволюция ряда объектов со сложной структурой возмущений, оказывающих влияние на вероятностное

отображение доверительных областей с разным набором наблюдательного материала.

2. Исследована орбитальная эволюция метеороидных частиц потока Квадрантиды, выброшенных из астероида (196256) 2003 EH₁, сближающихся с Юпитером и движущихся в окрестности резонансов низких порядков с ним. Получена оценка хаотичности орбит метеороидных частиц потока Квадрантиды с помощью параметра MEGNO.

3. Выявлено хаотичное движение для астероидов 3200 Phaethon и (196256) 2003 EH₁, причиной которого является наличие неустойчивых резонансов и большого числа сближений с планетами.

Теоретическая и практическая значимость работы

Представленные в работе алгоритмы, а также построенное на их основе программное обеспечение могут быть использованы для исследования динамической эволюции малых тел Солнечной системы и выявления областей хаотичности движения околоземных объектов. Полученные в диссертации результаты показывают широкую применимость численно-аналитической методики выявления и исследования влияния вековых резонансов на орбитальную эволюцию малых тел Солнечной системы. Применение этой методики позволило выявить резонансные соотношения низких порядков, которые оказались значимы для эволюции астероидов (196256) 2003 EH₁ и (3200) Phaethon. Результаты данной работы могут использоваться при исследовании динамики малых тел Солнечной системы.

Применение разработанной методики позволило проанализировать степень распространенности резонансов в метеороидном потоке Квадрантид и выявить те области пространства, где эти резонансы сохраняют устойчивые конфигурации и их влияние особенно существенно.

Методология и методы исследования

Методология исследования динамики астероидов и метеороидов основана на законах небесной механики и решении соответствующих дифференциальных уравнений движения. При исследовании орбитальной эволюции АСЗ используется метод численного интегрирования уравнений движения астероидов. Численная модель движения астероидов с учетом необходимых сил, действующих на него, реализована в виде программно-алгоритмического комплекса «ИДА», разработанного коллективом НИИ ПММ ТГУ (Быкова и др., 2012; Galushina et. al., 2019).

Выявление и исследование орбитальных резонансов в движении АСЗ осуществляется на основе численного анализа поведения резонансных характеристик: критического (резонансного) аргумента (Murray, Dermott, 1999; Nesvorny et al, 2003), определяющего долготу соединения астероида и планеты, и его производной по времени, называемой резонансной «щелью» (Гребеников, Рябов, 1978).

Для исследования регулярности или хаотичности движения в окрестности границ резонансных областей нами используется индикатор MEGNO (Cinkotta et al, 2003).

Положения, выносимые на защиту

1. Разработанный способ оценки влияния слабых возмущающих факторов на вероятностное описание движения астероидов показал свою эффективность на примере анализа вероятностной эволюции орбит ряда астероидов. Рассматриваемый способ имеет геометрически ясный, простой вид, и позволяет в ряде случаев определить степень влияния отдельных малых возмущающих сил.

2. Разработанная численно-аналитическая методика выявления апсидально-нодальных резонансов в движении астероидов существенно расширяет возможности анализа орбитальной эволюции объектов.

3. Анализ орбитальной эволюции астероида 3200 Phaethon показал, что сближения с Венерой приводят к переходу объекта через орбитальный резонанс с данной планетой, однако он не задерживается в нем надолго. Нестабильная геометрическая конфигурация резонанса 3/7 с Венерой, а точнее переход между резонансными и нерезонансными состояниями, может быть причиной столь резкого проявления хаотичности в движении объекта.

4. Исследование орбитальной эволюции астероида (196256) 2003 EN₁ показало, что объект имеет частые тесные сближения с Юпитером и на его движение действуют одновременно несколько устойчивых апсидально-нодальных и неустойчивых орбитальных резонансов, для которых происходит изменение поведения критического аргумента циркуляционного на либрационный и обратно, в результате чего в его движении возникает хаотичность.

5. Исследования орбитальной эволюции метеороидных частиц потока Квадрантиды, выброшенных из астероида (196256) 2003 EN₁, сближающихся с Юпитером и движущихся в окрестности орбитальных резонансов, говорят о том, что хаотичность в движении этих частиц появляется в окрестности границ, разделяющих резонансное и нерезонансное движения, а также при сближении частиц с Юпитером. Устойчивое движение выброшенных частиц может быть объяснено захватом в резонанс Лидова-Козаи, который защищает их от тесных сближений с Юпитером. Отсутствие тесных сближений с Юпитером приводит к довольно гладкой траектории с почти постоянной большой полуосью.

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается данными наблюдений АСЗ, представленными на сайте Центра Малых Планет MPC (Minor Planet Center) (<http://www.minorplanetcenter.net>). Используемое в процессе исследований программное обеспечение протестировано на объектах с заведомо известными особенностями и характером движения.

Кроме того, достоверность полученных результатов подтверждается сравнением некоторых из них с результатами других авторов (Wiegert et al., 2005; Abedin et al., 2015; Ye, 2017; Jewitt, 2017).

По результатам исследований опубликовано 16 работ (Самбаров, Сюсина, 2012; Сюсина и др., 2012b; Сюсина и др., 2013; Самбаров, Сюсина, 2014; Самбаров и др., 2014; Самбаров, Сюсина, 2015; Баранников и др., 2016; Сюсина, Самбаров, 2017; Самбаров, 2017; Galushina, Sambarov, 2017; Syusina, Sambarov, 2017; Самбаров, Сюсина, 2017; Самбаров, Сюсина, 2018a; Самбаров, Сюсина, 2018b; Галушина, Самбаров, 2019; Sambarov et al., 2020), из них 8 в изданиях, рекомендуемых ВАК для публикации научных работ.

Результаты исследований докладывались на 26 научных конференциях:

1. III Всероссийская Молодёжная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики» (г. Томск, 11–13 апреля 2012 г.).

2. Международная молодежная конференция «Современные проблемы прикладной математики и информатики» в рамках Фестиваля науки (г. Томск, 19-21 сентября 2012г.).

3. XXXXII Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 28 января – 1 февраля 2013 г.).

4. Всероссийская конференция по математике и механике (г. Томск, 2 – 4 октября 2013 г.).

5. XXXXIII Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 3 – 7 февраля 2014 г.).

6. III научно-техническая конференция молодых специалистов ОАО «ИСС» «Разработка, производство, испытания и эксплуатация космических аппаратов и систем» (г. Железногорск, 10 – 12 сентября 2014г.).

7. IV Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики» (г. Томск, 8 – 10 ноября 2014 г.).

8. XXXXIV Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 2 – 6 февраля 2015 г.).
9. XXI Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых (ВНКСФ-21) (г. Омск, 26 марта – 4 апреля 2015г.).
10. V Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2015» (г. Томск, 25 – 27 ноября 2015г.).
11. XXXXV Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 1 – 5 февраля 2016 г.).
12. Meteoroids-2016 (ESTEC 6-10 June 2016.- Noordwijk, The Netherlands)
13. VI Международная молодежная научная конференция «Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики – 2016» (г. Томск, 16 – 18 ноября 2016г.).
14. XXXXVI Международная студенческая научная конференция (г. Екатеринбург, 30января – 3 февраля 2017 г.).
15. V конференция молодых ученых с международным участием «Метеориты. Астероиды. Кометы» (г. Екатеринбург, 2 – 4 февраля 2017 г.).
16. 2-я научно-практическая конференция «Военная безопасность Российской федерации: взгляд в будущее» (г. Москва, 2 марта 2017 г.).
17. Международная молодежная научная конференция «Гагаринские чтения» (г. Москва, 5 - 20 апреля 2017 г.).
18. Всероссийская студенческая конференция «Студенческая научная весна – 2017» (г. Реутов, 21 апреля 2017 г.).
19. I молодежная научная конференция-конкурс «Космическая безопасность XXI века: проекты и решения» (г. Москва, 19 мая 2017 г.).
20. V-я всероссийская научно-техническая конференция «РТИ системы ВКО-2017» (г. Москва, 25 мая 2017 г.).
21. VII Пулковская молодежная астрономическая конференция (г. Санкт-Петербург, 28-31 мая 2018 г.)

22. Всероссийская астрометрическая конференция «Пулково-2018» (г. Санкт-Петербург, 8-12 ноября 2018 г.)

23. International Meteor Conference (30 August–2 September 2018, Pezinok-Modra, Slovakia)

24. X Всероссийская конференция «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», посвященную 50-летию НИИ ПММ ТГУ и 140-летию ТГУ (г. Томск, 3-5 сентября 2018 г.)

25. Meteoroids-2019 (17-21 June 2019. Bratislava, Slovakia)

26. Observatory Days 2020 (8-10 January 2020. Sodankylä Geophysical Observatory, Finland)

Представленные в диссертации результаты включены в отчеты по проектам:

1. № 11-02-00918-а «Создание и применение методов исследования околопланетной динамики малых космических объектов» (РФФИ);

2. № 12-02-00220 «Разработка и применение эффективных алгоритмов определения параметров движения небесных тел по наблюдениям» (РФФИ);

3. № 16-32-00191 мол_а «Развитие и применение эффективных методов вероятностного моделирования движения астероидов и оценивания вероятности их столкновения с Землей» (РФФИ).

4. № 8.1.54.2015–16 «Исследование динамики малых космических объектов, представляющих опасность для Земли и деятельности Человека в космосе» (Программы повышения конкурентоспособности ТГУ, фонд им. Д.И. Менделеева Томского университета).

В совместных работах с Черницовым А.М., Галушиной Т.Ю., Тамаровым В.А. и Сюсиной О.М. Галушиной Т.Ю. и Черницову А.М. принадлежат постановка задач, выбор темы исследования и обсуждение полученных результатов. Тамаров В.А. принимал участие в тестировании численных расчетов на упрощённых моделях и подготовке публикаций.

Совместно с соавторами Сюсиной О.М. и Галушиной Т.Ю. были разработаны рабочие алгоритмы, и осуществлена их программная реализация. Совместно с Галушиной Т.Ю. была разработана уточненная аналитическая часть методики исследования вековых резонансов, которая вошла в программные подмодули, разработанные автором диссертации, получены все результаты по выявлению апсидально-нодальных резонансов и исследованию их влияния на долговременную орбитальную эволюцию астероидов. Самостоятельно автором работы были проведены все численные эксперименты, включенные в диссертацию.

Краткое содержание диссертационной работы

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованных источников (179 наименований). Общий объем диссертации составляет 167 страниц, содержит 48 рисунков и 13 таблиц.

Во введении дано обоснование актуальности проблемы, сформулированы цель и практическая значимость исследований, приведены положения, выносимые на защиту, список публикаций и данные об апробации работы, описана структура диссертации.

В первой главе дается краткое описание численной модели движения малых тел Солнечной системы. Рассматриваются уравнения движения и математическая модель возмущающих сил всех больших планет, Плутона, Луны, Цереры, Паллады, Весты; сжатия Земли, Солнца и Юпитера; релятивистские эффекты от Солнца, планет, Плутона и Луны. Дано описание возмущающих сил, приведены алгоритмы вычисления их влияния.

Подробно излагаются вопросы, связанные с определением НК-оценок начальных параметров орбит и показателей точности моделей. Сравнение моделей возмущающих сил и выбор лучшей модели в задаче построения областей возможных движений астероида осуществляется нами при помощи следующего показателя (Сюсина и др., 2013)

$$\varepsilon_{toch} = \frac{\Delta d}{d} = \frac{|\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}|}{|\bar{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{q}}|}. \quad (1)$$

Здесь $\hat{\mathbf{q}}^*$ и $\hat{\mathbf{q}}$ – оценки параметров орбиты объекта $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_m)$, определяемые методом наименьших квадратов (НК) по данной (одной и той же) n -мерной выборке измерений $\mathbf{d}^*$ ($n > m$) с использованием двух моделей сил $\mathbb{F}^*$ и $\mathbb{F}$; $\bar{\mathbf{q}}$ – точка, лежащая в параметрическом пространстве вдоль направления $\hat{\mathbf{q}}^* - \hat{\mathbf{q}}$ на уровне поверхности доверительной области $\Phi_F = \Phi(\hat{\mathbf{q}}) \left(1 + \frac{(k^*)^2}{n-m} \right)$; $\Phi(\mathbf{q})$ – целевая функция задачи НК; величина k^* оценивается с помощью статистик $F(m, n-m)$ распределения Фишера.

Очевидно, что значения $\varepsilon_{toch} > 1$ (т.е. $\Delta d > d$) определенно указывают на большие смещения относительно друг друга НК-оценок параметров $\hat{\mathbf{q}}^*$ и $\hat{\mathbf{q}}$ (следовательно, и доверительных областей, построенных на основе этих оценок). Если же $\varepsilon_{toch} < 1$ (т.е. $\Delta d < d$) – эти смещения можно считать малыми по сравнению с размерами доверительных областей только при выборе более жесткого критерия, такого как, например, $\varepsilon_{toch} < 0.1$. Наглядное представление способов оценивания влияния возмущающих ускорений на точность построения доверительных областей с использованием показателя ε_{toch} дает рисунок 1.

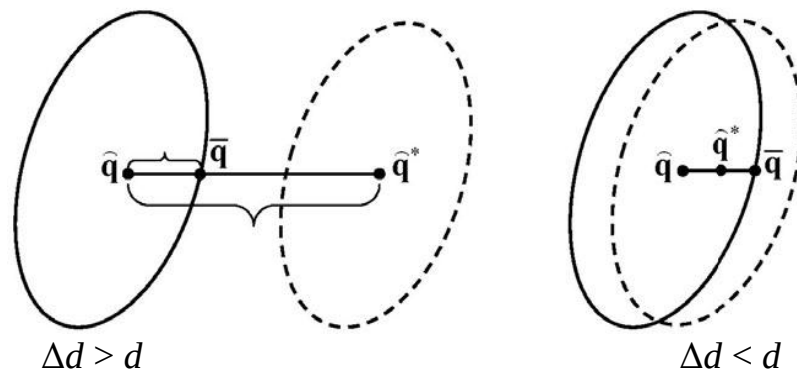


Рисунок 1 — Геометрическое изображение оценивания смещения доверительных областей по показателю $\varepsilon_{отн}$

Кроме того, в первой главе представлена численно-аналитическая методика выявления вековых резонансов и выписаны 20 апсидально-нодальных резонансных соотношений низких порядков.

Функция ψ – аргумент, который имеет следующий вид для однократно осредненной ограниченной задачи трех тел:

$$\underline{\psi} = (l - 2p' + q')M' - (l - 2p)\omega + (l - 2p')\omega' - \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (2)$$

и для двукратно осредненной задачи запишется как

$$\underline{\underline{\psi}} = (l - 2p')\omega' - (l - 2p)\omega - \bar{m}(\Omega - \Omega'), \quad (3)$$

причем

$$\begin{aligned} M' &= M'_0 + \bar{n}'(t - t_0), \quad \omega' = \omega'_0 + \dot{\omega}'(t - t_0), \\ \Omega' &= \Omega'_0 + \dot{\Omega}'(t - t_0), \\ \omega &= \omega_0 + \dot{\omega}(t - t_0), \quad \Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0). \end{aligned} \quad (4)$$

где $\bar{n}'$ – среднее движение возмущающего тела, t – время, индекс «0» относится к начальному моменту.

Условие возникновения резонанса можно представить в виде:

$$\underline{\dot{\psi}} \approx 0, \quad \underline{\underline{\dot{\psi}}} \approx 0. \quad (5)$$

Явление, когда резонансное соотношение строго равно нулю, называется острым или точным резонансом.

Считая влияние третьего тела аддитивными, с учетом формул (2 –4) получим левые части резонансных соотношений (5) (Таблица 1), определяющие наличие вековых резонансов низких порядков для однократно и двукратно осредненных задач трех тел: Солнце – астероид – планета. Будем называть для краткости левую часть резонансного соотношения (5) типом резонансного соотношения.

Таблица 1 — Типы резонансных соотношений низких порядков

№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения	№	Тип резонансного соотношения
1	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + \dot{\omega} - \dot{\omega}'_j$	8	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_j$	15	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - 2\dot{\omega}'_j$
2	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - \dot{\omega} + \dot{\omega}'_j$	9	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + 2\dot{\omega}$	16	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + 2\dot{\omega}'_j$
3	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + 2\dot{\omega} - 2\dot{\omega}'_j$	10	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - 2\dot{\omega}$	17	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j)$
4	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_j$	11	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + \dot{\omega}$	18	$\dot{\omega} - \dot{\omega}'_j$
5	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + \dot{\omega} + \dot{\omega}'_j$	12	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - \dot{\omega}$	19	$\dot{\omega} + \dot{\omega}'_j$
6	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - \dot{\omega} - \dot{\omega}'_j$	13	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + \dot{\omega}'_j$	20	$\dot{\omega}$
7	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) + 2\dot{\omega} + 2\dot{\omega}'_j$	14	$(\dot{\Omega} - \dot{\Omega}'_j) - \dot{\omega}'_j$		

В качестве характеристик резонансного взаимодействия были рассмотрены критический (резонансный) аргумент (3) и его первая производная по времени (так называемое резонансное соотношение) (5). Перебирая значения целых чисел $l, p, p', \bar{m}$ получаем спектр значений резонансного аргумента и соответствующего ему резонансного соотношения (Александрова, Томилова, Бордовицына, 2014).

В эту таблицу вошли резонансные соотношения нодальных и апсидальных вековых (Rosengren et al, 2015) частот астероида и возмущающих тел. Соотношения 1 – 16 описывают смешанный апсидально-нодальный вековой резонанс, а соотношение 17 – чисто нодальный резонанс, соотношения 18 и 19 – чисто апсидальный резонанс. Соотношение 20 представляет собой резонанс типа Лидова-Козаи (Shevchenko, 2017), который по своей природе является геометрическим резонансом, так как зависит только от взаимного расположения объектов и не связан с частотами движения возмущающих тел.

Далее для значений индексов рассматривается эволюция во времени соотношений (3) и (5), так называемых критических аргументов. Это необходимо (Мюррей, Дермотт, 1999; Morbidelli, 2002) для того, чтобы установить, какой характер имеют резонансные конфигурации: устойчивый – при либрационном изменении соотношений (2) и (3), отсутствие резонанса – при циркуляционном изменении. При исследовании долговременной

эволюции во времени соотношений (5), (2) и (3) значения элементов орбиты астероида определяются с помощью численного моделирования.

Если колебания критического аргумента всегда строго меньше 360° , имеет место либрация аргумента, а резонанс определяется как устойчивый. В противном же случае, когда резонансный аргумент изменяется от 0° до 360° , его поведение интерпретируется, как циркуляция, а резонанс вовсе отсутствует. При смене либрации критического аргумента на циркуляцию и наоборот резонанс определяется как неустойчивый. В первой главе также приведено описание алгоритма для вычисления MEGNO, который использовался для оценки хаотичности орбит малых тел Солнечной системы, исследуемых в данной диссертационной работе.

Вторая глава посвящена описанию методик исследования структуры возмущений и описанию численных оценок влияния малых возмущающих ускорений на эволюцию объектов; показано, что они могут приводить к значительным отклонениям орбиты от номинальной. При исследовании орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы желательно учитывать малые возмущающие факторы, негативным последствием их игнорирования может оказаться непопадание изучаемого объекта в расчетную область возможных движений.

Изучение свойств движения малых тел Солнечной системы требует особого внимания к используемой структуре возмущений. Тип орбиты и физические свойства исследуемых объектов могут потребовать использования видоизмененной, специфической модели возмущающих сил в зависимости от поставленной задачи. Для объектов, которые близко проходят к Солнцу, желательно учитывать возмущения, обусловленные релятивистскими эффектами от Солнца и сжатием Солнца, что требует знания точных параметров сжатия. При исследовании движения малых тел Солнечной системы, проходящих близко к Земле, желательно в модели учитывать несферичность геопотенциала.

Третья глава посвящена исследованию движения астероида 3200 Phaethon, который испытывал сближение с Землей в декабре 2017 г. Мы рассматриваем динамику астероида 3200 Phaethon, выявляя сближения с планетами, орбитальные и вековые резонансы, и оцениваем время предсказуемости и причины хаотичности. Особенностью динамики рассматриваемого объекта является прохождение через неустойчивый орбитальный резонанс 3/7 с Венерой (неудачная попытка захвата объекта в резонанс), а точнее переход между резонансными и нерезонансными состояниями, наличие целого спектра апсидально-нодальных резонансов с Меркурием, Венерой, Землей, Марсом и Юпитером, а также многочисленные тесные сближения с планетами земной группы (рисунок 2). Данные особенности приводят к проявлению хаотичности движения за пределами интервала времени (1780–2350 гг.).

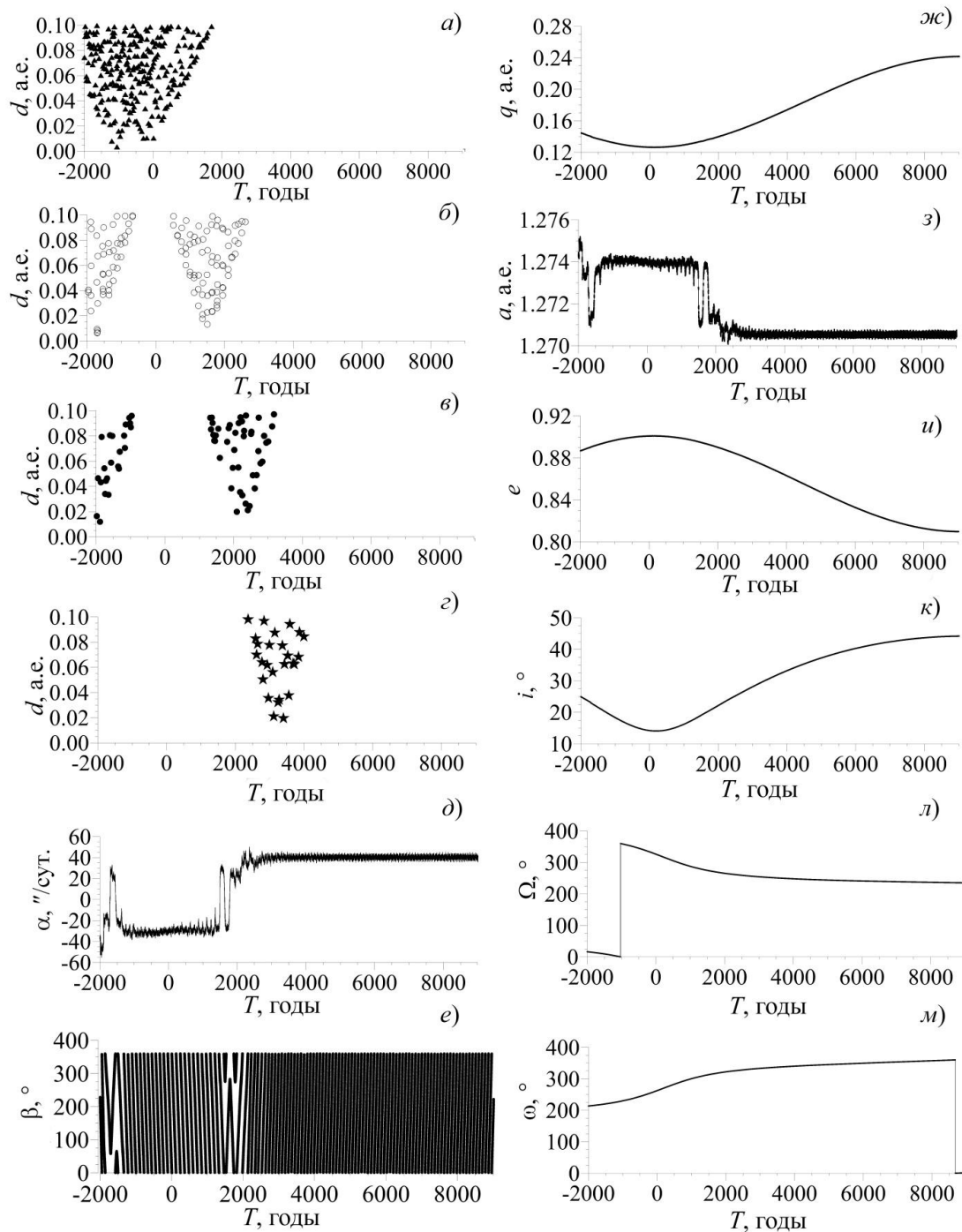


Рисунок 2 — Сближения астероида 3200 Phaethon с Меркурием (а), Венерой (б), Землей (в) и Марсом (г) (d – расстояние от исследуемого объекта до центра планеты); эволюция резонансной щели α (д), критического аргумента β (е), перигелийного расстояния q (ж), большой полуоси a (з), эксцентриситета e (и), наклонения плоскости орбиты к эклиптике i (к), долготы восходящего узла Ω (л) и аргумента перицентра ω (м). Увеличенный интервал интегрирования для номинальной орбиты от -2000 до 9000 гг.

При исследовании движения астероида 3200 Phaethon в будущее прослеживается аналогичная тенденция хаотического поведения. Исследование показало, что причиной хаотичности в данном случае могут выступать тесные сближения с Землей и Марсом. Следует отметить, что

наличие неустойчивых резонансов и большого числа сближений с планетами приводит к тому, что движение астероида 3200 Phaethon можно рассматривать как регулярное только на интервале от 1780 до 2350 гг, за пределами которого наблюдаются проявления хаотичности.

Четвертая глава посвящена исследованию особенностей динамической эволюции астероида (196256) 2003 EN1. В данной главе анализируется влияние различных возмущающих факторов на движение астероидов. Оценка возмущений была сделана тремя различными методами, основанными на эволюции номинальной орбиты и размере начальной доверительной области. Наиболее значимые влияния на движение астероида (196256) 2003 EN1 оказывают гравитационные силы от Солнца, больших планет и Луны, релятивистские эффекты от Солнца. Исследования хаотичности и эволюции астероида (196256) 2003 EN1 были проведены путем интегрирования его уравнений движения наряду с 500 клонами. Интервал времени (1000, 4000) гг был определен путем оценки точности интегрирования.

Представленные результаты исследования орбитальной эволюции (196256) 2003 EN1 показывают, что орбита этого объекта в ходе эволюции существенно изменяется. Эти изменения объясняются сближениями с Юпитером, перекрытием различных апсидально-нодальных резонансов, и наличием орбитальных резонансов низких порядков на малых интервалах времени. Присутствие этих вековых резонансов приводит к значительному увеличению эксцентриситета, а неустойчивое движение астероида вызвано нахождением в окрестности резонансов с Венерой, Марсом и Юпитером, кроме того, частые сближения с Юпитером приводят к проявлению хаотизации движения астероида. Параметр MEGNO меньше 2 только в интервале от 1700 до 2300 гг. После 2300 года параметр MEGNO увеличивается, что свидетельствует о неустойчивости движения. Т.е. орбита может рассматриваться как регулярная на временном интервале ± 300 лет от текущей эпохи и как хаотичная вне этого интервала (рисунок 3).

В данной главе также представлен возможный сценарий динамического развития потока Квадрантиды, образованного астероидом (196256) 2003 EH1. Анализ динамики метеороидных частиц выявил сложную динамическую структуру потока, который приближается к орбитам Юпитера и Земли. Параметр MEGNO увеличивается для нестабильных модельных частиц метеорного потока. Высокие значения параметра MEGNO обусловлены частыми изменениями большой полуоси, вызванными многократными сближениями с Юпитером вблизи сферы Хилла. Тогда как для стабильных частиц наблюдается противоположная ситуация. Устойчивые выброшенные частицы могут быть захвачены в резонанс Лидова-Козаи, который защищает их от тесных сближений с Юпитером. Отсутствие тесных сближений с Юпитером приводит к довольно гладкой траектории с почти постоянной большой полуосью. Отметим также, что хаотическое поведение модельных частиц метеорного потока может быть вызвано не только тесными сближениями с планетами, но и нестабильным орбитальным резонансом.

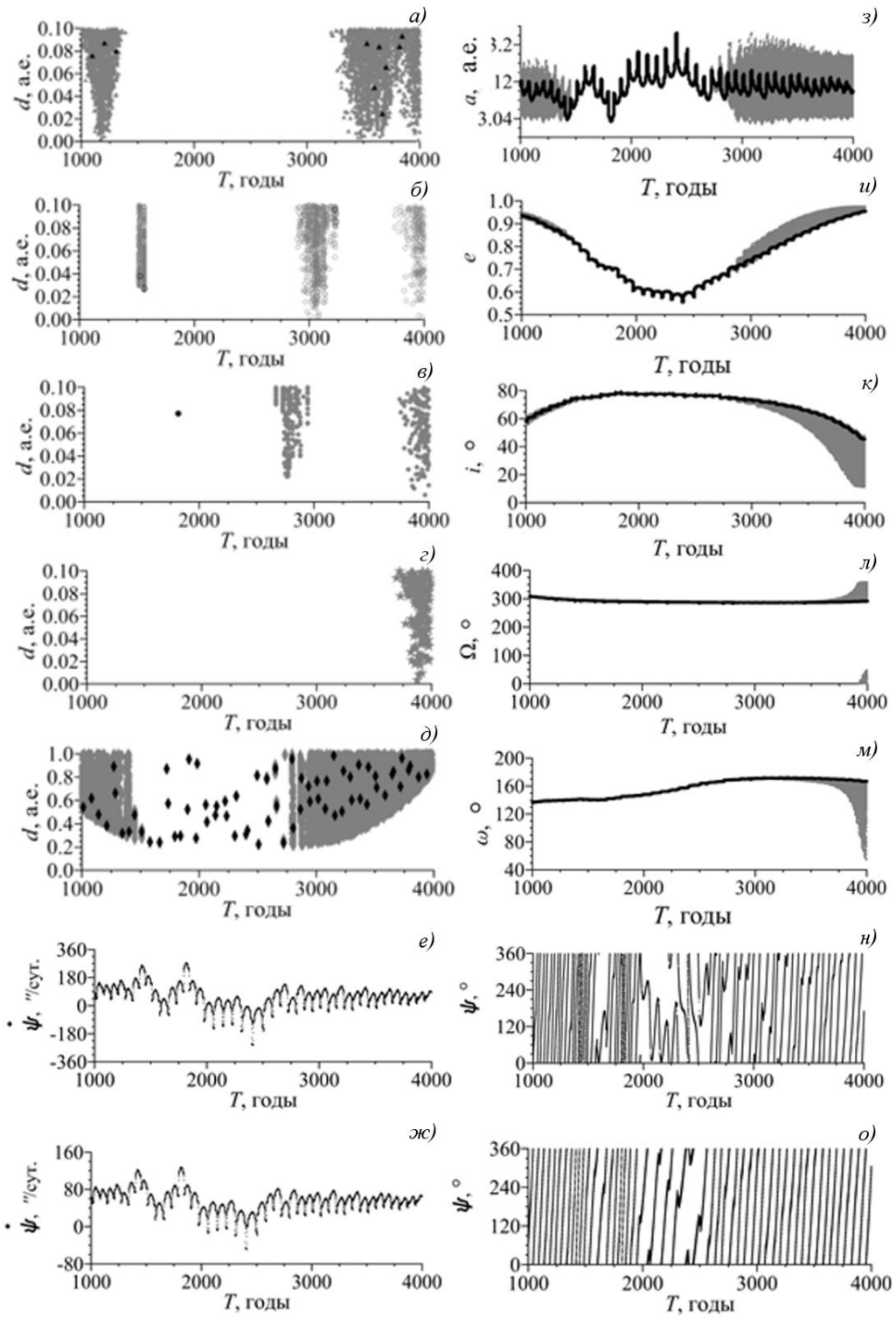


Рисунок 3 — Сближения астероида (196256) 2003 EN16 Меркурием (а), Венерой (б), Землей (в), Марсом (г) и Юпитером (д) (d – расстояние от исследуемого объекта до центра планеты); резонансного соотношения (е, ж) и критического аргумента (н, о) для астероида, находящегося в окрестности резонанса, 1:9 с Венерой (е, н) и 1:3 с Марсом (ж, о); большой полуоси a (з), эксцентриситета e (и), наклонения плоскости орбиты к эклиптике i (к), долготы восходящего узла Ω (л) и аргумента перигелия ω (м). Серым фоном показана эволюция для тестовых частиц, черным выделена эволюция для номинальной орбиты.

В заключении перечислены основные результаты, представленные в диссертационной работе и сделаны соответствующие выводы. Таким образом, в настоящей диссертационной работе представлены основные результаты исследования орбитальной эволюции астероидов с различными особенностями в движении, которые состоят в следующем:

1. Для оценки влияния различных возмущающих факторов на вероятностную динамику астероидов со сложной структурой предложен способ оценивания точности построения доверительных областей. Рассматриваемый способ имеет геометрически ясный, простой вид, и позволяет в ряде случаев определить степень влияния отдельных малых возмущающих сил.

2. Оценено влияние слабых возмущающих факторов для астероидов 1995 CR, 2011 KE (сжатие Солнца); 2011 MD, 2011 CQ1 (сжатие Земли), которые оказывают влияние на долговременную эволюцию объектов, приводя к отклонениям орбиты от номинальной. При исследовании орбитальной эволюции малых тел Солнечной системы желательно учитывать малые возмущающие факторы, негативным последствием этого может оказаться непопадание изучаемого объекта в расчетную область возможных движений.

3. Усовершенствована численно-аналитическая методика выявления влияния вековых резонансов на орбитальную эволюцию малых тел Солнечной системы и проведено исследование их влияния на астероиды (196256) 2003 EH1 и (3200) Phaethon 1983 TB. Показано, что

- Орбитальные и вековые резонансы существенно влияют на характер движения объектов.
- Существует зависимость возрастания эксцентриситета орбиты малого тела от величины наклона и значений долгот восходящего узла и перицентра.

4. Проведен MEGNO-анализ номинальной орбиты и тестовых частиц доверительной области астероидов (196256) 2003 EH1 и

(3200) Phaethon 1983 TB, и показано, что в окрестности орбитальных резонансов проявляется хаотичность. Она также связана с наложением вековых и орбитальных резонансов.

5. Исследована динамика астероида (196256) 2003 EH₁, движущегося в окрестности орбитальных резонансов 9:1 с Венерой и 3:1 с Марсом, а также под влиянием вековых резонансов. Наложение одного или нескольких резонансов, для которых происходит изменение критического аргумента циркуляционного характера на либрационный и обратно, на нескольких устойчивых вековых резонансах приводит к возникновению хаотичности в движении исследуемого астероида. Такими орбитальными резонансами являются 9:1 с Венерой и 3:1 с Марсом, имеющие неустойчивые колебания критического аргумента.

6. Анализ динамики метеороидных частиц выявил сложную динамическую структуру потока Квадрантид. Моделируемые метеороиды наследуют динамические свойства астероида (196256) 2003 EH₁, но не все эти свойства:

- Параметр MEGNO увеличивается для нестабильных модельных частиц метеорного потока. Высокие значения параметра MEGNO обусловлены частыми изменениями большой полуоси, вызванными многократными сближениями с Юпитером вблизи сферы Хилла, а также выходом из резонанса Лидова-Козая, который способствует проявлению хаотического движения.

- Для стабильных частиц наблюдается противоположная ситуация. Устойчивые выброшенные частицы могут быть захвачены в резонанс Лидова-Козая, который защищает их от тесных сближений с Юпитером. Отсутствие тесных сближений с Юпитером приводит к довольно гладкой траектории с почти постоянной большой полуосью.

Благодарности

Автор диссертационной работы считает своим долгом выразить глубокую благодарность своему научному руководителю, кандидату физико-математических наук Галушиной Т.Ю. за предложенную тему исследований, постоянные консультации, обсуждение полученных результатов и поддержку на протяжении всех этапов работы; доктору физико-математических наук, профессору А.М. Черницову за помощь в выборе направления исследований и поддержку на протяжении первого этапа работы; кандидату физико-математических наук, доценту В.А. Тамарову за обсуждение результатов и помощь при выполнении данной работы. Автор также признателен кандидату физико-математических наук Сюсиной О.М. за консультации и совместные исследования.

Рекомендации и перспективы дальнейшей разработки темы

Дальнейшая разработка темы возможна по нескольким направлениям.

В теоретическом плане возможно расширение групп вековых резонансов, а также более детальное изучение особенностей влияния каждой группы вековых резонансов на орбитальную эволюцию объектов.

В практическом плане возможно использование полученных результатов для исследования движения метеороидов, астероидов и комет, а также сопоставление динамических портретов, для понимания эволюции малых тел Солнечной системы. Применение параллельных вычислений совместно с MEGNO-картированием для решения прямых задач позволит детально исследовать динамическую эволюцию малых тел Солнечной системы.

Публикации по теме диссертации

Статьи в журналах, рекомендованных ВАК

1. Сюсина О.М., Самбаров Г.Е., Черницов А.М., Тамаров В.А. Исследование влияния ошибок модели движения астероидов на точность

построения начальной доверительной области // Известия высших учебных заведений. Физика. 2012. Т. 55. № 10-2. С. 50-59.

2. Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А., **Самбаров Г.Е.** Способ оценки влияния модели сил на систематическую ошибку определения областей возможных движений астероидов // Известия высших учебных заведений. Физика. 2013. Т.56. N 6-3. С. 235-237.

3. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Оценивание влияния ошибок модели движения астероидов, сближающихся с землей, на точность построения доверительных областей // Вестник СибГАУ. Красноярск 2014а. № 4 (56). С. 111-118.

4. **Самбаров Г.Е.**, Черницов А.М., Тамаров В.А. Оценивание влияния сжатия Земли и Солнца на точность вероятностной модели движения астероидов, наблюдавшихся в одной оппозиции // Известия высших учебных заведений. Физика. 2014. Т. 57. № 10-2. С. 32-42.

5. Galushina T.Yu., **Sambarov G.E.**, The dynamical evolution and the force model for asteroid (196256) 2003 EH // Planetary and Space Science. 2017. V. 142. 38

6. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Анализ вероятностной орбитальной эволюции астероидов 2011 CQ1 И 2011 MD // Известия высших учебных заведений. Физика. 2018. Т. 61. № 2 (722). С. 149-153.

7. Галушина Т.Ю., **Самбаров Г.Е.** Исследование динамики астероида 3200 Phaethon под влиянием наложения различных резонансов // Астрономический вестник. 2019. Т. 53. № 3. С. 231-239.

8. **Sambarov G.E.**, Galushina T.Yu, Syusina O.M. Analysis of the dynamical evolution of the Quadrantid meteoroid stream // Planetary and Space Science, 2020, V. 185, article id. 104885.

Другие публикации автора по теме диссертации

9. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Влияние систематических ошибок на точность построения областей возможных движений малых тел Солнечной

системы // В сборнике: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики Сер. "Серия физико-математическая" 2012. С. 283-286.

10. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Оценивание возмущающих ускорений в вероятностных моделях движения потенциально опасных астероидов // В сборнике: Физика Космоса Труды 44-й международной студенческой научной конференции. Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. 2015. С. 194.

11. Баранников Е.А., **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М., Тамаров В.А., Черницов А.М. Оценивание способов построения весовых матриц в задаче вероятностного исследования движения астероидов // В сборнике: Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики (ФППСМ-2016) Сборник трудов IX всероссийской научной конференции. 2016. С. 334-336.

12. Сюсина О.М., **Самбаров Г.Е.** Оценивание влияния различных возмущающих ускорений на точность вероятностной модели движения астероида 2011 MD // В сборнике: Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики Труды Томского государственного университета. Сер. "Физико-математическая" Под редакцией М.Ю. Орлова. 2017. С. 131-134.

13. **Самбаров Г.Е.** Оценка влияния возмущения от несферичности геопотенциала на движение высокоорбитальных космических объектов // В книге: Гагаринские чтения 2017 Тезисы докладов. 2017. С. 876-877.

14. Syusina O.M., **Sambarov G.E.** Evaluation of influence of different perturbing accelerations on accuracy of probabilistic model of asteroid 2011 MD motion // Journal of Physics: Conference Series 6. Сер. "6th International Conference Current Issues of Continuum Mechanics and Celestial Mechanics, CICMCM 2016" 2017. С. 012025.

15. **Самбаров Г.Е.**, Сюсина О.М. Исследование влияния слабых возмущений на точность вероятностной модели движения астероидов,

сближающихся с Землей // В сборнике: Физика Космоса труды 46-й Международной студенческой научной конференции. Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. 2017. С. 219.

16. **Самбаров Г.Е., Сюсина О.М.** Исследование и выявление особенностей движения малых тел Солнечной системы, попавших в околоземное пространство // В сборнике: Физика космоса труды 47-й Международной студенческой научной конференции. Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина; 2018. С. 226-227.

Цитируемая литература

Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра // Под ред. Б.М. Шустова, Л.В. Рыхловой. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 384 с.

Лидов М.Л. Эволюция искусственных спутников планет под действием гравитационных возмущений от внешнего тела // Искусственные спутники Земли. 1961. Т. 8. С. 5–45.

Чириков В.В. Нелинейный резонанс. Учебное пособие. Издательство НГУ, 1977. 82 с.

Черницов А.М. Алгоритмы определения областей возможных движений малых тел Солнечной системы // Автореф. дис. на соискание уч. степ. д.ф.-м.н. СПб.: ИПА РАН, 2000. – 26 с.

Шефер В.А. Регуляризирующие и стабилизирующие преобразования в задаче исследования движения особых малых планет и комет: Автореф. дис. к.ф.-м.н. Казань, 1986. 13 с.

Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. М.: Мир, 1988. 240 с.

- Abedin, A., Spurný, P., Wiegert, P., Pokorný, P., Borovička, J., Brown, P. On the age and formation mechanism of the core of the Quadrantid meteoroid stream // 2015. *Icarus* 261, 100–117.
- Campbell-Brown M., Ryabova G., Asher D., eds, *Meteoroids: Sources of Meteors on Earth and Beyond*. 2019, Cambridge Univ. Press, Cambridge, UK
- Kozai Y. Secular perturbations of asteroids with high inclination and eccentricity // *Astron. J.* 1962. V. 67. P. 591–598.
- Lidov M.L. The evolution of orbits of artificial satellites of planets under the action of gravitational perturbations of external bodies// *Planetary and Space Science*. 1962. V. 9. Is.10. P. 719 – 759.
- Morbidelli A. *Modern celestial mechanics: aspects of Solar System dynamics* // London: Taylor & Francis, 2002. 380 p.
- Murray C.D., Dermott S.F. *Solar system dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 592 p. (Русский перевод: Мюррей К., Дермотт С. *Динамика Солнечной системы*. М.: Физматлит, 2009. 588 с.)
- Shevchenko I.I. *The Lidov-Kozai Effect - Applications in Exoplanet Research and Dynamical Astronomy*. Springer. 2017. 198 p.