Федеральное государственное бюджетное учреждение
«ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ
имени А.И.АЛИХАНОВА
Национального исследовательского центра
«Курчатовский институт»

На правах рукописи

Поташов Марат Шамилевич

Эффекты неравновесности и нестационарности в оболочках сверхновых

Специальность 01.03.02 —
«Астрофизика и звёздная астрономия»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук
Блинников Сергей Иванович

Москва — 2020

Оглавление

Стр.

Введение 4

Глава 1. Нестационарная ионизация в оболочках сверхновых типа IIP на фотосферной фазе 17

1.1 Простая модельная система 18

1.1.1 Детальный баланс основного уровня водорода и континуума 27

1.1.2 Характерные значения коэффициентов 29

1.2 Поведение системы на больших временах 30

1.2.1 Диссипативность системы 36

1.3 Поведение системы на малых временах 40

1.4 Система с “замороженными” коэффициентами 49

1.5 Факторы, влияющие на время релаксации простой системы 52

1.6 Выводы главы 1 57

Глава 2. Влияние различных факторов на нестационарную ионизацию 60

2.1 Моделирование 60

2.1.1 Кинетические уравнения 62

2.1.2 Излучение в континууме 65

2.1.3 Перенос излучения в линиях 67

2.1.4 Стационарное приближение 71

2.1.5 Метод расчёта 73

2.2 Эффект нестационарной ионизации для чисто водородной оболочки 75

2.2.1 Атомные данные для водорода 75

2.2.2 Иллюстрация эффекта 76

2.3 Роль различных факторов для эффекта нестационарности 82

2.3.1 Роль числа уровней 86

2.3.2 Роль ударов 88

2.3.3 Роль тонкой структуры уровней атома водорода 90

2.3.4 Роль других факторов 92

2.4 Эффект нестационарности для SN IIn 100

2.5 Выводы главы 2 102

Стр.

Глава 3. Метод прямого определения расстояний до сверхновых типа IIn 103
3.1 Введение 103
3.2 Метод плотного слоя 104
3.3 Расстояние до SN 2009ip 106
3.4 Выводы главы 3 110
Заключение 111
Благодарности 114
Список литературы 115
Список рисунков 135
Список таблиц 140
Приложение А. Краткое описание кода STELLA 141

Введение

Актуальность темы

Для исследования современной структуры Вселенной требуются новые данные – расстояния до объектов с известными красными смещениями. Среди многообразия различных методик измерения расстояний есть способы, не опирающиеся на лестницу космологических расстояний, например, метод расширяющихся фотосфер (Expanding Photosphere Method, EPM) [1] или метод расширяющихся атмосфер (Spectral-fitting Expanding Atmosphere Method, SEAM) [2], которые используют в качестве объектов сверхновые типа IIP. Важность прямых методов измерения космологических расстояний особенно актуальна в свете проблемы неопределённости в измерении параметра Хаббла (Hubble tension) [3—6].

Отметим, что использование такого метода как SEAM требует построения физической модели сверхновой второго типа, детально воспроизводящей её спектр излучения. Для полного моделирования физических процессов, происходящих в сверхновой, необходимо одновременно учитывать гидродинамику разлёта оболочки, взаимодействие поля излучения с веществом, перенос излучения в линиях и континууме и кинетику населённостей уровней в атомах многозарядной плазмы вещества. Это даёт систему интегро-дифференциальных уравнений радиационной гидродинамики, полное численное решение которой пока является непосильной задачей даже в одномерном случае. Приходится прибегать к неизбежным упрощениям в этой полной системе. Одно из таких упрощений – стационарное приближение кинетической системы населённостей уровней, в рамках которого считается, что система находится в статистическом равновесии. *Эффектом нестационарности* называют отклонение истинных населённостей уровней от их стационарных значений.

На важность учёта нестационарности в кинетике в период небулярной фазы для SN II указывали Аксельрод [7], Клэйтон и др. [8], Франссон и Козма [9]. Было показано, что через несколько лет после взрыва (для SN 1987A ~ 800 дней [9—12]) эффект нестационарности начинает проявляться для водорода в оболоч-

ке сверхновой. Учёт этого эффекта привёл к увеличению степени ионизации и температуры вещества в 2–4 раза и усилению эмиссии по сравнению со стационарным приближением. В этих работах нестационарность учитывалась не только в уравнениях кинетики и ионизации, но и в уравнении энергии.

Эффект нестационарной ионизации водорода в оболочках сверхновых II типа на фотосферной фазе был применён Киршнером и Кваном [13] для объяснения высокой светимости линии Hα в спектрах SN 1970G, а также Чугаем [14] для объяснения высокой степени возбуждения водорода во внешних слоях атмосферы ($v > 7000$ км с$^{-1}$) SN 1987A в первые 40 дней после взрыва.

Утробин и Чугай [15] нашли проявление сильного эффекта нестационарности в кинетике ионизации и линиях водорода в сверхновых типа IIP в течение фотосферной фазы. В следующей работе [16] нестационарность была учтена ещё и в уравнении энергии. Сначала производилось независимое гидродинамическое моделирование оболочки, а затем с имеющимися профилем плотности вещества, скоростями разлёта, радиусом фотосферы и эффективной температурой решались нестационарное уравнение для температуры вещества и полная кинетическая система населённостей уровней как атомов, так и молекул. Если нестационарное уравнение энергии заменить на уравнение энергетического баланса (стационарное приближение), а кинетическую систему на уравнения статистического равновесия, то совместное решение такой новой системы будет как раз стационарным приближением в работе Утробина и Чугая [16]. В этих работах было показано, что учёт эффекта нестационарной ионизации позволяет получить спектры излучения пекулярной SN 1987A с более сильной линией Hα, что ранее не удавалось сделать без замешивания радиоактивного ^{56}Ni до внешних высокоскоростных слоёв в стационарном приближении. В следующей работе [17] важность эффекта нестационарности была показана и для нормальной SN 1999em.

Выводы Утробина и Чугая были отчасти подтверждены Дессартом и Хилиером с помощью программного пакета `CMFGEN`. В работе [18] применявшийся подход был ещё стационарным, и именно он был реализован в `CMFGEN`. Моделирование обнаруживало проблему – линия Hα в богатых водородом оболочках была слабее наблюдаемой в рекомбинационную эпоху. В частности, для SN 1987A модель не воспроизводила линию для времён позже 4 дней, а для SN 1999em позже 20 дней. Далее Дессарт и Хилиер усовершенствовали программу, включив в неё временную зависимость в кинетической системе и в уравнении энергии [19], а

затем и в переносе излучения [20; 21]. Это позволило усилить линию Hα в результирующем спектре излучения, что привело к лучшему согласию с наблюдениями. Профиль плотности и обилие элементов для `CMFGEN` брались из независимого гидродинамического моделирования кодом `KEPLER` (подробности в [21]).

С другой стороны, Де и др. [22] нашли на основе расчётов с помощью программного пакета `PHOENIX`, что нестационарная кинетика важна только в первые дни после взрыва сверхновой. Более того, они утверждают, что роль нестационарности даже в эти первые дни не очень велика, иллюстрируя это на примере моделей SN 1987A и SN 1999em. Стационарный подход используется и в последующих статьях группы `PHOENIX` (см., например, Инсерра и др. [23]).

Подавляющее большинство кодов симуляций методом Монте-Карло также пренебрегают эффектом нестационарности в кинетике [24—28; `SEDONA` 29; `ARTIS` 30]. Фойгль и др. [31], используя открытый код `TARDIS` [32], не отрицая важность эффекта нестационарности в кинетике, тем не менее пренебрегают им при моделировании спектров SN 1999em и получают хорошее согласие моделируемых спектров с наблюдаемыми.

Таким образом, выводы различных исследовательских групп расходятся, и важность эффекта до сих пор ставится под сомнение. Ответ на вопрос, важен ли эффект нестационарной ионизации или нет, является одной из важнейших задач настоящей диссертации.

В диссертации также развивается новый метод определения расстояний до сверхновых SNe IIn. Для нового метода не требуется приближения стандартной свечи, как для сверхновых типа Ia. Этот метод принадлежит к прямым методам, не зависящим от лестницы космологических расстояний. Метод, предложенный Блинниковым, Поташовым, Баклановым и Долговым, основан на наблюдении и определении линейных размеров расширяющейся плотной оболочки (Dense Shell, DS) в SN IIn [A1—A3]. Расширяющийся плотный слой дал название методу: “метод плотного слоя” (Dense Shell Method, DSM). Этот метод частично основан на EPM и SEAM, а частично – на методе расширяющегося фронта ударной волны (Expanding Shock Front Method, ESM) [33].

В пике абсолютная звёздная величина SN IIn достигает значения $M_R \sim -22^m$ (например, SN 2008fz [34; 35]). Свойство SNe IIn светить так ярко позволяет отнести их к классу сверхмощных сверхновых (Superluminous Supernovae, SLSN) [35]. Такие сверхновые наблюдаются даже при очень больших красных смещениях $z = 2 - 4$ [36—42]. Разрабатываемый метод DSM позво-

ляет измерять расстояния до таких далёких объектов, при наличии хорошего спектра, *напрямую*.

Цели и задачи работы

Первая цель диссертационной работы – ответить на вопрос, важен ли эффект нестационарной ионизации в оболочках сверхновых типа IIP в течение фазы плато. Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

– Аналитически исследовать упрощённую систему кинетики атома водорода (“два уровня плюс континуум”) в условиях сверхновой типа IIP на стадии плато.
– Изучить различные факторы, влияющие на выраженность эффекта нестационарности.
– Исследовать эффект на примере полной кинетической системы, учитывающей ударные процессы, содержащей также гелий и металлические примеси.

Вторая цель диссертационной работы – развитие прямого метода измерения расстояний до сверхновых. В этом случае ставятся следующие **задачи**:

– Обобщение и реализация алгоритма расчёта расстояния до SNe IIn методом плотного слоя (DSM), для учёта множества наблюдательных данных и их ошибок.
– Получение расстояний до сверхновых методом DSM.

Научная новизна

– Впервые подробно аналитически рассмотрена кинетическая модельная система, анализ которой разрешает давно обсуждаемый вопрос о важности учёта эффекта нестационарности. Рассмотрены многочисленные факторы, влияющие на выраженность эффекта.

– Разработан метод расчёта кинетики многозарядной плазмы в оболочке сверхновой. Алгоритм (код LEVELS) решает зависящую от времени систему интегро-дифференциальных уравнений кинетики населённостей уровней элементов совместно с уравнением переноса в линиях в модифицированном приближении Соболева и строит наблюдательные спектры.
– В диссертации расширяется подход к новому методу DSM, позволяющему прямым способом измерять расстояния до SN IIn. При помощи обобщённой реализации метода DSM получены расстояния до сверхновых SN 2006gy и SN 2009ip. Эти значения хорошо согласуются с известными ранее расстояниями до родительских галактик, что подтверждает работоспособность метода.

Научная и практическая значимость работы

Построенная простая кинетическая модельная система и её аналитический анализ позволяют разобраться во всех факторах, влияющих на нестационарность ионизации в оболочках сверхновых в течение фотосферной фазы.

Разработанные и применённые в программе LEVELS алгоритмы учитывают нестационарную ионизацию и эффекты нелокального термодинамического равновесия (НЛТР) в кинетических схемах на основе рассчитанной кодом STELLA модели сверхновой, что позволяет корректно описать перенос излучения в линиях и кинетику в сверхновых.

Также показана эффективность разработанных автором алгоритмов и реализующих их программных кодов для определения расстояний до сверхновых прямым методом плотного слоя (DSM).

Методы исследования

Основными методами исследования, применявшимися для получения результатов, были построения аналитических и численных моделей кинетических

систем, как простых, чисто водородных, так и полных, содержащих также гелий и металлические примеси.

Помимо этого с помощью численных методов, был развит подход для определения фотометрических расстояний до SN IIn – метод плотного слоя (Dense Shell Method, DSM).

Основные положения, выносимые на защиту

1. Продемонстрирована важность учёта эффекта нестационарной ионизации водорода в оболочках сверхновых при помощи простой аналитической водородной модели, реалистично описывающей основные свойства полной системы. Получено доказательство неизбежности эффекта “закалки” ионизации при больших временах, сравнимых с длительностью фазы плато. Приведено доказательство ограниченности, устойчивости и диссипативности решений простой системы.
2. Получен критерий проверки статистической равновесности (стационарности), на основе времени релаксации системы с “замороженными” коэффициентами. Критерий позволяет установить важность эффекта нестационарности для любых масштабов времён.
3. Получена формула для анализа *эволюции* времени релаксации. Показано, что на это время сильнее других факторов влияет форма спектра заданного внешнего излучения в полосе частот между порогами Бальмера и Лаймана, падающего на рассматриваемую атомную систему.
4. Разработан метод (реализованный в авторском коде `LEVELS`) расчёта кинетики многозарядной плазмы в оболочке сверхновой. Алгоритм решает зависящую от времени систему интегро-дифференциальных уравнений кинетики населённостей уровней элементов совместно с уравнением переноса в линиях в модифицированном приближении Соболева. Полученные населённости уровней используются для построения спектров.
5. Численно показано, что время релаксации остаётся намного бо́льшим, чем характерное время изменения параметров оболочки сверхновой даже в случае учёта дополнительных уровней в модели атома водорода, тонкой структуры,

ударных процессов и примесей металлов. Ни один из этих дополнительных факторов не отменяет эффект нестационарной ионизации.

6. Разработан численный алгоритм для расчёта фотометрических расстояний до SN IIn новым методом космографии DSM (Dense Shell Method). Полученные методом DSM расстояния до сверхновых SN 2006gy, SN 2009ip оказываются в хорошем согласии с известными ранее расстояниями до родительских галактик.

Апробация работы

Основные результаты диссертации докладывались на следующих семинарах и конференциях:

7–10 октябрь, **2010**: Международная астрофизическая конференция “Новейшие методы исследования космических объектов” (КФУ, Казань)

21–24 декабрь, **2010**, 13–16 декабрь, **2011**, 20–23 декабрь, **2016** : “Всероссийская астрофизическая конференция Астрофизика высоких энергий сегодня и завтра” (ИКИ РАН, Москва)

5 сентябрь, **2011**: Российско–Швейцарская встреча SCOPES (ИНАСАН, Москва)

18–28 январь, **2012**, 23–25 январь, **2013**, 31 январь–3 февраль, **2014**, 18–21 июнь, **2018**, 17–21 июнь, **2019** : Расширенный семинар “Магнитоплазменные процессы в релятивистской астрофизике” (ИКИ РАН, Таруса)

22–26 июль, **2013**: “Dark matter, dark energy and their detection” (НГУ, Новосибирск)

9–10 сентябрь, **2013**: Russian–Swiss Workshop, “Heavy elements nucleosynthesis and galactic chemical evolution” (ИТЭФ, Москва)

29–30 сентябрь, **2014**: “Brainstorming and Fun: Stellar Evolution/Explosions, Nuclear/Particle Physics Input, Origin of the Elements and Evolution of Galaxies” (Basel University, Basel, Switzerland)

4 декабрь, **2014**: Семинар теоротдела ИЯФ СО РАН им. Г.И. Будкера (Новосибирск)

22–23 апрель, **2015**: “Молодёжная конференция по физике высоких энергий, квантовой теории поля, математической физике и космологии, посвященная 70-летию ИТЭФ” (ИТЭФ, Москва)

21–25 сентябрь, **2015**: “Механизмы излучения космических объектов: классика и современность” (СПбГУ, Санкт-Петербург)

29 сентябрь–2 октябрь, **2015**: Первый Международный научный форум молодых ученых “Наука будущего – наука молодых” (СевГУ, Севастополь)

2–3 март, **2017**: Симпозиум “30 лет Сверхновой SN 1987A” (ФИАН, Москва)

3 июль, **2017**: Russian–Swiss, “Galactic chemical evolution and Heavy elements nucleosynthesis” (ИНАСАН, Москва)

10–14 июль, **2017**: “Physics of Neutron Stars – 2017” (ФТИ им. А. Ф. Иоффе, Санкт-Петербург)

11–15 сентябрь, **2017**: “High-Energy Phenomena in Relativistic Outflows VI” (ИКИ РАН, Москва)

22 декабрь, **2017**, 17 декабрь, **2018** : “Успехи российской астрофизики 2017: Теория и Эксперимент” (ГАИШ, Москва)

21–24 январь, **2018**: “660. Wilhelm und Else Heraeus-Seminar Supernovae – From Simulations to Observations and Nucleosynthetic Fingerprints” (Physikzentrum, Bad Honnef, Germany)

26–29 ноябрь, **2018**: “Молодежная конференция по теоретической и экспериментальной физике” (ИТЭФ, Москва)

17–19 декабрь, **2019**: Научная конференция, “ИТЭФ – Итоги года” (ИТЭФ, Москва)

Также автор докладывался на семинарах ИТЭФ (Москва), ИЯФ (Новосибирск), Курчатовский институт (Москва), NAOJ (Митака, Япония), IPMU (Кашива, Япония), MPA (Гархинг, Германия).

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 6 статьях, опубликованных в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в Web of Science и Scopus [A1—A6].

A1. *Blinnikov S. I., Potashov M. S., Baklanov P. V., Dolgov A. D.* Direct determination of the hubble parameter using type IIn supernovae // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2012. — Aug. — Vol. 96, no. 3. — P. 167—171.

A2. *Potashov M. S., Blinnikov S. I., Baklanov P. V., Dolgov A. D.* Direct distance measurements to SN 2009ip // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters. — 2013. — Feb. — Vol. 431, no. 1. — P. L98—L101.

A3. *Бакланов П. В., Блинников С. И., Поташов М. Ш., Долгов А. Д.* Изучение сверхновых, важных для космологии // Письма в Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 2013. — Т. 98, № 7. — С. 489.

A4. *Поташов М. Ш., Блинников С. И., Утробин В. П.* Нестационарная ионизация в оболочках сверхновых типа II на фотосферной фазе // Письма в астрономический журнал: Астрономия и космическая астрофизика. — 2017. — Т. 43, № 01. — С. 40—54.

A5. *Поташов М. Ш., Блинников С. И.* Аналитическая модель нестационарной ионизации в оболочках сверхновых типа II на фотосферной фазе // Письма в астрономический журнал: Астрономия и космическая астрофизика. — 2019. — Т. 45, № 05. — С. 320—325.

A6. *Potashov M. S., Yudin A. V.* A simple model of time-dependent ionization in Type IIP supernova envelopes // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2020. — Jan. — Vol. 491, no. 2. — P. 2674—2687.

Личный вклад

Автор предложил простую аналитическую модель водородной оболочки, реалистично описывающую основные свойства полной системы. Автор проделал все ключевые шаги анализа и развития простой модели [A5; A6]. Она позволила ответить на вопрос о важности учёта эффекта нестационарной ионизации водорода в оболочках сверхновых.

Автор реализовал код `LEVELS`, полностью переработав первый вариант программы, рассчитывающей *стационарные* НЛТР населённости в многозарядной плазме оболочки сверхновой, предложенный Андроновой А. А. Автор существенно расширил применимость алгоритмов, добавив в них учёт *нестационарности* и модифицированное приближение Соболева [A4]. С помощью кода `LEVELS` автор обобщил анализ простой аналитической модели, численно доказав необходимость учёта эффекта нестационарной ионизации водорода в оболочках сверхновых [A6].

На основе первой версии кода для вычисления расстояний методом DSM, реализованной Баклановым П. В., автор разработал новый оригинальный код, позволивший существенно улучшить качество и точность работы метода. Первоначальная версия позволяла оценить расстояния, используя две точки наблюдений. Вариант, представленный в диссертации, использует множество наблюдательных данных, с учётом их ошибок. С помощью новой программной реализации были определены расстояния до сверхновых SN 2006gy и SN 2009ip в работах [A1—A3] (в этих статьях вклад авторов равный). Полученные значения прекрасно согласуются с известными ранее расстояниями до родительских галактик, что подтверждает работоспособность метода.

В основных результатах, выносимых на защиту, вклад диссертанта является определяющим.

Объём и структура работы

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, списка литературы, списка рисунков, списка таблиц, и приложения. Полный объём диссертации составляет 141 страницу, включая 24 рисунка и 3 таблицы. Список литературы содержит 200 наименований.

Краткое содержание диссертации

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в данной диссертационной работе. Показана неоднозначность в оценке важности роли эффекта нестационарной ионизации водорода в оболочках сверхновых в течение фотосферной фазы. Даётся обзор современного состояния области, формулируются цели и ставятся задачи работы, оценивается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В **главе 1** рассматривается простая чисто водородная кинетическая система (“два уровня + континуум”), помещённая в *заданное* излучение в континууме в некоторой надфотосферной области оболочки сверхновой второго типа на фазе плато. Установлено, что в пределе больших времён эффект нестационарности (отклонения истинных населённостей от стационарных) существенен *при любых условиях*.

Для того, чтобы определить важность эффекта нестационарности для любых масштабов времён, получен критерий проверки статистической равновесности (стационарности) на основе времени релаксации, которое определяется как обратное к наименьшему по модулю собственному числу матрицы Якоби *простой* кинетической системы. Если время релаксации системы по отношению к характерному времени изменения параметров сверхновой мало, то кинетическая система, описывающая населённости уровней, статистически равновесна, и вместо неё можно рассматривать стационарное алгебраическое приближение. Если время релаксации всюду будет мало, то отклонения населённостей будут также незначительными всегда.

Для анализа *эволюции* времени релаксации аналитически получена формула. Показано, что на время релаксации сильнее других факторов влияет форма спектра заданного внешнего излучения в полосе частот между порогами Бальмера и Лаймана, падающего на рассматриваемую атомную систему. Чем ближе интенсивность окружающего жёсткого непрерывного излучения к оптически тонкому пределу (малая металличность оболочки), тем меньше время релаксации. Однако для чисто водородной оболочки даже в оптически тонком пределе время релаксации остаётся значительным, и наблюдается эффект нестационарности.

Аналитически показано, что, например, для переходов триплета атомов кальция эффекта нестационарной ионизации быть не должно.

В **главе 2** мы описали детали моделирования оболочки сверхновой оригинальным программным кодом LEVELS. Это программный пакет для расчёта кинетики многозарядной плазмы в оболочке сверхновой, а также для построений спектров. LEVELS решает зависящую от времени систему интегродифференциальных уравнений кинетики населённостей уровней элементов совместно с уравнением переноса в линиях в модифицированном приближении Соболева. Для работы LEVELS требуется гидродинамическая и термодинамическая модель оболочки сверхновой, взятая из расчётов STELLA. Полученные населённости уровней используются для построения спектров.

На примере модели SN 1999em в случае чисто водородной оболочки мы продемонстрировали эффект нестационарной ионизации при помощи программных пакетов STELLA и LEVELS. Было показано, что добавление дополнительных уровней в модель атома водорода и учёт тонкой структуры слабо влияет на эффект нестационарности вопреки утверждению работ Де и др. [22; 43].

Определенное раннее время релаксации системы было обобщено для *полной* кинетической системы (многоуровневые модели атома водорода, учёт ударных процессов и металлических примесей и т.д.), как обратное к наименьшему по модулю собственному числу матрицы Якоби.

Численно мы проследили эволюцию времён релаксации для различных систем. Выяснилось, что на время релаксации ударные процессы влияют только в самом начале фотосферной фазы, уменьшая его. Также уменьшают время релаксации примеси металлов. Мы подтвердили это и аналитическими оценками. В соответствии с главой 1, приближение интенсивности окружающего жёсткого непрерывного излучения к оптически тонкому пределу тоже уменьшает время установления статистического равновесия. Но даже если учесть все перечислен-

ные факторы, время релаксации остаётся намного бо́льшим, чем характерное время изменения параметров оболочки, и следовательно, эффект нестационарной ионизации сохраняется.

С помощью кода LEVELS мы построили спектры SN 1999em на 35-й день после взрыва, где подтвердили важность эффекта для Hα, и его отсутствие для триплета Ca II.

В самом конце главы 2 мы показали, что эффект нестационарности в случае SN IIn *уменьшает* силу узкой компоненты Hα в дни роста кривой блеска, в отличие от проявления этого эффекта для обычной SN IIP, где наоборот наблюдается *усиление*.

Глава 3 посвящена применению нового метода для определения расстояний до SN IIn методом плотного слоя (Dense Shell Method – DSM). Приведены формулы для вычисления фотометрических космологических расстояний и иллюстрируется работоспособность метода на примере SN 2009ip. Фотометрическое расстояние, полученное методом DSM до SN 2009ip, хорошо согласуется с известным расстоянием до родительской галактики NGC 725. Наши результаты по SN 2009ip подтверждают вывод о том, что SNe IIn могут быть использованы в космологии как *первичные индикаторы расстояния* с новым методом DSM.

В **заключении** суммированы **основные** результаты диссертации, выносимые на защиту.

В **приложении A** дано краткое описание радиационно-гидродинамического кода STELLA.

Глава 1. Нестационарная ионизация в оболочках сверхновых типа IIP на фотосферной фазе

В настоящей главе[1] в рамках простой аналитической модели мы определим величины населённостей уровней (число электронов в единице объёма вещества, находящихся в определённом энергетическом состоянии, на данном энергетическом уровне) и концентрации свободных электронов в плазме в некоторой надфотосферной области оболочки сверхновой второго типа на фазе плато и узнаем, как эти величины меняются по времени. Ответим на вопросы – когда значения населённостей будут отличаться от статистически равновесных, то есть когда будет важен эффект нестационарной ионизации, и что влияет на это. Рассматривается чисто водородная оболочка, где атом водорода представлен системой “два уровня + континуум”. Времена, отсчитанные от начала фотосферной фазы, меньшие или сравнимые с характерным временем изменения параметров оболочки сверхновой, мы будем называть *малыми* временами. Они составляют несколько дней. В то время как времена много бо́льшие, чем это характерное время, мы будем называть *больши́ми*.

Опишем краткое содержание главы. Первоначально, в разделе 1.1 строится простая модельная система. Далее в разделе 1.2 заключается, что, по крайней мере, в пределе больших времён эффект нестационарности существенен всегда. В разделе 1.3 изучается развитие этого эффекта со временем, если в начальный момент времени отклонение от статистически равновесного решения было мало. Находится выражение, связывающее физические параметры задачи, величина которого будет определять развитие выраженности эффекта временной зависимости. В разделе 1.4 показывается, что это выражение определяет время релаксации системы. Строится простой критерий для проверки статистической равновесности (стационарности) системы. Если время релаксации при заданных условиях по отношению к характерному времени изменения параметров сверхновой мало, то система статистически равновесна, и эффекта нестационарности не будет. В разделе 1.5 мы приходим к выводу, что ключевым фактором, влияющим на значение

[1] Основные результаты данной главы соответствуют публикациям диссертанта [A5; A6].

времени релаксации всей системы, является интенсивность и скорость изменения заданного внешнего жёсткого излучения в континууме между порогами Лаймана и Бальмера. Чем ближе интенсивность окружающего жёсткого излучения в континууме к оптически тонкому пределу (малая металличность оболочки), тем меньше время релаксации.

1.1. Простая модельная система

Опишем построение достаточно простой аналитической модели изменения электронных населённостей многозарядной плазмы в оболочке сверхновой. Будем рассматривать чисто водородную оболочку, где атом водорода представлен системой “два уровня + континуум”. Мы будем предполагать l-равновесие для второго уровня атома. Это означает, что населённости подуровней с учётом тонкой структуры 2s и 2p пропорциональны своим статистическим весам. Таким образом, второй уровень рассматривается как единый супер-уровень [44; 45]. Влияние учёта тонкой структуры второго уровня водорода (отказ от l-равновесия) на эффект нестационарности будет рассматриваться в главе 2 в разделе 2.3.3.

Для изучения эффекта нестационарности мы берём, как пример, случай SN 1999em с хорошо выраженной стадией плато на кривой блеска. Мы рассматриваем модель `R450_M15_Ni004_E7` из статьи [46; 47] с радиусом предсверхновой $R = 450R_\odot$, массой $M = 15M_\odot$ и энергией взрыва 7×10^{50} эрг, при расстоянии $D = 7.5$ Мпк до галактики NGC 1637, где взорвалась сверхновая. Для целей настоящей главы вопрос о точности расстояний до родительской галактики не важен. Модель `R450_M15_Ni004_E7` рассчитывалась при помощи радиационно-гидродинамического кода `STELLA` [48—52] (см. приложение A). Мы рассматриваем упомянутую модель как одну из типичных для сверхновых II типа.

Характерные стадии поведения кривой блеска типичной SN типа IIP можно записать следующим образом [17]:

– выход ударной волны на поверхность звезды;
– фаза адиабатического охлаждения при расширении;
– фотосферная фаза (формируется волна охлаждения и рекомбинации);

– фаза диффузного охлаждения (время диффузного излучения становится меньше характерного времени расширения оболочки);
– начало исчерпания тепловой энергии;
– конец исчерпания тепловой энергии (фаза “хвоста” плато);
– нетепловое свечение вследствие распадов
^{56}Ni $\Rightarrow$ ^{56}Co $\Rightarrow$ ^{56}Fe (радиоактивный “хвост”).

Мы будем рассматривать поведение системы только на фотосферной фазе. Для сверхновой SN 1999em [17; 46] такая фаза длится от $t_0 \sim 20$ до ~ 100 дней. По мере того, как оболочка расширяется, образуется волна охлаждения и рекомбинации водорода. Болометрический поток излучения на уровне внешней границы этой волны равен светимости всей звезды. На этом же уровне располагается и фотосфера. Важным является то, что в этот период радиус фотосферы R_{ph}, температура излучения T_c и температура вещества T_{e} остаются почти постоянными. А следовательно, и полная светимость звезды по времени не меняется, и кривая блеска выходит на плато.

Наше дальнейшее описание будет предполагать, что $t \geqslant t_0$. Моделирование кодом STELLA показывает, что переход к гомологическому ($|\mathbf{v}| \propto r$ с высокой точностью) разлёту оболочки SN 1999em завершается примерно к 15-му дню после взрыва [46], то есть раньше, чем начало фотосферной фазы t_0. Мы также будем считать, что вещество разлетается изотропно, то есть применяется одномерное сферически-симметричное приближение. В текущем рассмотрении мы не учитываем ударные процессы возбуждения и ионизации (см. также 1.2.1). Влияние учёта ударных процессов на эффект нестационарности будет рассматриваться в главе 2 в разделе 2.3.2.

Выделим какую-то небольшую область оболочки над фотосферой. Уравнение непрерывности в эйлеровых координатах для вещества в этой области имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\bigtriangledown \cdot (\rho \mathbf{v}), \tag{1.1}$$

где ρ – плотность вещества оболочки, разлетающегося со скоростью $\mathbf{v}$. В лагранжевом формализме в сопутствующей системе отсчёта мы получим

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho(\bigtriangledown \cdot \mathbf{v}). \tag{1.2}$$

В случае сферической симметрии в период свободного гомологического разлёта уравнение (1.2) упростится до

$$\frac{D\rho}{Dt} + \frac{3\rho}{t} = 0. \tag{1.3}$$

Тогда темп переходов на любой дискретный связанный или свободный уровень атома или иона водорода i можно записать как:

$$\frac{Dn_i}{Dt} + \frac{3n_i}{t} = K_i(t), \tag{1.4}$$

где n_i – населённость уровня i атома или иона.

В свою очередь, пренебрегая процессами вынужденного излучения, мы определяем функцию для основного уровня водорода $K_1(t)$ как

$$K_1(t) = (N(t) - n_1 - n_{\mathrm{e}})\,(A_{2q} + A_{21}) + n_1 B_{12} J_{12}(t). \tag{1.5}$$

Здесь

$$N(t) = N_0 \left(\frac{t_0}{t}\right)^3 \tag{1.6}$$

– концентрация водорода; A_{2q} – вероятность двухфотонного распада 2s $\to$ 1s; Скорость обратного перехода 1s $\to$ 2s (двухфотонное поглощение) гораздо меньше скорости 2s $\to$ 1s, и мы не учитываем этот процесс (см. также раздел 2.1.1), как и вынужденный двухфотонный распад; A_{21} и B_{12} – эйнштейновские коэффициенты спонтанного изучения и фотовозбуждения перехода $1 \leftrightarrow 2$; $J_{12}(t)$ – средняя интенсивность излучения в переходе $2 \to 1$ усреднённая по профилю линии.

Для концентрации свободных электронов верно уравнение (1.4) с индексом “e” вместо “i” для K_i, т.е.,

$$K_{\mathrm{e}}(t) = (N(t) - n_1 - n_{\mathrm{e}})\; P_{2c}(t) - n_{\mathrm{e}}^2\; R_{c2}(t)\;. \tag{1.7}$$

Здесь $P_{2c}(t)$ – полный коэффициент фотоионизации со второго уровня; $R_{c2}(t)$ – полный коэффициент излучательной рекомбинации на второй уровень.

В нашей модели мы будем использовать тот факт, что основным вкладом в непрозрачность в области частот лаймановского континуума $\nu \geqslant \nu_{LyC}$ являются связанно-свободные процессы (см. рис. 1.1).

Относительно малыми вкладами связанно-связанных процессов в линиях и свободно-свободных процессов в коэффициенты излучения и поглощения мы пренебрегаем. Поглощение в этой полосе вызвано в основном нейтральным водородом, и оптическая толща очень велика. Поэтому фотосферное излучение здесь

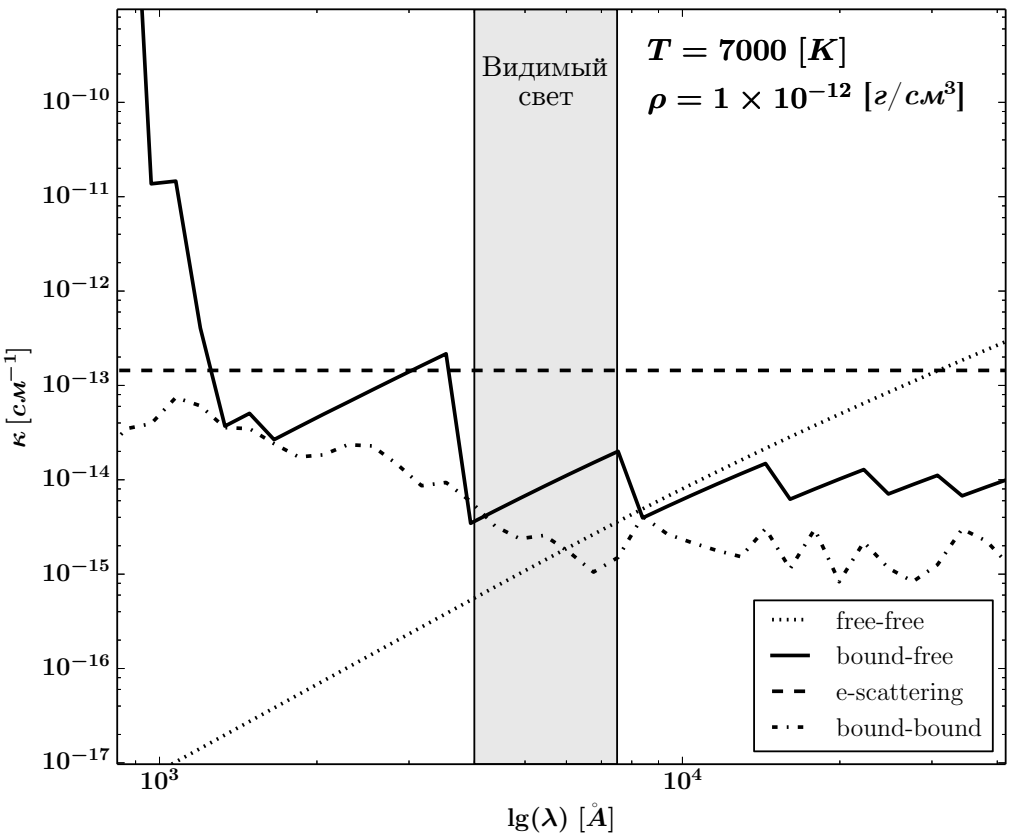

Рисунок 1.1 — Коэффициенты ослабления за счёт различных процессов: электронное рассеяние, свободно-свободное поглощение, свободно-связанное поглощение, связанно-связанное поглощение в спектральных линиях в среде с градиентом скорости (непрозрачность в линиях при расширении, expansion opacity). Из расчётов STELLA. Опубликовано в работе [A4], получено соавторами.

практически отсутствует, и радиационное поле определяется для надфотосферных областей диффузным излучением. В этом случае можно показать (см. 1.1.1), что темпы переходов фотоионизации с основного уровня водорода и рекомбинация на основной уровень полностью совпадают (даже если в составе оболочки будет не только водород). Таким образом, первый уровень водорода находится в детальном балансе с континуумом, и в систему уравнений (1.5, 1.7) соответствующие процессы не входят. Следует заметить (подробнее см. 1.1.1), что в диапазоне частот лаймановского континуума интенсивность диффузного излучения $J_c(\nu)$ почти совпадает с равновесным чёрнотельным излучением $B_\nu(T_\mathrm{e})$, только в чисто водородной оболочке, что позволяет говорить о близости к равновесию вещества и излучения. В общем случае, с примесями, $J_c(\nu) \neq B_\nu(T_\mathrm{e})$. В главе 2 (см.

раздел 2.1.2) мы будем находить интенсивность излучения $J_c(\nu)$ лаймановского континуума из самосогласованного расчёта.

Выпишем стандартные формулы приближения Соболева [53—55], но в упрощённом виде, используя условие относительной малости населённости второго уровня

$$n_2 = N(t) - n_1 - n_{\mathrm{e}} \ll n_1. \tag{1.8}$$

Оптическая соболевская толща в линии Lα:

$$\tau_S(t) \simeq \frac{c^3}{8\pi} \frac{A_{21}}{\nu_{L\alpha}^3} \frac{g_2}{g_1} n_1 t. \tag{1.9}$$

Усреднённая по профилю и углам интенсивность излучения для перехода $1 \leftrightarrow 2$:

$$J_{12}(t) = (1 - \beta(t))\, S(t) + \beta(t)\, J_c(\nu_{L\alpha}, t). \tag{1.10}$$

где $J_c(\nu_{L\alpha},t)$ – интенсивность излучения в континууме на частоте Lα.

Так как среда оптически толстая для Lα, то $\tau_S(t) \gg 1$. Тогда вероятность локального выхода Lα фотона без рассеяния, проинтегрированная по направлениям и по частотам линии:

$$\beta(t) = \frac{1 - e^{-\tau_S(t)}}{\tau_S(t)} \simeq \frac{1}{\tau_S(t)}. \tag{1.11}$$

Функция источников:

$$S(t) \simeq \frac{2h\nu_{L\alpha}^3}{c^2} \left(\frac{g_1 n_2}{g_2 n_1} \right). \tag{1.12}$$

Все остальные обозначения стандартны.

Известно, что оптическая толща оболочки SN II в лоренцевских крыльях велика для линии Lα ($a\tau_S \gg 1$, где a – фойгтовский параметр затухания), и профиль не может считаться доплеровским. В этом случае в рамках гипотезы полного перераспределения по частотам в профиле, формальный критерий применимости теории Соболева нарушается [56]. Однако в работах [56; 57] показано, что для Lα оценка (1.11) остаётся верной в случае консервативного рассеяния при учёте частичного перераспределения по частотам и при пренебрежении эффектом отдачи. В этих работах использовалось приближение Фоккера—Планка для функции перераспределения. В работе [58] показано, что средняя интенсивность по профилю $J_{12}(t)$, определённая в (1.10), слабо зависит от механизма перераспределения

по частотам в этом профиле. Выражения (1.10) и (1.11) корректны и при учёте эффектов гибели фотонов в течение рассеяний и частичной некогерентности, обусловленной Штарк-эффектом [59].

Когда поглощение в континууме существенно (например, Lα излучение может ионизовать со второго уровня ион Ca II), необходимо учитывать поглощение квантов в полёте и при рассеянии [60—62]. Также может играть роль и селективный механизм поглощения в линиях примесных ионов (большое число линий Fe II и Cr II находится в окрестности Lα) и последующим дроблением кванта при каскадных переходах [63; 64]. Перечисленные процессы увеличивают значение эффективной вероятности локального выхода фотона (1.11). Численная оценка учёта континуального и селективного поглощения и его влияния на эффект нестационарности была проведена в работе [A4]. В данной главе для простой аналитической модели мы не будем учитывать эти процессы, используя в дальнейшем (1.10) и (1.11). Однако в главе 2 эти модификации приближения Соболева будут учтены численно.

Объединяя (1.4, 1.5 и 1.7, 1.10 – 1.12), получаем систему:

$$\dot{n}_1 = (N(t) - n_1 - n_\mathrm{e})\,(A_{2q} + A_{21}\beta(t)) - n_1 B_{12}\beta(t) J_c(\nu_{L\alpha}, t) - \frac{3n_1}{t} \tag{1.13}$$

$$\dot{n}_\mathrm{e} = (N(t) - n_1 - n_\mathrm{e})\,P_{2c}(t) - n_\mathrm{e}^2\,R_{c2}(t) - \frac{3n_\mathrm{e}}{t}. \tag{1.14}$$

В соответствии с [65, уравнения 5.66, 5.67], или [66, стр. 273] полный коэффициент фотоионизации со второго уровня есть интеграл

$$P_{2c}(t) = 4\pi \int\limits_{\nu_2}^{\infty} J_c(\nu, t) \frac{\alpha_{2c}(\nu)}{h\nu} d\nu, \tag{1.15}$$

где ν_2 – частота перехода $2 \leftrightarrow c$, а c – континуум, α_{2c} – сечение фотоионизации со второго уровня на частоте ν. А полный коэффициент излучательной рекомбинации на второй уровень для чисто водородной плазмы в случае пренебрежения вынужденным излучением будет выглядеть как

$$\begin{aligned} R_{c2} &= 4\pi\,\Phi_\mathrm{Saha}(T_\mathrm{e}) \int\limits_{\nu_2}^{\infty} \frac{\alpha_{2c}(\nu)}{h\nu} \frac{2h\nu^3}{c^2} e^{-\frac{h\nu}{kT_\mathrm{e}}} d\nu \approx \\ &\approx \frac{64\pi^5 m e^{10}}{3\sqrt{3}\,c^3\,h^6}\, g_\mathrm{II}(2,\nu_2)\,\Phi_\mathrm{Saha}(T_\mathrm{e})\,E_1\left(\frac{h\nu_2}{kT_\mathrm{e}}\right). \end{aligned} \tag{1.16}$$

Здесь $\Phi_{\text{Saha}}(T_{\text{e}})$ – фактор Саха; $g_{\text{II}}(2,\nu_2)$ – гаунтовский множитель для связанно-свободного перехода $2 \leftrightarrow c$; E_1 – модифицированная интегральная показательная функция. Можно заметить, что из постоянства T_{e} следует постоянство по времени R_{c2}.

Более реалистичным было бы вместо коэффициента прямой рекомбинации на второй уровень (1.16) взять коэффициент эффективной рекомбинации на этот уровень, посчитанный для многоуровневого атома с учётом каскадных переходов. Иногда для расчёта этого коэффициента линии серии Лаймана предполагаются оптически толстыми, и вероятность выхода для фотонов в них принимается равной нулю, в то время как для других переходов линии считаются оптически тонкими. Это так называемый случай B, или Case B [67], который часто применяют в рамках небулярного приближения [68]. Противоположным случаем для Case B является случай A, или Case A [67], где предполагается полная прозрачность во всех линиях, и вероятность выхода фотонов для серии Лаймана считается равной единице. В движущихся средах, вероятность выхода фотона в линиях Лаймана отлична от нуля и единицы, и реальная ситуация находится между приближениями Case A и Case B [69; 70]. В нашей простой системе для величины R_{c2} мы будем брать среднее значение из работы [71].

Введём теперь безразмерные переменные:

$$u_1(t) = \frac{n_1}{N(t)} = \frac{n_1}{N_0}\left(\frac{t}{t_0}\right)^3, \qquad u_{\text{e}}(t) = \frac{n_{\text{e}}}{N(t)} = \frac{n_{\text{e}}}{N_0}\left(\frac{t}{t_0}\right)^3,$$

которые представляют собой нормированные на полную текущую концентрацию населённости уровней.

Переписывая в них систему, мы получаем:

$$\dot{u}_1 = (1 - u_1 - u_{\text{e}})\left[A_{2q} + \frac{\tilde{A}}{u_1}\left(\frac{t}{t_0}\right)^2\right] - \tilde{B} J_c(\nu_{L\alpha}, t)\left(\frac{t}{t_0}\right)^2 \tag{1.17}$$

$$\dot{u}_{\text{e}} = (1 - u_1 - u_{\text{e}})\, P_{2c}(t) - u_{\text{e}}^2 \tilde{R}\left(\frac{t_0}{t}\right)^3. \tag{1.18}$$

Здесь также введены новые обозначения для постоянных:

$$\tilde{A} = \frac{8\pi\nu_{L\alpha}^3}{c^3}\frac{g_1}{g_2}\frac{1}{N_0 t_0}, \quad \tilde{B} = \frac{4\pi}{h\,c}\frac{1}{N_0 t_0}, \quad \tilde{R} = N_0 R_{c2}. \tag{1.19}$$

Принципиально важным для дальнейшего упрощения системы (1.17, 1.18) является исследование поведения $J_c(\nu_{L\alpha}, t)$ и $P_{2c}(t)$ от времени. Поле непрерывного излучения для длин волн между пределом серии Лаймана ($\sim$ 912 Å) и

бальмеровским скачком (~ 3646 Å) считается *заданным*, а не определяется из самосогласованного счёта.

В оптически тонком случае можно записать, вводя фактор дилюции:

$$J_c(t) = W(t)B(T_c). \tag{1.20}$$

Если дополнительно положить, что рассматриваемая нами область находится достаточно далеко от фотосферы, то фактор дилюции будет меняться со временем как:

$$W(t) \simeq \frac{1}{4}\left(\frac{R_{\text{ph}}}{Vt}\right)^2. \tag{1.21}$$

Тогда интенсивность $J_c(\nu_{L\alpha}, t)$ и коэффициент фотоионизации $P_{2c}(t)$ будет спадать как $\sim 1/t^2$.

В реальной сверхновой среда на рассматриваемых частотах (приблизительно полоса U [72]) в континууме уже не является столь оптически тонкой, чтобы выполнялся закон (1.20). Большое количество металлических примесей изменяет поведение интенсивности излучения в жёсткой полосе, ослабляя её (главную роль играют многочисленные линии Fe II). Но даже в этом случае численное моделирование (например, кодом STELLA) показывает степенную зависимость интенсивности и коэффициента фотоионизации от времени. А именно:

$$J_c(\nu_{L\alpha}, t) \simeq J_c(\nu_{L\alpha}, t_0)\left(\frac{t_0}{t}\right)^{s_1}, \tag{1.22}$$

$$P_{2c}(t) \simeq P_{2c}(t_0)\left(\frac{t_0}{t}\right)^{s_2} = \tilde{P}\left(\frac{t_0}{t}\right)^{s_2}. \tag{1.23}$$

Значения показателей s_1 и s_2 зависят от удалённости от фотосферы, но они всегда больше двух. То есть, в общем случае мы ограничиваем область определения степеней как $s_1 \geqslant 2$ и $s_2 \geqslant 2$. В оптически толстом случае типичные значения степеней могут быть значительными (см. таб. 1 и 1.1.2).

Перейдём теперь к нормированному времени:

$$\tau = \frac{t}{t_0}. \tag{1.24}$$

Система (1.17, 1.18) с учётом (1.22 – 1.24) будет выглядеть как:

$$\dot{u}_1 = (1 - u_1 - u_{\text{e}})\left(Q + \frac{A}{u_1}\tau^2\right) - \frac{B}{\tau^{s_1-2}}, \tag{1.25}$$

$$\dot{u}_{\text{e}} = (1 - u_1 - u_{\text{e}})\frac{P}{\tau^{s_2}} - u_{\text{e}}^2\frac{R}{\tau^3}, \tag{1.26}$$

где u_1 и u_e теперь функции τ, и

$$Q = A_{2q}\,t_0, \quad A = \tilde{A}\,t_0, \quad B = \tilde{B}J_c(\nu_{L\alpha}, t_0)\,t_0, \quad P = \tilde{P}\,t_0, \quad R = \tilde{R}\,t_0. \tag{1.27}$$

В таблице 1 приведены характерные значения постоянных Q, A, B, P, R, s_1, s_2 для слоёв близких к фотосфере (обозначено ph) и слоёв, далеколежащих от фотосферных (обозначено out, подробнее см. раздел 1.1.2). Значения из этих столбцов таблицы будут использоваться для построения графиков этой главы.

Начальные условия для задачи Коши

$$\begin{aligned} &0 < u_1(1) \leqslant 1, \quad 0 \leqslant u_\mathrm{e}(1) \leqslant 1, \\ &\text{причём } 1 - u_1(1) - u_\mathrm{e}(1) \ll u_1(1) \text{ (см. 1.8).} \end{aligned} \tag{1.28}$$

Таблица 1 — Характерные значения постоянных для системы (1.25, 1.26), полученных на основе расчётов для типичной сверхновой второго типа SN 1999em [A4; 46], проведённых при помощи кода STELLA (см. приложение A). Первый столбец содержит величины для слоёв, далеколежащих от фотосферы (“out”). Второй столбец – для слоёв близких к фотосфере (“ph”). Подробнее см. раздел 1.1.2. Данные диссертанта из работы [A6].

	out	ph
Q	$3.5 \cdot 10^6$	
A	$3 \cdot 10^7$	$3 \cdot 10^4$
B	$6 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-3}$
P	$7 \cdot 10^9$	$2 \cdot 10^{11}$
R	50	$5 \cdot 10^4$
s_1	21	24
s_2	4	6

Стационарные населённости в этом же приближении находятся из решения системы алгебраических уравнений:

$$(1 - u_1^{ss} - u_\mathrm{e}^{ss})\Big(Q + \frac{A}{u_1^{ss}}\tau^2\Big) - \frac{B}{\tau^{s_1-2}} = 0 \tag{1.29}$$

$$(1 - u_1^{ss} - u_\mathrm{e}^{ss})\frac{P}{\tau^{s_2}} - (u_\mathrm{e}^{ss})^2\frac{R}{\tau^3} = 0, \tag{1.30}$$

где ss происходит от steady state.

Таким образом, ответ на вопрос о важности учёта нестационарности в кинетике, надо искать, сличая решения систем (1.25, 1.26) и (1.29, 1.30), или, что то же, u_1, u_e и u_1^{ss}, u_e^{ss}, соответственно.

В разделе 1.2 будет показано, что на больших временах отклонение u_1, u_e от u_1^{ss}, u_e^{ss}, соответственно, будет наблюдаться вне зависимости от начальных условий.

1.1.1. Детальный баланс основного уровня водорода и континуума

Рассмотрим фотопроцессы для первого уровня атома водорода. Будем считать, что в оболочке есть примеси других элементов. Введём два предположения: первое – основной вклад в непрозрачность в области частот лаймановского континуума $\nu \geqslant \nu_{LyC}$ обусловлен связанно-свободными процессами и вызван в основном нейтральным водородом; второе – оптические толщины в этой полосе очень велики.

Выпишем коэффициенты излучения и истинного поглощения, исправленного за вынужденное излучение, используя соотношения Эйнштейна—Милна для континуумов [65, т. 1, стр. 131; 66]:

$$\chi_\nu = (n_1 - n_1^* e^{-\frac{h\nu}{kT_\mathrm{e}}})\, \alpha_{1c}(\nu), \tag{1.31}$$

$$\eta_\nu = n_1^* (1 - e^{-\frac{h\nu}{kT_\mathrm{e}}})\, \alpha_{1c}(\nu) B_\nu(T_\mathrm{e}). \tag{1.32}$$

Здесь $\alpha_{1c}(\nu)$ – сечение фотоионизации с первого уровня, $B_\nu(T_\mathrm{e})$ – чёрнотельное излучение при температуре вещества T_e,

$$n_1^* = n_\mathrm{e} n_\mathrm{p} \Phi_\mathrm{Saha}(T_\mathrm{e}) \tag{1.33}$$

– имеет значение n_1, вычисленное в условиях ЛТР из уравнения Саха при *реально имеющихся*, не обязательно равновесных n_e, n_p – концентрации электронов и протонов, соответственно.

В условиях большой оптической толщи уравнение переноса в континууме даёт $J_c(\nu,t) = S_c(\nu,t)$, где $S_c(\nu,t)$ – функция источников, определяемая как:

$$S_c(\nu,t) = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu}. \tag{1.34}$$

Подставляя (1.31) и (1.32) в (1.34) получаем:

$$J_c(\nu,t) = \frac{(1-e^{-\frac{h\nu}{kT_\mathrm{e}}})}{\frac{n_1}{n_1^*} - e^{-\frac{h\nu}{kT_\mathrm{e}}}} B_\nu(T_\mathrm{e}). \tag{1.35}$$

В соответствии с [65, уравнения 5.66, 5.67], или [66, стр. 273] темп фотоионизации с первого уровня выражается через следующий интеграл

$$n_1 P_{1c}(t) = 4\pi n_1 \int\limits_{\nu_{LyC}}^{\infty} \frac{\alpha_{1c}(\nu)}{h\nu} J_c(\nu,t) d\nu. \tag{1.36}$$

Выражение для темпа фоторекомбинации будет выглядеть как

$$n_\mathrm{e} n_\mathrm{p} R_{c1}(t) = 4\pi n_\mathrm{p} n_\mathrm{e}\, \Phi_\mathrm{Saha}(T_\mathrm{e}) \int\limits_{\nu_{LyC}}^{\infty} \frac{\alpha_{1c}(\nu)}{h\nu} \Big(\frac{2h\nu^3}{c^2} + J_c(\nu,t)\Big) e^{-\frac{h\nu}{kT_\mathrm{e}}} d\nu. \tag{1.37}$$

Подставляя в (1.36) и (1.37) уравнение (1.35), и учитывая (1.33), приходим к выводу: $n_1 P_{1c}(t) = n_\mathrm{e} n_\mathrm{p} R_{c1}(t)$. Таким образом, в общем случае, с примесями, темпы переходов фотоионизации с основного уровня водорода и рекомбинация на основной уровень полностью совпадают, и первый уровень водорода находится в детальном балансе с континуумом.

Дополнительно отметим, что в чисто водородном случае, при заданных n_e и n_p таких, что $n_\mathrm{e} = n_\mathrm{p}$, а также при условии, что $N_\mathrm{H} - n_\mathrm{p} - n_1 \ll n_1$, выполняется:

$$n_1^* \approx N_\mathrm{H} - n_\mathrm{p} \approx n_1, \tag{1.38}$$

где N_H – концентрация всего водорода. Тогда из (1.35, 1.38) следует, что только в чисто водородной оболочке диффузное излучения $J_c(\nu)$ близко к равновесному $B_\nu(T_\mathrm{e})$, что позволяет говорить о близости к равновесию вещества и излучения. Как ранее обсуждалось, с примесями, $J_c(\nu) \neq B_\nu(T_\mathrm{e})$.

1.1.2. Характерные значения коэффициентов

Выпишем характерные значения физических параметров оболочки и излучения на основе расчётов для типичной сверхновой второго типа SN 1999em [A4; 46], проведённых при помощи кода STELLA. Величины для слоёв, расположенных близко к фотосфере, будут браться на расстоянии R_{ph} от центра звезды. Величины для внешних, высокоскоростных слоёв – на расстоянии R_{out} от центра звезды.

Начальный момент времени $t_0 \approx 20$ дней после взрыва.

Темп двухфотонного распада $2\text{s} \to 1\text{s}$ брался из работы [73]. Рассматривая два l-подуровня 2s и 2p как единый супер-уровень 2 [44; 45] и предполагая, что населённости подуровней пропорциональны статистическим весам $g_{2\text{s}}$, $g_{2\text{p}}$, получим:

$$Q \approx 8.2249 \frac{g_{2\text{s}}}{g_{2\text{s}} + g_{2\text{p}}} t_0 \approx 2.74\, t_0 \approx 3.5 \cdot 10^6.$$

Концентрация вещества в начальный момент времени

$$N_0(R_{\text{ph}}) \approx 10^{11}\ \text{см}^{-3}, \quad N_0(R_{\text{out}}) \approx 10^{8}\ \text{см}^{-3}.$$

Отсюда следует, что для постоянной A, определённой в (1.19, 1.27), мы будем иметь:

$$A(R_{\text{ph}}) \approx 3 \cdot 10^4, \quad A(R_{\text{out}}) \approx 3 \cdot 10^7.$$

Типичные значения интенсивностей окружающего непрерывного излучения в начальный момент времени на частоте перехода Lα берутся из расчёта STELLA:

$$J_c(\nu_{L\alpha}, t_0, R_{\text{ph}}) \approx 10^{-8}\, \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\,\text{с}\,\text{Гц}}.$$
$$J_c(\nu_{L\alpha}, t_0, R_{\text{out}}) \approx 10^{-12}\, \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\,\text{с}\,\text{Гц}},$$

Для B, определённого в (1.19, 1.27):

$$B(R_{\text{ph}}) \approx 6 \cdot 10^{-3}, \quad B(R_{\text{out}}) \approx 6 \cdot 10^{-4}.$$

Коэффициент фотоионизации со второго уровня P_{2c} в начальный момент времени также берётся из расчётов STELLA:

$$P_{2c}(t_0, R_{\text{ph}}) \approx 10^5\ \text{с}^{-1}, \quad P_{2c}(t_0, R_{\text{out}}) \approx 4 \cdot 10^3\ \text{с}^{-1}.$$

Тогда из (1.27) получаем:

$$P(R_{\text{ph}}) \approx 2 \cdot 10^{11}, \quad P(R_{\text{out}}) \approx 7 \cdot 10^{9}.$$

Коэффициент эффективной фоторекомбинации на второй уровень в начальный момент времени можно оценить из [71, таб. 1] как $R_{2c} \approx 3 \cdot 10^{-13}$ см^3/с, используя характерные температуры вещества в оболочке сверхновой $T_{\text{e}} \approx 3000 - 7000$ K. Тогда для R из (1.19, 1.27) будем иметь:

$$R(R_{\text{ph}}) \approx 5 \cdot 10^{4}, \quad R(R_{\text{out}}) \approx 50.$$

Значения для степенных показателей берутся из расчётов STELLA:

$$s_1(R_{\text{ph}}) \approx 24, \quad s_1(R_{\text{out}}) \approx 21,$$
$$s_2(R_{\text{ph}}) \approx 6, \quad s_2(R_{\text{out}}) \approx 4.$$

Для оптически тонкой атмосферы будем иметь $s_1 = 2$ и $s_2 = 2$. Таким образом, в общем случае область определения этих показателей $s_1 \geqslant 2$ и $s_2 \geqslant 2$.

1.2. Поведение системы на больших временах

Будем исследовать решения систем (1.25, 1.26) и (1.29, 1.30) на предельно больших временах $\tau \to \infty$. При этом мы будем полагать, что фотосферная фаза длится бесконечно долго.

Преобразуем исходную систему (1.25, 1.26), введя функцию u_2 согласно соотношению $u_1+u_2+u_{\text{e}}=1$. При этом мы должны оставить только линейные члены по u_2, поскольку малость этой функции уже предполагалась при выводе (см. 1.8 и 1.28). Таким образом, это не линеаризация исходной системы, а приведение её к “нормальному” виду. Система принимает форму:

$$\dot{u}_1 = u_2 g_1(\tau,u_1) - g_2(\tau), \tag{1.39}$$
$$\dot{u}_2 = -u_2 g_3(\tau,u_1) + g_4(\tau,u_1), \tag{1.40}$$

где мы ввели следующие функции:

$$g_1(\tau,u_1) = Q + \frac{A}{u_1}\tau^2,$$
$$g_2(\tau) = \frac{B}{\tau^{s_1-2}},$$
$$g_3(\tau,u_1) = Q + \frac{A}{u_1}\tau^2 + \frac{P}{\tau^{s_2}} + 2\,(1-u_1)\frac{R}{\tau^3},$$
$$g_4(\tau,u_1) = \frac{B}{\tau^{s_1-2}} + (1-u_1)^2\frac{R}{\tau^3}.$$

Анализ системы (1.39, 1.40) показывает, что те решения, которые удовлетворяют начальным условиям: $0 < u_1(1) \leqslant 1, 0 \leqslant u_2(1) \leqslant 1$, остаются ограниченными и устойчивыми по Ляпунову [74, стр. 66; 75, стр. 111] (см. дополнительно раздел 1.2.1).

Важно, что вследствие его линейности, уравнение (1.40) можно проинтегрировать в явном виде и записать его решение:

$$u_2(\tau) = e^{-G_3(\tau)}\Big[u_2(1) + \int\limits_1^\tau g_4(\tau',u_1(\tau'))e^{G_3(\tau')}d\tau'\Big], \tag{1.41}$$

где

$$G_3(\tau) \equiv \int\limits_1^\tau g_3(\tau',u_1(\tau'))d\tau'. \tag{1.42}$$

Уравнение (1.41) совместно с (1.42) представляют формальное решение для u_2, поскольку u_1 по-прежнему неизвестна.

Замечательно, что функции g_1 и g_3 являются быстро растущими функциями времени при условии ограниченности и конечности u_1, $g_{1,3} \sim \mathcal{O}(\tau^2)$, а $g_{2,4}$ – напротив, степенным образом убывающие функции τ. Мы можем воспользоваться тем, что при любом ограниченном поведении $u_1(\tau)$, G_3 – быстро растущая функция времени, как минимум как $G_3(\tau) \sim \mathcal{O}(\tau^3)$. Поэтому на больших временах члены с экспонентой от G_3 – главные. Член с $u_2(1)$ в (1.41) на больших временах экспоненциально мал, и в этом смысле u_2 “забывает” начальные условия. Во втором члене путём последовательного интегрирования по частям и отбрасывания экспоненциально малых при $\tau \to \infty$ членов получим:

$$u_2 \simeq \frac{g_4(\tau,u_1)}{g_3(\tau,u_1)} - \frac{1}{g_3(\tau,u_1)}\frac{d}{d\tau}\left(\frac{g_4(\tau,u_1)}{g_3(\tau,u_1)}\right) + \ldots \tag{1.43}$$

Первый член этого разложения фактически является стационарным приближением уравнения (1.40). Подставив его в (1.39), получим уравнение для u_1:

$$\dot{u}_1 = f(\tau,u_1) = \frac{g_1(\tau,u_1)g_4(\tau,u_1)}{g_3(\tau,u_1)} - g_2(\tau). \tag{1.44}$$

Уравнение (1.44) является частным случаем уравнения Аппеля [76] – обобщённым уравнением Абеля второго рода [77; 78], и, к сожалению, в общем случае не разрешается в квадратурах. Любопытно, что к подобным уравнениям приводят задачи нелинейной оптики, теории упругости, оптимизации стержня реактора, нелинейной теплопроводности установившегося режима, нелинейной волновой теории и нелинейной диффузии.

Обычно для решений нелинейных дифференциальных уравнений используются приближённые аналитические методы: метод малого параметра [79, стр. 405], метод Чаплыгина [80, стр. 260], поиск решения в виде степенных рядов и т.д. В случае (1.44) требуется *большое* число шагов в каждом конкретном методе или слагаемых в разложении. Аналитическая запись становится громоздкой и бесполезной.

Но в дальнейшем нам не нужно решать (1.44). Достаточно доказать тот факт, что любое решение этого уравнения, удовлетворяющее начальным условиям $0 < u_1(1) \leqslant 1$, будет оставаться в отрезке $(0 \div 1)$. Для этого рассмотрим две функции:

$$f_l(\tau,u) = -|u|\,\frac{PB}{A\,\tau^{s_1+s_2}}, \tag{1.45}$$

$$f_u(\tau,u) = (1-u)^2\frac{R}{\tau^3}. \tag{1.46}$$

Возьмём произвольный далёкий момент времени $\tau_1 \gg 1$. В области ($\forall\tau \in [1,\tau_1]; \forall u \in \mathbb{R}$), очевидно, выполнено $f_l(\tau,u) \leqslant f(\tau,u) \leqslant f_u(\tau,u)$. А так как функция $f(\tau,u)$ непрерывно дифференцируема в этой области и, следовательно, удовлетворяет условию Липшица, то по теореме Чаплыгина [80, стр. 260; 75, стр. 102] можно написать $u_l(\tau) \leqslant u_1(\tau) \leqslant u_u(\tau)$ для $\forall\tau \in [1,\tau_1]$. Здесь u_l, u_u – решения уравнений $\dot{u}_l = f_l(\tau,u_l)$, $\dot{u}_u = f_l(\tau,u_u)$ соответственно. Их начальные условия, должны совпадать с начальными условиями (1.44): $u_1(1) = u_l(1) = u_u(1) = u_0$. Такие решения называют барьерными (рис. 1.2), и они всегда “окружают” решение $u_1(\tau)$. Их выписывание завершает доказательство:

$$u_l(\tau) = u_0\,\exp\left[-\frac{BP\,(1-\tau^{-(s_1+s_2-1)})}{A(s_1+s_2-1)}\right] > 0, \tag{1.47}$$

$$u_u(\tau) = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1-u_0} - \frac{R}{2}\left(1-\tau^{-2}\right)} < 1. \tag{1.48}$$

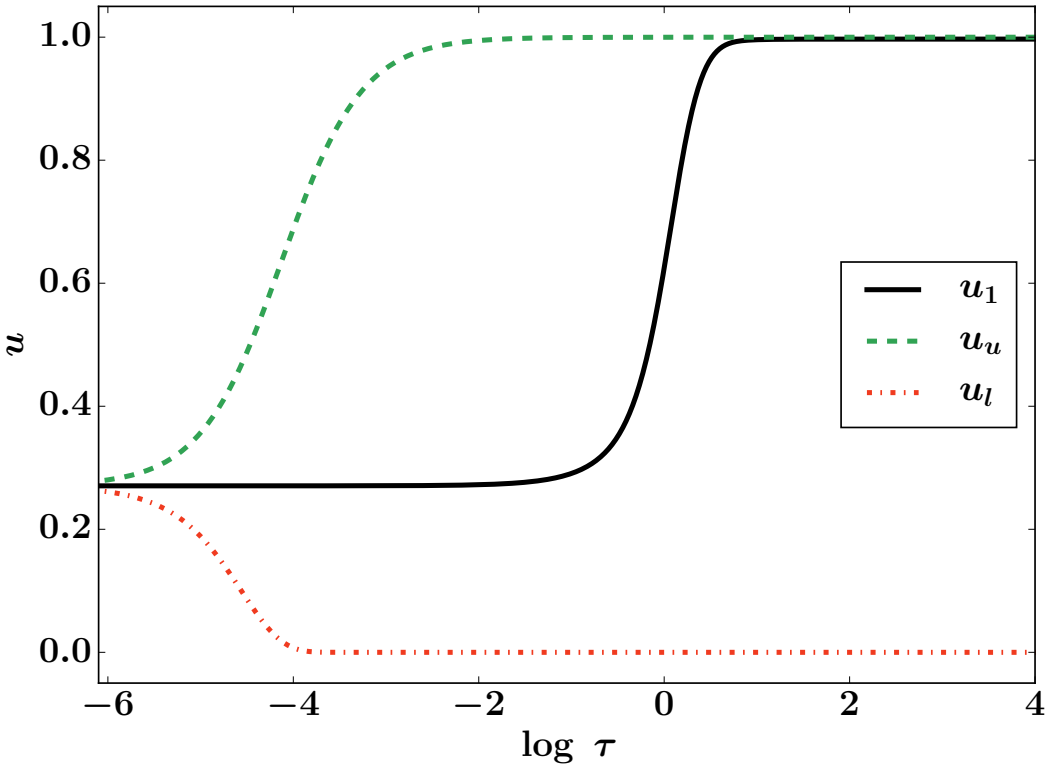

Рисунок 1.2 — Населённость первого уровня $u_1(\tau)$ и барьерные решения $u_u(\tau)$, $u_l(\tau)$, вычисленные при физических параметрах, типичных для близких к фотосфере слоёв сверхновой SN 1999em (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2). Результат диссертанта из работы [A6].

Дополнительно приведём другой путь доказательства, который укажет на интересное свойство исследуемого уравнения (1.44). Функция $f(u_1,\tau)$ в рассматриваемом диапазоне по u_1 строго монотонно убывающая, причём

$$f(\tau,0) = \frac{R}{\tau^3} > 0, \tag{1.49}$$

$$f(\tau,1) = -\frac{BP\,\tau^{-(s_1+s_2-2)}}{Q + A\tau^2 + \frac{P}{\tau^{s_2}}} < 0. \tag{1.50}$$

Эти граничные свойства не позволяют функции $u_1(\tau)$ выйти за пределы отрезка $(0,1)$. Кроме того, для любых u_m, u_n, таких, что, для определённости, $u_m > u_n$, в силу монотонности $f(\tau,u)$ следует, что $f(\tau,u_m) < f(\tau,u_n)$. Поэтому

$$\frac{d(u_m - u_n)}{d\tau} = f(\tau,u_m) - f(\tau,u_n) < 0. \tag{1.51}$$

Уравнение (1.51) гарантирует схождение двух любых решений u_m и u_n. То есть их разница непрерывно уменьшается, никогда не меняя знак. Действительно, два разных решения уравнения (1.44) пересечься не могут: их производная

определяется правой частью $f(\tau,u)$, которая однозначна в каждый момент времени и непрерывно дифференцируема по u. Если же два решения в точке касаются, то по теореме Коши о существовании и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка, они должны совпадать везде [79, стр. 10; 75, стр. 88]. Таким образом, все решения уравнения (1.44) с различными начальными условиями, начиная с какого-то времени, “сжимаются” в цилиндр-трубку ненулевого радиуса и никогда из неё не выходят (рис. 1.3). В этом случае говорят, что уравнение (1.44), а значит, и исходная система (1.25, 1.26) обладают свойством диссипативности [74, стр. 287; 75, стр. 168]. На рисунке (1.3) видно, что время сходимости решений диссипативной системы в цилиндр-трубку велико и составляет десятки дней. Оказывается, если включить ранее неучитывавшиеся ударные процессы, то решения будут “сжиматься” в цилиндр-трубку раньше – время сходимости составит всего тысячи секунд. При этом если пренебречь шириной трубки, то можно сказать, что система “забывает” начальные условия! Подробнее смотри в разделе 1.2.1.

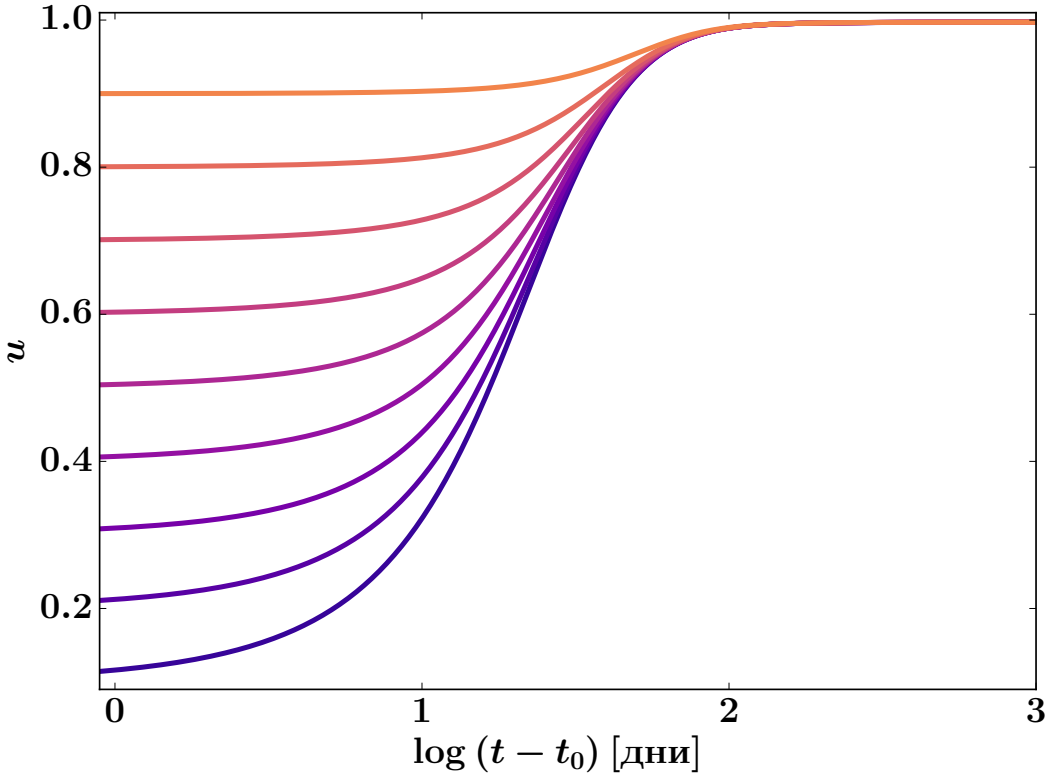

Рисунок 1.3 — Поведение функций $u_1(t)$ при различных начальных условиях для физических параметрах, типичных для оптически толстых прифотосферных слоёв сверхновой SN 1999em (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2). Время физическое и t_0=20 дней. Видно явление диссипативности.
Результат диссертанта из работы [A6].

Итак, из (1.44) следует, что $\lim_{\tau\to\infty} \dot{u}_1 = 0$. Значит $u_1(\tau)$ выходит на больших временах на постоянное значение $u_1(\tau = \infty)$. С учётом того, что барьерные решения $u_l(\tau)$ и $u_u(\tau)$ окружают $u_1(\tau)$ всегда, то из (1.47, 1.48) следует, что $0 < u_1(\tau = \infty) < 1$. Также из (1.43) следует, что $u_2 \to 0$ при $\tau \to \infty$. А значит, на больших временах истинная относительная концентрация электронов выходит на константу $0 < u_{\mathrm{e}}(\tau = \infty) < 1$ вне зависимости от начальных условий. В свою очередь, решая (1.29, 1.30), можно показать, что стационарная относительная концентрация электронов стремится к нулю, как

$$u_{\mathrm{e}}^{ss} \sim \tau^{-(s_1+s_2-3)/2}. \tag{1.52}$$

Видно, что в нестационарном случае оболочка разлетается с бо́льшей степенью ионизации по сравнению со стационарным приближением.

Подобное явление наблюдается и в атмосферных взрывах, при разлёте газового облака в пустоту [81; 82, стр. 420] и при “затягивании” процесса рекомбинации первичной плазмы в ранней Вселенной при космологических условиях [83—85]. Обычно говорят, что концентрация свободных электронов испытывает “закалку”. Но в отличие от классической закалки в атмосферных взрывах эффект нестационарности в сверхновых остаётся важным даже тогда, когда температуры и вещества и излучения *постоянны*. Это верно, например, для оптически тонкого случая $s_1 = 2$, $s_2 = 2$.

Эффект “закалки” можно видеть на рис. 1.4 и 1.5. На первом представлен численный расчёт для случая внешних высокоскоростных слоёв, далёких от фотосферы (таб. 1 кол. 1), а на втором – для физических параметров характерных для близко-фотосферных слоёв SNe IIP (таб. 1 кол. 2). Вычисления проведены при предположении, что система изначально была в статистическом равновесии, то есть стационарна.

Однако величина $u_{\mathrm{e}}(\tau = \infty)$ в некоторых случаях может быть мала. Отклонение реальных населённостей от стационарных на больших временах незначительно: u_1^{ss} и u_1 насыщаются до единицы, а u_{e}, u_{e}^{ss} близки к нулю, что соответствует почти полной рекомбинации. В то же время, на протяжении $t - t_0 \sim 10$ дней рост отклонения значителен (рис. 1.5). Для внешних высокоскоростных слоёв, далёких от фотосферы (рис. 1.4), различие в населённостях тоже увеличивается за эти дни.

Так как выводы, полученные выше, предполагают формально бесконечно долгую длительность фотосферной фазы, то рассмотренный в этом разделе эф-

фект “закалки” на больших временах может не реализоваться в течение фазы плато. В разделе 1.3 мы изучим, что влияет на развитие эффекта нестационарности в начальные моменты времени, когда система ещё близка к статистически равновесной.

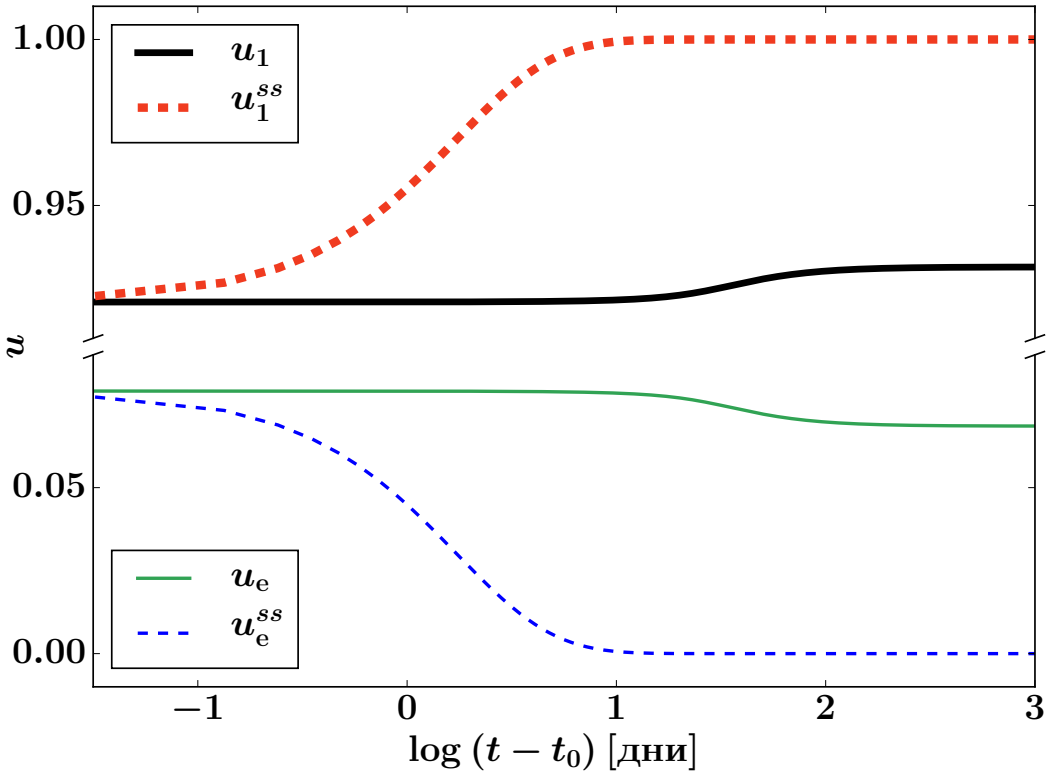

Рисунок 1.4 — Графики населённостей $u_1(t)$, $u_1^{ss}(t)$, $u_e(t)$ и $u_e^{ss}(t)$ от физического времени (t_0=20 дней), вычисленные при физических параметрах, типичных для слоёв, расположенных вдали от фотосферы для сверхновой SN 1999em (см. таб. 1, кол. 1 и 1.1.2). Начальные условия: $u_1(t_0) = u_1^{ss}(t_0)$ и $u_e(t_0) = u_e^{ss}(t_0)$. Нормированная концентрация электронов $u_e(t)$ выходит на постоянное значение $u_e(t{=}\infty) \approx 0.06$. Результат диссертанта из работы [A6].

1.2.1. Диссипативность системы

Приведём другое доказательство диссипативности системы (1.25, 1.26), которое позволит нам показать, что поведение системы очень слабо зависит на больших временах от начальных условий.

Пусть нам известно какое-то одно из ограниченных решений $0{<}\tilde{u}_1{\leqslant}1$ и $0{\leqslant}\tilde{u}_e{\leqslant}1$ (*невозмущённое движение*) неавтономной нелинейной дифференциаль-

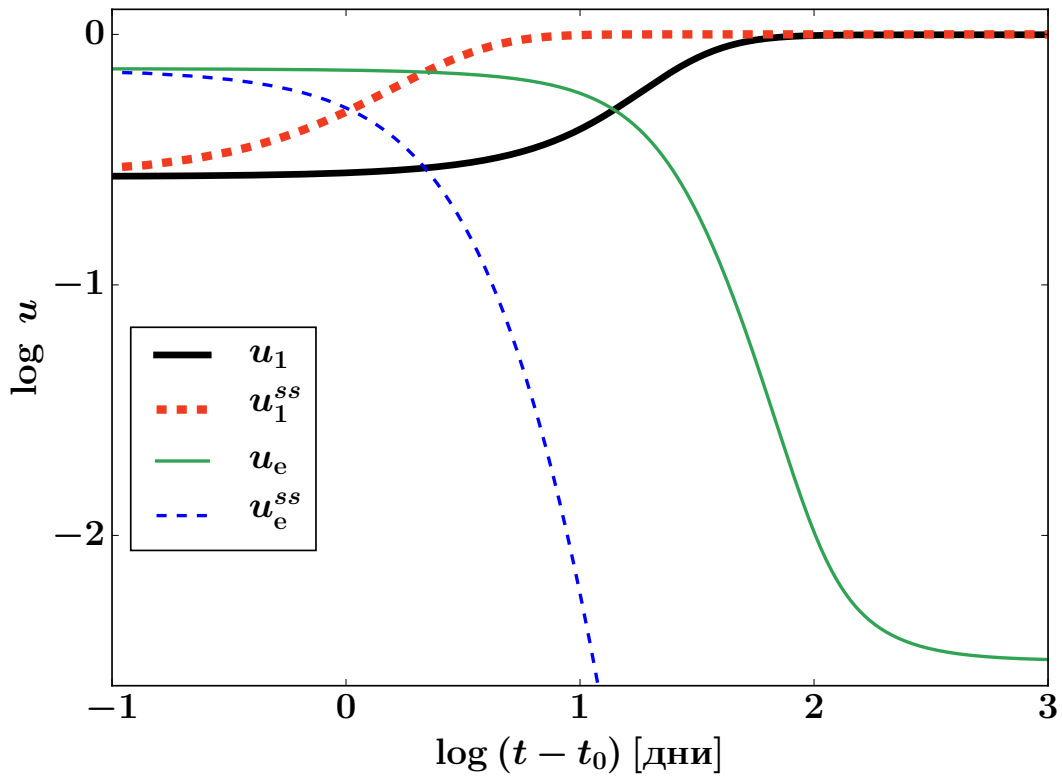

Рисунок 1.5 — Графики населённостей $u_1(t)$, $u_1^{ss}(t)$, $u_{\rm e}(t)$ и $u_{\rm e}^{ss}(t)$ от физического времени (t_0=20 дней) вычисленные при физических параметрах, типичных для слоёв, близлежащих к фотосфере для сверхновой SN 1999em (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2). Начальные условия: $u_1(t_0) = u_1^{ss}(t_0)$ и $u_{\rm e}(t_0) = u_{\rm e}^{ss}(t_0)$. Видно, что нормированные концентрации первого уровня водорода $u_1(t)$ и $u_1^{ss}(t)$ отличаются на протяжении ~ 100 дней, но в конце обе насыщаются до единицы. Нормированная концентрация электронов $u_{\rm e}(t)$ выходит на постоянное значение $u_{\rm e}(t{=}\infty) \approx 0.002$. Результат диссертанта из работы [A6].

ной системы (1.25, 1.26). Положим $x_1 = u_1 - \tilde{u}_1$ и $x_{\rm e} = u_{\rm e} - \tilde{u}_{\rm e}$, то есть x_1 и $x_{\rm e}$ – суть отклонения решений u_1, $u_{\rm e}$ от $\tilde{u}_1$ и $\tilde{u}_{\rm e}$ соответственно. Тогда для x_1, $x_{\rm e}$ мы получаем приведённую систему дифференциальных уравнений (по Ляпунову она называется системой уравнений *возмущённого движения*) [74, стр. 234; 75, стр. 147] :

$$\dot{x}_1 = -(x_1 + x_{\rm e})\, Q - \frac{(1-\tilde{u}_{\rm e})x_1 + \tilde{u}_1 x_{\rm e}}{\tilde{u}_1(\tilde{u}_1 + x_1)} A\tau^2 \tag{1.53}$$

$$\dot{x}_{\rm e} = -(x_1 + x_{\rm e})\frac{P}{\tau^{s_2}} - x_{\rm e}\,(2\tilde{u}_{\rm e} + x_{\rm e})\frac{R}{\tau^3}. \tag{1.54}$$

При этом важно отметить, что тривиальное решение $x_1 = 0$, $x_{\rm e} = 0$ является положением статистического равновесия.

Рассмотрим далее скалярную функцию Ляпунова нижеследующего вида:

$$V(\tau,x_1,x_\mathrm{e}) = x_1^2\frac{(1-\tilde{u}_\mathrm{e})}{\tilde{u}_1} + 2x_1x_\mathrm{e} + x_\mathrm{e}^2\,(1+d)\,. \tag{1.55}$$

При $d > 0$ функция Ляпунова положительно определена и представляет собой эллиптический параболоид.

Её производная по времени в силу системы (1.53, 1.54) записывается, как

$$\dot{V}(\tau,x_1,x_\mathrm{e}) = \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial V}{\partial x_1}\dot{x}_1 + \frac{\partial V}{\partial x_\mathrm{e}}\dot{x}_\mathrm{e}, \tag{1.56}$$

где $\dot{x}_1$ и $\dot{x}_\mathrm{e}$ – это (1.53) и (1.54) соответственно. На больших временах и при *малых* x_1 и x_e её выражение:

$$\begin{aligned}\dot{V}(\tau,x_1,x_\mathrm{e}) = -\frac{2A\,\tau^2}{\tilde{u}_1}\Bigg[&\frac{(1-\tilde{u}_\mathrm{e})(1-\tilde{u}_\mathrm{e}-\tilde{u}_1)\,x_1^2}{2\,\tilde{u}_1^2}+\\ &+\left(\frac{(1-\tilde{u}_\mathrm{e})}{\tilde{u}_1}x_1+x_\mathrm{e}\right)^2\Bigg]+\mathcal{O}(\tau).\end{aligned} \tag{1.57}$$

Эта функция знакоотрицательна в области

$$\Omega = (0 < \tilde{u}_1 + x_1 \leqslant 1, 0 < \tilde{u}_\mathrm{e} + x_\mathrm{e} \leqslant 1).$$

Из первой теоремы Ляпунова с помощью (1.55, 1.57) следует устойчивость “в малом” приведённой системы (1.53, 1.54) при любом положительном, сколь угодно малом, но конечном d. Важно отметить, что для рассматриваемой системы задачу об устойчивости удаётся решить таким способом на полуоси $\tau > \tau_1$ с достаточно далёкой границей $\tau_1 \geqslant 1$. Устойчивость на заранее заданной полуоси $\tau > 1$ получается с учётом теоремы о непрерывности по параметру [75, стр. 95] для решения на конечном промежутке $1 \leqslant \tau \leqslant \tau_1$.

Анализ функции (1.55) показывает диссипативность системы (1.53, 1.54). Действительно, в разделе 1.2 показано, что на больших временах $\tilde{u}_1 \approx 1 - \tilde{u}_\mathrm{e}$. Тогда (1.57) можно переписать, как

$$\dot{V}(\tau,x_1,x_\mathrm{e}) = -\frac{2A\,\tau^2}{\tilde{u}_1}(x_1+x_\mathrm{e})^2 + \mathcal{O}(\tau).$$

Эта функция представляет собой параболический цилиндр со значением функции, равным нулю вдоль прямой l, определяемой уравнением $x_1 = -x_\mathrm{e}$. А значит,

можно указать такое значение μ, что множество l не принадлежит для всех моментов времени $\forall\,\tau \geqslant 1$ области $\tilde{\Omega}$, определяемой как разность области Ω и области, задаваемой неравенством

$$\sup_{\tau\geqslant 1} V(\tau,x_1,x_{\mathrm{e}}) \leqslant \mu.$$

Таким образом, функция $\dot{V}(\tau, x_1, x_{\mathrm{e}})$ в $\tilde{\Omega}$ не просто знакоотрицательна, но и отрицательно определена. Следовательно, по теореме Йосидзавы [74, стр. 290; 86, стр. 47-48] приведённая система (1.25, 1.26) диссипативна. То есть все решения сжимаются в цилиндр-трубку вокруг оси времени и, начиная с какого-то времени, её не покидают.

Приведённое доказательство диссипативности предполагает малость отклонений x_1 и x_{e}, а значит система (1.25, 1.26) диссипативна “в малом”. Если дополнительно учесть, что решения задачи Коши (1.25, 1.26, 1.28) всюду ограничены, то можно доказать диссипативность “в большом”. Действительно, если рассуждать от противного и предположить наличие двух “трубок”, то неизбежно найдутся два близколежащих ограниченных решения, которые принадлежат разным цилиндрам-трубкам, что противоречит тому, что все близколежащие решения погружены в одну цилиндр-трубку.

Теорема Т. Йосидзавы не даёт практически полезных оценок времени сходимости решений диссипативной системы в полубесконечный цилиндр-трубку окружающую ось времени. Здесь мы ограничимся только численными оценками этого времени, решая приведённую систему (1.53, 1.54) с начальными условиями: $x_1(1) \approx \tilde{u}_1(1)$, $x_{\mathrm{e}}(1) = 1 - \tilde{u}_{\mathrm{e}}(1)$.

В разделе 1.2 было показано, что начальные данные u_2 экспоненциально быстро забываются. В силу того, что $u_2 = 1 - u_1 - u_{\mathrm{e}}$, то $-(x_1 + x_{\mathrm{e}})$ – это отклонение от u_2. Из (1.43) следует, что значение этого выражения стремится к нулю как $e^{-G_3(\tau)}$. Поэтому без ограничения общности далее рассматривается поведение только x_1. Из рис. (1.6) можно видеть, что в условиях, характерных для околофотосферных слоёв сверхновой такое время довольно велико и составляет десятки дней. Оказывается, что ситуация меняется кардинально, если включить ранее неучитываемые ударные процессы. Так, на рис. (1.6) приведён расчёт с ударами в тех же условиях. Время сходимости решений диссипативной системы в этом случае составляет всего тысячи секунд. Если пренебречь шириной трубки (значение $x_1^{\mathrm{col}} \ll 1$ на временах больше дня), то можно сказать, что система “забывает” начальные условия, и они неважны!

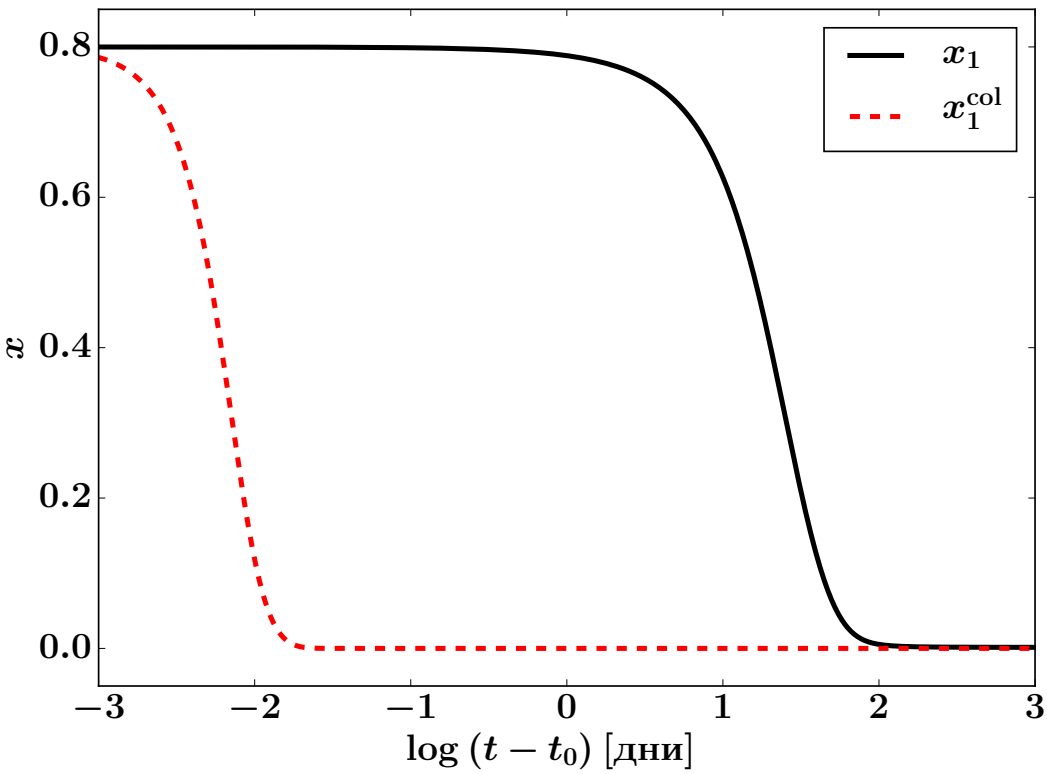

Рисунок 1.6 — Графики x_1, и x_1^{col} – решение приведённой системы с учётом ударов от физического времени (t_0=20 дней). Вычисления проведены для оптически толстой среды в околофотосферных слоях (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2). Результат диссертанта из работы [A6].

1.3. Поведение системы на малых временах

В разделе 1.2 был рассмотрен сам факт нарушения стационарного приближения в кинетике на предельно больших временах. Однако его исследование аналитическими методами затруднено: уравнение Абеля не решается в общем виде в квадратурах. В разделе 1.2.1 мы показали, что начальные условия для рассматриваемой системы быстро “забываются” со временем. Поэтому, без ограничения общности, в данном разделе мы будем считать, что начальные значения нормированных населённостей совпадают со стационарными. Нас будет интересовать, как развивается эффект нестационарности со временем, если изначально он очень мал.

Следует добавить, что если в разделе 1.2 было достаточно качественной картины, то теперь потребуются уже количественные оценки. Таким образом, задача будет решаться полуаналитически, используя характерные значения постоянных коэффициентов системы (см. 1.1.2).

Перейдём к векторной нотации записи уравнений. Исходную систему (1.25, 1.26) тогда можно переписать как

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{f}(\tau, \mathbf{u}),$$

где $\mathbf{u}{=}(u_1, u_{\mathrm{e}})^{\mathrm{T}}$ – вектор нормированных населённостей, а T – транспонирование вектора-строки в вектор-столбец. Построим систему уравнений в отклонениях $\mathbf{x}^{ss}{=}(x_1^{ss}, x_{\mathrm{e}}^{ss})^{\mathrm{T}}$ истинных нормированных населённостей $\mathbf{u}$ от стационарного решения системы (1.29, 1.30) $\mathbf{u}^{ss}{=}(u_1^{ss}, u_{\mathrm{e}}^{ss})^{\mathrm{T}}$, то есть $\mathbf{x}^{ss} = \mathbf{u} - \mathbf{u}^{ss}$.

В общем случае можно записать

$$\frac{d}{d\tau}(\mathbf{x}^{ss} + \mathbf{u}^{ss}) = \mathbf{f}(\tau, \mathbf{x}^{ss} + \mathbf{u}^{ss}).$$

Откуда следует:

$$\dot{\mathbf{x}}^{ss} = \mathbf{f}(\tau, \mathbf{x}^{ss} + \mathbf{u}^{ss}) - \dot{\mathbf{u}}^{ss}. \tag{1.58}$$

Важно отметить, что $\mathbf{x}^{ss} = 0$ является центром статистического равновесия, так как $\mathbf{f}(\tau, 0 + \mathbf{u}^{ss}) = 0$ по определению. Следовательно, можно написать:

$$\dot{\mathbf{x}}^{ss} = \mathbf{J}(\tau)\,\mathbf{x}^{ss} + \mathbf{h}(\tau, \mathbf{x}^{ss}) - \dot{\mathbf{u}}^{ss}, \tag{1.59}$$

где

$$\mathbf{J}(\tau) = \left.\frac{\partial(f_1, f_{\mathrm{e}})}{\partial(u_1^{ss}, u_{\mathrm{e}}^{ss})}\right|_{u_i = u_i^{ss}}$$

– матрица Якоби, $\mathbf{h}(\tau, \mathbf{x}^{ss})$ – член, содержащий более высокие порядки по переменным. Выпишем их явно

$$\mathbf{J}(\tau) = \begin{pmatrix} -Q - \frac{A}{u_1^{ss}}\frac{(1-u_{\mathrm{e}}^{ss})}{u_1^{ss}}\tau^2 & -Q - \frac{A}{u_1^{ss}}\tau^2 \\ -\frac{P}{\tau^{s2}} & -\frac{P}{\tau^{s2}} - 2u_{\mathrm{e}}^{ss}\frac{R}{\tau^3} \end{pmatrix}, \tag{1.60}$$

$$h_1 = \frac{A\,x_1^{ss}}{(u_1^{ss})^2(u_1^{ss} + x_1^{ss})}\Big(x_1^{ss}(1 - u_{\mathrm{e}}^{ss} - u_1^{ss}) + u_1^{ss}(x_1^{ss} + x_{\mathrm{e}}^{ss})\Big)\tau^2,$$

$$h_{\mathrm{e}} = -x_{\mathrm{e}}^2\frac{R}{\tau^3}.$$

В силу того, что $u_2 = 1 - u_1 - u_{\mathrm{e}}$ и $u_2^{ss} = 1 - u_1^{ss} - u_{\mathrm{e}}^{ss}$, то $u_2 - u_2^{ss} = -(x_1^{ss} + x_{\mathrm{e}}^{ss})$. Тогда выражение для h_1 можно переписать как:

$$h_1 = \frac{A\,x_1^{ss}}{(u_1^{ss})^2(u_1^{ss} + x_1^{ss})}\Big(x_1^{ss}u_2^{ss} - u_1^{ss}(u_2 - u_2^{ss})\Big)\tau^2.$$

Выясним поведение функции $\mathbf{h}$ на больших временах. Заметим, что из (1.30), (1.52) следует, что $u_2^{ss}(\tau)$ – степенным образом убывающая функция, как $\sim \mathcal{O}(\tau^{-s_1})$. В свою очередь, в силу (1.43) $u_2^{ss}(\tau)$ – убывает как $\sim \mathcal{O}(\tau^{-2})$. И, так как $u_1^{ss}(\tau) < 1$, получим, что будет выполняться

$$\lim_{\|\mathbf{x}\|\to 0} \sup_{\tau \geqslant 1} \frac{\|\mathbf{h}(\tau, \mathbf{x})\|}{\|\mathbf{x}\|} = 0.$$

То есть имеет место равномерная сходимость по времени к 0 отношения норм $\mathbf{h}(\tau, \mathbf{x})$ и $\mathbf{x}$. Следовательно, при малых x_1^{ss}, x_{e}^{ss} систему (1.58) можно линеаризовать [см., например, 87, стр. 210], отбросив $\mathbf{h}$. Тогда итоговая задача Коши будет формулироваться как:

$$\dot{\mathbf{x}}^{ss} = \mathbf{J}(\tau)\,\mathbf{x}^{ss} - \dot{\mathbf{u}}^{ss}, \qquad \mathbf{x}^{ss}(1) = 0, \tag{1.61}$$

где мы предполагаем начальные условия нулевыми.

Линейная система (1.61) будет описывать поведение системы (1.58) на небольшом начальном участке времени, пока отклонения $\mathbf{x}^{ss}$ малы. Благодаря анализу линеаризованного случая, мы сможем понять, как растут отклонения $\mathbf{x}^{ss}$ от стационарного решение, и что на это влияет.

В векторном виде общее решение (1.61) записывается как [74, стр. 77; 88, стр. 41]

$$\mathbf{x}^{ss}(\tau) = -\int\limits_1^{\tau} \mathbf{K}(\tau, \tau')\,\dot{\mathbf{u}}^{ss}(\tau')d\tau', \tag{1.62}$$

где $\mathbf{K}(\tau, \tau') = \mathbf{X}(\tau)\mathbf{X}(\tau')^{-1}$ – матрица Коши, выраженная через фундаментальную матрицу $\mathbf{X}(\tau)$.

Наша цель – получить выражение для $\mathbf{K}(\tau, \tau')$. Для поиска фундаментальной матрицы $\mathbf{X}(\tau)$ удобно ввести понятие динамических собственных векторов и динамических собственных значений [89; 90; 88, стр. 47]. Если существует скалярная функция $\lambda(\tau)$ и ненулевая дифференцируемая вектор-функция $\mathbf{v}(\tau)$ такие, что они удовлетворяют условию:

$$[\mathbf{J}(\tau) - \lambda(\tau)\mathbf{I}]\,\mathbf{v}(\tau) = \dot{\mathbf{v}}(\tau), \tag{1.63}$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, то говорят, что $\lambda(\tau)$ – динамическое собственное значение матрицы $\mathbf{J}(\tau)$, соответствующее динамическому собственному вектору $\mathbf{v}(\tau)$. Квазистатическими $\lambda^{qs}(\tau)$ и $\mathbf{v}^{qs}(\tau)$ называют классические собственные

числа и вектора, получаемые из решения уравнения (1.63) с правой частью равной нулю. Как и в классическом алгебраическом случае, количество *разных* динамических собственных значений $\lambda_i(\tau)$ матрицы не может превышать размер матрицы. Число же всех динамических собственных чисел $\mathbf{J}$ равно размеру матрицы.

Далее перейдём к новым переменным, используя преобразование $\mathbf{x}^{ss} = \mathbf{L}(\tau)\mathbf{y}$, где $\mathbf{y} = \mathbf{y}(\tau)$ новая неизвестная. При этом матрица $\mathbf{J}$ преобразуется в новую матрицу

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{J}\mathbf{L} - \mathbf{L}^{-1}\dot{\mathbf{L}}.$$

В классическом алгебраическом случае для постоянных матриц $\mathbf{J}$ и $\mathbf{L}$, $\mathbf{B}$ является матрицей Жордана, если $\mathbf{J}$ имеет повторяющиеся собственные значения. В случае с изменяющимися во времени матрицами можно выбрать такое алгебраическое преобразование $\mathbf{L}$, что $\mathbf{B}$ перейдёт в диагональную матрицу $\mathbf{\Lambda}$ [89, Теорема 2]. Такое преобразование принадлежит классу преобразований Ляпунова [88, стр. 133]. Так как координатное преобразование $\mathbf{L}$ сохраняет собственные динамические значения [89; 90], то $\mathbf{\Lambda}(\tau) = \mathrm{diag}[\lambda_i(\tau)]$. Отсюда видно, что конечное выражение для фундаментальной матрицы $\mathbf{X}(\tau)$ будет:

$$\mathbf{X}(\tau) = \mathbf{L}(\tau)\,\mathrm{diag}[e^{\gamma_i(\tau)}], \tag{1.64}$$

где

$$\gamma_i(\tau) \equiv \int\limits_1^{\tau} \lambda_i(\zeta')d\zeta'. \tag{1.65}$$

Таким образом, задача поиска решения (1.61) свелась к поиску собственных динамических значений $\lambda_i(\tau)$ и преобразованию Ляпунова $\mathbf{L}(\tau)$.

Один из способов поиска представлен в работе [90]. Метод основан на последовательном преобразовании матрицы $\mathbf{J}$ сначала к верхнему треугольному виду, при помощи трансформации Риккати, и только затем к диагональному виду, при помощи преобразования Ляпунова. Для осуществления этого способа, потребуется решение дифференциальных уравнений Риккати [см., например, 91; 92, стр. 134], которые в общем случае в квадратурах не выражаются.

Но более удобный для наших целей способ поиска $\mathbf{L}(\tau)$ был предложен в работах [89; 93; 94; 88, стр. 137]. Этот метод основан на итерационном алгоритме:

$$\bar{\mathbf{\Lambda}}_j = \mathbf{Q}_j^{-1}(\bar{\mathbf{\Lambda}}_{j-1} - \mathbf{Q}_{j-1}^{-1}\dot{\mathbf{Q}}_{j-1})\mathbf{Q}_j \quad (j = 1,2,\dots),$$

с условиями

$$\bar{\mathbf{\Lambda}}_0 = \mathbf{J}, \quad \mathbf{Q}_0 = \mathbf{I},$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица, $\bar{\mathbf{\Lambda}}_j$ – диагональная матрица, $\mathbf{Q}_j$ – матрица, составленная из собственных квазистатических векторов матрицы $\bar{\mathbf{\Lambda}}_{j-1} - \mathbf{Q}_{j-1}^{-1}\dot{\mathbf{Q}}_{j-1}$, вычисленных в каждый момент времени. Таким образом, на каждом шагу итерации диагонализируется матрица с предыдущего шага с учётом ошибки $\mathbf{Q}_{j-1}^{-1}\dot{\mathbf{Q}}_{j-1}$. В работе [94] доказывается, что итерационный процесс сходится:

$$\lim_{j\to\infty} \bar{\mathbf{\Lambda}}_j(\tau) = \mathbf{\Lambda}(\tau),$$
$$\lim_{j\to\infty} \mathbf{Q}_1(\tau)\mathbf{Q}_2(\tau)\ldots\mathbf{Q}_j(\tau) = \mathbf{L}(\tau).$$

Важным является сравнение норм диагональной матрицы и ошибки на каждом шагу итерации. Замечательно, что для характерных параметров нашей задачи (см. 1.1.2) даже для первого итеративного шага выполнено:

$$\|\bar{\mathbf{\Lambda}}_1(\tau)\| = \|\mathbf{Q}_1^{-1}(\tau)\mathbf{J}(\tau)\mathbf{Q}_1(\tau)\| \gg \|\mathbf{Q}_1^{-1}(\tau)\dot{\mathbf{Q}}_1(\tau)\|.$$

Действительно, для начального момента времени нормы можно оценить как:

$$\|\bar{\mathbf{\Lambda}}_1(1)\| > P \gg 1 > \|\mathbf{Q}_1^{-1}(1)\dot{\mathbf{Q}}_1(1)\|.$$

С ростом времени при $\tau \to \infty$ неравенство только усиливается, так как $\|\bar{\mathbf{\Lambda}}_1(\tau)\| \sim \mathcal{O}(\tau^2)$ и $\|\mathbf{Q}_1^{-1}(\tau)\dot{\mathbf{Q}}_1(\tau)\| \sim \mathcal{O}(1/\tau)$. Поэтому можно заключить, что в нашем случае прекрасно подходит следующее приближение:

$$\mathbf{\Lambda}(\tau) \approx \mathrm{diag}[\lambda_i^{qs}(\tau)], \qquad \mathbf{L}(\tau) \approx \mathbf{V}_{qs}(\tau) = \mathbf{Q}_1(\tau),$$

где $\mathbf{V}_{qs} = (\mathbf{v}_1^{qs}, \mathbf{v}_2^{qs})$ – матрица, в столбцах которой стоят координаты собственных квазистатических векторов-столбцов $\mathbf{v}_1^{qs}$, $\mathbf{v}_2^{qs}$ матрицы $\mathbf{J}$, ассоциированные с квазистатическими собственными значениями матрицы Якоби. Следовательно, выражение (1.64) для фундаментальной матрицы $\mathbf{X}$ можно переписать в виде:

$$\mathbf{X}(\tau) = \mathbf{V}_{qs}(\tau)\,\mathrm{diag}[e^{\gamma_i^{qs}(\tau)}] = \left(\mathbf{v}_1^{qs}(\tau)\,e^{\gamma_1^{qs}(\tau)}, \mathbf{v}_2^{qs}(\tau)\,e^{\gamma_2^{qs}(\tau)}\right), \tag{1.66}$$

где $\gamma_i^{qs}(\tau)$ вычислена из (1.65) для λ_i^{qs}. Матрица Коши будет выглядеть так:

$$\mathbf{K}(\tau,\tau') = \mathbf{V}_{qs}(\tau)\mathrm{diag}[\exp(\gamma_i^{qs}(\tau) - \gamma_i^{qs}(\tau'))]\mathbf{V}_{qs}^{-1}(\tau'). \tag{1.67}$$

Собственные квазистационарные числа и вектора для двумерной матрицы $\mathbf{J}$ можно выписать явно:

$$\lambda_{1,2}^{qs}(\tau) = \frac{1}{2}(\mathrm{tr}(\mathbf{J}) \pm \sqrt{\mathrm{tr}(\mathbf{J})^2 - 4\Delta}), \tag{1.68}$$

$$\mathbf{v}_{1,2}^{qs}(\tau) = \left(\frac{\lambda_{1,2}^{qs}(\tau) - \mathbf{J}[2,2]}{\mathbf{J}[2,1]}, 1 \right)^{\mathrm{T}}. \tag{1.69}$$

Здесь $\mathrm{tr}(\mathbf{J})$ – след матрицы Якоби, а Δ – её детерминант. Следует отметить, что $\mathrm{tr}(\mathbf{J}) = \lambda_1^{qs} + \lambda_2^{qs}$ и $\Delta = \lambda_1^{qs}\lambda_2^{qs}$.

Так как $P \gg R$ (см. 1.1.2), а из (1.52) следует, что функция $u_{\mathrm{e}}^{ss}/\tau^3$ падает как $\sim \tau^{-(s_1+s_2+3)/2}$, что быстрее, чем падение τ^{-s_2} (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2), то $P/\tau^{s_2} \gg 2R\, u_{\mathrm{e}}^{ss}/\tau^3$, $\forall \tau \geqslant 1$. Отсюда следует, что $\mathbf{J}[2,2] \simeq \mathbf{J}[2,1]$, и в соответствии с (1.60):

$$\mathbf{v}_{1,2}^{qs}(\tau) \simeq \left(-1 - \frac{\lambda_{1,2}^{qs}(\tau)}{P}\tau^{s_2}, 1 \right)^{\mathrm{T}}. \tag{1.70}$$

Рассмотрим теперь первое собственное квазистационарное число матрицы $\mathbf{J}$, определённое в (1.68), которое с учётом (1.60) есть:

$$\lambda_1^{qs}(\tau) = -\frac{u_{\mathrm{e}}^{ss}\frac{R}{\tau^3}\left(2\,Q\,u_1^{ss} + \left(\frac{1}{u_1^{ss}} + 1\right)A\tau^2\right)}{A\tau^2 + u_1^{ss}P/\tau^{s_2}}. \tag{1.71}$$

Важно заметить, что $\lambda_1^{qs}(\tau)$ – отрицательная функция времени. Непосредственной подставкой характерных значений параметров из 1.1.2, убеждаемся, что в начальный момент времени $|\lambda_1^{qs}(1)| \ll P$. С ростом времени модуль функции $|\lambda_1^{qs}(\tau)|$ монотонно уменьшается не медленнее, чем τ^{-s_2}. Откуда следует, что $|\lambda_1^{qs}(\tau)| \ll P/\tau^{s_2}$, $\forall \tau \geqslant 1$. Таким образом, первый собственный вектор упростится до:

$$\mathbf{v}_1^{qs}(\tau) \simeq (-1, 1)^{\mathrm{T}}. \tag{1.72}$$

Далее рассмотрим поведение функции $\mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))$. Это отрицательная функция τ для всех моментов времени. Для её модуля выполнено $|\lambda_1^{qs}(1)| \ll P < |\mathrm{tr}(\mathbf{J}(1))|$. В силу того, что $P \gg A \gg R$ (см. 1.1.2), то по мере роста времени модуль $|\mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))|$ сначала убывает как P/τ^{s_2}, что медленнее, чем падение $|\lambda_1^{qs}(\tau)|$, а затем растёт как $A\tau^2$. Следовательно, $|\lambda_1^{qs}(\tau)| \ll |\mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))|$, $\forall \tau \geqslant 1$. И, наконец, из того, что:

$$\lambda_2^{qs}(\tau) = \mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau)) - \lambda_1^{qs}(\tau) \tag{1.73}$$

следует, что $|\lambda_1^{qs}(\tau)| \ll |\lambda_2^{qs}(\tau)|$ и $\lambda_2^{qs}(\tau) \simeq \mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))$, $\forall \tau \geqslant 1$. Таким образом, второй собственный вектор можно переписать как:

$$\mathbf{v}_2^{qs}(\tau) \simeq \left(-1 - \frac{\mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))}{P}\tau^{s_2}, 1\right)^{\mathrm{T}}. \tag{1.74}$$

Далее заметим, что на малых временах, пока в $|\mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))|$ доминирует фотоионизационный член P/τ^{s_2}, мы имеем:

$$\int\limits_{\tau'}^{\tau} \lambda_2^{qs}(\zeta)d\zeta \simeq -\int\limits_{\tau'}^{\tau} \frac{P}{\zeta^{s_2}}d\zeta \simeq -\frac{P}{\tau^{s_2}}(\tau - \tau') + \mathcal{O}(\tau - \tau')^2.$$

А на больших же, когда доминирует член спонтанного излучения $A\,\tau^2$, мы можем записать:

$$\int\limits_{\tau'}^{\tau} \lambda_2^{qs}(\zeta)d\zeta \simeq -\int\limits_{\tau'}^{\tau} A\zeta^2 d\tau \simeq -A\tau^2(\tau - \tau') + \mathcal{O}(\tau - \tau')^2.$$

Замечая также, что

$$\min(|\lambda_2^{qs}(\tau)|) > A\left(\frac{P}{A}\right)^{\frac{2}{2+s_2}} \gg 1,$$

мы получаем, что $\exp(\gamma_2^{qs}(\tau) - \gamma_2^{qs}(\tau'))$ – экспоненциально быстро уменьшающаяся величина с ростом $(\tau - \tau')$, $\forall \tau \geqslant 1$.

Объединяя все вышеперечисленные соображения, мы можем оценить матрицу Коши. Так, из (1.67) следует, что когда τ' и τ близки, то есть выполнено

$$(\tau - \tau') \lesssim \min(|\lambda_1^{qs}(\tau)|)^{-1} \ll 1, \tag{1.75}$$

то $\mathbf{K}(\tau, \tau') \sim \mathbf{I}$. Когда же выполнено обратное, то $\exp(\gamma_2^{qs}(\tau) - \gamma_2^{qs}(\tau')) \simeq 0$. Тогда

$$\mathbf{K}(\tau, \tau') \simeq \frac{\exp(\gamma_1^{qs}(\tau) - \gamma_1^{qs}(\tau'))}{1 + \mathbf{v}_2^{qs}[1](\tau')}\begin{pmatrix} 1 & -\mathbf{v}_2^{qs}[1](\tau') \\ -1 & \mathbf{v}_2^{qs}[1](\tau') \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим, наконец, подынтегральную функцию из (1.62). Когда выполнено (1.75), то $\mathbf{K}(\tau, \tau')\,\dot{\mathbf{u}}^{ss}(\tau') \sim \dot{\mathbf{u}}^{ss}(\tau)$. В конечном интеграле вкладом этого слагаемого можно пренебречь. В обратном случае для (1.75), оценку можно записать как:

$$\mathbf{K}(\tau, \tau')\,\dot{\mathbf{u}}^{ss}(\tau') \simeq \exp(\gamma_1^{qs}(\tau) - \gamma_1^{qs}(\tau'))\,M(\tau')\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

где

$$M(\tau) = \frac{\dot{u}_1^{ss}(\tau) - \dot{u}_{\mathrm{e}}^{ss}(\tau)\,\mathbf{v}_2^{qs}[1](\tau)}{1 + \mathbf{v}_2^{qs}[1](\tau)} = \\ = \dot{u}_1^{ss}(\tau) - \left(1 + \frac{P}{\mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))\,\tau^{s_2}}\right)(\dot{u}_1^{ss}(\tau) + \dot{u}_{\mathrm{e}}^{ss}(\tau)). \tag{1.76}$$

Из ранее проведённого анализа поведения функции $\mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))$ следует, что в (1.76) множитель

$$\left(1 + \frac{P}{\mathrm{tr}(\mathbf{J}(\tau))\,\tau^{s_2}}\right) \lesssim 2.$$

А так как $|(\dot{u}_1^{ss}(\tau) + \dot{u}_{\mathrm{e}}^{ss}(\tau))| \ll |\dot{u}_1^{ss}(\tau)|$, $\forall \tau \geqslant 1$, то мы приходим к конечному ответу:

$$\mathbf{x}^{ss}(\tau) \simeq \int\limits_1^{\tau} \exp(\gamma_1^{qs}(\tau) - \gamma_1^{qs}(\tau'))\,\dot{u}_1^{ss}(\tau')d\tau' \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}. \tag{1.77}$$

В конечный ответ (1.77) вошло только большее (меньшее по модулю) из двух собственных чисел $\lambda_1^{qs}(\tau)$. Чем меньше модуль $|\lambda_1^{qs}(\tau)|$, тем быстрее будет нарастать выраженность эффекта нестационарности. Таким образом, значение этого собственного числа является ключевым параметром, определяющим эффект нестационарности. Также из формулы (1.77) следует, что если u_1^{ss} растёт со временем, то x_1^{ss} отрицательна, что соответствует тому, что $u_1 < u_1^{ss}$. В обратном случае, $u_1 > u_1^{ss}$. Таким образом, нестационарность выражается в том, что истинные решения “не успевают” за изменениями стационарных.

Пусть нас интересует наблюдаемый профиль P-Cygni излучения оболочки, состоящей из водорода, представленного рассматриваемой простой системой. Тогда максимум эмиссии P-Cygni профиля определяется значениями функций источников (1.12), взятых для различных слоёв на поверхности равных лучевых скоростей [65, т. 2, стр. 268; 66] (фактически интеграл по этой поверхности). Каждая из этих функций в случае линеаризации пропорциональна отношению $\frac{u_2^{ss}}{u_1^{ss}+x_1^{ss}}$. Если u_1^{ss} растёт со временем, то $\frac{u_2^{ss}}{u_1^{ss}} < \frac{u_2^{ss}}{u_1^{ss}+x_1^{ss}}$, то есть линия уярчается. В противном случае линия ослабевает. Изменения профилей различных линий будут рассмотрены в главе 2.

Линеаризация (1.61) системы (1.58) выполнима только тогда, когда отклонения $\mathbf{x}^{ss}$ малы. Вместе с тем, ранее мы видели, что отклонения могут быть значительными. На рисунке (1.8) представлены графики функций решения $x_1^{ss}(t)$ системы (1.59) и её линеаризации $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$ (1.61) для физического времени, вычисленные из (1.77), для условия высокоскоростных внешних слоёв оболочки,

далёких от фотосферы (см. таб. 1, кол. 1). В то же время, на рисунке (1.8) представлено решение системы для условий близко-фотосферных слоёв (см. таб. 1, кол. 2). Видна сильная нелинейность решения $x_1^{ss}(t)$, когда нормированные населённости u_1^{ss} и u_1 насыщаются до единицы, что соответствует почти полной рекомбинации (см. рис. 1.5). То есть решение (1.77) описывает эволюцию системы только в *начальные* моменты времени.

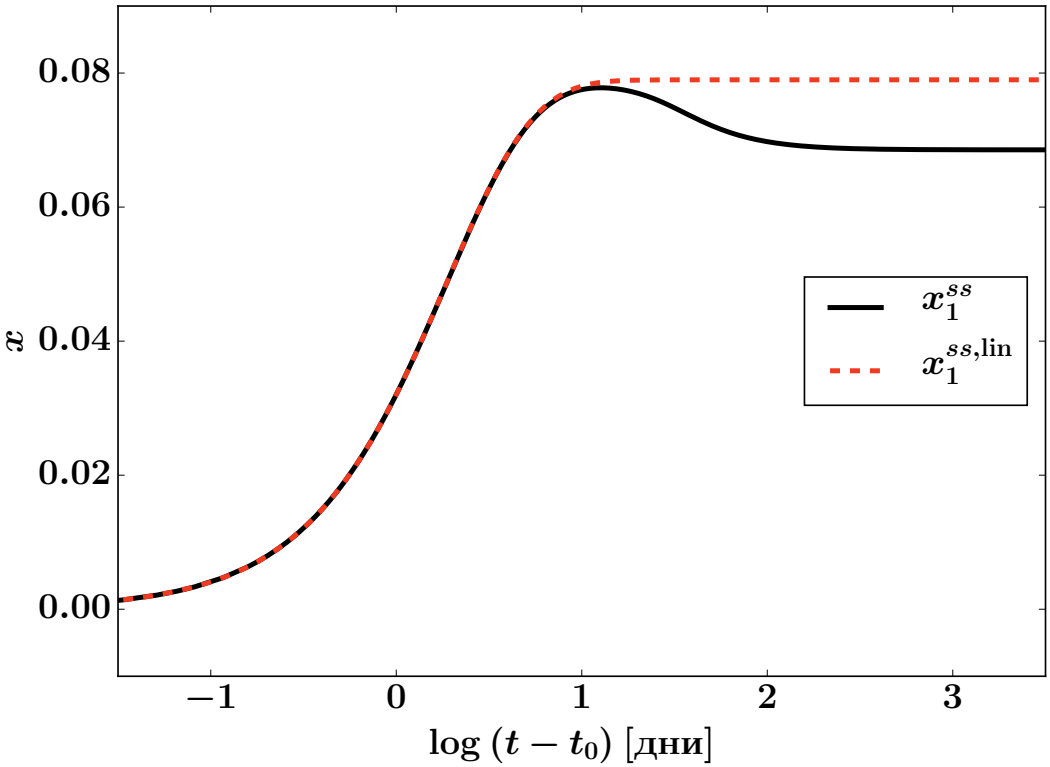

Рисунок 1.7 — Графики функций $x_1^{ss}(t)$, $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$, рассчитанные для высокоскоростных слоёв, расположенных вдали от фотосферы, для тех же условий, что и для рис. 1.4 от физического времени (t_0=20 дней). Линеаризация $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$ правильно воспроизводит эволюцию $x_1^{ss}(t)$ при $t - t_0 \sim 10$ дней. Результат диссертанта из работы [A6].

В следующем разделе 1.4 мы покажем, что полученное выражение $|\lambda_1^{qs}(\tau)|$ будет определять, находится ли кинетическая система в статистическом равновесии (является ли стационарной) или нет. Мы покажем, что это выражение имеет физический смысл времени релаксации системы.

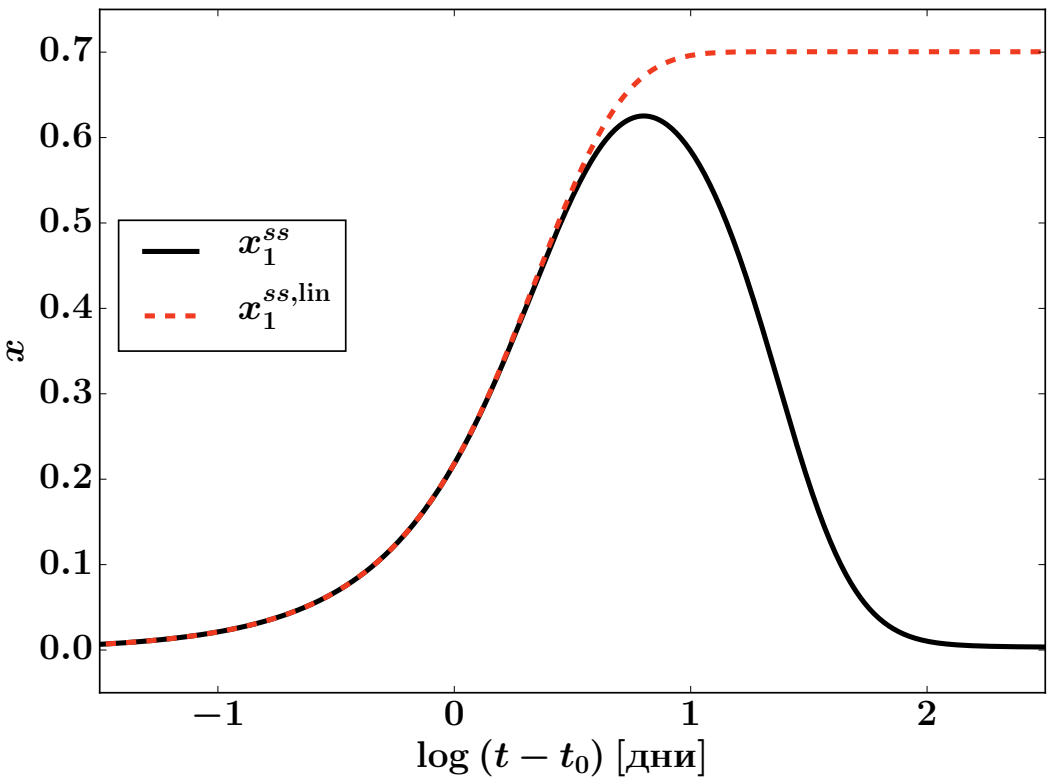

Рисунок 1.8 — Графики функций $x_1^{ss}(t)$, $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$, рассчитанные для слоёв близких к фотосфере, для тех же условий, что и для рис. 1.5 от физического времени (t_0=20 дней). Видно, что линеаризация $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$ правильно воспроизводит эволюцию $x_1^{ss}(t)$ только в начальные моменты времени $t - t_0 \sim 10$ дней. Результат диссертанта из работы [A6].

1.4. Система с “замороженными” коэффициентами

Зададимся вопросом: можно ли указать простой способ проверки важности эффекта нестационарности при заданных условиях? В этом поможет решение системы с “замороженными” коэффициентами [75, стр. 365; 87, стр. 248].

Перепишем систему уравнений (1.25, 1.26), где все переменные коэффициенты зафиксируем в некоторый момент τ_1, превратив, по сути, неавтономную систему в автономную.

$$\dot{u}_1^a = (1 - u_1^a - u_\mathrm{e}^a)\left(Q + \frac{A}{u_1^a}\tau_1^2\right) - \frac{B}{\tau_1^{s_1-2}}, \tag{1.78}$$

$$\dot{u}_\mathrm{e}^a = (1 - u_1^a - u_\mathrm{e}^a)\frac{P}{\tau_1^{s_2}} - (u_\mathrm{e}^a)^2\frac{R}{\tau_1^3}. \tag{1.79}$$

Неизвестные $u_1^a(\tau_a)$, $u_\mathrm{e}^a(\tau_a)$ – функции нового безразмерного времени τ_a. Очевидно, что значения выражений $u_1^{ss}(\tau_1)$, $u_\mathrm{e}^{ss}(\tau_1)$, которые являются решениями

системы (1.29, 1.30) в момент времени τ_1, обращают правую часть (1.78, 1.79) в ноль.

Докажем, что для любых решений $u^a_{1,e}(\tau_a) \to u^{ss}_{1,e}(\tau_1)$ при $\tau_a \to \infty$, при начальных условиях $0 < u^a_{1,e}(\tau_a = 1) \leqslant 1$. В этом случае говорят, что система (1.78, 1.79) обладает свойством конвергенции [74, стр. 281].

Положим $x_1(\tau_a) = u^a_1(\tau_a) - u^{ss}_1(\tau_1)$ и $x_{\mathrm{e}}(\tau_a) = u^a_{\mathrm{e}}(\tau_a) - u^{ss}_{\mathrm{e}}(\tau_1)$, то есть $x_1(\tau_a)$ и $x_{\mathrm{e}}(\tau_a)$ – суть отклонения решений u^a_1, u^a_{e} от чисел u^{ss}_1 и u^{ss}_{e} соответственно. Построим приведённую систему [74, стр. 234; 75, стр. 147]:

$$\dot{x}_1 = -(x_1 + x_{\mathrm{e}})\, Q - \frac{(1 - u^{ss}_{\mathrm{e}}(\tau_1))\, x_1 + u^{ss}_1(\tau_1)\, x_{\mathrm{e}}}{u^{ss}_1(\tau_1)(u^{ss}_1(\tau_1) + x_1)} A\tau_1^2, \tag{1.80}$$

$$\dot{x}_{\mathrm{e}} = -(x_1 + x_{\mathrm{e}})\frac{P}{\tau_1^{s_2}} - x_{\mathrm{e}}\,(2\, u^{ss}_{\mathrm{e}}(\tau_1) + x_{\mathrm{e}})\frac{R}{\tau_1^3}. \tag{1.81}$$

Матрицы Якоби этой системы, совпадает с матрицей (1.60), взятой в момент времени τ_1: $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\tau_1)$. Из анализа, проведённого в разделе 1.3, следует, что два собственных числа λ_1, λ_2 матрицы Якоби $\mathbf{J}$ отрицательны и различны. Следовательно, по теореме Ляпунова об устойчивости по линейному приближению [79, стр. 289; 75, стр. 139, Теорема 4.7]: система (1.80, 1.81) экспоненциально устойчива, а её решение при начальных условиях

$$|x_1(\tau_a = 1)| \ll 1 \quad \text{и} \quad |x_{\mathrm{e}}(\tau_a = 1)| \ll 1 \tag{1.82}$$

записывается как решение линеаризованной системы [79, стр. 61; 75, стр. 37]:

$$\mathbf{x}(\tau_a) = (x_1(\tau_a), x_{\mathrm{e}}(\tau_a))^{\mathrm{T}} = C_1 e^{\lambda_1 \tau_a}\mathbf{v}_1 + C_2 e^{\lambda_2 \tau_a}\mathbf{v}_2, \tag{1.83}$$

где $\mathbf{v}_i$ – собственные вектора матрицы Якоби $\mathbf{J}$, а C_i – произвольные постоянные. Очевидно, что $\lim_{\tau\to\infty} \mathbf{x}(\tau_a) = 0$, откуда следует конвергентность системы (1.78, 1.79).

Таким образом, нахождение предельных решений системы (1.78, 1.79) – это другой способ поиска алгебраического приближения u^{ss}_1, u^{ss}_{e}.

Зададимся теперь вопросом: за какое характерное время τ_{ss} решение $u^a_1(\tau_a)$ выходит на стационарное значение u^{ss}_1? Если это время будет значительно превышать характерное время изменения физических параметров оболочки, то система не будет успевать релаксировать к статистическому равновесию. Из (1.83) следует, что характерное время установления статистического равновесия будет определяться меньшим из двух модулей собственных

чисел $\tau_{ss}^{-1} = \min(|\lambda_1(\tau_1)|, |\lambda_2(\tau_1)|)$, а так как из раздела 1.3 вытекает, что $|\lambda_1(\tau_1)| \ll |\lambda_2(\tau_1)|$, то $\tau_{ss}^{-1} = |\lambda_1(\tau_1)|$.

Находя τ_{ss} для любого τ из (1.71), мы получим:

$$\tau_{ss}(\tau) = \frac{A\tau^2 + u_1^{ss} P/\tau^{s_2}}{u_{\mathrm{e}}^{ss} \frac{R}{\tau^3} \left(2\, Q\, u_1^{ss} + \left(\frac{1}{u_1^{ss}} + 1\right) A\tau^2\right)}. \tag{1.84}$$

Сравнение значения выражения (1.84) с характерным временем изменения физических параметров оболочки является простым критерием проверки статистической равновесности системы в течение фотосферной фазы в любой момент времени. Из расчётов видно (рис. 1.9), что в случае больших оптических толщей для слоёв далёких от фотосферы (“out”) и для прифотосферных слоёв (“ph”), мы наблюдаем времена $t_{ss} = \tau_{ss} t_0$, существенно превосходящие время продолжительности фотосферной фазы, то есть система всегда нестационарна для целой оболочки. Эффект нестационарности сильнее выражен для внешних высокоскоростных слоёв.

Любопытно отметить, что величина τ_{ss} увеличивается со временем (рис. 1.9), поэтому при $\tau \to \infty$ эффект нестационарности будет проявляться всегда, что уже было показано в разделе 1.2.

При выводе понятия времени релаксации мы предполагали условия (1.82), то есть относительную близость стационарного и нестационарного решения для населённостей. Там, где отклонения малы, время релаксации позволяет через формулу (1.77) определять, как быстро эти решения будут расходиться. А если время релаксации всюду будет мало, то отклонения населённостей будут также незначительными всегда, и можно говорить, что система всегда находится в статистическом равновесии и стационарна. Понятно, что при больших отклонениях населённостей система нелинейна, и мы не можем точно без численных расчётов ответить на вопрос, как ведут себя отклонения от статистического равновесия. Однако описанный выше простой критерий проверки стационарности можно применять даже тогда, когда отклонения значительны. Таким образом, важно определить *эволюцию* времени релаксации, и что на неё влияет.

1.5. Факторы, влияющие на время релаксации

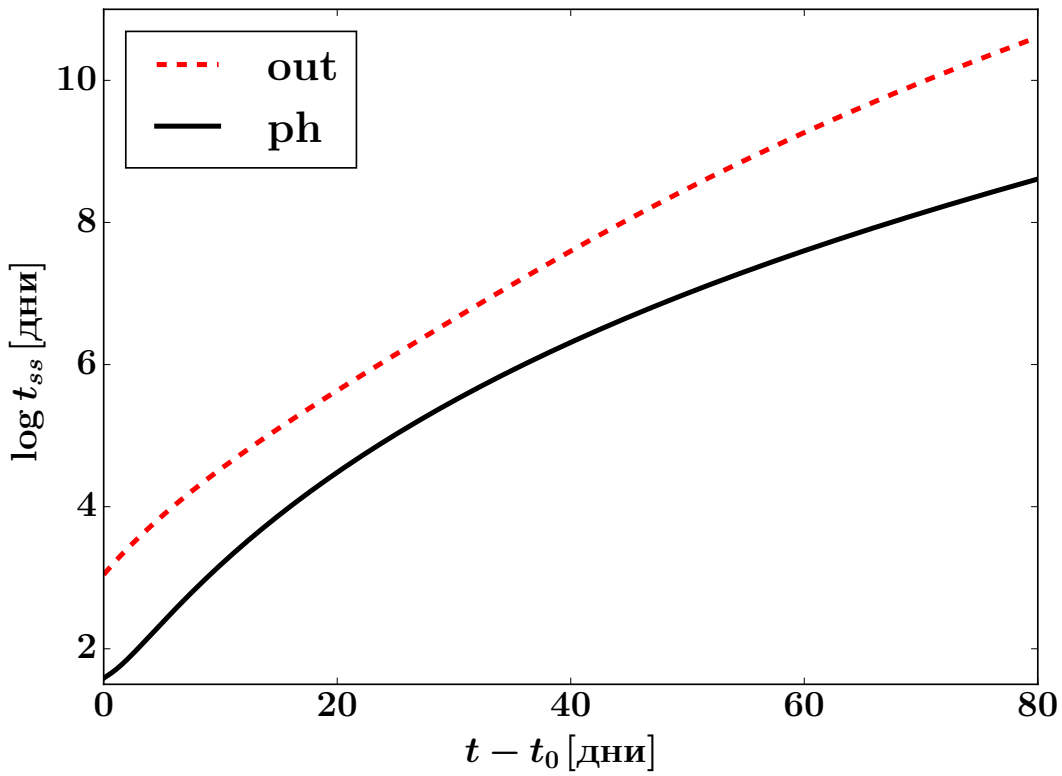

Рисунок 1.9 — Время установления статистического равновесия $t_{ss} = \tau_{ss} t_0$, для слоёв далёких от фотосферы (“out”, красная штриховая линия) и для прифотосферных слоёв (“ph”, чёрная сплошная линия), относительно физического времени, где t_0=20 дней (см. таб. 1 и 1.1.2). Результат диссертанта из работы [A6].

простой системы

Определим какие физические величины больше других влияют на значение времени релаксации. Отметим, что в самом начале фазы плато для слоёв, близколежащих к фотосфере, уравнение (1.84) упрощается до

$$\tau_{ss} \sim \frac{1}{u_{\mathrm{e}}^{ss} R} \frac{P}{Q} = \frac{t_{\mathrm{rec}}^{\mathrm{class}}}{t_0} \frac{P}{Q}, \tag{1.85}$$

где $t_{\mathrm{rec}}^{\mathrm{class}}$ – классическое время рекомбинации [68, стр. 22]. Эта формула согласуется с оценками эффективного времени рекомбинации [16, ур. 4; 19, ур. 21].

Но из (1.84) можно получить и более общий вывод для слоёв всех плотностей, расположенных вблизи и вдали от фотосферы. Благодаря тому, что постоянная B мала (см. таб. 1 и 1.1.2), τ_{ss} можно разложить по ней в ряд Пюизё:

$$\tau_{ss}(\tau) \approx f(\tau, A, P, s_2, R) \sqrt{\frac{\tau^{s_1}}{B}} + \mathcal{O}(\sqrt{B}). \tag{1.86}$$

Здесь $f(\tau,A,P,s_2,R)$ – функция, зависящая только от величин A, P, s_2, R. Ограничимся вычислениями для *первой* половины фотосферной фазы, пока доминирует фотоионизационный член P/τ^{s_2} над спонтанным излучением $A\,\tau^2$, и можно получить выражение для f явно. Отметим, что для характерных значений P и A, взятых для прифотосферных слоёв (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2) фотоионизационный член доминирует в течение *всей* фазы плато. Однако рассуждения, представленные ниже, аналогичным образом можно провести и для *второй* половины фотосферной фазы, то есть выводы будут общими.

Итак, выражение (1.86) упростится как:

$$\begin{aligned}\tau_{ss}(\tau) &\approx \frac{\sqrt{A\tau^3/R}}{2(Q+A\tau^2)}\sqrt{\frac{P}{\tau^{s_2}}}\sqrt{\frac{\tau^{s_1}}{B}} = \\ &= \frac{\sqrt{A\tau^3/(R\tilde{B})}}{2(Q+A\tau^2)}\sqrt{\frac{P_{2c}(t_0)}{J_c(\nu_{L\alpha},t_0)}}\left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{s_1-s_2}{2}},\end{aligned} \tag{1.87}$$

где мы использовали уравнения (1.19), (1.22), (1.23), (1.27). Перепишем теперь выражение для времени релаксации, используя физические размерные величины:

$$t_{ss}(t) \approx \tilde{f}(t,N_0,T_{\rm e})\sqrt{\frac{P_{2c}(t_0)}{J_c(\nu_{L\alpha},t_0)}}\left(\frac{t}{t_0}\right)^{\frac{s_1-s_2}{2}}. \tag{1.88}$$

Минимум и максимум функции $\tilde{f}$ для области определения величин N_0, R_{2c} (см. 1.1.2), в любой момент времени $t \geqslant t_0$ в течение фазы плато отличаются не больше, чем на порядок (это можно установить, например, применяя алгоритм имитации отжига [95]). Отсюда можно сделать вывод, что ключевыми факторами, влияющим на значение времени релаксации всей системы, являются интенсивность и скорость изменения окружающего жёсткого излучения в континууме между порогами Лаймана и Бальмера, которое в нашей постановке задачи – внешний параметр. Так как обычно $s_1 > s_2$, то с ростом физического времени само время релаксации будет только нарастать. Поэтому важно разобраться от чего зависит отношение $P_{2c}(t_0)/J_c(\nu_{L\alpha},t_0)$.

На рис. 1.10 представлены чёрнотельные приближения (зелёные и оранжевые линии) для средней интенсивности J_c, полученной из расчёта STELLA для сверхновой SN 1999em и физических условий типичных для слоёв, близколежащих к фотосфере (жирная синяя линия, помеченная “ph”) и высокоскоростных слоёв, расположенных вдали от фотосферы (жирная красная линия, помеченная

“out”) в момент времени t_0 (см. также раздел 2.1.2). Зелёные линии построены в соответствии с формулой (1.20) в приближении оптически тонкой среды для частот $\nu \leqslant \nu_2$ (частота перехода 2 в континуум). Температура чёрнотельного приближения T_c, почти не зависит от расстояния до фотосферы (и, как уже отмечалось ранее, температура почти постоянна по времени). Приближение интенсивности в жёсткой полосе (ν_2, ν_{LyC}) в момент t_0 представлена чёрнотельной аппроксимацией (оранжевые линии)

$$J_c = bB(\tilde{T}_c). \tag{1.89}$$

Здесь b – фактор коррекции, независящий от частоты, а $\tilde{T}_c$ – температура чёрнотельного приближения для жёсткого излучения. И b и $\tilde{T}_c$ зависят от местоположения в оболочке. Из рисунка 1.10 следует, что внутренние слои горячее в жёсткой полосе. Кроме того, так как максимумы зелёных линий соответствуют меньшим длинам волн, то по закону смещения Вина следует, что $T_c > \tilde{T}_c$ в каждом лагранжевом слое. Истинная интенсивность в жёсткой полосе всегда ниже, чем излучение чёрного дилютированного тела с температурой T_c для любой части оболочки (зелёные линии выше соответствующих оранжевых для длин волн 912 Å– 3646 Å), что объясняется экранированием непрерывного излучения линиями металлов (line blanketing). Подставляя (1.89) в (1.15) и учитывая, что

$$h\nu_{L\alpha} = 3h\nu_2 \gg k\tilde{T}_c, \tag{1.90}$$

находим:

$$\frac{P_{2c}(t_0)}{J_c(\nu_{L\alpha}, t_0)} \approx \frac{32\pi^5 m e^{10}}{3\sqrt{3}\, c\, h^7} \frac{g_{\mathrm{II}}(2,\nu_2)}{\nu_{L\alpha}^3} E_1\left(\frac{h\nu_2}{k\tilde{T}_c}\right) e^{\frac{h\nu_{L\alpha}}{k\tilde{T}_c}} \propto \tilde{T}_c e^{\frac{2h\nu_2}{k\tilde{T}_c}}. \tag{1.91}$$

Выражение (1.91) не зависит от фактора коррекции b. Рассматриваемая функция (1.91) имеет минимум при $\tilde{T}_c \sim 2h\nu_2/k \sim 78995K$ и убывает с ростом температуры, удовлетворяющей условию (1.90). Таким образом, чем выше температура чёрнотельного приближения для жёсткой полосы частот между порогами Бальмера и Лаймана, тем меньше будет значение выражения (1.91), и будет меньше время релаксации в момент времени t_0. Очевидно, что максимальной температурой для рассматриваемой полосы частот будет температура T_c, что соответствует заданному внешнему излучению при нулевой оптической толще. По сути это переход от двухтемпературного описания излучения к однотемпературной параметризации. Это достигается при нулевой металличности, то есть оптически тонкий случай является предельным. При малой металличности оболочки поток в полосе U сильно

возрастает и очень медленно меняется по времени (подобно полосе V) в течение фазы плато [96]. Более того, в этом же случае $s_1 = 2, s_2 = 2$, и в формуле (1.88) зависимость от времени остаётся только в первой части $\tilde{f}(t,N_0,T_{\rm e})$.

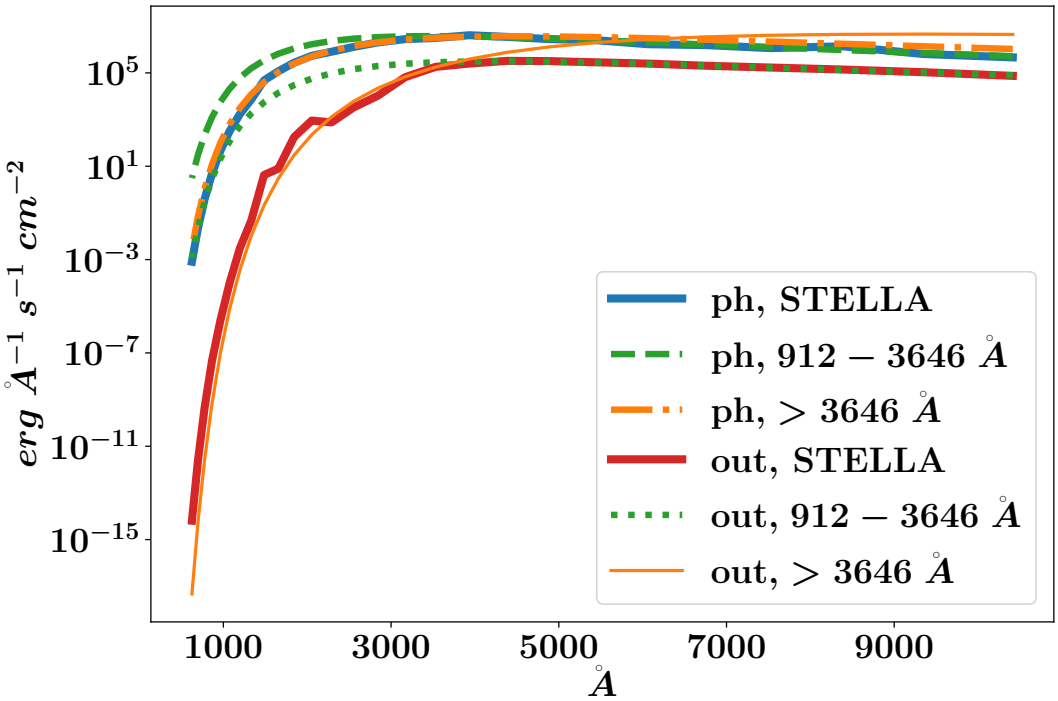

Рисунок 1.10 — Средние интенсивности J_c, полученные из расчёта STELLA для сверхновой SN 1999em для физических условий типичных для слоёв, близколежащих к фотосфере (жирная синяя линия, помеченная “ph”) и высокоскоростных слоёв, расположенных вдали от фотосферы (жирная красная линия, помеченная “out”) в момент времени (t_0=20 дней). На длинах волн $\lambda > 3646$ Å подбирается фит для J_c в соответствии с формулой (1.20) в приближении оптически тонкой среды. (зелёные линии). На длинах волн $(912, 3646$ Å) подбирается фит для J_c в соответствии с формулой (1.89) (оранжевые линии). Результат диссертанта по данным из работы [A6], на защиту не выносится.

Наименьшая величина времени релаксации системы, взятой в некоторой надфотосферной области, будет наблюдаться в том случае, если излучение в континууме распространяется свободно для всех полос частот (оптически тонкий случай). Чем ближе мы к этому предельному случаю, то есть чем меньше металлов в оболочке, тем быстрее система будет релаксировать. Но какова эта наименьшая величина времени релаксации? Для иллюстрации изменения эффекта нестационарности при вариации внешнего излучения построим графики времени релаксации для близколежащих (“ph”) к фотосфере слоёв оболочки (см.

рис. 1.11) и отклонений от статистического равновесия $x_1^{ss}(t)$, решая систему (1.61). При этом мы положим $s_1 = 2, s_2 = 2$, а интенсивность $J_c(\nu_{L\alpha}, t_0)$ и темп фотоионизации $P_{2c}(t_0)$ в начальный момент времени мы возьмём для оптически тонкого случая (зелёные линии рис. 1.10). На рисунке 1.11 видно как значительно уменьшилось время релаксации, и, как и предсказывалось, оно практически не меняется по времени. Однако его значение всё ещё составляет десятки дней, и, следовательно, мы должны наблюдать эффект нестационарности. Действительно, на рисунке 1.12 можно увидеть, что отклонение населённостей в начальные моменты времени от своих стационарных значений уменьшилось, как того требует уменьшение времени релаксации. Отклонение x_1^{ss} уменьшилось в соответствии с уменьшением времени релаксации, но только там, где отклонение было мало. Однако одновременно с этим с 20-го дня фазы плато, мы наблюдаем наоборот увеличение отклонения населённости первого уровня атома водорода от своего стационарного значения. Как уже было сказано выше, система при больших отклонениях нелинейна. Понятно, что отклонения исчезли бы, если бы время релаксации всегда было бы намного меньше, чем характерное время изменения параметров оболочки.

Представим теперь себе гипотетически, что нашей простой системе “два уровня + континуум” соответствуют другие значения частоты перехода ν_{12} и порога ионизации ν_2. Тогда в уравнении (1.88) изменится только значение множителя $P_{2c}(t_0, \nu_2)/J_c(\nu_{12}, t_0)$. Более того, эта величина будет пропорциональна выражению

$$\frac{1}{\nu_2 \nu_{12}^3} \exp \frac{h(\nu_{12} - \nu_2)}{k\tilde{T}_c}.$$

Для перехода $1 \leftrightarrow 2$ водорода $h(\nu_{12} - \nu_2) \sim 6.4$ эВ. Если же мы подставим сюда частоты соответствующие уровням, образующим триплет кальция ($h\nu_{12} \sim 1.5$ эВ, $h\nu_2 \sim 8.7$ эВ), то разница будет равняться $h(\nu_{12} - \nu_2) \sim -7.2$ эВ. Так как $k\tilde{T}_c \sim 1$ эВ, то время релаксации для такого перехода будет ничтожным в начальный момент времени и не будет значительно расти, потому что для энергии 1.5 эВ среда оптически тонка и $s_1 = 2, s_2 = 2$. Таким образом, мы не должны увидеть эффекта нестационарности для кальция. Мы проверим это численно в главе 2.

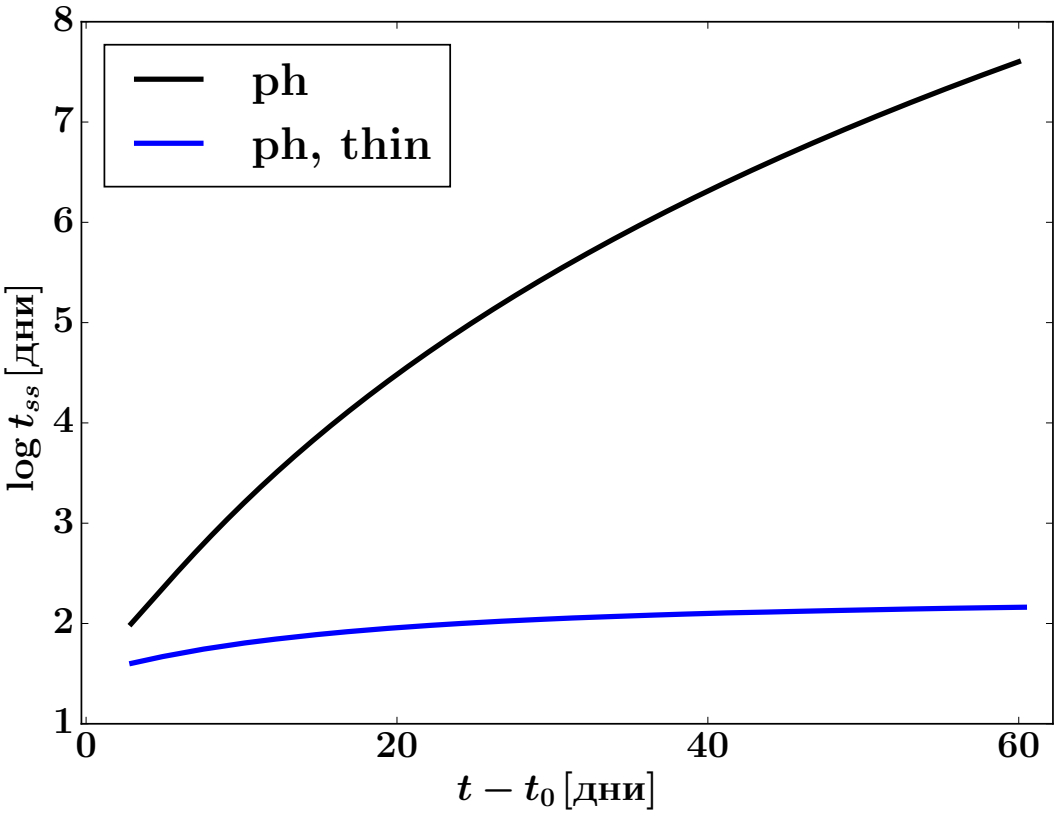

Рисунок 1.11 — Время релаксации $t_{ss} = \tau_{ss} t_0$, для прифотосферных слоёв относительно физического времени, где t_0=20 дней (см. таб. 1 и 1.1.2). Чёрная линия “ph” повторяет рис. 1.9. Для построения синей линии внешнее непрерывное излучение для жёстких частот между порогами Бальмера и Лаймана бралось в предположении оптически тонкой среды. Результат диссертанта по данным из работы [A6], на защиту не выносится.

1.6. Выводы главы 1

Перечислим ключевые выводы главы. Мы рассмотрели простую кинетическую систему, представленную двухуровневым атомом водорода, помещённым в *заданное* излучение в континууме, и получили простой критерий проверки важности эффекта нестационарности для этой системы.

Установлено, что в пределе больших времён эффект нестационарности (отклонения истинных населённостей от стационарных) существенен *при любых условиях*.

Чтобы определить важность эффекта нестационарности в общем случае, строится критерий проверки статистической равновесности. Если время релаксации (см. 1.84) к статистического равновесию по отношению к характерному

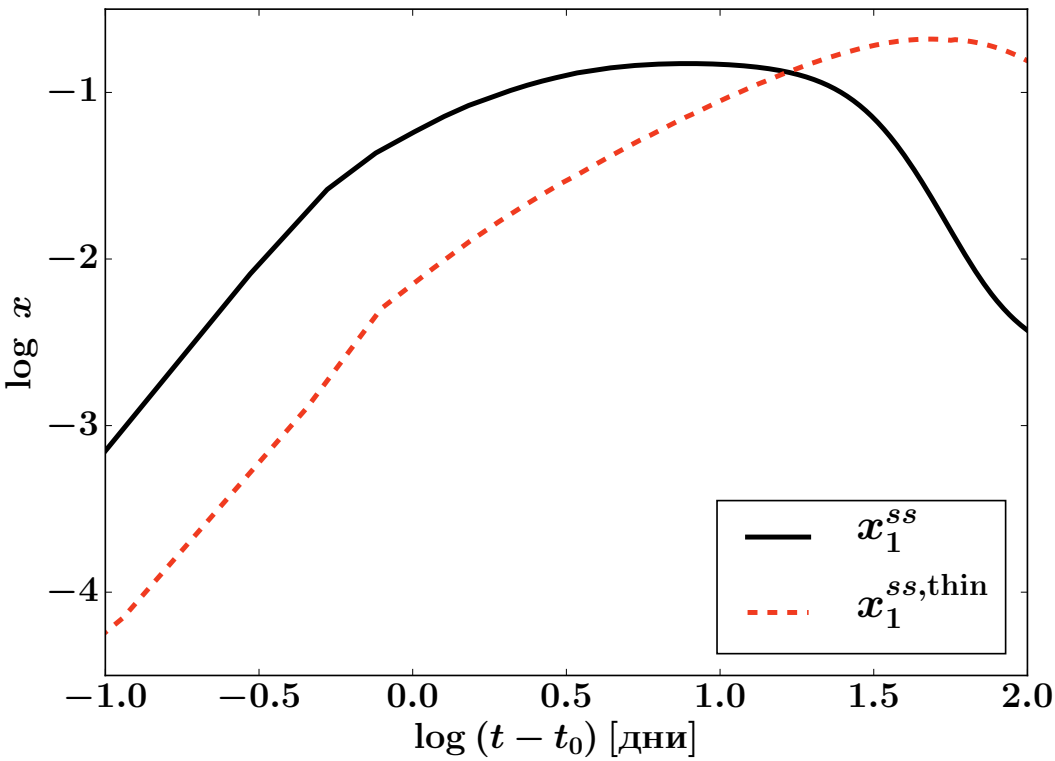

Рисунок 1.12 — Графики функций $x_1^{ss}(t)$, от физического времени (t_0=20 дней), рассчитанные для слоёв близких (“ph”) к фотосфере. Чёрная сплошная линия повторяет рис. 1.5. Для построения красной штриховой внешнее непрерывное излучение для жёстких частот между порогами Бальмера и Лаймана бралось в предположении оптически тонкой среды. Результат диссертанта по данным из работы [A6], на защиту не выносится.

времени изменения параметров сверхновой мало, то система (1.25, 1.26), описывающая населённости уровней, стационарна, и вместо неё можно рассматривать стационарное алгебраическое приближение (1.29, 1.30). Если же этот критерий статистической равновесности говорит обратное, то будет наблюдаться проявление эффекта нестационарности, и заменять исходную систему на алгебраическую *нельзя*.

Если время релаксации всюду будет мало, то отклонения населённостей будут также незначительными всегда. Поэтому крайне важно было изучить *эволюцию* времени релаксации.

На время релаксации сильнее других факторов влияет форма спектра заданного внешнего излучения в полосе частот между порогами Бальмера и Лаймана. Чем ближе интенсивность окружающего жёсткого непрерывного излучения к оптически тонкому пределу (малая металличность оболочки), тем меньше время

релаксации. Однако для чисто водородной оболочки даже в оптически тонком пределе мы будем наблюдать эффект нестационарности.

Вместе с тем ясно, что добавление новых уровней или металлов и учёт ударных процессов должны вести к усложнению и изменению поведения кинетической системы, и простой модели, рассмотренной в этой главе, уже недостаточно. В главе 2 мы рассмотрим построение более реалистичных кинетических систем (многоуровневые модели атома водорода, учёт ударных процессов, добавление металлических примесей и т.д.). Мы изучим, как изменение состава системы повлияет на эффект нестационарности.

В главе также было показано, что эффект нестационарности будет отсутствовать, например, для переходов триплета Ca II.

Глава 2. Влияние различных факторов на нестационарную ионизацию

В главе 1 на примере чисто водородной системы “два уровня + континуум” мы аналитически доказали наличие эффекта нестационарности в условиях, типичных для фотосферной фазы SN IIP. В этой главе[1] нас будет интересовать влияние на эффект нестационарности различных факторов: учёт ударных процессов, многоуровневые модели атома водорода, добавление металлических примесей, изменение формы и интенсивности излучения в континууме. Мы опишем детали нашего способа моделирования физики оболочки сверхновой оригинальным программным кодом `LEVELS`. Мы определим обобщённый критерий статистической равновесности (стационарности) и исследуем при помощи него различные кинетические системы. В самом конце мы покажем, как эффект нестационарности проявляется в SN IIn.

2.1. Моделирование

Опишем этапы радиационно-гидродинамического моделирования физических процессов в оболочке сверхновой.

Первоначально необходимо построить модель предсверхновой. Предсверхновая – это массивная звезда, прошедшая все этапы эволюции. Термоядерное горение в центре прошло стадии от H до Fe и уже не в состоянии удержать вещество звезды от коллапса [97, стр. 105; 98, стр. 186; 99—101]. Если на главной последовательности звезда имела массу $8M_\odot \lesssim M \lesssim 10M_\odot$, то к концу эволюции образуется частично вырожденное ядро с массой, близкой к чандрасекаровскому пределу. Плотность в центре настолько высока ($10^9 - 10^{10}$ г/см^3), что даже при нулевой температуре вследствие высокой фермиевской энергии электронов начинают идти реакции нейтронизации. Число электронов на барион Y_e снижается с ростом плотности, увеличение давления уже не способно скомпенсировать

[1] Основные результаты данной главы соответствуют публикациям диссертанта [A4; A6].

гравитационную силу. Звезда теряет механическую устойчивость, и развивается катастрофическое сжатие – гидродинамический коллапс. При начальной массе звезды $M > 10M_\odot$ масса и температура существенно выше, и коллапс начинается благодаря фотодиссоциация тяжёлых ядер железа. При ещё более высокой исходной массе, $M \gtrsim 70M_\odot$, вклад в снижение упругости вещества и в потерю устойчивости начинает вносить процесс рождения электрон-позитронных пар e^+e^-. Более того, если масса гелиевого ядра предсверхновой лежит в диапазоне $\sim 40 - 60M_\odot$, то звезда испытывает нескольких взрывов сверхновых на основе пульсаций из-за неустойчивости при рождении e^+e^- пар [100; 102].

Моделирование эволюции звезды до предсверхновой может быть осуществлено при помощи таких кодов как KEPLER [103] или MESA [104—106]. В расчётах STELLA для взрыва сверхновой может быть использована такая готовая сторонняя модель предсверхновой, учитывающая все сложности эволюции. Но предсверхновая также может быть и рассчитана из эвристических соображений, в виде слоёного политропного газового шара (с центральным ядром) [46; 47]. Взрыв SN моделируется выделением тепловой энергии E в некотором массовом слое этого шара за время 0.1 с, что гораздо меньше гидродинамического времени предсверхновой. И тогда тонкости эволюции и детали механизма коллапса не столь важны. Пока выполнено условие малости времени энерговыделения по сравнению с гидродинамическим, результирующая кривая блеска не зависит от деталей механизма взрыва [107].

На следующем шаге рассчитывается таблица непрозрачностей с учётом поглощения в спектральных линиях в среде с градиентом скорости (непрозрачность в линиях при расширении, expansion opacity [108—110; 111, стр. 130]). И, наконец, решается нестационарное уравнение переноса для каждой частотной группы в двухмоментном приближении в каждой лагранжевой массовой зоне одновременно с уравнениями гидродинамики, термодинамики и энергии. Уравнение состояния трактует ионизацию в равновесном приближении Саха. Также в STELLA учтено рассеяние фотонов на электронах.

Таким образом, код STELLA рассчитывает реакцию газовой оболочки звезды на выделившуюся энергию и строит эволюцию взрыва сверхновой посредством решения системы дифференциальных уравнений радиационной гидродинамики [48; 51] (см. также приложение A).

Полученные гидродинамические и термодинамические параметры сверхновой: профиль плотности $\rho(r,t)$, скорость разлёта оболочки $v(r,t)$, температура

вещества $T_{\rm e}(r,t)$, радиус фотосферы $R_{\rm ph}(t)$, описание усреднённой интенсивности $J_\nu(r,t)$ далее используются на входе в код LEVELS для самосогласованного решения полной нестационарной (или стационарной) кинетической системы уравнений населённостей уровней с уравнениями переноса излучения в приближении Соболева, но уже при отказе от приближения локального термодинамического равновесия (ЛТР).

Другими словами, LEVELS определяет НЛТР населённости уровней вещества оболочки, используя *заданные* термодинамические, гидродинамические величины и интенсивности излучения в континууме как функции времени t и расстояния до центра r разлетающейся оболочки.

Следует заметить, что программные пакеты, используемые в этой главе (STELLA и LEVELS) позволяют также моделировать и безводородные термоядерные сверхновые SN Ia и коллапсирующие SN Ib/c. Но мы намеренно ограничиваемся здесь подробным исследованием только коллапсирующих сверхновых типа II, а точнее подтипов IIP и IIn, так как нас интересует проявление эффекта нестационарной ионизации, которое сильнее всего выражено для водорода. Также добавим, что в текущей реализации LEVELS предполагает свободный гомологический разлёт вещества оболочки, т.е. ударная волна уже вышла на её поверхность (shock breakout).

В последующих подразделах мы опишем подробнее этапы моделирования расчёта НЛТР населённостей вещества оболочки при помощи кода LEVELS.

2.1.1. Кинетические уравнения

В STELLA вся звезда разбивается на массовые зоны. Разбиение по массовой координате делается неравномерным и подбирается так, чтобы детальнее описать резкие скачки в плотности и переходы между слоями с разным химическим составом. Обычное число зон в расчётах от 100 до 300. Рассмотрим одну из надфотосферных однородных лагранжевых массовых зон оболочки. Перепишем для неё уравнение непрерывности вида (1.4), но учтём в этот раз, что оболочка состоит из многоуровневых атомов и ионов различного типа. Тогда суммарный темп переходов между дискретным уровнем i для атома или иона со степенью иони-

зации z и остальными уровнями будет

$$\frac{Dn_{\mathrm{z},i}}{Dt} + \frac{3n_{\mathrm{z},i}}{t} = K_{\mathrm{z},i}(t), \tag{2.1}$$

где $K_{\mathrm{z},i}$ – функции времени для уровня i ($i = 1,2\ldots$), которые записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} K_{\mathrm{z},i}(t) = &\sum_{u>i}(n_{\mathrm{z},u}A_{ui} + J_{iu}(n_{\mathrm{z},u}B_{ui} - n_{\mathrm{z},i}B_{iu})) \\ &- \sum_{l<i}(n_{\mathrm{z},i}A_{il} + J_{li}(n_{\mathrm{z},i}B_{il} - n_{\mathrm{z},l}B_{li})) \\ &+ n_{\mathrm{e}}\sum_{k\neq i} n_{\mathrm{z},k}C_{ki} - n_{\mathrm{e}}n_{\mathrm{z},i}\sum_{k\neq i} C_{ik} \\ &- n_{\mathrm{z},i}\sum_{r}(P_{ir} + n_{\mathrm{e}}C_{ir}) + n_{\mathrm{e}}\sum_{r} n_{\mathrm{z}^+,r}(R_{ri} + n_{\mathrm{e}}C_{ri}) \\ &+ \sum_{m} n_{\mathrm{z}^-,m}\left(P_{mi} + n_{\mathrm{e}}C_{mi}\right) - \sum_{m} n_{\mathrm{z},i}n_{\mathrm{e}}\left(R_{im} + n_{\mathrm{e}}C_{im}\right). \end{aligned} \tag{2.2}$$

Здесь $n_{\mathrm{z},i}$ – населённость уровня i атома или иона со степенью ионизации z; индекс r – номер уровня для z^+; индекс m – номер уровня для z^-; $n_{\mathrm{z}^-,m}$ и $n_{\mathrm{z}^+,r}$ – населённости предыдущих и следующих степеней ионизации атома или иона, которые отличны от нуля только если они возможны; n_{e} – концентрация свободных электронов; A_{ki} и B_{ki} – эйнштейновские коэффициенты спонтанных и вынужденных переходов; C_{ki}, C_{ik} – темпы ударных переходов между уровнями; J_{ik} – интенсивность излучения в переходе $i \to k$, усредненная по профилю линии (2.16) (см. раздел 2.1.3); P_{ir}, P_{mi} – коэффициенты фотоионизации; R_{ri}, R_{im} – коэффициенты излучательной рекомбинации с учётом вынужденных процессов; C_{ir}, C_{mi} – коэффициенты ударной ионизации; C_{ri}, C_{im} – коэффициенты трёхчастичной ударной рекомбинации [65; 66].

Для концентрации свободных электронов можно написать уравнение:

$$\frac{Dn_{\mathrm{e}}}{Dt} + \frac{3n_{\mathrm{e}}}{t} = K_{\mathrm{e}}(t), \tag{2.3}$$

где K_{e} – получается из закона сохранения заряда:

$$K_{\mathrm{e}}(t) = \sum_{\mathrm{z,i}} \mathrm{z}\cdot K_{\mathrm{z},i}(t). \tag{2.4}$$

Подставляя сюда (2.2), получаем

$$\begin{aligned} K_{\mathrm{e}}(t) &= \sum_{\mathrm{z},i,r}\left(n_{\mathrm{z},i}\left(P_{ir} + n_{\mathrm{e}}C_{ir}\right) - n_{\mathrm{z}^+}n_{\mathrm{e}}\left(R_{ri} + n_{\mathrm{e}}C_{ri}\right)\right) \\ &= \mathrm{Ion}(t) - \mathrm{Rec}(t)\ , \end{aligned} \tag{2.5}$$

где $\mathrm{Ion}(t)$ и $\mathrm{Rec}(t)$ – суммарные темпы ионизации и рекомбинации, соответственно.

В принципе, система, состоящая из уравнений (2.1), записанных для всех состояний ионизации и уровней, и (2.3) уже замкнута. Но мы меняем в (2.1) одно из уравнений, используя закон сохранения числа частиц:

$$\frac{Dn_{\mathrm{z},j}}{Dt} = -\frac{3N(t)}{t} - \sum_{\mathrm{z},i\neq j} \frac{Dn_{\mathrm{z},i}}{Dt}. \tag{2.6}$$

Здесь $N(t) = \sum\limits_{\mathrm{z},i} n_{\mathrm{z},i}$ – полная концентрация частиц, а уровень j выбирается с максимальной населённостью [66, стр. 282] для повышения численной устойчивости счета.

Выпишем отдельно уравнения (2.2) для водорода:

$$\begin{aligned} K_{\mathrm{H}^0,i}(t) = &\sum_{u>i}(n_{\mathrm{H}^0,u}A_{ui} + J_{iu}(n_{\mathrm{H}^0,u}B_{ui} - n_{\mathrm{H}^0,i}B_{iu})) \\ &- \sum_{l<i}(n_{\mathrm{H}^0,i}A_{il} + J_{li}(n_{\mathrm{H}^0,i}B_{il} - n_{\mathrm{H}^0,l}B_{li})) \\ &+ n_{\mathrm{e}}\sum_{k\neq i} n_{\mathrm{H}^0,k}C_{ki} - n_{\mathrm{e}}n_{\mathrm{H}^0,i}\sum_{k\neq i} C_{ik} \\ &- n_{\mathrm{H}^0,i}(P_{ic} + n_{\mathrm{e}}C_{ic}) + n_{\mathrm{e}}n_{\mathrm{H}^+}(R_{ci} + n_{\mathrm{e}}C_{ci}) \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$K_{\mathrm{H}^+}(t) = \sum_i n_{\mathrm{H}^0,i}\left(P_{ic} + n_{\mathrm{e}}C_{ic}\right) - \sum_i n_{\mathrm{H}^+}n_{\mathrm{e}}\left(R_{ci} + n_{\mathrm{e}}C_{ci}\right). \tag{2.8}$$

Здесь P_{ic} – полный коэффициент фотоионизации; R_{ci} – полный коэффициент излучательной рекомбинации с учетом вынужденных процессов; C_{ic} – полный коэффициент ударной ионизации; C_{ci} – полный коэффициент трёхчастичной ударной рекомбинации. Также необходимо добавить двухфотонный распад $2\mathrm{s} \to 1\mathrm{s}$. Поэтому в (2.2) и (2.7) для второго уровня водорода нужно вычесть из правой части $A^{2q}_{2\mathrm{s},1\mathrm{s}}n_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}}$, где $A^{2q}_{2\mathrm{s},1\mathrm{s}}$ – вероятность двухфотонного распада. В случае, когда предполагается l-равновесие, $n_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}} = n_{\mathrm{H}^0,2}/4$ и $n_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{p}} = 3/4\, n_{\mathrm{H}^0,2}$, где n_{H^0} – концентрация нейтрального водорода. Скорость обратного перехода $1\mathrm{s} \to 2\mathrm{s}$ (двухфотонное поглощение) гораздо меньше скорости $2\mathrm{s} \to 1\mathrm{s}$, и мы не учитываем этот процесс. Действительно, в случае термодинамического равновесия $A^{2q}_{1\mathrm{s},2\mathrm{s}}n^*_{\mathrm{H}^0,1\mathrm{s}} = A^{2q}_{2\mathrm{s},1\mathrm{s}}n^*_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}}$. Наши расчёты показывают, что $n_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}} \gg n^*_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}}$, а $n_{\mathrm{H}^0,1\mathrm{s}} < n^*_{\mathrm{H}^0,1\mathrm{s}}$. Отсюда, с учётом того, что $n_{\mathrm{H}^0,1\mathrm{s}} \gg n_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}}$ следует, что

$$A^{2q}_{1\mathrm{s},2\mathrm{s}}n_{\mathrm{H}^0,1\mathrm{s}} = A^{2q}_{2\mathrm{s},1\mathrm{s}}\frac{n^*_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}}}{n^*_{\mathrm{H}^0,1\mathrm{s}}}n_{\mathrm{H}^0,1\mathrm{s}} \ll A^{2q}_{2\mathrm{s},1\mathrm{s}}n_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}}.$$

Далее, ссылаясь на (2.2, 2.7), мы будем подразумевать учёт двухфотонного распада.

2.1.2. Излучение в континууме

Конечно, самосогласованное моделирование атмосферы сверхновой требует одновременного решения гидродинамических, энергетических и кинетических уравнений, совместно с уравнениями переноса излучения. Мы решаем такую задачу упрощённо, и результаты решения уравнения переноса в континууме берутся из STELLA. Такое описание поля излучения позволит нам решать систему кинетических уравнений одновременно с уравнением переноса в линиях для каждой массовой лагранжевой зоны *независимо*.

Рассмотрим сначала область частот лаймановского континуума $\nu \geqslant \nu_{LyC}$. Поглощение в этой полосе обосновано в основном нейтральным водородом, и оптическая толща очень велика. Фотосферное излучение здесь практически отсутствует, и радиационное поле определяется для надфотосферных областей диффузным излучением. Каждый жёсткий фотон, излученный при прямой рекомбинации сразу же поглощается. Для оптически толстой среды уравнение переноса упрощается до:

$$J_\nu(t,r) = S_\nu = \eta_\nu / \chi_\nu, \tag{2.9}$$

где S_ν – функция источников, а η_ν и χ_ν – коэффициенты излучения и истинного поглощения, исправленного за вынужденное излучение, соответственно [65; 66]. В этой полосе частот основной вклад в непрозрачность вносят свободно-связанные процессы, и выражение (2.9) можно записать как:

$$S_\nu = \eta_\nu^{fb} / \chi_\nu^{bf} \tag{2.10}$$

Средняя интенсивность в этой полосе частот с учётом (1.35):

$$J_\nu = bB_\nu(T_\mathrm{e}) \approx \frac{n_{\mathrm{H}^+} n_\mathrm{e} \Phi(T_\mathrm{e})}{n_{\mathrm{H}^0,1}} B_\nu(T_\mathrm{e}), \tag{2.11}$$

Здесь n_{H^+} – концентрация ионизованного водорода (протонов), n_e – концентрация свободных электронов, $n_{\mathrm{H}^0,1}$ – населённость основного уровня нейтрального

водорода, $\Phi_{\text{Saha}}(T_{\text{e}})$ – фактор Саха, $B_\nu(T_{\text{e}})$ – интенсивность излучения абсолютно чёрного тела, взятые при заданной из STELLA температуре вещества T_{e}, а b – коэффициент отклонения от чёрнотельного излучения.

В текущей работе на рассматриваемых частотах мы пренебрегаем относительно малыми вкладами от связанно-связанных процессов в линиях (expansion opacity) и свободно-свободных процессов в коэффициенты излучения и поглощения. В этом случае первый уровень будет находиться в детальном балансе с континуумом, темпы переходов фотоионизации с основного уровня водорода и рекомбинация на основной уровень полностью совпадают, даже когда в оболочке присутствуют различные элементы (см. раздел 1.1.1). Мы будем использовать это приближение. Члены, соответствующие переходу $1 \leftrightarrow \infty$, выпадают из системы (2.2).

В разделе 1.1.1 мы уже отмечали, что в диапазоне частот лаймановского континуума J_ν совпадает с равновесным $B_\nu(T_{\text{e}})$, только в чисто-водородной оболочке ($b = 1$), что позволяет говорить о равновесии вещества и излучения. В общем случае – с примесями, такого равновесия нет ($b \neq 1$), и значение интенсивности необходимо находить для каждой лагранжевой массовой зоны в каждый момент времени из самосогласованного решения (2.11).

Рассмотрим далее область частот ультрафиолетовой и оптической полос $\nu < \nu_{LyC}$. В принципе, STELLA предоставляет усреднённую по углам и по группе частот ν интенсивность непрерывного излучения $J_\nu(t,r)$ для каждого момента времени t, на радиусе r. Но в текущей постановке задачи мы используем более простой подход, разделяя рассматриваемую область частот на две частотные полосы g – оптическую $\nu \leqslant \nu_{BaC}$ и ультрафиолетовую $\nu_{BaC} \leqslant \nu < \nu_{LyC}$. Мы заменяем в каждой из них $J_\nu(t,r)$ из STELLA на аппроксимационные функции вида:

$$J_\nu(t,r) = b(g,t,r)B_\nu(T_c(g,t,r)), \tag{2.12}$$

где $b(g,t,r)$ – коэффициент отклонения от чёрнотельного излучения B_ν и $T_c(g,t,r)$ – цветовая температура излучения, получаемые фитированием $J_\nu(t,r)$ из модели STELLA методом наименьших квадратов для каждого момента времени t, на радиусе r для каждой полосы частот g. Мы уже рассматривали эти чёрнотельные аппроксимации в разделе 1.5 для простой модели.

Важно отметить, что для частот меньших, чем порог ионизации Бальмера среда оптически тонкая, и $b(g,t,r)$ имеет смысл геометрической дилюции. В то же время, между порогами ионизации Лаймана и Бальмера из-за большой

непрозрачности в линиях при расширении (рис. 1.1), обеспечиваемой в основном многочисленными линиями металлов, усреднённая интенсивность такого квазиконтинуума будет ниже, чем в оптически тонком пределе, даже если учесть, что 71% двухфотонного излучения лежит между этими порогами [73; 112]. Именно поэтому мы строим аппроксимацию в двух полосах g.

2.1.3. Перенос излучения в линиях

В LEVELS для вычисления средней интенсивности на частоте линий используется приближение Соболева [53—55; 111, стр. 122; 65, т. 2, стр. 255; 66, стр. 743]. В статической среде фотон некоторой частоты может быть поглощён одной или несколькими близкими к этой частоте линиями в любой части оболочки звезды. В движущихся средах, напротив, каждая линия находится в резонансе с фотоном в одной конкретной точке вдоль траектории. Большой градиент скорости обеспечивает механизм внутреннего выхода для фотона, смещая большинство атомов из резонанса с ним. Критерий применимости приближения Соболева состоит в требовании малости изменения физических параметров среды в окрестности резонансной точки.

Моделирование STELLA показывает, что переход к гомологическому (с высокой точностью) разлёту оболочки, например для SN 1999em, завершается примерно к 15-му дню после взрыва [46; 47]. В работе [17] для модели SN 1999em переход от ускорения к гомологическому разлёту начинается с 3-го дня после взрыва для самых внешних зон и заканчивается на 11-й день для самых глубинных областей. Мы используем предположение свободного гомологического разлёта вещества оболочки в текущей реализации LEVELS Это обстоятельство упрощает применение метода Соболева для описания переноса излучения в линиях. Так, в классической формулировке соболевского приближения, фундаментальной величиной является вероятность локального выхода фотонов без рассеяния β, выписанная для некоторой лагранжевой массовой зоны радиуса r в момент времени t, которая равна в случае гомологического расширения

$$\beta_{lu}(t,r) = \frac{1 - \exp\left(-\tau_{lu}(t,r)\right)}{\tau_{lu}(t,r)}. \tag{2.13}$$

Здесь

$$\tau_{lu}(t,r) = k_{lu}(t,r)\lambda_{lu}t \tag{2.14}$$

соболевская оптическая толща в переходе $l \to u$, где k_{lu} – интегральный коэффициент поглощения, записываемый как

$$k_{lu}(t,r) = \frac{c^2}{8\pi}\frac{A_{ul}}{\nu_{lu}^2}\frac{g_u}{g_l}\left(n_l(t,r) - \frac{g_l}{g_u}n_u(t,r)\right). \tag{2.15}$$

Здесь A_{ul} – эйнштейновский коэффициент спонтанного перехода $u \to l$, n_l, g_l, n_u, g_u – населённости и статистические веса атома на нижнем и верхнем уровнях, соответственно, остальные обозначения стандартны. Средняя интенсивность излучения в переходе $l \to u$ усредненная по профилю линии есть:

$$J_{lu}(t,r) = (1 - \beta_{lu}(t,r))S_{lu}(t,r) + \beta_{lu}(t,r)\,J_c(\nu_{lu},t,r), \tag{2.16}$$

где

$$S_{lu}(t,r) = \frac{2h\nu_{lu}^3}{c^2}\left(\frac{g_u n_l(t,r)}{g_l n_u(t,r)} - 1\right)^{-1} \tag{2.17}$$

функция источников, $J_c(\nu_{lu},t,r)$ – интенсивность окружающего излучения в континууме на частоте линии ν_{lu}, заданная выражением (2.11) при $\nu_{lu} \geqslant \nu_{LyC}$, и (2.12) в противном случае.

В соболевском приближении обычный темп спонтанного перехода A_{ul} заменяется на эффективный темп $A_{ul}^{\rm eff} = A_{ul}\beta_{lu}$, что представляет собой скорость нескомпенсированных радиативных переходов. Если ещё учесть, что $n_l \gg n_u$, то в случае большой соболевской толщи, когда $\beta_{lu} \approx 1/\tau_{lu}$, получается

$$A_{ul}^{\rm eff} \approx \frac{8\pi}{c^3}\nu_{lu}^3\frac{g_l}{g_u}\frac{1}{n_l t}. \tag{2.18}$$

Мы уже отмечали в главе 1 в разделе 1.1 при построении простой модельной системы, что формулы (2.13, 2.16) остаются верными даже для широкой линии Lα, для которой формально не выполнен критерий Соболева. Поэтому из (2.18) следует, что темп выхода Lα-квантов из профиля линии 2p $\to$ 1s атома водорода за счёт соболевского механизма внутреннего выхода фотона в расчёте на один атом больше во внешних слоях, где концентрация вещества меньше. Напротив, из-за того, что темп двухфотонного распада 2s $\to$ 1s атома водорода в расчёте на один атом постоянен по оболочке, следует, что этот распад будет доминировать во внутренних прифотосферных зонах расширяющейся оболочки. В этих глубоких лагранжевых зонах $A_{\rm 2p,1s}^{\rm eff} n_{\rm H^0,2p} < A_{\rm 2s,1s}^{2q} n_{\rm H^0,2s}$. Если дополнительно принимается

l-равновесие, то есть $n_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{p}}/n_{\mathrm{H}^0,2\mathrm{s}} = 3$, то при $\beta_{12} \approx 4 \times 10^{-9}$ темпы процессов выхода из профиля за счёт градиента скоростей и двухфотонного распада сравниваются.

В классическом (локальном) соболевском приближении каждая линия находится в резонансе с фотоном в одной конкретной точке вдоль траектории. С другой стороны, могут быть другие линии, которые сдвигаются в резонанс с фотоном где-то вдоль пути. Таким образом, каждый фотон может быть поглощён многими линиями, но для каждой линии только в одной точке. Обобщение метода Соболева на случай нелокального радиационного взаимодействия было построено в работах [113; 114]. К линиям дублета эту теорию применили в [115], к линиям произвольного мультиплета в [116]. Совместный расчёт с уравнениями статистического равновесия для Ca II был проведён в [117].

Если бы уравнения STELLA решались самосогласованно с уравнениями LEVELS (2.1, 2.16), то благодаря тому, что при расчёте $J_c(\nu_{lu},t,r)$ учтена непрозрачность в линиях при расширении (expansion opacity) [108; 51, стр. 97; 109; 110; 111, стр. 130], нелокальное радиационное взаимодействие (НРВ) между различными компонентами мультиплетов была бы учтена автоматически! Но в текущей реализации LEVELS обрабатывает выходные данные кода STELLA, (постпроцессор выходных данных STELLA), и мы учитываем нелокальность приближённо. В жёсткой оптически толстой ультрафиолетовой полосы, для частот $\nu_{BaC} \leqslant \nu < \nu_{LyC}$ мы используем формулу (2.16), где НРВ, считается рассчитанным STELLA. Для мягкой, оптически тонкой полосы, где частоты $\nu \leqslant \nu_{BaC}$ мы используем формулу (ср. с [117, ур. (6-7)]):

$$J_{lu}(t,r) = (1 - \beta_{lu}(t,r))S_{lu}(t,r) + \beta_{lu}(t,r)\,\varepsilon_{lu}(t,r), \tag{2.19}$$

где

$$\begin{aligned}\varepsilon_{lu}(t,r) = \frac{1}{2}\sum_{\nu_{ik}>\nu_{lu}}\int\limits_{-1}^{1} d\mu S_{ik}(t,r_p)(1-\exp(-\tau_{ik}(t,r_p)))\times \\ \times\exp(-\sum_{\nu_{lu}<\nu_{jm}<\nu_{ik}}\tau_{jm}(r_q))+ \\ + J_c(\nu_{lu},t,R_{ph})\int\limits_{\sqrt{1-\left(\frac{R_{ph}}{r}\right)^2}}^{1} d\mu\exp(-\sum_{\nu_{ik}>\nu_{lm}}\tau_{ik}(r_p)).\end{aligned} \tag{2.20}$$

Здесь величины r_p и r_q являются функциями μ и находятся из уравнений (10-12) работы [117]. Эти уравнения определяют окружности, кривые вращения вокруг радиуса-вектора r, так называемые CP-поверхности [от английского Common Point, 115]. Фотоны, излучаемые в одной компоненте мультиплета в некоторой точке CP-поверхности вследствие доплеровского смещения частоты, будут давать вклад в средние интенсивности излучения более длинноволновых компонентов в точке r. Очевидно, что CP-поверхность может пересекать несколько лагранжевых массовых зон оболочки, и в этом случае не получится решать совместно кинетическую систему и уравнение переноса в линиях независимо для каждой зоны: идеально было бы разрешить огромную систему, записанную сразу для всей оболочки. Мы обходим эту трудность методом итераций в 2 шага. Первоначально находятся населённости уровней атомов для каждой зоны отдельно, используя систему (2.1) и уравнение переноса (2.16). Далее же кинетические уравнения (2.1) самосогласованно решаются вместе с (2.19) также независимо для каждой зоны, но значения населённостей в точках r_p и r_q берутся с предыдущего шага итерации в соответствующие моменты времени.

В главе 1 мы уже указывали, что приближение Соболева нужно также модифицировать, когда существенно поглощение в континууме (томсоновское рассеяние и также, например, Lα излучение может ионизовать со второго уровня ион Ca II [63]). В этом случае необходимо учитывать гибель квантов в полёте и в течение рассеяний [60—62]. Известно [70], что если для верхнего состояния перехода в атоме существует большая вероятность гибели в течение рассеяний, то число этих рассеиваний, испытываемых типичным фотоном, ограничено и может быть весьма небольшим, вне зависимости от того, насколько велика оптическая толща. Это также имеет место, если существует значительная вероятность того, что фотон поглощается источником непрерывной непрозрачности в полёте между рассеяниями. Когда число рассеиваний мало, у фотона мало шансов мигрировать из ядра линии (где он имеет наибольшую вероятность создания) в лоренцевские крылья (где проявляются эффекты естественного уширения). В этих условиях ясно, что полное перераспределение с доплеровским уширением является хорошим приближением для всех резонансных и субординатных линий, кроме первой лаймановской линии водорода $1 \leftrightarrow 2$. Таким образом, вероятность внутреннего выхода должна быть рассчитана с использованием доплеровского профиля для всех линий кроме Lα. Для первой резонансной линии водорода необходимо ис-

пользовать профиль Фойгта [65, стр. 20; 66, стр. 231] в предположении частичного перераспределения по частотам.

Пусть $R_{lu} = k_c \Delta\nu_D / k_{lu}$ – отношение коэффициента непрерывного поглощения к среднему коэффициенту поглощения в линии, где $\Delta\nu_D = \nu_0 v_{th}/c$ – тепловая доплеровская ширина линии, а $v_{th} = (2kT_{\mathrm{e}}/m_{\mathrm{H}})^{1/2}$ – наиболее вероятная тепловая скорость. Тогда, следуя работам [61; 62], определим β_{12}^C – вероятности потери кванта Lα в полёте при поглощении в континууме.

$$\beta_{12}^C = 1.87\Big(\frac{a}{R_{12}^3}\Big)^{1/4}, \tag{2.21}$$

где a – постоянная Фойгта [66, ур. (8.19)]. Для других переходов мы используем работы [60; 118], в которых вероятность потери кванта частоты ν_{lu} в полёте при поглощении в континууме определяется как

$$\beta_{lu}^C = 2R_{lu}\Big(-\ln\sqrt{\pi}\Big(R + \frac{2}{\tau_{lu}}\Big[-\ln\sqrt{\pi}\Big(R + \frac{4}{\tau_{lu}}\Big)\Big]^{1/2}\Big)\Big)^{1/2}. \tag{2.22}$$

Вместо (2.22) можно использовать другое приближённое выражение для этой величины [110, ур. (3.31)], но мы останавливаемся на выражении (2.22).

Суммарный темп нескомпенсированных радиативных переходов $u \to l$ выражается в форме $A_{lu} n_u \beta_{lu}^{\mathrm{eff}}$, где $\beta_{lu}^{\mathrm{eff}}$, следуя работам [119, стр. 56; 12; 120], мы приближённо оцениваем как

$$\beta_{lu}^{\mathrm{eff}} \approx \beta_{lu} + \beta_{lu}^C. \tag{2.23}$$

Таким образом, заменяя β_{lu} в уравнениях (2.16, 2.19) на $\beta_{lu}^{\mathrm{eff}}$ из (2.23) мы добавляем учёт поглощения квантов в континууме в резонансной зоне.

Модификация приближения Соболева вследствие учёта селективного механизма поглощения в линиях примесных ионов (например, большое число Fe II и Cr II находится в окрестности Lα) будет обсуждаться в разделе 2.3.4.

2.1.4. Стационарное приближение

Дадим теперь определение стационарного приближения для полной системы (2.1, 2.3, 2.6). Выпишем нелинейную алгебраическую систему, записанную

для всех стадий ионизации z различных элементов оболочки

$$\begin{aligned} K_{\mathrm{z},i}(t) &= 0,\ i = 1,2,\ldots \\ K_{\mathrm{e}}(t) &= 0 \end{aligned} \tag{2.24}$$

Её решение называется *стационарным приближением* решения полной кинетической системы (2.1, 2.3, 2.6). Ключевой вопрос – совпадают ли решения этих систем, и если нет, то почему.

Здесь будет удобно ввести определение: решение полной нестационарной системы (2.1, 2.3, 2.6) мы будем называть n^{td} от английского time-dependent, а решение алгебраической системы (2.24) будем называть n^{ss} от английского steady-state.

В главе 1 в разделе 1.4 мы давали определение простой системы с “замороженными” коэффициентами. Разовьём теперь это понятие на полную систему. Представим себе, что оболочка перестала расширяться в некоторый момент времени t_1 после взрыва сверхновой, и все другие характеристики, такие как температура вещества, интенсивность фотосферного излучения и т.д., зафиксированы. Кинетика населённостей в такой оболочке может быть описана следующей системой:

$$\begin{aligned} \frac{D\tilde{n}_{\mathrm{z},i}}{D\tilde{t}} &= K_{\mathrm{z},i}(\tilde{t})\Big|_{t=t_1},\ i = 1,2,..,j-1,j+1,\ldots \\ \frac{D\tilde{n}_{\mathrm{e}}}{D\tilde{t}} &= K_{\mathrm{e}}(\tilde{t})\Big|_{t=t_1}, \\ \frac{D\tilde{n}_{\mathrm{z},j}}{D\tilde{t}} &= -\sum_{\mathrm{z},i\neq j} K_{\mathrm{z},i}(\tilde{t})\Big|_{t=t_1}. \end{aligned} \tag{2.25}$$

Здесь j номер уровня с максимальной населённостью [66, стр. 282] (см. текст рядом с ур. 2.6).

В правых частях системы (2.25) значения всех коэффициентов берутся в интересующий нас момент времени t_1, а неизвестные $\tilde{n}_{\mathrm{z},i}(\tilde{t})$ и $\tilde{n}_{\mathrm{e}}(\tilde{t})$ являются уже функциями нового времени $\tilde{t} \geqslant t_1$.

Очевидно, что решение системы (2.24) при t_1 является частным решением (2.25). Рассуждая так же, как в разделе 1.4 главы 1, мы получаем, что предельные решения интегро-дифференциальной системы уравнений (2.25) – это другой способ поиска стационарного приближения для (2.1, 2.3, 2.6). И предельные значения $\tilde{n}(\tilde{t})$ при $\tilde{t} \to \infty$ снова не зависят от начальных условий.

Если всё же брать за начальные условия значения концентраций из $n^{td}(t_1)$, то у системы (2.25) появится и другой физический смысл. Она будет показывать,

как населённости уровней будут релаксировать со временем до своих стационарных значений $n^{ss}(t_1)$, если “выключать” любые макроскопические изменения в плазме.

Пусть $\mathbf{n^{ss}}(t_1)$ – вектор-функция стационарных населённостей, решение системы уравнений (2.24) в момент времени t_1, а $\tilde{\mathbf{n}}(\tilde{t})$ – вектор-функция релаксирующих населённостей из системы (2.25). В случае, когда начальные значения выбраны так, что $|\tilde{\mathbf{n}}(t_1) - \mathbf{n^{ss}}(t_1)| \ll N(t_1)$, систему (2.25) можно линеаризовать, и её решение в общем виде представится как [79, стр. 78; 75, стр. 133]:

$$\tilde{\mathbf{n}}(\tilde{t}) = \mathbf{n^{ss}}(t_1) + \sum_j \mathbf{P}_j(\tilde{t}) e^{\lambda_j \tilde{t}},$$

где $N(t_1)$ – полная концентрация частиц, $\mathbf{P}_j(\tilde{t})$ – вектор-функция, компоненты которой являются многочленами от времени $\tilde{t}$, а λ_j – собственные числа матрицы Якоби системы (2.25). Так как в нашем случае собственные числа отрицательные, то максимум модуля $\dot{\tilde{\mathbf{n}}}$ наблюдается в самом начале процесса релаксации. Процесс релаксации со временем $\tilde{t}$ будет протекать всё медленнее. Решение системы (2.25) $\tilde{n}(\tilde{t})$ при $\tilde{t} \to \infty$ будет “выходить” на стационарное решение n^{ss} формально бесконечно долго. Конечно, при рассмотрении всех величин с какой-то заданной точностью процесс, занимает конечное время. Но как было показано в главе 1, для оценки времени релаксации лучше использовать обратные собственные числа $|\lambda_j|$ (см. раздел 2.3).

2.1.5. Метод расчёта

Получив термодинамические и гидродинамические параметры оболочки сверхновой, разбитой на несколько сотен массовых лагранжевых зон из расчёта STELLA, мы решаем в пакете LEVELS одновременно кинетическую систему (2.1, 2.3, 2.6) и уравнение переноса в линиях (2.16) в каждой из этих зон независимо, используя для этого неявный метод прогноза и коррекции (схема предиктор-корректор) высокого порядка с автоматическим выбором порядка и шага по времени, предложенный Гиром [121]. Также использовались одношаговые безытерационные (m,k)-методы решения жёстких систем [122; 123]. В частности, L-устойчивый (4, 2)-метод 4-го порядка точности.

В главе 1 в разделах 1.2 и 1.2.1 мы показали, что простая система обладает свойством диссипативности. Решения “стягивались” в цилиндр-трубку, “забывая” о начальных условиях, и выходили на предельный режим. Расчёты показывают, что полная кинетическая система с учётом столкновений ведёт себя так же. Такое свойство проявляется в текущей реализации LEVELS из-за того, что расчёт основывается на уже рассчитанных профилях температуры вещества, излучения и гидродинамических параметров из STELLA. Всё сказанное позволяет более свободно выбирать начальные условия в нашей постановке задачи, так как вдали от начального момента времени мы можем доверять решению уже вне зависимости от этого выбора. Тем не менее, начальные условия для населённостей всех уровней и электронной концентрации для нестационарного расчёта вычисляются в приближении Саха, для каждой лагранжевой зоны в отдельности на уровне глубины термализации, где выполнены условия ЛТР. Глубина термализации соответствует подфотосферным областям оболочки, в которых температура вещества совпадает с температурой излучения и берётся из моделирования STELLA. При расширении оболочки фотосфера движется по лагранжевой координате к центру звезды. Внешняя граница области термализации, в которой температура вещества и излучения близки, также движется внутрь. Для каждой конкретной лагранжевой зоны расчёт в нестационарном случае начинается с момента “выхода” этой зоны из области термализации.

Далее, как мы описывали в разделе 2.1.3, на второй итерационном шаге мы решаем систему уравнений (2.1, 2.3, 2.6) совместно с (2.19) также независимо для каждой зоны, но начальные значения населённостей берутся с предыдущего шага итерации в соответствующие моменты времени.

Стационарные решения ищутся для заранее заданных моментов времён двумя разными способами: как решение системы (2.24), так и системы (2.25). Для системы (2.24) применяется гибридный метод Пауэлла [124] решения нелинейных уравнений. А для жесткой системы обыкновенных дифференциальных уравнений (2.25) применяется либо неявный метод Гира [121], либо (m,k)-метод [122; 123]. В стационарном приближении на рассматриваемый момент времени уравнения решаются только для тех лагранжевых зон, которые в этот момент находятся над фотосферой.

Спектры строятся в соболевском приближении, интегрированием излучаемого потока для данной частоты по поверхности равных лучевых скоростей [65; 66]. То есть считается, что излучение в линии на конкретной частоте испускает-

ся соответствующей поверхностью. При этом учитывается экранирование этой поверхности другими, соответствующими длинноволновым компонентам мультиплета, так называемые CD-поверхности [от английского Common Direction, 114; 115; 117].

2.2. Эффект нестационарной ионизации для чисто водородной оболочки

На этом этапе можно детализировать химический состав разлетающейся оболочки для иллюстрации эффекта нестационарной ионизации. Первоначально нас будут интересовать модели с чисто водородной оболочкой. Пример рассмотрения чисто водородных оболочек сверхновых встречается в литературе [125]. Такое искусственное упрощение позволяет детально разобраться в эффекте нестационарности.

Для иллюстрации эффекта мы используем модель `R450_M15_Ni004_E7` для SN 1999em, рассмотренную в работах [46; 47], и рассчитанную при помощи радиационно-гидродинамического кода `STELLA`.

2.2.1. Атомные данные для водорода

Атомные данные для водорода брались из результатов расчёта открытого программного кода Flexible Atomic Code (`FAC`) [126]. Это программный пакет M. F. Gu, который позволяет вычислять параметры различных радиативных и ударных атомных процессов. `FAC` выложен в открытый доступ на GitHub[2], развивается и поддерживается автором проекта. В этом разделе мы не учитываем тонкую структуру водорода, предполагая l-равновесие, т.е. принимаем, что при фиксированном главном квантовом числе n населённости подуровней тонкой структуры пропорциональны их статистическим весам. Полученные данные из `FAC` “сворачивались” в так называемые супер-уровни [44; 45]. В этом разделе

[2] https://github.com/flexible-atomic-code/fac

мы используем модель водорода, состоящую из 10 уровней, соответствующих первым 10 главным квантовым числам. Вопрос о влиянии числа уровней будет рассмотрен позже в разделе 2.3.1.

Результаты FAC прошли успешную проверку при сравнении с данными из других работ. Так например, уровни энергий и коэффициенты Эйнштейна сравнивались с данными из базы атомных данных NIST[3] (Atomic Spectra Database, Version 5). Сечения фотоионизации сравнивались с аппроксимацией Ситона с поправочным коэффициентом по формуле Гольда [127, формула A1], с данными из Карзаса и Латтера [128] и с результатами работы Стори и Хаммера [129]. Темпы ионизации электронным ударом сравнивались с формулой Джонсона [130], а также с результатами расчёта программного пакета MULTI [131]. Темпы ударного возбуждения при столкновениях с электронами в FAC рассчитывались в приближении искаженных волн. Они сравнивались с результатами работ [132; 133], полученными методом сильной связи (R-matrix) и “свёрнутыми” нами до супер-уровней. Также мы сверялись с работой [134]. В темпах ударного возбуждения $n \to n'$ мы наблюдали расхождения в слабоэнергетических переходах $\Delta n = 1$. Так в диапазоне интересующих нас температур для $n \geqslant 5$ данные FAC иногда завышены в 10 раз. Но как раз для высоких близколежащих уровней, где населённости уже незначительны по сравнению со слабовозбужденными уровнями, темпы ударного возбуждения и снятия возбуждения сравниваются [A3] (см. также раздел 2.3.2). Поэтому величины самих темпов играют слабую роль, и точность столкновительных процессов между близколежащими уровнями несущественна.

Темп двухфотонного распада 2s $\to$ 1s брался из работы Нюсбауэра и Шмутца (1984). [73].

2.2.2. Иллюстрация эффекта

На рис. 2.1 представлены нормированные спектры модели SN 1999em для четырех моментов времени: 15, 20, 30, 40 дней после взрыва, посчитанные для стационарного и нестационарного случаев. Спектры нормированы на величину потока в континууме F_c. Атмосфера, т.е. внешние слои оболочки, лежащие над

[3] http://www.nist.gov/pml/data/asd.cfm

фотосферой, разлетается в SN 1999em гомологически, уже примерно с 10-15-го дня [17; 46], поэтому наш метод расчёта применим. Отметим, что фаза плато на кривой блеска наступает на 18-20-й день и, соответственно, верхние три спектра приходятся на эту фазу. Эффект нестационарности ярко выражен как для линии Hα, так и для серий Бальмера и Пашена. Из-за нестационарности населённости всех уровней *ниже*, чем в стационарном решении, что приводит к усилению линий. Более того, эффект нестационарности нарастает со временем, начиная с 20-го дня.

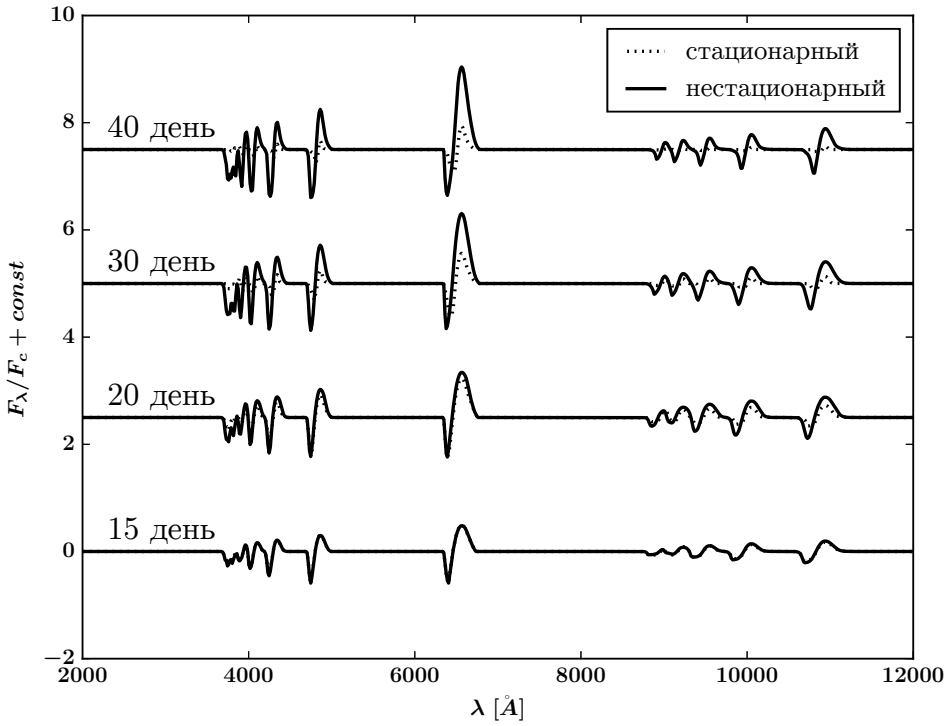

Рисунок 2.1 — Нормированные спектры модели SN 1999em для четырех моментов времени: 15, 20, 30, 40 дней после взрыва, посчитанные для стационарного (штриховая линия) и нестационарного (сплошная линия) случаев. Результат диссертанта из работы [A4].

Распределение концентрации свободных электронов по всей оболочке для разных моментов времени представлено на рис. 2.2. Видно, что в нестационарном случае оболочка разлетается с большей степенью ионизации для всех лагранжевых зон по сравнению со стационарным приближением. Обычно говорят, что концентрация свободных электронов испытывает “закалку” [81; 82, стр. 420]. Также напомним, что в главе 1 мы уже получали этот эффект для простой системы.

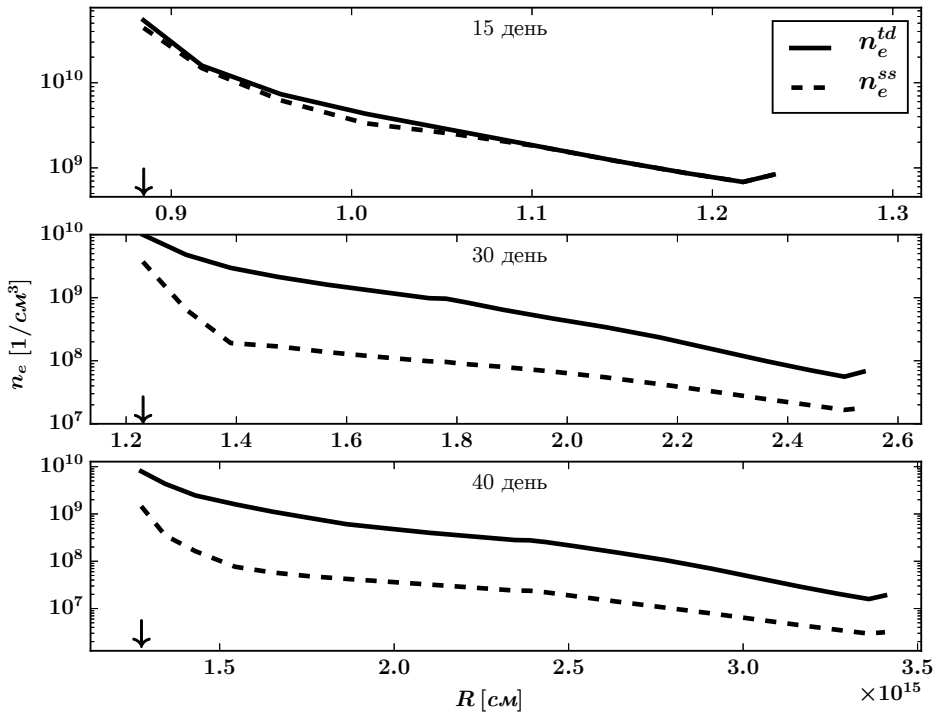

Рисунок 2.2 — Распределение концентрации свободных электронов по оболочке в зависимости от радиуса для трех моментов после взрыва, для стационарного (штриховая линия) и нестационарного (сплошная линия) случаев. Стрелка указывает на положение фотосферы. Результат диссертанта из работы [A4].

Система всегда стремится к кинетическому (статистическому) равновесию, которое описывается стационарным приближением (2.24). Так, если в некоторый момент времени населённости уровней и электронная концентрация отклонятся от своих стационарных значений, то процесс релаксации будет возвращать систему к этим значениям. Как было уже замечено ранее в разделе 1.4, если представить себе, что оболочка перестала расширяться в некоторый момент времени t_1, и все другие характеристики, такие как температура вещества, интенсивность фотосферного излучения зафиксированы, то система будет “выходить” на текущее стационарное значение населённостей $n^{ss}(t_1)$, следуя $\tilde{n}(\tilde{t})$ решению (2.25), что и представляет собой релаксационный процесс. Если характерное время изменения стационарного решения n^{ss} много больше, чем время релаксации $\tilde{n}$ для любых t_1, то система будет успевать следовать за этим решением.

В условиях нашей задачи максимум функции $\left|D\tilde{n}/D\tilde{t}\right|$ приходится на начальный момент процесса релаксации t_1, то при выполнении неравенства

$$\left|\frac{Dn^{ss}}{Dt}\right|_{t=t_1} > \left|\frac{D\tilde{n}}{D\tilde{t}}\right|_{\tilde{t}=t_1} \tag{2.26}$$

в момент времени t_1 будет нарушаться условие применимости стационарного приближения. Если неравенство верно для любого t_1, то система никогда не будет успевать “подстраиваться” под переменные параметры плазмы. То есть условие (2.26) является достаточным для нарушения стационарного приближения.

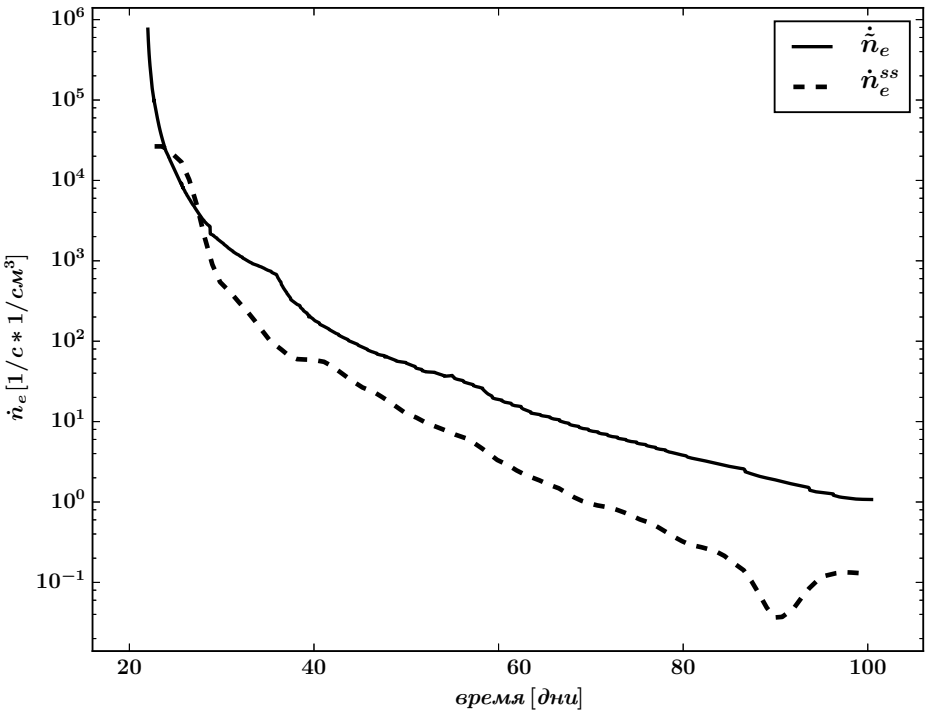

Рисунок 2.3 — Штриховая линия – скорость изменения электронной концентрации стационарного решения от времени в лагранжевом слое в оболочке вблизи $v \approx 5.8 \times 10^3$ км с$^{-1}$. Сплошная линия – максимальная скорость релаксации от времени в том же лагранжевом слое. Результат диссертанта из работы [A4].

Но с другой стороны, понятно, что достаточность это не эквивалентность, и обратное неравенство не гарантирует применимость стационарного приближения. Чтобы проиллюстрировать сказанное, рассмотрим изменение электронной концентрации в лагранжевой зоне вблизи $v \approx 5.8 \times 10^3$ км с$^{-1}$ (рис. 2.3). По мере расширения оболочки фотосфера по лагранжевой координате движется к центру

звезды. Рассматриваемая область “выходит” из-под фотосферы на 22-ой день после взрыва, когда уже началась фаза плато [17; 46]. Именно характеристики этого слоя мы использовались в таблице 1, кол. 2 в главе 1.

На рис. 2.3 штриховая линия соответствует скорости изменения электронной концентрации для стационарного решения, а сплошная – максимумам скоростей релаксации. Условие (2.26) нарушается почти всюду. Вместе с тем, для той же зоны нестационарное решение демонстрирует эффект “закалки”. На рис. 2.4 представлены сами стационарные и нестационарные электронные концентрации. Степень ионизации в нестационарном случае выше, чем в стационарном, и мы наблюдаем данный эффект.

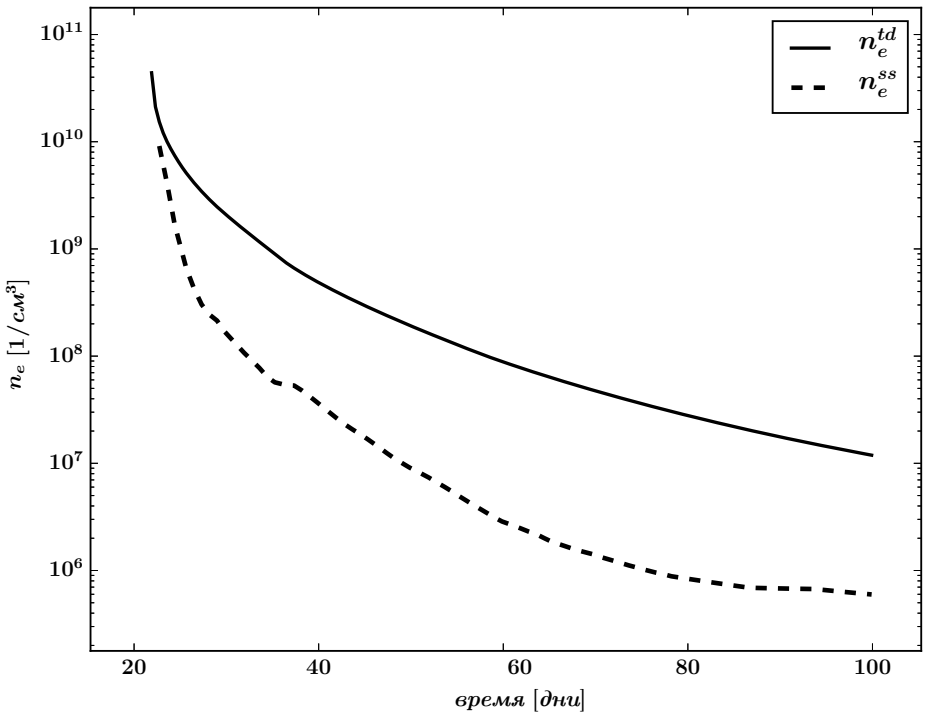

Рисунок 2.4 — Изменение электронной концентрации в лагранжевом слое в оболочке вблизи $v \approx 5.8 \times 10^3$ км с$^{-1}$ со временем в стационарном (штриховая линия) и нестационарном (сплошная линия) случаях. Результат диссертанта из работы [A4].

Рассмотрим теперь два характерных времени. Так называемое время рекомбинации

$$t_{\rm rec} = \left| \frac{n_{\rm e}}{\frac{D\tilde{n}_{\rm e}}{D\tilde{t}}} \right|_{\tilde{t}=t_1} = \left| \frac{n_{\rm e}}{K_{\rm e}(\tilde{t})} \right|_{\tilde{t}=t_1} \tag{2.27}$$

(см., например, [22, формула 3]) и характерное время изменения стационарного решения

$$t_{\text{chss}} = \left| \frac{n_{\text{e}}}{\frac{Dn_{\text{e}}^{ss}}{Dt}} \right|_{t=t_1}, \tag{2.28}$$

которое соответствует характерному времени изменения макроскопических параметров плазмы. Если предположить, что в некоторый момент времени t_1 решения n_{e}^{ss} и n_{e}^{td} ещё близки, но неравенство (2.26) выполняется, то, взяв обратное к выражению (2.26), записанному для концентрации свободных электронов, и домножив его на $n_{\text{e}}(t_1)$, мы получим новое достаточное условие для нарушения стационарного приближения

$$t_{\text{rec}} > t_{\text{chss}}. \tag{2.29}$$

Но опять важно отметить, что условие обратное к (2.29) вовсе не гарантирует пригодность стационарного приближения.

Что касается классического времени рекомбинации $t_{\text{rec}}^{\text{class}} = 1/(n_{\text{e}}\alpha_B)$ [68, стр. 22], то оно приближенно равно времени рекомбинации (2.27) только в тех областях и при таких временах, где и когда темпы фотоионизационных процессов сильно меньше рекомбинационных. Это происходит на поздних стадиях разлёта оболочки или во внешних слоях, когда излучение сильно дилютировано. Во внутренних прифотосферных слоях или в начале фазы плато выполняется неравенство:

$$t_{\text{rec}} > t_{\text{rec}}^{\text{class}}. \tag{2.30}$$

(см. также ур. 1.84 и 1.85).

Время рекомбинации t_{rec} – это по сути линейная оценка истинного времени релаксации, которое может быть много больше в силу нелинейного характера процесса перехода в стационарное состояние. В разделе 1.3 главы 1 мы показали, на примере простой системы, что при близости решений n_{e}^{ss} и n_{e}^{td} в некоторый момент времени последующую эволюцию отклонения одного решения от другого определяет обратная величина наименьшего по модулю собственного числа матрицы Якоби кинетической системы (см. ур. 1.77). Эта величина является ключевой характеристикой развития эффекта нестационарности, имеет физический смысл времени релаксации, и необходимо использовать её (обобщённую на случай полной системы) вместо оценочного времени рекомбинации.

Ситуацию с ошибочной нулевой оценкой можно наблюдать в теории горения по закону Аррениуса [135; 136, стр. 289]. В этом случае скорость горения

нарастает по мере развития процесса, и время горения, оцененное в начале, оказывается значительно больше, чем действительное. Напротив, в нашем случае темп релаксации замедляется по мере протекания процесса, и время рекомбинации, оценённое в начальный момент, может быть наоборот меньше, чем действительное время релаксации.

Резюмируя скажем, что при работе с линейной оценкой времени рекомбинации нужно быть аккуратными. Из уменьшения времени рекомбинации вследствие учёта новых каналов в кинетической системе не обязательно следует улучшение применимости стационарного приближения (как это полагается в работе Де и др. [22], где время рекомбинации оценивается по формуле [22, ур. 3]), так как система сильно нелинейна, и время релаксации может оказаться бо́льшим, чем характерное время изменения параметров оболочки.

Можно пользоваться сравнением спектров в двух типах расчётов – стационарном и нестационарном, чтобы увидеть результирующий эффект. Различие в силе спектральных линий является достоверным индикатором выраженности нестационарного эффекта (ср. рис. 2.1). Но также можно использовать уже обсуждённый в главе 1 критерий применимости стационарной аппроксимации, обобщённый на случай полной системы (см. раздел 2.3). Если критерий нарушается, то эффект нестационарности важен. Если время релаксации всюду мало, то стационарный подход является хорошим приближением. Поэтому важно определить эволюцию времени релаксации.

В следующем разделе мы рассмотрим различные кинетические системы и численно оценим для каждой из них времена релаксации.

2.3. Роль различных факторов для эффекта нестационарности

Сформулируем определение обобщённого критерия статистического равновесности (стационарности). Вычислим обратное к наименьшему по модулю собственному числу матрицы Якоби для полной кинетической системы (2.25), учитывающей всевозможные процессы в любые моменты времени (не только в течение фотосферной фазы). Полученная величина имеет физический смысл времени релаксации системы. Если она будет много меньше, чем характерное время

Таблица 2 — Различные исследуемые кинетические системы. Результат диссертанта из работы [A6].

Модель	Состав	Число уровней H	Ударные процессы	Тонкая структура H	Оптически тонкий предел
M_1	H	2			
M_2	H	2	∘		
M_3	H	30	∘		
M_4	H	10	∘	∘	
M_5	H + He + металлы	10	∘		
M_6	H	10	∘		∘
M_7	H + He + металлы	10	∘		∘

изменений физических параметров оболочки, то эффекта нестационарности не будет.

Получим для различных кинетических систем зависимости значения времён релаксаций от физического времени. Мы решаем системы для параметров, взятых для лагранжевого слоя в оболочке, где скорость составляет $v \approx 5.8 \cdot 10^3$ км с$^{-1}$. Этот слой лежит близко к фотосфере на момент начала фазы плато, и именно его характеристики использовались в таблице 1, кол. 2. Спектральное разложение матрицы Якоби для поиска собственных чисел выполнялось пакетом FEAST [137—139]. Значение стационарных населённостей и концентраций свободных электронов брались из решения системы (2.24).

Мы рассмотрели 7 систем, представленных в таблице 2. Система M_1 – простая чисто-водородная система “два уровня + континуум” без включения ударных процессов. Эта система аналитически рассматривалась в главе 1. Система M_2 – это M_1, но уже с учётом ударных процессов. Система M_3 – это тоже чисто-водородная система со столкновительными процессами, но модель атома водорода уже содержит 30 уровней. Во всех остальных моделях считается, что водород содержит 10 уровней (различные главные квантовые числа n). Система M_4 – это чисто-водородная система, но при этом учитываются тонкая структура (l-подуровни) и ударные взаимодействия как с электронами, так и с протонами. При работе с M_4 важным было принимать во внимание прямое радиационное взаимодействие между компонентами тонкой структуры, как в кинетических рас-

чётах, так и при построении профилей (см. разделы 2.1.3, 2.1.5). Система M_5 – это M_3, где число уровней у водорода понижено до 10-ти, но в оболочку добавлены гелий и металлы.

В главе 1 для простой системы мы сделали вывод, что на время релаксации сильнее других факторов влияет форма спектра заданного внешнего излучения в полосе частот между порогами Бальмера и Лаймана. И отметили, что чем ближе интенсивность окружающего жёсткого непрерывного излучения к оптически тонкому пределу, тем меньше время релаксации. Поэтому в этой главе мы решили численно проверить, как на релаксацию повлияет изменение этого фиксированного внешнего излучения, в случае полной кинетической системы. Чтобы получить чисто водородную M_6 и M_7 с примесями мы сделаем следующее. В системе M_3 понизим число уровней у водорода до 10-ти. И рассчитаем заново M_3 и M_5. При этом возьмём непрерывное излучение в континууме, в оптически тонком случае. То есть для частот $\nu < \nu_{LyC}$ интенсивность считалась равной

$$J_\nu(t,r) = W(t,r)B_\nu(T_c(g_V,t,r)),$$

где $W(t,r)$ – геометрическая дилюция, а $T_c(g_V,t,r)$ – цветовая температура излучения, полученная фитированием $J_\nu(t,r)$ из модели STELLA методом наименьших квадратов для каждого момента времени t, на радиусе r для оптической полосы частот g_V, для которой $\nu \leqslant \nu_{BaC}$.

При рассмотрении всех моделей мы применяли модифицированное приближение Соболева, учитывающее поглощение квантов в полёте и их гибель в течение рассеяний (см. раздел 2.1.3). А при рассмотрении M_4 мы также учитывали селективное поглощение Lα фотонов в линиях металлов (например, Fe II) [63; 64] и прямое радиационное взаимодействие мультиплетов. [115—117] (см. разделы 2.1.3, 2.3.4).

На рисунке 2.5 представлены результаты расчётов времени релаксации от реального физического времени. Тонкая сплошная линия “ph” соответствует аналитической оценке, полученной по формуле (1.84). Это та же самая кривая, что и кривая “ph” на рис. 1.9 из главы 1. Численный расчёт модели M_1 (толстая штриховая линия) хорошо с ней согласуется. Сплошная кривая M_2 отклоняется от M_1 в первые 10 дней после t_0. Учёт ударных процессов уменьшает время релаксации только в самом начале фотосферной фазы. Подробное рассмотрение влияния столкновений мы проведём в разделе 2.3.2. Дополнительные уровни в M_3 (точечная линия), как и учёт тонкой структуры в M_4 (штрих-пунктирная линия), совсем

незначительно понижают время релаксации (подробнее см. разделы 2.3.1, 2.3.3). Учёт металлов в M_5 (жирная штрих-пунктирная линия) приводит к значительному уменьшению времени релаксации, но не отменяет эффекта нестационарности, так как время релаксации всё еще много больше, чем длительность фотосферной фазы (подробнее см. раздел 2.3.4) Для моделей M_6 (жирная точечная линия) и M_7 (жирная штриховая линия), как и показали исследования главы 1, время релаксации значительно меньше, чем в других моделях.

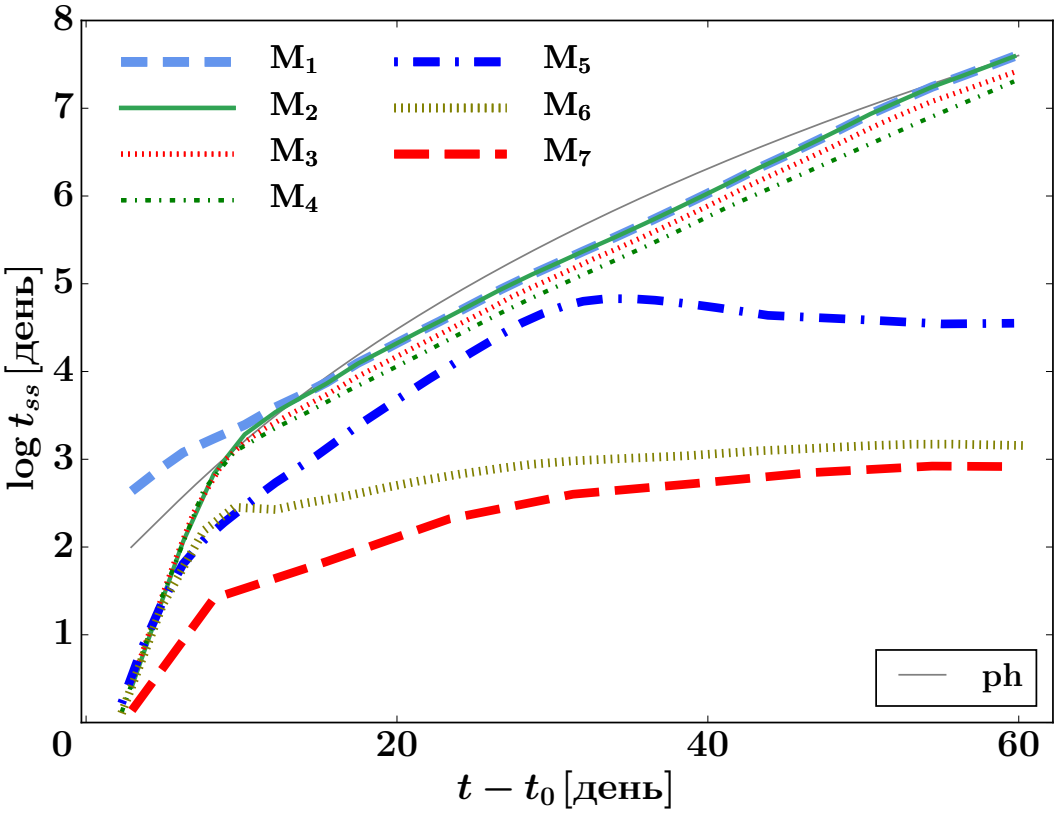

Рисунок 2.5 — Численный расчёт времён релаксации для семи различных моделей, перечисленных в таблице 2. Тонкая сплошная линия соответствует “ph” кривой на рис. 1.9. По оси абсцисс физическое время, где t_0=20 дней – начало фотосферной фазы. Результат диссертанта из работы [A6].

Далее мы рассмотрим подробнее роли различных факторов на эффект нестационарности на примере моделей из таблицы 2.

2.3.1. Роль числа уровней

Для изолированного атома водорода число теоретических энергетических уровней бесконечно много, и его статистическая сумма расходится. Удовлетворительное решение проблемы атомной статсуммы может быть получено только с помощью квантовой статистической физики. Этот подход даёт сходящееся выражение для статистической суммы в форме Планка—Бриллюэна—Ларкина, но он справедлив только в пределе нулевой плотности плазмы. [140, стр. 50].

В астрофизической плазме атом не является полностью изолированным, и вследствие взаимодействия с заряженными частицами происходит искажение собственных атомных состояний. При этом сумма по состояниям может быть ограничена одним каким-то или всеми тремя механизмами [141, стр. 108]: возмущение соседними зарядами, возмущение нейтральными частицами, понижение энергии ионизации из-за дебаевского экранирования [66, стр. 246; 65, т. 2, стр. 40]. В экранированном кулоновском потенциале имеется конечное число энергетических уровней. Ограничение числа возбужденных состояний атома в плазме может быть обусловлено и плазменными электрическими микрополями. Из-за эффекта Штарка энергетические уровни расщепляются в этих полях и перекрываются выше некоторого состояния, номер которого может быть приблизительно определён по критерию Инглиса—Теллера [141, стр. 133, 213]. В работах [142; 143; 66, глава 9] выдвигается концепция весовых множителей для каждого энергетического состояния атома, имеющих смысл вероятностей того, что данные уровни связаны (Occupation Probabilities). Такой общий метод включает все вышеописанные механизмы. Однако в коде `LEVELS` мы применяем классическую процедуру обрезания, рассматривая только некоторое число нижних уровней водорода.

В этом разделе мы оценим как влияет учитываемое число уровней атомов водорода на эффект нестационарности.

На рис. 2.6 представлены профили Hα стационарного и нестационарного расчётов для двух моделей атомов водорода, содержащие 10 и 30 уровней. Полученные профили почти одинаковы для расчётов с различным числом уровней. Это объясняется тем, что при больших плотностях всякий раз, когда температура достаточно велика, атом преимущественно будет ионизован, чем заселит высоколежащие уровни [141, стр. 115].

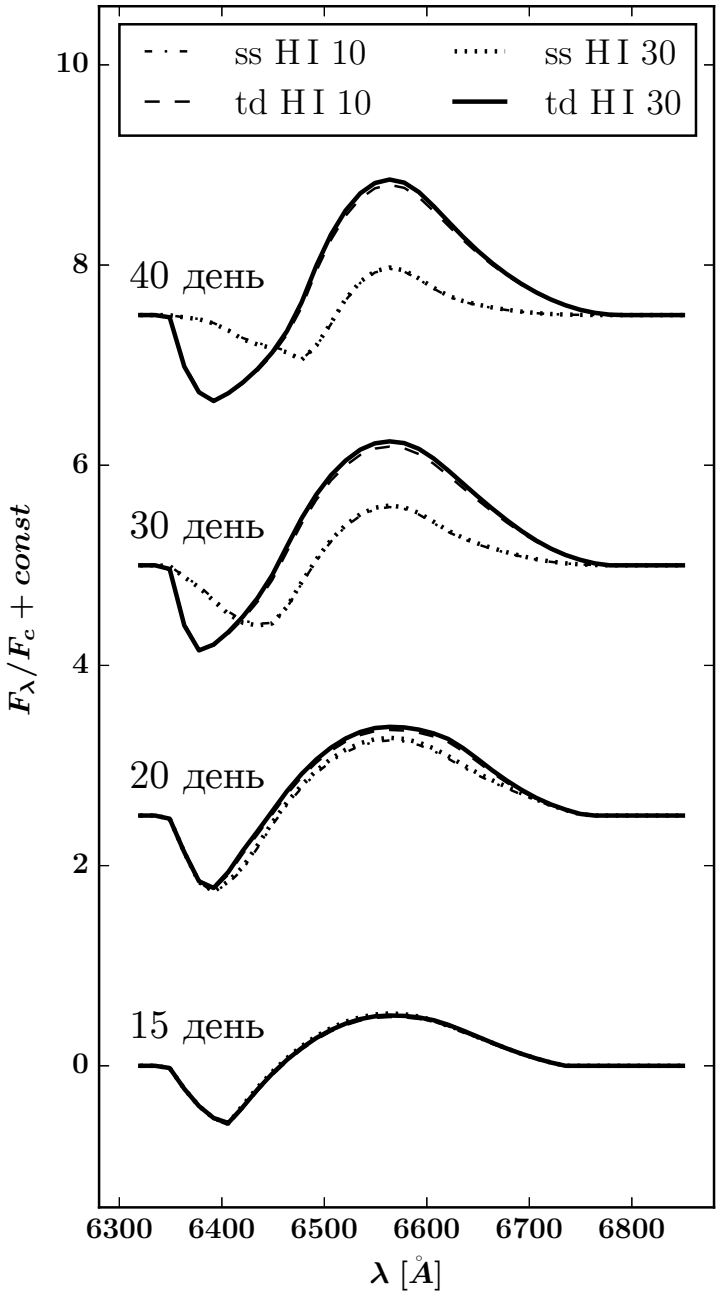

Рисунок 2.6 — Профили линии Hα для модели SN 1999em для четырех моментов времени: 15, 20, 30, 40 дней после взрыва, посчитанные для стационарных (ss) и нестационарных (td) случаев. Стационарный расчёт с атомом водорода, содержащим 10 (штрих-пунктирная линия) и 30 (точечная линия) уровней. Нестационарный – для атома водорода, содержащего 10 (штриховая линия) и 30 (сплошная линия) уровней. Число учитываемых уровней влияет очень слабо на форму профилей. Результат диссертанта, на защиту не выносится.

Что касается времени релаксации, то в таблице 2 представлены чисто водородные системы M_2 и M_3, учитывающие удары, но содержащие 2 и 30 уровней соответственно. Различие значений времён релаксаций для систем M_2 и M_3 (см. рис. 2.5) совсем небольшое.

Всё вышесказанное позволяет заключить, что выбор числа уровней в атоме водорода крайне слабо проявляется на эффекте нестационарности. Таким образом, мы не подтверждаем выводы работы группы Де и др. [22; 43], где утвер-

ждалось, что число учитываемых уровней сильно влияет на рассматриваемый эффект.

Наши расчёты показывают, что для 10-ти и более уровней водорода профили меняются незначительно. Так как на время релаксации количество уровней влияет тоже слабо, то в последующих рассуждениях мы будем рассматривать модель водорода с 10-ю уровнями.

2.3.2. Роль ударов

Хорошо известно так называемое небулярное приближение, которое широко используется при моделировании сверхновых методом Монте-Карло [24; 25; 32], предполагающее при этом статистическую равновесность населённостей. Считается, что радиативные процессы доминируют над столкновительными, и последними можно полностью пренебречь. Однако в нестационарном случае ситуация может быть иной. В этом разделе мы рассмотрим как на эффект нестационарности в кинетической системе будет влиять учёт ударных процессов.

Нестационарные вычисления показывают, что в расчёте на один атом скорость радиативной фоторекомбинации R_{fb} спадает для высоких уровней, скорость же трёхчастичной ударной рекомбинации $n_e C_{fb}$ растёт. Здесь индексы f и b обозначают свободное (free) и связанное (bound) состояния. Скорость ударной деактивации по отношению к ударной ионизации $C_{n,n-1}/C_{bf,n}$ тоже растёт с ростом номера уровня атома n. Отсюда можно сделать вывод, что рекомбинация на высокие уровни с бóльшей вероятностью заканчивается переходом атома в основное состояние. Казалось бы, можно прийти к выводу (подобно работе [144]) о важности учёта высоких уровней в нестационарных расчётах для итоговой скорости ионизации. Однако аккуратный анализ показывает, что высокие уровни, по крайней мере в ударных каналах, находятся в детальном балансе. И не важно, что скорость в одном типе канала (ударная ионизация) меньше, чем в другом (ударная деактивация). Всё равно ударная рекомбинация и ударные возбуждения приведут этот канал к статистическому равновесию. Это снова подтверждает вывод раздела 2.3.1, что учёт большого числа уровней на самом деле не важен.

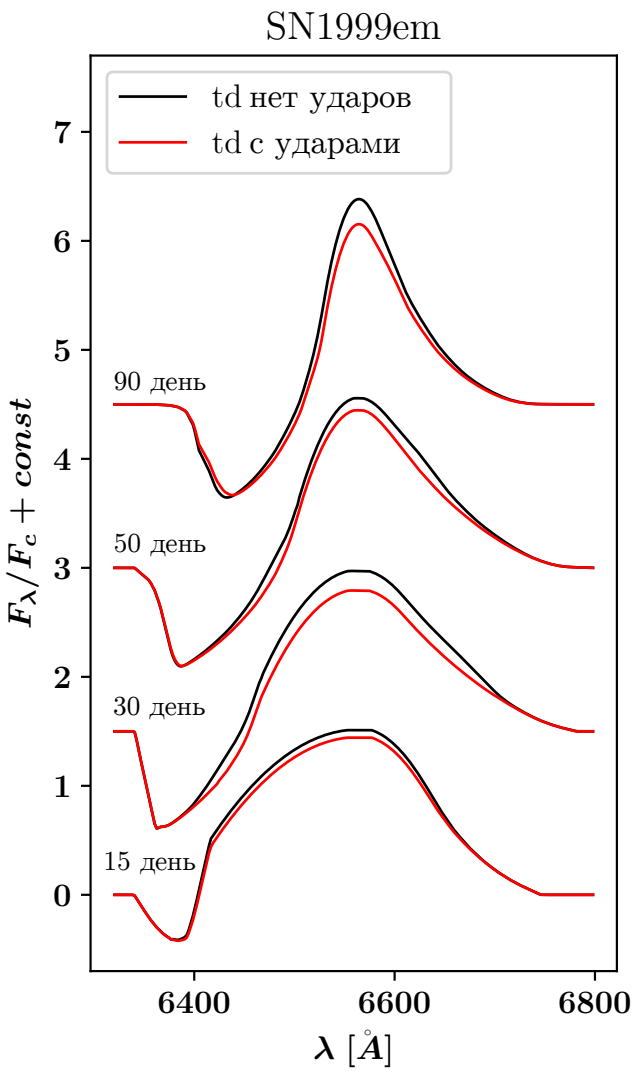

Рисунок 2.7 — Профили Hα нестационарного расчёта для двух моделей атомов водорода: без учёта ударных процессов (чёрная линия) и с учётом (красная линия). Учёт ударных процессов проявляется в небольшом ослаблении линии. Результат диссертанта, на защиту не выносится.

На рис. 2.7 представлены профили Hα нестационарного расчёта для двух моделей атома водорода: без ударных процессов (чёрная линия) и вместе с ними (красная линия). Учёт ударных процессов приводит к небольшому ослаблению эффекта нестационарности. Расчёты показывают, что за это ослабление отвечает только ударный разбаланс перехода $1 \leftrightarrow 2$. Оказывается, если отключить все столкновительные процессы всюду кроме одного только перехода $1 \leftrightarrow 2$ (т.е. $C_{12} \neq 0$), то для чистого водорода ничего не поменяется с большой точностью и в стационарных и нестационарных расчётах.

Ещё можно отметить следующее свойство ударных процессов. В главе 1 в разделе 1.2.1 мы показали, что начальные условия для кинетической системы намного быстрее “забываются” со временем при учёте ударов. То есть всякое решение из-за диссипативности будет “выходить” на близкое к предельному быстрее, если в системе присутствуют столкновительные члены.

Рассмотрим как учёт ударов влияет на время релаксации системы. В таблице 2 представлена единственная безударная система M_1. Другие рассматриваемые системы учитывают ударные процессы. Из рисунке 2.5 можно видеть, что учёт ударов влияет на время релаксации только в самом начале фотосферной фазы, уменьшая его. Более того, численные значения времён релаксации для различных систем от M_2 до M_7 очень близки в момент t_0 и составляют несколько дней. В дальнейшем время релаксации значительно вырастает по сравнению со значением в начальный момент времени. Это позволяет утверждать, что учёт столкновений не отменяет нестационарность.

Ввиду значительного влияния ударных процессов на время релаксации в последующем рассмотрении мы всегда будем учитывать столкновения.

2.3.3. Роль тонкой структуры уровней атома водорода

В предыдущих разделах при записи кинетических уравнений мы предполагали l-равновесие (где l – орбитальное квантовое число), т.е. принимали, что при фиксированном главном квантовом числе n населённости подуровней тонкой структуры пропорциональны их статистическим весам. На важность отказа от l-равновесия указывают работы в космологии [145—148], по плазме в планетарных туманностях [149] и работы по физике сверхновых в небулярной фазе [10]. Выводы группы `PHOENIX` [22; 43] показывают, что важно учитывать тонкую структуру в модели атома водорода даже в течение фотосферной фазы взрыва сверхновой. Учёт l-подуровней позволяет им объяснить незначительное влияние эффекта нестационарной ионизации, которые они наблюдают в своих расчётах. В данном разделе мы рассмотрим, что будет, если отказаться от этого предположения, и как это повлияет на эффект нестационарности.

Текущие результаты представлены для 10-ти уровенного ($n = 10$, но с учётом всех подсостояний l) атома водорода в чисто-водородной звезде. В таблице 2 рассматриваемая модель обозначена как M_4. Данные для всех атомных параметров водорода берутся из The Flexible Atomic Code (`FAC`) [126]. Для переходов $nl \to nl'(l' \to l \pm 1)$ при постоянном главном квантовом числе важны электронные и протонные удары. Более того, протонные удары, меняющие толь-

ко орбитальный момент l, доминируют над электронными. Анализ литературы относительно величины сечений протонных соударений с атомом водорода показал, что эти значения известны довольно плохо. Квазиклассическая оценка ([149] и [150]) была дана только для дипольных переходов $l \to l \pm 1$. Квантовая оценка темпов изменений орбитальных моментов, данная Вринсином [151] показала, что квазиклассическое значение темпов в 6 раз больше. В работах Гуревича [152] и Бургина [153] дана оценка темпа только для перехода 2s $\to$ 2p. Она отличается от квантовой не только значением (при прочих равных), но и функциональной зависимостью от электронной температуры. В нашей работе мы используем аналитическое выражение для коэффициентов темпов соударений между атомом водорода и протоном $nl \to nl'$ из работы [151].

На рис. 2.8 представлены графики отношения нестационарных населённостей уровней водорода 2p к 2s в зависимости от концентрации водорода в оболочке звезды. В случае l-равновесия это отношение равно 3-ём: отношению статвесов уровней при полном вырождении по орбитальному моменту. Чёрная линия – случай отказа от l-равновесия, но без учёта ударных процессов. Красная линия – тоже отказ от l-равновесия, но с учётом ударов с электронами и протонами. Видно, что учёт ударов “уравновешивает” отношение $N_{2\mathrm{p}}/N_{2\mathrm{s}}$ до трёх, преимущественно для концентраций $10^9 - 10^{11}$ см$^{-3}$, характерных для близкофотосферных слоёв, которые в основном и определяют форму наблюдаемого профиля.

Сами же профили линий, представленные на рис. 2.9, показывают небольшое ослабление Hα и выраженности эффекта нестационарности при учёте тонкой структуры, и эффект не отменяют. Что касается времени релаксации, то для модели M_4 на рисунке 2.5 ей соответствует тонкая штрих-пунктирная зелёная линия, где времена немного меньше, чем для моделей M_2 и M_3.

Тем самым мы не подтверждаем и в этом аспекте выводы работ группы Де и др. [22; 43]. В последующих рассуждениях мы будем предполагать l-равновесие.

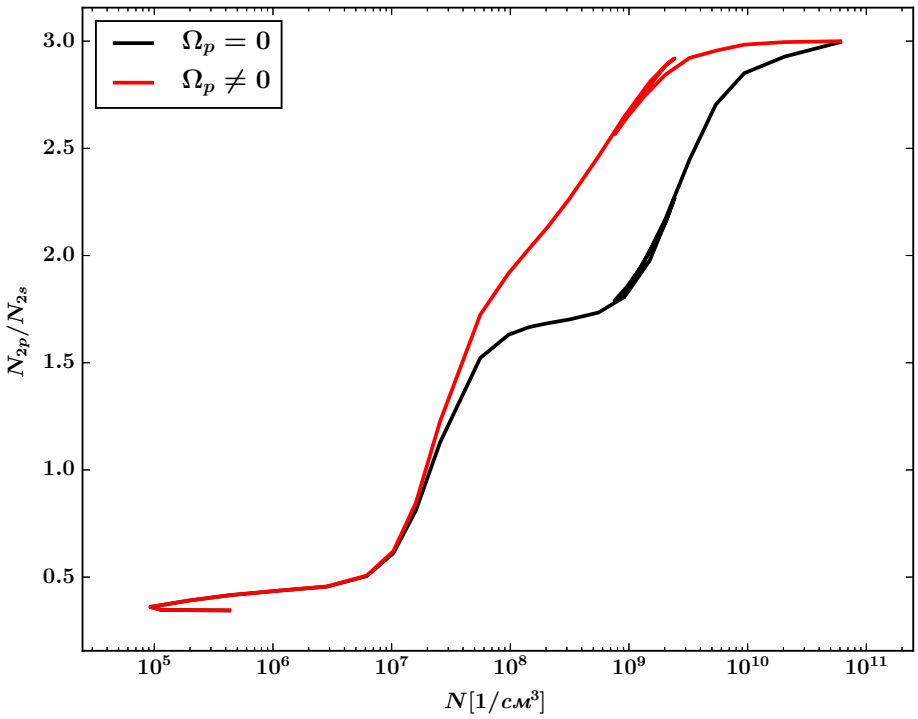

Рисунок 2.8 — Отношения нестационарных населённостей уровней водорода 2p к 2s в зависимости от концентрации водорода в оболочке звезды из расчётов STELLA+LEVELS. Чёрная линия – случай отказа от l-равновесия, но без учёта ударных процессов. Красная линия – случай отказа от l-равновесия, но с учётом ударов с электронами и протонами. В случае l-равновесия отношение $N_{2\mathrm{p}}/N_{2\mathrm{s}}$ равно трём. Результат диссертанта, на защиту не выносится.

2.3.4. Роль других факторов

В космологии выполнение неравенства (2.30) называется “затягиванием” процесса рекомбинации [154]. Вследствие “затягивания” наступает “закалка” степени ионизации – разлёт вещества с большей степенью ионизации, чем при стационарных условиях. В работах Зельдовича и др. [83] и Пиблса [84] было показано, что при космологических условиях основные процессы, приводящие к возрастанию концентрации атомов водорода в основном состоянии, – это двухфотонный распад уровня 2s $\to$ 1s и выход Lα-квантов из профиля линии за счёт соболевского механизма внутреннего выхода фотонов в переходе 2p $\to$ 1s. Скоро-

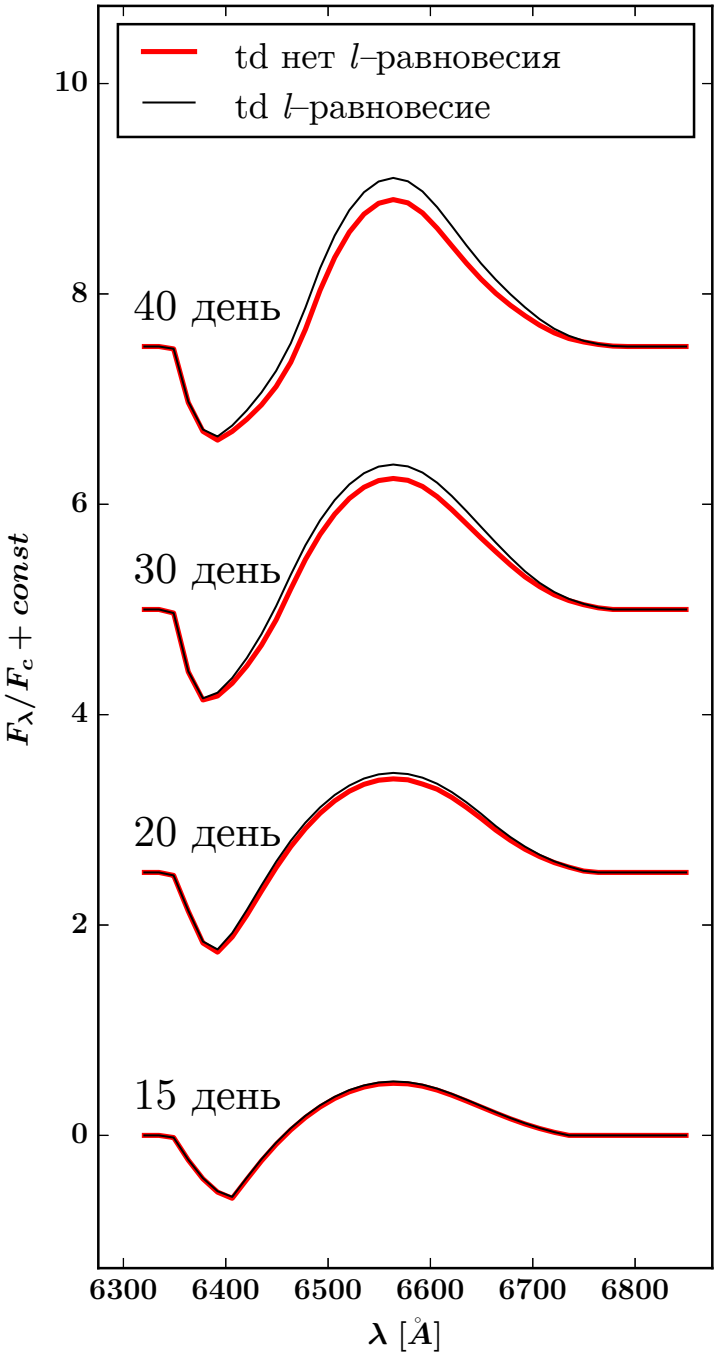

Рисунок 2.9 — Профили линии Hα модели SN 1999em для четырех моментов времени: 15, 20, 30, 40 дней после взрыва, посчитанные для нестационарного случая. Чёрная линия – l-равновесие, уровни “свёрнуты” до супер-уровней. Красная линия – отказ от l-равновесия, в кинетической схеме учитываются все l-подуровни. Учёт тонкой структуры проявляется в небольшом ослаблении линии. Результат диссертанта, на защиту не выносится.

сти заселения основного уровня меньше или сравнима со скоростью изменения стационарного решения.

В нашем расчёте по сути подтверждается этот вывод. Неравенство (2.26), записанное для основного уровня водорода, выполняется для всех зон оболочки в течение всей фазы плато. А значит, всюду в условиях характерных для SN 1999em, скорость заполнения первого уровня при нестационарном описании всегда медленнее, чем при стационарном. Вероятность выхода резонансных лаймановских фотонов из профиля растёт с номером уровня [43; 70].

Расчёты показывают, что населённости уровней с $n \geqslant 3$ много меньше, чем у первого возбужденного уровня. Соответственно, суммарный эффективный темп заселения основного уровня за счёт процессов выхода резонансных фотонов из профиля для этих уровней много меньше (на $2-3$ порядка для глубоких прифотосферных слоёв), чем темп выхода Lα-квантов. В разделе 2.3.1 мы показали, что увеличение числа уровней в модели атома водорода влияет очень слабо на этот суммарный темп, и почти не изменяет роль эффекта нестационарности. Так как первый уровень в нашей постановке задачи находится в детальном балансе с континуумом, то доминирующими и определяющими населённость первого уровня являются каналы: двухфотонный распад, выход Lα-фотонов и фактор ударного разбаланса второго уровня.

Это позволяет сделать вывод, что для ослабления эффекта нестационарности необходимо “ускорить” темпы процессов между уровнями 2 и 1 атома водорода, что подразумевает увеличение числа учитываемых каналов связи между этими уровнями. Такое увеличение можно получить, если мы откажемся от чисто водородного химического состава и учтём вклад дополнительных “поглотителей”. Так мы приходим к модели M_5 из таблицы 2. Для оптически толстой в линии Lα оболочки сверхновой есть два дополнительных канала: поглощение квантов в континууме в резонансной области Соболева [60; 61] и селективное поглощение в линиях металлов [63; 64]. В разделе 2.1.3 для эффективной соболевской вероятности выхода фотона (2.23) мы уже учитывали поглощение квантов в полёте в континууме (2.21). Для учёта поглощения в примесях можно приближенно записать

$$\beta_{12}^{\text{eff}} \simeq \beta_{12} + \beta_{12}^{C} + \beta_{12}^{L}, \tag{2.31}$$

где β_{12} – соболевская вероятность выхода фотона (см. ур. 2.13), β_{12}^{C} – вероятности потери кванта в полёте при поглощении в континууме, определяемая в (2.21), а β_{12}^{L}

– вероятности потери кванта в линиях металлов, соответственно. Это определение расширяет понятие эффективной соболевской вероятности, определённого в уравнении (2.23).

Чугай [63; 64] показал, что при типичных для SN II условиях значение β_{12}^L может превосходить 4×10^{-9}, и, следовательно, темп двухфотонного распада перестает доминировать даже в глубинных прифотосферных слоях. На небулярной фазе для сверхновых типа IIP Яркстранд и др. [119; 120] оценивают $\beta_{12}^L \approx 10^{-9} - 10^{-8}$.

Согласно Чугаю [63; 64], вероятность потери кванта в полёте при поглощении в линиях металлов оценивается выражением

$$\beta_{12}^L = \frac{k_z}{k_{12}} \simeq \frac{\sum f_z n_z}{f_{12} n_1}, \tag{2.32}$$

где k_{12} – коэффициент поглощения в линии Lα, k_z – полный коэффициент поглощения в линиях металлов, способных поглотить Lα, f_z – силы осцилляторов для этих линий, f_{12} – сила осциллятора перехода 2p $\rightarrow$ 1s атома водорода, n_1 – населённость основного уровня водорода, n_z – населённость соответствующего уровня металлов. Здесь мы воспользовались уравнением (2.15), в предположении, что верхний уровень населён намного меньше, чем нижний. В текущей реализации `LEVELS` мы учитываем в уравнении (2.32), только ионы Fe II и рассматриваем только переходы с нижнего терма a^4D с энергией возбуждения $\sim$1 эВ. Энергетическая структура атома Fe II бралась из атомных данных кода `WM-Basic` [155]. Нижний терм a^4D представлен одним супер-уровнем с населённостью n_{a^4D}. Будем считать, что все линии Fe II очень близки к центру профиля Фойгта линии Lα. В этом случае уравнение (2.32) упростится до

$$\beta_{12}^L \simeq \frac{\sum f_{a^4D}}{f_{12}} \frac{n_{a^4D}}{n_1}. \tag{2.33}$$

Подставив в (2.33) значения сил осцилляторов из списка линий (с красной стороны от Lα) Курыча [156], можно оценить $\sum f_{a^4D}/f_{12} \approx 0.013$. Рассчитаем характерные значения β_{12}^L. Если населённости железа оценить по формулам Больцмана и Саха при обилии железа $X_{Fe} \approx 4 \times 10^{-4}$ в диапазоне температур вещества $T_{\rm e} \approx 3000 - 8000K$, то $\beta_{12}^L \simeq 10^{-9} - 10^{-8}$. Это хорошо согласуется с ранее приведёнными оценками других авторов. При типичных оптических толщинах $\tau_{12} \sim 10^{10}$ поглощение в линиях металлов доминирует над другими каналами, и мы имеем

$$\beta_{12}^{\rm eff} \simeq \beta_{12}^L. \tag{2.34}$$

Однако в самосогласованном расчёте мы будем использовать формулы (2.31, 2.33).

Используя (2.34) оценим время релаксации для простой системы “два уровня + континуум”, которую мы рассматривали в первой части. Но в этот раз мы будем считать, что в уравнениях (1.13, 1.14) вместо классической вероятности выхода Соболева $\beta_{12}(t)$ будет стоять $\beta_{12}^{\text{eff}}(t)$, полученная из (2.34). Или, что аналогично, в системе (1.17, 1.18) сделаем замены $\tilde{A} \to \tilde{A}\beta_{12}^{L}(t)/\beta_{12}(t)$, и $J_c(\nu_{L\alpha}, t) \to J_c(\nu_{L\alpha}, t)\beta_{12}^{L}(t)/\beta_{12}(t)$. Рассуждения главы 1 относительно получения уравнения времени релаксации останутся корректными, и с такой подстановкой итоговые формулы (1.87, 1.88), которые определяли $t_{ss}(t)$ для чисто водородной системы можно приближённо записать как

$$t_{ss,1}(t) \approx \frac{\beta_{12}(t)}{\beta_{12}^{L}(t)} t_{ss}(t) \tag{2.35}$$

Для температур $T_{\text{e}}{\sim}5000K$ порядок отношения $\beta_{12}^{L}/\beta_{12} \approx 10$, что позволяет заключить, что время релаксации упадёт где-то в 10 раз по сравнению с чисто водородной системой. Конечно, эти оценочные рассуждения не учитывают ударные процессы, которые, как мы видели в разделе 2.3.2, значительно уменьшали время релаксации в начальные дни фазы плато. Также при выводе уравнения (2.35) не брались во внимание дополнительные свободные электроны от металлов. В последнем случае время релаксации исправится ещё на дополнительный множитель

$$t_{ss,2}(t) \approx \sqrt{\frac{n_{\text{p}}}{n_{\text{e}}}} t_{ss,1}(t), \tag{2.36}$$

где n_{p} – число протонов, а n_{e} – число свободных электронов. Когда большая часть водорода ионизована $n_{\text{e}} \sim n_{\text{p}}$, дополнительный множитель будет порядка единицы. Можно ожидать уменьшение времени релаксации скорее на поздних днях плато, когда свободные электроны от металлов будут давать существенный вклад.

Обилие металлов в оболочке сверхновой – важный фактор, влияющий на выраженность эффекта нестационарности. При наличии металлов следует ожидать уменьшение времени релаксации. Чтобы точно ответить на вопрос, как работает формула (2.36), необходима численная оценка эволюции времени релаксации для модели M_5.

На основе модели `R450_M15_Ni004_E7` для SN 1999em, рассмотренной в работах [46; 47], мы решаем совместно кинетическую систему населённостей уровней совместно с уравнениями переноса в линиях, как это было описано ранее в разделе 2.1.5. В расчёт брались элементы H, He, C, N, O, Na, Mg, Al, Si,

Таблица 3 — Список элементов модели M_5 с указанными степенями ионизации. Населённости уровней некоторых элементов рассчитывались в предположении ЛТР. Результат диссертанта приведён в иллюстративных целях, на защиту не выносится.

Элемент	Степень	ЛТР	Элемент	Степень	ЛТР
H	I		Al	III	∘
H	II		Si	I	∘
He	I	∘	Si	II	
He	II	∘	Si	III	∘
C	I		S	I	∘
C	II		S	II	∘
C	III	∘	S	III	∘
N	I	∘	Ar	I	∘
N	II	∘	Ar	II	∘
O	I		Ar	III	∘
O	II	∘	Ca	I	
Ne	I	∘	Ca	II	
Na	I		Ca	III	∘
Na	II	∘	Fe	I	
Mg	I		Fe	II	
Mg	II	∘	Fe	III	∘
Mg	III	∘	Ni	I	∘
Al	I	∘	Ni	II	∘
Al	II	∘	Ni	III	∘

S, Ar, Ca, Fe, Ni, обилие которых взято из модели `R450_M15_Ni004_E7`. Атомные данные для металлов мы брали из программного пакета `WM-Basic` [155]. Коэффициенты ударной ионизации и возбуждения брались из реализации программного кода `MULTI` [131]. При этом эти данные хорошо согласуются с работами [157].

Список степеней ионизации, рассматриваемых при моделировании, представлен в таблице 3. Из соображения ускорения счёта населённостей уровней некоторых элементов рассчитывались в предположении ЛТР (см. таблицу 3). Статистические суммы для уравнений Саха, полученные из данных `WM-Basic`, хорошо согласуются с результатами работы [158].

Модели M_5 на рисунке 2.5 соответствует жирная штрих-пунктирная синяя линия. На начальную часть (первые 5 дней фазы плато) влияют удары. Далее в течение ещё 25 дней кривая, как и предсказано ранее, (см. ур. 2.35) проходит где-то на порядок ниже, чем кривая моделей M_2, M_3, M_4. Начиная с 50-го дня на эволюцию времени релаксации начинают значительно влиять свободные электроны (см. ур. 2.36).

Итак, проведённые рассуждения для эволюции времени релаксации позволяют заключить, что по крайней мере это время растёт первые 30 дней плато в соответсвии с уравнением (2.35). Время релаксации оказывается намного больше, чем характерное время изменения параметров оболочки, и следовательно, мы должны ожидать проявления эффекта нестационарности. На рисунке 2.10 представлены спектры SN 1999em на 35-й день после взрыва, что соответствует $\sim$15-му дню фотосферной фазы. Красная линия – нестационарный расчёт, а синяя линия – стационарный. Наблюдаемый спектр (чёрная штриховая линия) брался из данных [159]. Механизм построения 13-точечного кубического сплайна для определения континуального фона (псевдоконтинуум) реализован в программном коде `SNID` [160; 161]. Все спектры “уплощались”, вычитанием этого континуума. Для линии Hα видно сильно проявление эффекта нестационарности. Нестационарный подход позволяет лучше описать наблюдения. Вместе с тем, эффект очень сильно влияет на многочисленные линии металлов в ультрафиолете, но почти не проявляется на триплете Ca II, что подтверждает анализ, данный в разделе 1.5 в главе 1.

Рассмотрим теперь модели M_6 и M_7, которые были определены в разделе 2.3. Ввиду того, что в нашей постановке задачи окружающее излучение в континууме – внешний заданный параметр, необходимо рассмотреть, как его изменение влияет на время релаксации. В разделе 1.5 главы 1 аналитически мы показали, что переход от двухтемпературной параметризации излучения к однотемпературной с одновременным завышением интенсивности в жёсткой области приводил к резкому уменьшению времени релаксации. На рисунке 2.5 как для чисто водородной модели M_6, так и для модели M_7 с примесями мы наблюдаем как раз такое занижение, при этом оценочные формулы (1.88, 2.35) описывают результаты расчётов. Вывод последнего численного эксперимента позволяет заключить, что даже этот “рычаг” не “отключает” эффект нестационарности, так как время релаксации значительно больше, чем характерное время изменения параметров оболочки. Даже если `STELLA` неверно определяет поток в U полосе (из-за слож-

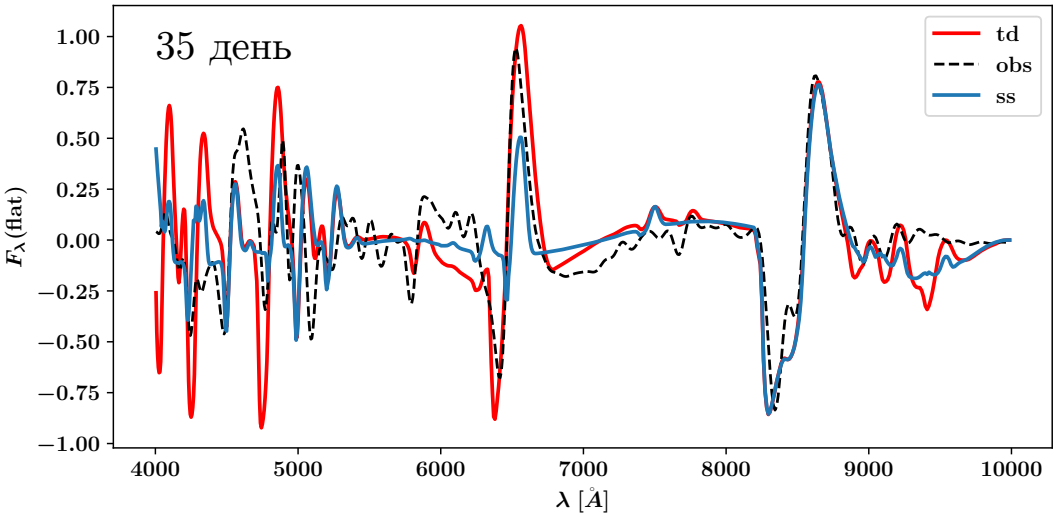

Рисунок 2.10 — Спектры SN 1999em за вычетом континуума на 35-й день после взрыва, что соответствует ∼15-му дню фотосферной фазы. Красная линия – нестационарный расчёт. Синяя линия – стационарный. Наблюдаемый спектр – чёрная штриховая линия. Результат диссертанта, на защиту не выносится.

ностей при расчётах непрозрачности в линиях при расширении), расчёт времени релаксации с истинной $J_\nu(t,r)$ показал бы, что настоящая кривая релаксации будет проходить между моделями M_2 и M_7. Более того, низкая металличность в оболочке, с одной стороны приводит к росту потока в U полосе и, следовательно, уменьшает время релаксации системы, с другой, ввиду меньшего числа поглотителей, увеличивает это же время. То есть истинная кривая релаксации будет даже выше, чем M_7. Таким образом, можно утверждать, что и в самосогласованном расчёте для величины внешнего излучения нестационарность ионизации останется существенной! Для SN 1999em наш расчёт показывает важность учёта временной зависимости в кинетике.

Наконец, отметим ещё одну возможность, ускоряющую темп заселения основного уровня водорода, и уменьшающую нестационарность. Как и в любой плазме в разлетающейся оболочке сверхновой присутствуют коллективные электрические поля. Такие электрические поля, будучи наложенными на атом водорода в состоянии 2s, уменьшают время жизни атома и он высвечивает Lα-квант в переходе 2s $\rightarrow$ 1s в однофотонном процессе. Из общей теории [162, стр. 287] известно, что при наложении однородного, постоянного, слабого электрического поля напряженностью E на атом водорода в метастабильном состоянии 2s, время высвечивания этого состояния меняется и становится равным $t_{2\mathrm{p}}(475\,\text{В/см}/E)^2$, где $t_{2\mathrm{p}}$ – время жизни 2p-состояния в отсутствии поля. Это поле можно оценить по теории Хольцмарка в статическом приближении [65, т. 2, стр. 35; 141, стр. 161].

Его наиболее вероятная напряжённость $E = 3.7eN^{2/3}$ [141, ур. I4], где e – заряд электрона, а N – концентрация частиц. При концентрациях, типичных для околофотосферных слоёв напряженность может достигать ~ 500 В/см, и тогда скорость однофотонного перехода сравнивается со скоростью двухфотонного в отсутствии поля. Но снова заметим, что этого всё равно недостаточно для полной отмены эффекта нестационарности. Но более аккуратный учёт возможных электрических полей в оболочках сверхновых на фотосферной фазе и их напряженности выходит за рамки этой работы.

2.4. Эффект нестационарности для SN IIn

В предыдущих разделах для сверхновых IIP на фазе плато, мы наблюдали усиление линии Hα при учёте нестационарной ионизации. Однако есть объекты, у которых линии водорода наоборот ослабевают. Стационарные населённости второго уровня водорода в случае SN IIP больше, чем нестационарные. Для сверхновых IIn всё наоборот.

Ещё в 1986 году Э. Грасберг и Д. Надёжин [163] предложили в качестве объяснения спектров сверхновых IIn с узкими линиями и большим радиационным потоком в кривых блеска идею столкновения выбрасываемого газа с веществом предыдущих слабых вспышек. А. Хегер и С. Вусли [164] указали на вероятный физический механизм (пульсационная неустойчивость при рождении электрон-позитронных пар, PPI), реализующий множественные взрывы [165]. PPI является хорошим механизмом для массивных звёзд с начальной массой на главной последовательности около $100M_\odot$ и массой гелиевого ядра предсверхновой в конце эволюции, лежащей в диапазоне $\sim 40 - 60M_\odot$. С. Вусли и А. Хегер совместно с С. Блинниковым [102] применили эту модель для объяснения сверхмощной SN 2006gy типа IIn с энергией взрыва около 3×10^{51} эрг. Узкие линии в спектрах этой сверхновой указывают на то, что вещество первого выброса имело скорость на порядок меньше, чем у обычных сверхновых. Узкая особенность профиля на широкой подложке формируется в медленно разлетающейся плотной оболочке, оставшейся от первого выброса, произошедшего приблизительно за 7 лет до взрыва сверхновой. Абсорбционная компонента P-Cygni профиля Hα указывает на

скорость примерно 200 км с$^{-1}$ [166]. В то же время моделирование в [102] показало, что максимальная скорость водородных слоёв оболочки первой вспышки составляет около 2000 км с$^{-1}$. Возник вопрос, почему мы не видим этих скоростей в узких профилях наблюдений.

При помощи LEVELS были смоделированы узкие компоненты профиля Hα, построенные в дни роста кривой блеска, на основе вычислений [102], выполненных кодом STELLA. Эффект нестационарной ионизации в случае SN IIn *уменьшает* силу Hα в отличие от проявления этого эффекта для обычной SN IIP (как, например, для SN 1999em, рассмотренной раннее в этой главе), где наоборот наблюдается *усиление*. На рисунке 2.11 изображены расчётные узкие компоненты профиля Hα водорода, полученные в стационарном (синяя линия) и нестационарном (красная линия) приближениях на 80-й день после взрыва. Очевидно, что причина другого знака эффекта нестационарности лежит в том, что цветовая температура в дни роста кривой блеска *увеличивается*, а не остаётся постоянной или падает как в случае с SN IIP. Скорость в минимуме поглощения, полученная в нестационарном расчёте, соответствует скорости фотосферы по крайней мере в первые 100 дней после взрыва и позволяет лучше описать наблюдения, чем при стационарном приближении. Про способ определения расстояния до SN IIn мы поговорим в главе 3.

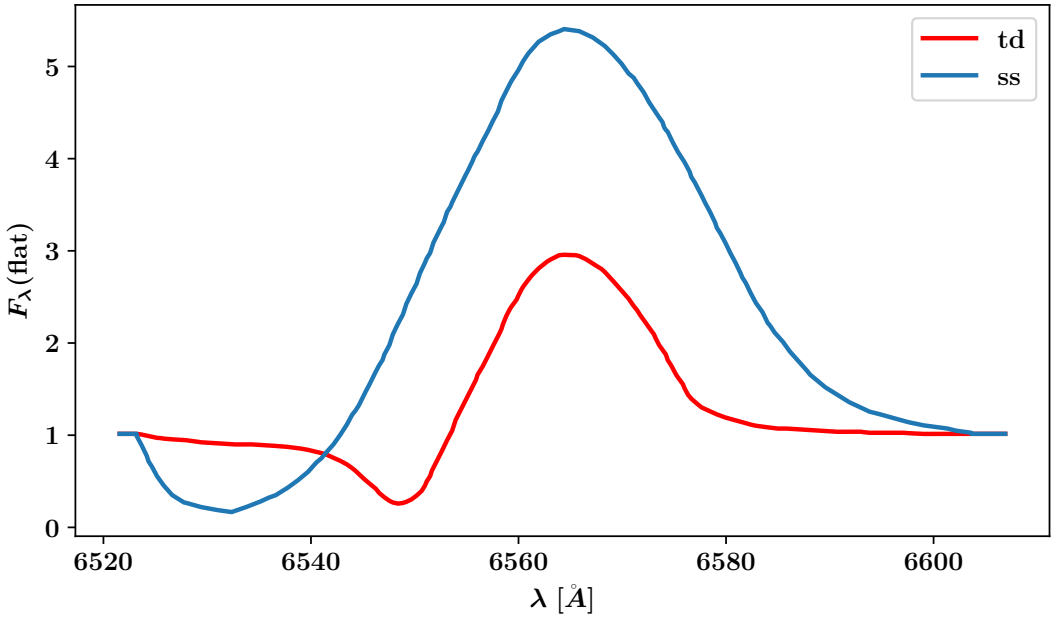

Рисунок 2.11 — Узкие компоненты профиля линии Hα для модели SN 2006gy типа IIn на 80-й день после взрыва. Красная линия – нестационарный расчёт. Синяя линия – стационарный. Результат диссертанта, на защиту не выносится.

2.5. Выводы главы 2

На примере модели SN 1999em в случае чисто водородной оболочки мы продемонстрировали эффект нестационарной ионизации при помощи программных пакетов STELLA и LEVELS. Показано, что добавление дополнительных уровней в модель атома водорода и учёт тонкой структуры слабо влияет на эффект нестационарности вопреки утверждению работ Де и др. [22; 43].

Мы определили обобщённое время релаксации системы, как обратное к наименьшему по модулю собственному числу матрицы Якоби для полной кинетической системы (2.25). Тогда обобщённый критерий статистической равновесности (стационарности) будет формулироваться так: если это время много меньше, чем характерное время изменений физических параметров оболочки в течение фазы плато, то эффекта нестационарности не будет, в противном случае эффект несомненно важен.

Численно мы проследили эволюцию времён релаксации для различных систем. Выяснилось, что на время релаксации ударные процессы влияют только в самом начале фотосферной фазы, уменьшая его. Также сильнее других факторов уменьшают время релаксации примеси металлов, и, в соответствии с главой 1, приближение интенсивности окружающего жёсткого непрерывного излучения к оптически тонкому пределу. Ни один из этих факторов не отменяет эффект нестационарной ионизации.

Всегда, чтобы однозначно ответить на вопрос, важен ли эффект нестационарности, требуется проверить критерий статистической равновесности на полной кинетической системе или воспользоваться оценочной формулой (2.36) времени релаксации.

С помощью LEVELS мы построили спектры SN 1999em на 35-й день после взрыва, где подтвердили важность эффекта для Hα, и его отсутствие для триплета Ca II.

В самом конце главы мы показали, что эффект нестационарности в случае SN IIn *уменьшал* силу узкой компоненты Hα в дни роста кривой блеска, в отличие от проявления этого эффекта для обычной SN IIP, где, наоборот, наблюдается *усиление*.

Глава 3. Метод прямого определения расстояний до сверхновых типа IIn

3.1. Введение

SN IIn наблюдаются даже при очень больших красных смещениях $z = 2-4$ [36—42] [1] Важным было бы научиться расстояния измерять до них. В работе [A1] мы предложили новый метод измерения космологических фотометрических расстояний [167], которой мы называли – метод плотного слоя (Dense Shell Method, DSM). Метод основан на наблюдениях за расширяющейся плотной оболочкой SN IIn и позволяет определить линейный размер такой оболочки в абсолютных единицах, и, следовательно, расстояние до неё, не основываясь на лестнице космологических расстояний. Используя этот метод, в работе [A1] рассчитали расстояние до SN 2006gy и сделали оценку постоянной Хаббла. Помимо прочего, DSM важен в свете проблемы неопределённости в измерении параметра Хаббла (Hubble tension) [3—6]. Но в работе [A1] расстояние и параметр Хаббла были определены с большой ошибкой, объясняемой в основном неопределенностью в межзвездном поглощении и плохой точностью цветовой температуры. Кроме того, число наблюдений в течение роста кривой блеска, пока слой ещё не фрагментирован, было невелико. Это также приводило к большой неопределенности в измерениях. В данной главе мы рассмотрим приложение нашего метода к случаю SN 2009ip, которая повторно взорвалась в 2012 году. Мы показываем, что DSM позволяет получить гораздо более точные результаты в этом случае.

[1] Основные текст данной главы соответствует публикации диссертанта [A2]. Используются также результаты работ диссертанта [A1; A3].

3.2. Метод плотного слоя

Яркая голубая переменная (Luminous Blue Variable, LBV) – пульсирующий гипергигант. Он может выбрасывать поверхностные слои несколько раз за время существования, заполняя околозвездное пространство расширяющимися облаками относительно плотной материи (circumstellar medium, CSM). Кинетическая энергия таких выбросов может быть значительно ниже, чем у настоящей сверхновой [164]. Узкие линии в спектрах SN IIn указывают на то, что материя первых выбросов имеет скорости на порядок ниже, чем у обычных сверхновых [163].

Взрывы SN 2009ip наблюдались несколько раз [168]. Физические механизмы таких выбросов могут быть различными [164; 169; 170]. Время между сбросами может сильно разниться. И если это время достаточно велико, то профиль плотности вещества предыдущего сброса (облако) может видоизмениться: образуется “провал” между звездой и геометрическим местом максимальной плотности облака. Если представить себе, что LBV гигант, окружённый таким облаком, взрывается как истинная сверхновая (или испытывает очередной выброс вещества), то новое сброшенное вещество будет иметь значительно бо́льшие скорости. В первые дни после выхода ударной волны на поверхность предсверхновой, выброс этого вещества будет пролетать по окружающему малоплотному, холодному, а значит прозрачному облаку (“провалу”). В спектре мы будем видеть только широкие линии, рождённые вследствие больших скоростей выброса. Когда же он долетит и столкнётся с высокоплотной областью облака, то в обе стороны от места столкновения и по облаку, и по выбросу побегут прямые и возвратные ударные волны [171].

Ниже мы будем рассматривать только сферически-симметричные взрывы. Так как расширение оболочки сверхновых SN IIn негомологическое, и стадия свободного разлёта не наступает, то ни метод расширяющихся фотосфер (Expanding Photosphere Method, EPM) [1], ни метод расширяющихся атмосфер (Spectral-fitting Expanding Atmosphere Method, SEAM), основанный на использовании спектров [2], нельзя применять непосредственно. Наши расчёты показывают, что скорость этих волн относительно быстродвижущегося выброса незначительна, и можно считать их “слипшимися” в плотный слой. Это следствие уравнения непрерывности [A1, см. ур. 9]. Более того, вся кинетическая энергия набегающего, в сопутствующей системе отсчёта, вещества высвечивается [165]. В работе [172]

исследовался такой процесс при помощи кода STELLA, и было показано, что действительно возникает такой плотный тонкий слой. Обычно его называют холодный плотный слой (cold dense shell, CDS). Именно он и создает основную светимость сверхмощных сверхновых (Superluminous Supernovae, SLSN). Тем не менее, часть облака перед CDS будет прогреваться и светить узкими линиями в спектре. При малой оптической толще прогретого облака CDS может быть виден снаружи [102; 173]. В этом случае в спектре мы будем наблюдать узкие линии на широкой “подложке”. Кроме того, вещество из облака будет накапливаться перед CDS, постепенно останавливая его, и через какое-то время пренебрежение относительными скоростями прямой и возвратной ударных волн станет некорректным. CDS может быть подвержен различным неустойчивостям, которые приведут к потере сферической симметрии, его искривлению и даже развалу на части. Устойчивость CDS исследовалась в работах [174—176].

Расчёты показывают [для SN 2006gy A1; 102], что в некоторых условиях фотосфера близка к CDS и движется вместе с ней. Предполагая равенство скоростей материи и фотосферы, скорость вещества можно определить по широким спектральным компонентам, которые позволяют измерять скорость фотосферы $v_{\rm ph}$. Если CDS уже сформирован, то радиус фотосферы изменяется в течение интервала времени dt, очевидно, как $dR_{\rm ph} = v_{\rm ph}dt$. Измеряя же характеристики узких спектральных компонент, мы узнаём параметры (плотность, скорость) околозвёздного облака вещества предыдущих сбросов. Далее для решения задачи строится набор моделей, которые хорошо описывают изменение потока по времени, цветовой температуры и дают хорошо согласующиеся величины скоростей (выброса и облака), а также плотности околозвёздного облака. Все модели содержат свободный параметр, являющийся начальным радиусом оболочки CDS, и, в общем, предсказывают разные расстояния до звезды. Алгоритм DSM, описанный ниже, сам выберет оптимальную модель, соответствующую искомому расстоянию. Далее для иллюстрации мы рассмотрим только простые чёрнотельные модели CDS. В работах [A3; 47] дано обоснование корректности использования чёрнотельной модели для простых оценок расстояний методом DSM. В этих работах использовался код автора диссертации LEVELS. Предположим, что наблюдения спектра сверхновых были достаточно часты, чтобы определить изменение радиуса фотосферы в соответствии с отношением $dR_{\rm ph} = v_{\rm ph}dt$ в течение нескольких моментов времени t_i с интервалом времени между измерениями dt. Пусть $\Delta R_i \equiv \int_{t_0}^{t_i} v_{\rm ph}dt$ – это рост радиуса за большой временной интервал от на-

чального момента t_0 до i-момента время. Начальный радиус, неизвестный нам, мы обозначили как R_0. Также положили $R_i \equiv R_0 + \Delta R_i$, где $i = 1,2,3, ...$

Тогда, используя уравнение (8) из работы [A1], мы получим

$$F_{\nu i} = \zeta_{\nu i}^2 \frac{(R_0 + \Delta R_i)^2}{D^2} \frac{\pi B_\nu(T_{c\nu i})}{10^{0.4A_\nu}}, \tag{3.1}$$

где $\zeta_{\nu i}$ - это фактор дилюции, $T_{c\nu i}$ - цветовая температура, полученная из спектра, B - интенсивность черного тела, $F_{\nu i}$ - наблюдаемый поток и A_ν - величина межзвёздного поглощения, измеренная в звездных величинах. Все величины определены для частоты ν. И, наконец, D – неизвестное расстояние до звезды.

Правильная модель позволит вычислить набор $\zeta_{\nu i}$ и $T_{c\nu i}$ для всех точек наблюдения. По измеренному потоку $F_{\nu i}$ и приращениям радиуса ΔR_i можно найти, используя метод наименьших квадратов, начальный радиус R_0 и комбинацию $a_\nu \equiv 10^{0.4A_\nu} D^2$. Вместо частоты ν можно использовать широкополосных фильтр, обозначаемый индексом s. Чтобы найти расстояние D нужно знать A_s, которое можно найти по астрономическим наблюдениям.

Как мы заметили в работе [A1], значения ζ не сильно отличаются от модели к модели и слабо зависят от радиуса фотосферы. Далее мы предполагаем, что коррекция на фактор дилюции отсутствует, то есть поправочным коэффициентом берётся равным $\zeta = 1$, что близко к реальным значениям ζ, с точностью до $\sim 10\%$, как это было найдено в нашем радиационно-гидродинамическом моделировании [102; 177] для растущей части кривой блеска. Конечно, построение реалистичной теории требует гидродинамического моделирования не только кривой блеска, но и спектральных линий с учётом факторов дилюции и проекции, как это было сделано для моделей Цефеид [178—182].

3.3. Расстояние до SN 2009ip

Наблюдения мы брали из работ [168; 183; 184], а также веб-страницы [185]. Резкое увеличение светимости SN 2009ip началось после 24 сентября [183]. Возможно именно в этот период начинается взаимодействие выброса сверхновой и облака околозвёздного вещества CSM (см. обсуждение в [168]). К сожалению, начиная с 28 сентября широкие компоненты спектра почти исчезают, возможно в связи с нарастающей непрозрачностью разогретого CSM, и определить

скорость быстрой сброшенной оболочки CDS становится сложно. Мы воспользовались небольшим периодом в 2 дня после 24-го сентября, когда ещё можно определить скорость быстрого выброса. Кроме того, светимость в эти дни растёт пропорционально квадрату времени [183], что соответствует постоянной скорости расширяющегося слоя и постоянной цветовой температуре фотосферы.

Фотометрические данные для SN 2009ip в полосе R [72] всех трёх работ [168; 183; 184] хорошо согласуются (см. сноску 31 в [184]). Мы использовали первые 36 данных из таблицы[2] с сайта [185]. Эти данные соответствуют интересующим нас дням. Работая в стандартном фильтре R, для оценки скорости разлёта вещества мы использовали данные, полученные из абсорбционной компоненты линии H_α водорода. На момент резкого увеличения светимости SN 2009ip ($\sim$ 23-24 сентября) [184] и [168] определяют значения скоростей $v \approx 13000$ км с$^{-1}$ и ≈ 13800 км с$^{-1}$, соответственно. Конечно, для полного анализа потребуется ответить на вопрос, который здесь пока не рассмотрен: близки ли к фотосфере области быстро разлетающегося возбуждённого до третьего уровня водорода (который излучает в H_α). Мы брали за скорость вещества величину $v \approx 13400$ км с$^{-1}$.

Для величины межзвёздного поглощения мы взяли $A_R = 0.051$ mag, следуя [168]. В силу малости этой величины, $10^{0.2A_R}$ близка к единице, и ошибка A_R очень незначительно сказывается на итоговом ответе. В качестве её ошибки мы брали значение 0.001 mag.

Из формулы 3.1 следует, что чем лучше заданная температура чёрного тела приближает в каком-либо фильтре поток излучения, тем точнее будут оценки расстояния. В работе [183] получают температуру модельного чёрного тела двумя разными способами. Первый фит учитывает данные R и I фильтров и имеет значение $T \approx 14500$ K. Второй фит использует больший диапазон частот (от ближнего ультрафиолета–UV до оптической полосы V), получая температуру $T \approx 19200$ K. Найденные в работе [183] температуры называют эффективными, но метод получения соответствует цветовым. В нашем методе используются именно цветовые температуры. Воспользуемся этими оценками температур в решении нашей задачи.

Для оценки доверительного интервала рассчитанного расстояния мы применили розыгрыш Монте-Карло (МК) на основе этих данных. Мы разыграли значения температуры T, звездной величины m_R в стандартном фильтре R, межзвёздное поглощение A_R и скорость v, считая, что каждая из случайных величин

[2] http://www.astro.princeton.edu/~jprieto/sn09ip/photR.dat

имеет нормальное распределение. Для некоторых из них мы взяли стандартные отклонения из имеющихся данных, или, если они были не известны, определяли их “вручную” для иллюстрации. Например, так как ошибки v и T мы знаем плохо, то требуется проверить, как изменения этих параметров повлияют на ответ.

Для генерации нормального распределения мы использовали алгоритм [186], для работы которого требующиеся равномерно распределённые случайные величины на отрезке $(0,1)$ генерировались алгоритмом MT19937 (Вихрь Мерсенна) [187]. Для получения доверительных интервалов для среднего и медианного расстояния достаточно было сделать 10^5 МК-тестов [188]. Если брать для температуры первую оценку из [183] $T \approx 14500$ K, а относительные ошибки v и T, равные 5%, то расстояние будут $D \approx 16.1$ Мпк с 68%-ным доверительным интервалом ± 0.6 Мпк. При этом среднее и медианное расстояния близки. Если же искусственно увеличить относительные ошибки v и T в два раза, то расстояние будет $D \approx 15.1$ Мпк с 68%-ным доверительным интервалом $(-1.1, +1.2)$ Мпк. При этом ответ будет более чувствителен к изменению ошибки в температуре.

Если взять для температуры вторую оценку из работы [183] $T \approx 19200$ K, и относительные ошибки v и T, равные опять 5%, то расстояние будет $D \approx 20.1$ Мпк с 68%-ным доверительным интервалом ± 0.8 Мпк. Для иллюстрации мы построили срез многомерной функции плотности вероятностей в плоскости – T и D. Рисунок 3.1 построен с помощью 10^7 МК-розыгрышей. Изображены изоконтуры функции плотности вероятностей в районе максимума.

Если же мы увеличим относительные ошибки v и T в 2 раза, мы увидим, что расстояние станет $D \approx 19.9$ Мпк с 68%-ным доверительным интервалом $(-1.4, +1.5)$ Мпк. При этом ответ опять же более чувствителен к изменению ошибки в температуре. Во всех случаях последующий рост ошибок уменьшает медианное и среднее значение расстояний.

Эти численные эксперименты показывают, что результаты достаточно устойчивые (робастные), при данном уровне точности.

Модуль расстояния до галактики NGC 725, где располагается SN 2009ip обычно полагают μ=31.55 mag [189], что соответствует 20.4 Мпк. Этому расстоянию в наших расчётах лучше всего соответствует цветовая температура $T \approx 19200$ K. Только более детальные и полные исследования (наподобие SEAM) с отказом от чёрнотельного приближения, но с привлечением построения полной модели всей последовательности выбросов, могут точнее определить температуру. Но уже сейчас можно сказать, что в пределах нашей модели оценка $T \approx$

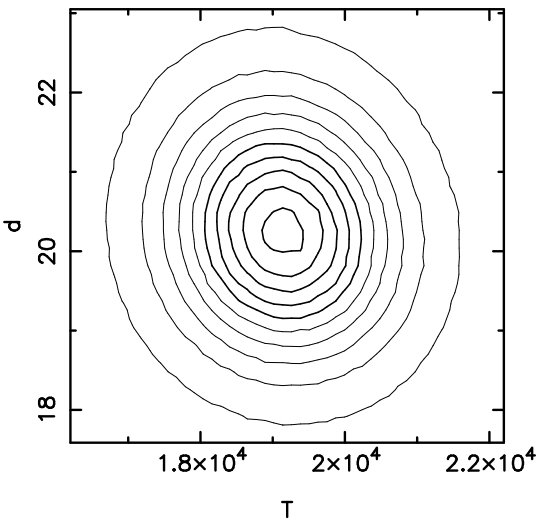

Рисунок 3.1 — Монте-Карло розыгрыши расстояния D для SN 2009ip с помощью DSM. Изоконтуры функции распределения вероятностей (probability density function, PDF) в плоскости D и температуры T показаны с равным шагом в PDF. Наблюдения взяты из работ [168; 183; 184]. Результат диссертанта из работы [A2].

14500 K неудовлетворительная (если верить в общепринятое значение расстояния). Цель настоящей главы заключается не в получении наиболее достоверного значения расстояния. Мы хотели продемонстрировать, что его можно легко получить с помощью достаточного количества надёжных данных. Более того, при увеличении числа наблюдений ошибка в конечном результате будет падать как квадратный корень от их количества.

Так как родительская галактика NGC 725 находится относительно близко к местной группе галактик, то вычисление параметра Хаббла, основанного только на красном смещении z, может оказаться неверным, ввиду большой пекулярной скорости в скоплении. Верно и обратное. Основанное на значении $H_0 =$ 71 км/с/Мпк из работы [190], значение расстояния до галактики NGC 725 может значительно отличаться от расстояния, полученного другими методами. Так например, в работе [191] используется расстояние до NGC 725, равное 24 Мпк, что нам кажется неверным. Полученное нами новым прямым методом DSM расстояние не опирается на лестницу космологических расстояний! Чтобы проверить надёжность наших результатов, необходимо исследовать влияние вариаций поправочных коэффициентов в различных моделях SN 2009ip. Мы представляем здесь значение расстояния только в качестве иллюстрации эффективности предлагаемого метода.

3.4. Выводы главы 3

Полученное нами расстояние до SN 2009ip составляет $D \approx 20.1 \pm 0.8$ Мпк. То есть относительная ошибка гораздо меньше, чем в случае SN 2006gy [A1]. В общем случае, если наблюдения для какой-либо сверхновой будут достаточно точны, то ошибка применённого нами метода будет очень маленькая. Конечно, для полноценной работы метода необходима разработка модели по типу SEAM, со сложной гидродинамикой, учитывающей всю последовательной предыдущих выбросов, с аккуратной оценкой корректирующих факторов (например, фактора дилюции). Это позволит устранить возможные систематические ошибки. Полученное нами расстояние в этой главе опиралось на сферическую симметрию модели взрыва. Но тот факт, что оно совпадает с общепринятым, показывает, что в течение эпохи начального роста светимости SN 2009ip модель сферической разлетающейся оболочки хорошо описывает наблюдения.

Ограничение космологических параметров и понимание природы тёмной энергии сильно зависят от точности измерения расстояний во Вселенной. Наши результаты по SN 2006gy и SN 2009ip подтверждают вывод о том, что SNe IIn могут использоваться в космологии как *первичные индикаторы расстояния* с новым методом DSM.

Заключение

Основные результаты диссертационного исследования заключаются в следующем:

1. Предложена простая аналитическая модель водородной системы, реалистично описывающая основные свойства полной системы. Модель определяет важность учёта эффекта нестационарной ионизации водорода в оболочках сверхновых на фотосферной фазе. Найдена функция Ляпунова для приведённой нестационарной системы, с помощью которой доказывается устойчивость системы. Доказана ограниченность решений этой системы, откуда аналитически получен эффект “закалки” ионизации при больших временах, сравнимых с длительностью фазы плато. Если применять стационарное приближение, то на больших временах система полностью рекомбинирует, чего не происходит в нестационарном случае. Полученный результат подтверждает, что для получения истинных результатов необходимо учитывать эффект нестационарности.
2. В диссертационной работе было введено понятие времени релаксации системы на основе анализа системы с “замороженными” коэффициентами. Время установления статистического равновесия или время релаксации определяется как обратное к наименьшему по модулю собственному числу матрицы Якоби *простой* кинетической системы. В диссертации получен критерий проверки статистической равновесности (стационарности), который позволяет определить важность эффекта нестационарности для любых масштабов времён. Если время релаксации системы по отношению к характерному времени изменения параметров сверхновой мало, то кинетическая система, описывающая населённости уровней, статистически равновесна, и вместо неё можно рассматривать стационарное алгебраическое приближение.
3. Аналитически получена формула для анализа *эволюции* времени релаксации. Показано, что на это время сильнее других факторов влияет форма спектра заданного излучения в полосе частот между порогами Бальмера и Лаймана, падающего на рассматриваемую атомную систему. Чем ближе интенсивность окружающего жёсткого непрерывного излучения к оптически тонкому пределу (малая металличность оболочки), тем меньше время релаксации. Однако для

чисто водородной оболочки даже в оптически тонком пределе время релаксации остаётся значительным, и наблюдается эффект нестационарности.

Также аналитически показано, что, например, для переходов триплета атомов кальция значительного эффекта нестационарной ионизации быть не должно.

4. Разработан метод расчёта кинетики многозарядной плазмы в оболочке сверхновой. Алгоритм (код LEVELS) решает зависящую от времени систему интегро-дифференциальных уравнений кинетики населённостей уровней элементов совместно с уравнением переноса в линиях в модифицированном приближении Соболева. Полученные населённости уровней используются для построения спектров. Для работы LEVELS требуется гидродинамическая и термодинамическая модель оболочки сверхновой.
5. В работе обобщается понятие времени релаксации системы, как обратное к наименьшему по модулю собственному числу матрицы Якоби для *полной* кинетической системы (многоуровневые модели атома водорода, учёт ударных процессов и учёт металлических примесей и т.д.). Численно отображена эволюция времён релаксации для различных систем. Найдено, что добавление дополнительных уровней в модель атома водорода и учёт тонкой структуры слабо влияет на эффект нестационарности. Показано, что на время релаксации ударные процессы влияют только в самом начале фотосферной фазы, уменьшая его. Также уменьшают время релаксации примеси металлов. Выводы подтверждены аналитическими оценками. Показано, что и при учёте всех перечисленных факторов время релаксации остаётся намного бо́льшим, чем характерное время изменения параметров оболочки. Следовательно, ни один из этих факторов не отменяет эффект нестационарной ионизации.

   С помощью LEVELS мы построили спектры SN 1999em на 35-ый день после взрыва, где подтвердили важность эффекта для Hα, и его отсутствие для триплета Ca II.
6. Показано, что эффект нестационарности в случае SN IIn *уменьшает* силу узкой компоненты Hα в дни роста кривой блеска, в отличие от проявления этого эффекта для обычной SN IIP, где наоборот наблюдается *усиление*.
7. Автор полностью переработал первую версию программной реализации расчёта расстояний новым методом космографии DSM (Dense Shell Method). Первоначальная версия, реализованная Баклановым П. В. позволяла оценить расстояния, используя две точки наблюдений. Вариант, представленный в диссертации, использует множество наблюдательных данных, с учётом ошибок

данных. В совместной работе с коллегами методом DSM получены расстояния до сверхновых SN 2006gy, SN 2009ip. Полученные значения прекрасно согласуются с известными ранее расстояниями до родительских галактик, что подтверждает работоспособность метода.

Таким образом, появляется новая возможность получать расстояния до далёких объектов, не опираясь на лестницу космологических расстояний, с присущими ей неопределённостями калибровки. Важным является то, что для получения более точного значения расстояния до SN IIn нужно моделировать каждую такую наблюдаемую сверхновую индивидуально. Для построения таких моделей сверхновых мы планируем объединения радиационно-гидродинамического счёта кодом STELLA и кинетического нестационарного расчёта кодом LEVELS для построения самосогласованной картины.

Благодарности

В заключении хотелось бы выразить огромную благодарность и признательность моему научному руководителю д.ф.-м.н. С. И. Блинникову и всем сотрудникам отдела астрофизики ИТЭФ, принимавшим активное участие как в самих работах, так и в обсуждениях результатов: А. В. Юдину, П. В. Бакланову, В. П. Утробину, Е. И. Сорокиной, И. В. Панову, Д. К. Надёжину. Автор также благодарит Д. А. Долгова, С. Г. Моисеенко, Г. С. Бисноватого-Когана и всех, кто сделал настоящую работу автора возможной.

Список литературы

1. *Kirshner R. P., Kwan J.* Distances to extragalactic supernovae // The Astrophysical Journal. — 1974. — Oct. — Vol. 193. — P. 27. — (Цит. на с. 4, 104).
2. *Baron E., Nugent P. E., Branch D., Hauschildt P. H.* Type IIP Supernovae as Cosmological Probes: A Spectral-fitting Expanding Atmosphere Model Distance to SN 1999em // The Astrophysical Journal. — 2004. — Dec. — Vol. 616, no. 2. — P. L91—L94. — (Цит. на с. 4, 104).
3. *Riess A. G., Casertano S., Yuan W.*, [et al.]. Milky Way Cepheid Standards for Measuring Cosmic Distances and Application to Gaia DR2: Implications for the Hubble Constant // The Astrophysical Journal. — 2018. — Apr. — Vol. 861, no. 2. — P. 126. — (Цит. на с. 4, 103).
4. *Mörtsell E., Dhawan S.* Does the Hubble constant tension call for new physics? // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics. — 2018. — Sept. — Vol. 2018, no. 09. — P. 025—025. — (Цит. на с. 4, 103).
5. *Ezquiaga J. M., Zumalacárregui M.* Dark Energy in Light of Multi-Messenger Gravitational-Wave Astronomy // Frontiers in Astronomy and Space Sciences. — 2018. — Dec. — Vol. 5. — P. 1—36. — (Цит. на с. 4, 103).
6. *Taubenberger S., Suyu S. H., Komatsu E.*, [et al.]. The Hubble Constant determined through an inverse distance ladder including quasar time delays and Type Ia supernovae // Astronomy & Astrophysics. — 2019. — Aug. — Vol. 628. — P. L7. — (Цит. на с. 4, 103).
7. *Axelrod T. S.* Late time optical spectra from the Ni-56 model for Type 1 supernovae : PhD thesis / Axelrod T. S. — 1980. — (Цит. на с. 4).
8. *Clayton D. D., Leising M. D., The L.-S.*, [et al.]. The Co-57 abundance in SN 1987A // The Astrophysical Journal. — 1992. — Nov. — Vol. 399. — P. L141. — (Цит. на с. 4).
9. *Fransson C., Kozma C.* The freeze-out phase of SN 1987A - Implications for the light curve // The Astrophysical Journal. — 1993. — May. — Vol. 408. — P. L25. — (Цит. на с. 4).

10. *Kozma C., Fransson C.* Late Spectral Evolution of SN 1987A. I. Temperature and Ionization // The Astrophysical Journal. — 1998. — Apr. — Vol. 496, no. 2. — P. 946—966. — (Цит. на с. 4, 90).

11. *Kozma C., Fransson C.* Late Spectral Evolution of SN 1987A. II. Line Emission // The Astrophysical Journal. — 1998. — Apr. — Vol. 497, no. 1. — P. 431—457. — (Цит. на с. 4).

12. *Jerkstrand A., Fransson C., Kozma C.* The 44 Ti-powered spectrum of SN 1987A // Astronomy & Astrophysics. — 2011. — June. — Vol. 530. — A45. — (Цит. на с. 4, 71).

13. *Kirshner R. P., Kwan J.* The envelopes of type II supernovae. // The Astrophysical Journal. — 1975. — Apr. — Vol. 197. — P. 415. — (Цит. на с. 5).

14. *Chugai N. N.* Pre-Discovery Hard X- and Gamma-Ray Luminosity of SN 1987A from Optical Spectra // Supernovae. — New York, NY : Springer New York, 1991. — P. 286—290. — (Цит. на с. 5).

15. *Utrobin V. P., Chugai N. N.* Ionization freeze-out and hydrogen excitation in the SN IIP atmosphere // Astronomy Letters. — 2002. — June. — Vol. 28, no. 6. — P. 386—392. — (Цит. на с. 5).

16. *Utrobin V. P., Chugai N. N.* Strong effects of time-dependent ionization in early SN 1987A // Astronomy and Astrophysics. — 2005. — Jan. — Vol. 441, no. 1. — P. 271—281. — (Цит. на с. 5, 52).

17. *Utrobin V. P.* An optimal hydrodynamic model for the normal type IIP supernova 1999em // Astronomy and Astrophysics. — 2007. — Jan. — Vol. 461, no. 1. — P. 233—251. — (Цит. на с. 5, 18, 19, 67, 77, 80).

18. *Dessart L., Blondin S., Brown P. J.*, [et al.]. Using Quantitative Spectroscopic Analysis to Determine the Properties and Distances of Type II Plateau Supernovae: SN 2005cs and SN 2006bp // The Astrophysical Journal. — 2008. — Mar. — Vol. 675, no. 1. — P. 644—669. — (Цит. на с. 5).

19. *Dessart L., Hillier D. J.* Time-dependent effects in photospheric-phase Type II supernova spectra // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2007. — Dec. — Vol. 383, no. 1. — P. 57—74. — (Цит. на с. 5, 52).

20. *Dessart L., Hillier D. J.* Supernova radiative-transfer modelling: a new approach using non-local thermodynamic equilibrium and full time dependence // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2010. — Apr. — Vol. 405. — P. 23. — (Цит. на с. 6).

21. *Hillier D. J., Dessart L.* Time-dependent radiative transfer calculations for supernovae // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2012. — July. — Vol. 424, no. 1. — P. 252—271. — (Цит. на с. 6).

22. *De S., Baron E., Hauschildt P. H.* On the hydrogen recombination time in Type II supernova atmospheres // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2010. — Jan. — Vol. 401, no. 3. — P. 2081—2092. — (Цит. на с. 6, 15, 81, 82, 87, 90, 91, 102).

23. *Inserra C., Baron E., Turatto M.* Quantitative photospheric spectral analysis of the Type IIP supernova 2007od // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2012. — May. — Vol. 422, no. 2. — P. 1178—1185. — (Цит. на с. 6).

24. *Mazzali P. A., Lucy L. B.* The application of Monte Carlo methods to the synthesis of early-time supernovae spectra // Astronomy and Astrophysics. — 1993. — Vol. 279. — P. 447—456. — (Цит. на с. 6, 88).

25. *Lucy L. B.* Improved Monte Carlo techniques for the spectral synthesis of supernovae // Astronomy and Astrophysics. — 1999. — (Цит. на с. 6, 88).

26. *Lucy L.* An iterative technique for solving equations of statistical equilibrium // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2001. — Sept. — Vol. 326, no. 1. — P. 95—101. — (Цит. на с. 6).

27. *Lucy L. B.* Monte Carlo transition probabilities // Astronomy & Astrophysics. — 2002. — Mar. — Vol. 384, no. 2. — P. 725—735. — (Цит. на с. 6).

28. *Lucy L. B.* Monte Carlo transition probabilities. II. // Astronomy & Astrophysics. — 2003. — May. — Vol. 403, no. 1. — P. 261—275. — (Цит. на с. 6).

29. *Kasen D., Thomas R. C., Nugent P.* Time-dependent Monte Carlo Radiative Transfer Calculations for Three-dimensional Supernova Spectra, Light Curves, and Polarization // The Astrophysical Journal. — 2006. — Nov. — Vol. 651, no. 1. — P. 366—380. — (Цит. на с. 6).

30. *Kromer M., Sim S. A.* Time-dependent three-dimensional spectrum synthesis for Type Ia supernovae // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2009. — Oct. — Vol. 398, no. 4. — P. 1809—1826. — (Цит. на с. 6).

31. *Vogl C., Sim S. A., Noebauer U. M.*, [et al.]. Spectral modeling of type II supernovae // Astronomy & Astrophysics. — 2019. — Jan. — Vol. 621. — A29. — (Цит. на с. 6).

32. *Kerzendorf W. E., Sim S. A.* A spectral synthesis code for rapid modelling of supernovae // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2014. — Apr. — Vol. 440, no. 1. — P. 387—404. — (Цит. на с. 6, 88).

33. *Bartel N., Bietenholz M. F., Rupen M. P., Dwarkadas V. V.* SN 1993J VLBI. IV. A Geometric Distance to M81 with the Expanding Shock Front Method // The Astrophysical Journal. — 2007. — Oct. — Vol. 668, no. 2. — P. 924—940. — (Цит. на с. 6).

34. *Drake A. J., Djorgovski S. G., Prieto J. L.*, [et al.]. Discovery of the extremely energetic supernova 2008fz // The Astrophysical Journal. — 2010. — Aug. — Vol. 718, no. 2. — P. L127—L131. — (Цит. на с. 6).

35. *Moriya T. J., Sorokina E. I., Chevalier R. A.* Superluminous supernovae // Space Science Reviews. — 2018. — Mar. — Vol. 214, no. 2. — P. 37. — (Цит. на с. 6).

36. *Cooke J.* Detecting z > 2 Type IIn Supernovae // The Astrophysical Journal. — 2008. — Apr. — Vol. 677, no. 1. — P. 137—145. — (Цит. на с. 6, 103).

37. *Cooke J., Sullivan M., Barton E. J.*, [et al.]. Type IIn supernovae at redshift z $\approx$ 2 from archival data // Nature. — 2009. — July. — Vol. 460, no. 7252. — P. 237—239. — (Цит. на с. 6, 103).

38. *Moriya T. J., Blinnikov S. I., Tominaga N.*, [et al.]. Type IIn superluminous supernovae from collision of supernova ejecta and dense circumstellar medium // AIP Conference Proceedings. Vol. 1480 / ed. by K. Umemura, M and Omukai. — Univ Tsukuba, Ctr Computat Sci; Kyoto Univ, Yukawa Inst Theoret Phys; Univ Tokyo, Kavli Inst Phys & Math Universe; Japan Soc Promot Sci. 2012. — P. 391—393. — (AIP Conference Proceedings). — (Цит. на с. 6, 103).

39. *Cooke J., Sullivan M., Gal-Yam A.*, [et al.]. Superluminous supernovae at redshifts of 2.05 and 3.90 // Nature. — 2012. — Nov. — Vol. 491, no. 7423. — P. 228—231. — (Цит. на с. 6, 103).

40. *Abbott T., Cooke J., Curtin C.*, [et al.]. Superluminous Supernovae at High Redshift // Publications of the Astronomical Society of Australia. — 2017. — Mar. — Vol. 34. — e012. — (Цит. на с. 6, 103).

41. *Curtin C., Cooke J., Moriya T. J.*, [et al.]. First Release of High-redshift Superluminous Supernovae from the Subaru HIgh-Z SUpernova CAmpaign (SHIZUCA). II. Spectroscopic Properties // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2019. — Mar. — Vol. 241, no. 2. — P. 17. — (Цит. на с. 6, 103).

42. *Moriya T. J., Tanaka M., Yasuda N.*, [et al.]. First Release of High-Redshift Superluminous Supernovae from the Subaru HIgh- Z SUpernova CAmpaign (SHIZUCA). I. Photometric Properties // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2019. — Mar. — Vol. 241, no. 2. — P. 16. — (Цит. на с. 6, 103).

43. *De S., Baron E., Hauschildt P. H.* Hydrogen recombination with multilevel atoms // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2010. — Сент. — Т. 407, № 1. — С. 658—668. — (Цит. на с. 15, 87, 90, 91, 94, 102).

44. *Hubeny I., Lanz T.* Non-LTE line-blanketed model atmospheres of hot stars. 1: Hybrid complete linearization/accelerated lambda iteration method // The Astrophysical Journal. — 1995. — Feb. — Vol. 439. — P. 875. — (Цит. на с. 18, 29, 75).

45. *Schweitzer A., Hauschildt P. H., Baron E.* Non-LTE Treatment of Molecules in the Photospheres of Cool Stars // The Astrophysical Journal. — 2000. — Oct. — Vol. 541, no. 2. — P. 1004—1015. — (Цит. на с. 18, 29, 75).

46. *Baklanov P. V., Blinnikov S. I., Pavlyuk N. N.* Parameters of the classical type-IIP supernova SN 1999em // Astronomy Letters. — 2005. — July. — Vol. 31, no. 7. — P. 429—441. — (Цит. на с. 18, 19, 26, 29, 61, 67, 75, 77, 80, 96, 141).

47. *Бакланов П. В.* Радиационно-гидродинамические модели сверхновых для целей космологии и неЛТР эффекты : дис. … канд. / Бакланов Пётр В. — 2014. — (Цит. на с. 18, 61, 67, 75, 96, 105).

48. *Blinnikov S. I., Bartunov O. S.* Non-equilibrium radiative transfer in supernova theory : models of linear type II supernovae. // Astronomy and Astrophysics. — 1993. — June. — Vol. 273. — P. 106. — (Цит. на с. 18, 61, 141).

49. *Blinnikov S. I., Eastman R. G., Bartunov O. S.*, [et al.]. A Comparative Modeling of Supernova 1993J // The Astrophysical Journal. — 1998. — Mar. — Vol. 496, no. 1. — P. 454—472. — (Цит. на с. 18, 141).

50. *Blinnikov S. I., Lundqvist P., Bartunov O. S.*, [et al.]. Radiation Hydrodynamics of SN 1987A. I. Global Analysis of the Light Curve for the First 4 Months // The Astrophysical Journal. — 2000. — Apr. — Vol. 532, no. 2. — P. 1132—1149. — (Цит. на с. 18, 141).

51. *Блинников С. И.* Нестационарные радиационные и гидродинамические процессы в сверхновых звездах : дис. … канд. / Блинников Сергей И. — 2000. — (Цит. на с. 18, 61, 69, 141).

52. *Blinnikov S. I., Röpke F. K., Sorokina E. I.*, [et al.]. Theoretical light curves for deflagration models of type Ia supernova // Astronomy & Astrophysics. — 2006. — July. — Vol. 453, no. 1. — P. 229—240. — (Цит. на с. 18, 141).

53. *Соболев В. В.* Движущиеся оболочки звёзд. — Ленинград : Издательство Ленинградского государственного ордена Ленина университета, 1947. — С. 113. — (Цит. на с. 22, 67).

54. *Sobolev V. V.* Moving envelopes of stars. — 1960. — (Цит. на с. 22, 67).

55. *Castor J. I.* Spectral Line Formation in Wolf-Rayet Envelopes* // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1970. — July. — Vol. 149, no. 2. — P. 111—127. — (Цит. на с. 22, 67).

56. *Chugai N. N.* Scattering of Lyman-α photons in expanding envelopes of large optical depth // Soviet Astronomy Letters. — 1980. — Vol. 6. — P. 91—93. — (Цит. на с. 22).

57. *Grachev S. I.* Diffusion of resonance radiation in an infinite uniformly expanding medium // Astrophysics. — 1989. — Vol. 30, no. 2. — P. 211—220. — (Цит. на с. 22).

58. *Hummer D. G., Rybicki G. B.* The Sobolev approximation for line formation with partial frequency redistribution // The Astrophysical Journal. — 1992. — Mar. — Vol. 387. — P. 248. — (Цит. на с. 22).

59. *Chugai N. N.* Lα-scattering in the expanding strongly opaque medium. The case of non-conservative scattering with partial frequency redistribution and partial non-coherence // Nauchnye Informatsii. — 1988. — Vol. 65. — P. 136—144. — (Цит. на с. 23).

60. *Hummer D. G., Rybicki G. B.* The Sobolev approximation for line formation with continuous opacity // The Astrophysical Journal. — 1985. — June. — Vol. 293. — P. 258. — (Цит. на с. 23, 70, 71, 94).

61. *Chugai N. N.* Scattering of L-alpha photons in an infinite expanding medium when there is absorption in the continuum // Astrofizika. — 1987. — Vol. 26. — P. 89—96. — (Цит. на с. 23, 70, 71, 94).

62. *Grachev S. I.* Diffusion of resonance radiation in an infinite medium when there is absorption in the continuum // Astrophysics. — 1988. — Vol. 28, no. 1. — P. 119—126. — (Цит. на с. 23, 70, 71).

63. *Chugai N. N.* L-Alpha Radiation and CAII Ionization in the Envelopes of the Type-II Supernovae at Late Time // Astrofizika. — 1988. — Vol. 29, no. 1. — P. 74. — (Цит. на с. 23, 70, 84, 94, 95).

64. *Chugai N. N.* Resonance scattering in an optically thick expanding medium with selective absorption // Astronomy Letters. — 1998. — Vol. 24, no. 5. — P. 632—634. — (Цит. на с. 23, 84, 94, 95).

65. *Михалас Д.* Звёздные атмосферы: В 2-х частях. — Москва : Мир, 1982. — (Цит. на с. 23, 27, 28, 47, 63, 65, 67, 71, 74, 86, 99).

66. *Hubeny I., Mihalas D.* Theory of Stellar Atmospheres. — Princeton University Press, 2014. — P. 923. — (Цит. на с. 23, 27, 28, 47, 63—65, 67, 71, 72, 74, 86).

67. *Baker J. G., Menzel D. H.* Physical Processes in Gaseous Nebulae. III. The Balmer Decrement. // The Astrophysical Journal. — 1938. — July. — Vol. 88. — P. 52. — (Цит. на с. 24).

68. *Osterbrock D. E., Ferland G. J.* Astrophysics of gaseous nebulae and active galactic nuclei. — Sausalito : University Science Books, 2006. — P. 461. — (Цит. на с. 24, 52, 81).

69. *Hummer D. G., Storey P. J.* Recombination-line intensities for hydrogenic ions - I. Case B calculations for H I and He II // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1987. — Feb. — Vol. 224, no. 3. — P. 801—820. — (Цит. на с. 24).

70. *Hummer D. G., Storey P. J.* Recombination line intensities for hydrogenic ions - III. Effects of finite optical depth and dust // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1992. — Jan. — Vol. 254, no. 2. — P. 277—290. — (Цит. на с. 24, 70, 94).

71. *Hummer D. G.* Total recombination and energy-loss coefficients for hydrogenic ions at low density for Formula // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1994. — May. — Vol. 268, no. 1. — P. 109—112. — (Цит. на с. 24, 30).

72. *Bessell M. S.* Standard photometric systems // Annual Review of Astronomy and Astrophysics. — 2005. — Sept. — Vol. 43, no. 1. — P. 293—336. — (Цит. на с. 25, 107).

73. *Nussbaumer H., Schmutz W.* The hydrogenic 2s-1s two-photon emission // Astronomy and Astrophysics. — 1984. — Vol. 138. — P. 495—496. — (Цит. на с. 29, 67, 76).

74. *Демидович Б.* Лекции по математической теории устойчивости. — Москва : Наука, 1967. — С. 472. — (Цит. на с. 31, 34, 37, 39, 42, 50).

75. *Khalil H. K.* Nonlinear Systems. — Prentice Hall, 2002. — P. 750. — (Pearson Education). — (Цит. на с. 31, 32, 34, 37, 38, 49, 50, 73).

76. *Appell P.* Sur les invariants de quelques équations différentielles // Journal de Mathématiques Pures et Appliquées. — 1889. — Vol. 5, no. 4. — P. 361—423. — (Цит. на с. 32).

77. *Polyanin A. D., Zaitsev V. F.* Handbook of exact solutions for ODE. — Boca Raton : Chapman & Hall/CRC, 2002. — P. 816. — (Цит. на с. 32).

78. *Semenov E.* On the First Integrals of the Generalized Abel Equation of the Second Kind of Special Form // The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. — 2014. — Vol. 7. — P. 124—132. — (Цит. на с. 32).

79. *Федорюк М.* Обыкновенные дифференциальные уравнения. — Москва : Наука, 1985. — С. 448. — (Цит. на с. 32, 34, 50, 73).

80. *Березин И., Жидков Н.* Методы вычислений 2. — Москва : Государственное издательство физико-математической литературы, 1959. — С. 620. — (Цит. на с. 32).

81. *Raizer Y. P.* Residual Ionization of a Gas Expanding in Vacuum // JETP. — 1959. — Vol. Vol. 10, No. 2. — P. 411—412. — (Цит. на с. 35, 77).

82. *Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — Физматлит, 2008. — С. 656. — (Цит. на с. 35, 77).

83. *Zeldovich Y. B., Kurt V. G., Sunyaev R. A.* Recombination of Hydrogen in the Hot Model of the Universe // Zhurnal Eksperimental'noi i Teoreticheskoi Fiziki. — 1968. — Vol. 55. — P. 278—286. — (Цит. на с. 35, 92).

84. *Peebles P. J. E.* Recombination of the Primeval Plasma // The Astrophysical Journal. — 1968. — July. — Vol. 153. — P. 1. — (Цит. на с. 35, 92).

85. *Kurt V. G., Shakhvorostova N. N.* CMB spectral distortions during the recombination of the primeval plasma in the early Universe // Physics-Uspekhi. — 2014. — Apr. — Vol. 57, no. 4. — P. 389—406. — (Цит. на с. 35).

86. *Кунцевич В., Лычак М.* Синтез систем автоматического управления с помощью функций Ляпунова. — Москва : Наука, 1977. — С. 399. — (Цит. на с. 39).

87. *Vidyasagar M.* Nonlinear Systems Analysis. — Society for Industrial, Applied Mathematics, 2002. — P. 498. — (Classics in Applied Mathematics). — (Цит. на с. 42, 49).

88. *Kuijstermans F. C.* Design of Nonlinear Circuits: The Linear Time-Varying Approach : PhD thesis / Kuijstermans Frank C.M. — Delft University of Technology, 2003. — (Цит. на с. 42, 43).

89. *Wu M.-Y.* A new concept of eigenvalues and eigenvectors and its applications // IEEE Transactions on Automatic Control. — 1980. — Aug. — Vol. 25, no. 4. — P. 824—826. — (Цит. на с. 42, 43).

90. *Neerhoff F., Kloet P. van der*. A complementary view on time-varying systems // ISCAS 2001. The 2001 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (Cat. No.01CH37196). Vol. 2. — IEEE, 2001. — P. 779—782. — (Цит. на с. 42, 43).

91. *Bittanti S., Laub A. J., Willems J. C.* The Riccati Equation / ed. by S. Bittanti, A. J. Laub, J. C. Willems. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1991. — P. 338. — (Цит. на с. 43).

92. *Boyce W. E., DiPrima R. C.* Elementary differential equations and boundary value problems. — Wiley, 2012. — P. 832. — (Цит. на с. 43).

93. *Zhu J., Johnson C.* A unified eigenvalue theory for time-varying linear circuits and systems // IEEE International Symposium on Circuits and Systems. — IEEE, 1990. — P. 1393—1397. — (Цит. на с. 43).

94. *Van Der Kloet P., Neerhoff F. L.* Diagonalization algorithms for linear time-varying dynamic systems // International Journal of Systems Science. — 2000. — Jan. — Vol. 31, no. 8. — P. 1053—1057. — (Цит. на с. 43, 44).

95. *Лопатин А. С.* Метод отжига // Стохастическая оптимизация в информатике. — 2005. — № 1. — С. 133—149. — (Цит. на с. 53).

96. *Dessart L., Hillier D. J., Waldman R., Livne E.* Type II-Plateau supernova radiation: dependences on progenitor and explosion properties // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2013. — Aug. — Vol. 433, no. 2. — P. 1745—1763. — (Цит. на с. 55).

97. *Blinnikov S. I.* Astrophysics of exploding objects. — Osaka : Institute for Laser Engineering, Osaka University, 2000. — P. 193. — (Цит. на с. 60).

98. *Блинников С. И., Чугай Н. Н., Лозинская Т. А.* Сверхновые звезды и остатки вспышек сверхновых // Итоги науки и техники, сер. Астрономия, т. 32. — 1987. — С. 142—200. — (Цит. на с. 60).

99. *Woosley S. E., Heger A., Weaver T. A.* The evolution and explosion of massive stars // Reviews of Modern Physics. — 2002. — Nov. — Vol. 74, no. 4. — P. 1015—1071. — (Цит. на с. 60).

100. *Woosley S. E.* Pulsational Pair-instability Supernovae // The Astrophysical Journal. — 2017. — Feb. — Vol. 836, no. 2. — P. 244. — (Цит. на с. 60, 61).

101. *Limongi M.* Supernovae from Massive Stars // Handbook of Supernovae. — Cham : Springer International Publishing, 06/2017. — P. 513—565. — (Цит. на с. 60).

102. *Woosley S. E., Blinnikov S. I., Heger A.* Pulsational pair instability as an explanation for the most luminous supernovae // Nature. — 2007. — Nov. — Vol. 450, no. 7168. — P. 390—392. — (Цит. на с. 61, 100, 101, 105, 106, 141).

103. *Weaver T. A., Zimmerman G. B., Woosley S. E.* Presupernova evolution of massive stars // The Astrophysical Journal. — 1978. — Nov. — Vol. 225. — P. 1021. — (Цит. на с. 61).

104. *Paxton B., Bildsten L., Dotter A.*, [et al.]. Modules for experiments in stellar astrophysics (MESA) // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2011. — Jan. — Vol. 192, no. 1. — P. 3. — (Цит. на с. 61).

105. *Paxton B., Cantiello M., Arras P.*, [et al.]. Modules for experiments in stellar astrophysics (MESA): planets, oscillations, rotation, and massive stars // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2013. — Aug. — Vol. 208, no. 1. — P. 4. — (Цит. на с. 61).

106. *Paxton B., Marchant P., Schwab J.*, [et al.]. Modules for experiments in stellar astrophysics (MESA): binaries, pulsations, and explosions // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 2015. — Sept. — Vol. 220, no. 1. — P. 15. — (Цит. на с. 61).

107. *Имшенник В. С., Надежин Д. К.* Итоги науки и техники, сер // Астрономия М.: ВИНИТИ. — 1982. — Т. 21. — С. 63. — (Цит. на с. 61).

108. *Blinnikov S. I.* The opacity of an expanding medium // Astronomy Letters. — 1996. — Vol. 22. — P. 79—84. — (Цит. на с. 61, 69).

109. *Friend D. B., Castor J. I.* Stellar winds driven by multiline scattering // The Astrophysical Journal. — 1983. — Sept. — Vol. 272. — P. 259. — (Цит. на с. 61, 69, 141).

110. *Eastman R. G., Pinto P. A.* Spectrum formation in supernovae - Numerical techniques // The Astrophysical Journal. — 1993. — Aug. — Vol. 412. — P. 731. — (Цит. на с. 61, 69, 71, 141).

111. *Castor J. I.* Radiation hydrodynamics. — Cambridge University Press, 2004. — P. 355. — (Цит. на с. 61, 67, 69).

112. *Xu Y., McCray R., Oliva E., Randich S.* Hydrogen recombination at high optical depth and the spectrum of SN 1987A // The Astrophysical Journal. — 1992. — Feb. — Vol. 386. — P. 181. — (Цит. на с. 67).

113. *Grachev S. I., Grinin V. P.* Analysis of line profiles for the quasar PHL 5200 // Astrofizika. — 1975. — Vol. 11, no. 1. — P. 33—47. — (Цит. на с. 69).

114. *Rybicki G. B., Hummer D. G.* A generalization of the Sobolev method for flows with nonlocal radiative coupling // The Astrophysical Journal. — 1978. — Jan. — Vol. 219. — P. 654. — (Цит. на с. 69, 75).

115. *Olson G. L.* An escape probability treatment of doublet resonance lines in expanding stellar winds // The Astrophysical Journal. — 1982. — Apr. — Vol. 255. — P. 267. — (Цит. на с. 69, 70, 75, 84).

116. *Bartunov O. S., Mozgovoi A. L.* Formation of multicomponent blends in envelopes of supernovas. I. Effects of nonlocal radiative coupling // Astrophysics. — 1987. — Vol. 26, no. 2. — P. 136—147. — (Цит. на с. 69, 84).

117. *Andronova A. A.* Theoretical profiles of Ca II lines in supernova shell spectra // Astrophysics. — 1991. — Vol. 32, no. 3. — P. 235—243. — (Цит. на с. 69, 70, 75, 84).

118. *Puls J., Hummer D. G.* The Sobolev approximation for the line force and line source function in a spherically-symmetrical stellar wind with continuum opacity // Astronomy and Astrophysics. — 1988. — Vol. 191. — P. 87—98. — (Цит. на с. 71).

119. *Jerkstrand A.* Spectral Modeling of Nebular-Phase Supernovae : PhD thesis / Jerkstrand Anders. — 12/2011. — P. 84. — (Цит. на с. 71, 95).

120. *Jerkstrand A., Fransson C., Maguire K.*, [et al.]. The progenitor mass of the Type IIP supernova SN 2004et from late-time spectral modeling // Astronomy & Astrophysics. — 2012. — Oct. — Vol. 546. — A28. — (Цит. на с. 71, 95).

121. *Gear C. W.* Numerical Initial Value Problems in Ordinary Differential Equations. — Prentice Hall, 1971. — P. 253. — (Цит. на с. 73, 74).

122. *Новиков Е. А.* Исследование (m, 2)-методов решенияжестких систем. — 2007. — (Цит. на с. 73, 74).

123. *Новиков Е. А.* L-устойчивый (4,2)-метод четвертого порядка для решения жестких задач. — 2011. — (Цит. на с. 73, 74).

124. *Powell M. J. D.* Numerical methods for nonlinear algebraic equations // Gordon and Breach, New York. — 1970. — P. 87—114. — (Цит. на с. 74).

125. *Duschinger M., Puls J., Branch D.*, [et al.]. Formation of hydrogen lines in the atmospheres of type II supernovae. // Astronomy and Astrophysics. — 1995. — (Цит. на с. 75).

126. *Gu M.* The flexible atomic code // Canadian Journal of Physics. — 2008. — Vol. 86, no. 5. — P. 675—689. — (Цит. на с. 75, 90).

127. *Pauldrach A. W. A.* Radiation driven winds of hot luminous stars. III - Detailed statistical equilibrium calculations for hydrogen to zinc // Astronomy and Astrophysics. — 1987. — Vol. 183. — P. 295—313. — (Цит. на с. 76).

128. *Karzas W. J., Latter R.* Electron Radiative Transitions in a Coulomb Field. // The Astrophysical Journal Supplement Series. — 1961. — May. — Vol. 6. — P. 167. — (Цит. на с. 76).

129. *Storey P. J., Hummer D. G.* Fast computer evaluation of radiative properties of hydrogenic systems // Computer Physics Communications. — 1991. — July. — Vol. 66, no. 1. — P. 129—141. — (Цит. на с. 76).

130. *Johnson L. C.* Approximations for Collisional and Radiative Transition Rates in Atomic Hydrogen // The Astrophysical Journal. — 1972. — May. — Vol. 174. — P. 227. — (Цит. на с. 76).

131. *Carlsson M.* A Computer Program for Solving Multi-Level non-LTE Radiative Transfer Problems in Moving or Static Atmospheres //. — 1988. — P. 273—275. — (Цит. на с. 76, 97).

132. *Anderson H., Ballance C. P., Badnell N. R., Summers H. P.* An R -matrix with pseudostates approach to the electron-impact excitation of H I for diagnostic applications in fusion plasmas // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 2000. — Mar. — Vol. 33, no. 6. — P. 1255—1262. — (Цит. на с. 76).

133. *Anderson H., Ballance C. P., Badnell N. R., Summers H. P.* An R-matrix with pseudo-states approach to the electron-impact excitation of H I for diagnostic applications in fusion plasmas // Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics. — 2002. — Mar. — Vol. 35, no. 6. — P. 701. — (Цит. на с. 76).

134. *Vrinceanu D., Onofrio R., Sadeghpour H. R.* Comprehensive rate coefficients for electron-collision-induced transitions in hydrogen // The Astrophysical Journal. — 2013. — Dec. — Vol. 780, no. 1. — P. 2. — (Цит. на с. 76).

135. *Франк-Каменецкий Д. А.* Распределение температур в реакционном сосуде и стационарная теория теплового взрыва. — 1939. — (Цит. на с. 81).

136. *Франк-Каменецкий Д. А.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. — Наука, 1987. — С. 502. — (Цит. на с. 81).

137. *Polizzi E.* Density-matrix-based algorithm for solving eigenvalue problems // Physical Review B. — 2009. — Mar. — Vol. 79, no. 11. — P. 115112. — (Цит. на с. 83).

138. *Peter Tang P. T., Polizzi E.* FEAST As A Subspace Iteration Eigensolver Accelerated By Approximate Spectral Projection // SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications. — 2014. — Jan. — Vol. 35, no. 2. — P. 354—390. — (Цит. на с. 83).

139. *Kestyn J., Polizzi E., Peter Tang P. T.* Feast Eigensolver for Non-Hermitian Problems // SIAM Journal on Scientific Computing. — 2016. — Jan. — Vol. 38, no. 5. — S772—S799. — (Цит. на с. 83).

140. *Эбелинг В., Крефт В. Д., Кремп Д.* Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле. — Мир, 1979. — С. 264. — (Цит. на с. 86).

141. *Каули Ч.* Теория звездных спектров. — Мир, 1974. — С. 255. — (Цит. на с. 86, 99, 100).

142. *Hummer D. G., Mihalas D.* The equation of state for stellar envelopes. I - an occupation probability formalism for the truncation of internal partition functions // The Astrophysical Journal. — 1988. — Aug. — Vol. 331. — P. 794. — (Цит. на с. 86).

143. *Hubeny I., Hummer D. G., Lanz T.* NLTE model stellar atmospheres with line blanketing near the series limits // Astronomy and Astrophysics. — 1994. — Vol. 282. — P. 151—167. — (Цит. на с. 86).

144. *Belova O. M., Bychkov K. V.* Contribution to the Total Recombination Rate from Three-Body Recombination into Highly Excited States Under the Conditions of Stellar Atmospheres and the Interstellar Medium // Astrophysics. — 2017. — Mar. — Vol. 60, no. 1. — P. 111—117. — (Цит. на с. 88).

145. *Rubiño-Martín J. A., Chluba J., Sunyaev R. A.* Lines in the cosmic microwave background spectrum from the epoch of cosmological hydrogen recombination // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2006. — Oct. — Vol. 371, no. 4. — P. 1939—1952. — (Цит. на с. 90).

146. *Dubrovich V. K., Grachev S. I.* Recombination dynamics of primordial hydrogen and helium (He I) in the universe // Astronomy Letters. — 2005. — June. — Vol. 31, no. 6. — P. 359—364. — (Цит. на с. 90).

147. *Dubrovich V. K., Shakhvorostova N. N.* Hydrogen absorption lines in the cosmic microwave background spectrum // Astronomy Letters. — 2004. — Aug. — Vol. 30, no. 8. — P. 509—513. — (Цит. на с. 90).

148. *Chluba J., Sunyaev R. A.* Two-photon transitions in hydrogen and cosmological recombination // Astronomy & Astrophysics. — 2008. — Mar. — Vol. 480, no. 3. — P. 629—645. — (Цит. на с. 90).

149. *Pengelly R. M., Seaton M. J.* Recombination Spectra: I. Calculations for Hydrogenic Ions in the Limit of Low Densities // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1964. — Янв. — Т. 127, № 2. — С. 145—163. — (Цит. на с. 90, 91).

150. *Brocklehurst M.* Calculations of level populations for the low levels of hydrogenic ions in gaseous nebulae. // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1971. — Vol. 153. — (Цит. на с. 91).

151. *Vrinceanu D., Onofrio R., Sadeghpour H. R.* Angular momentum changing transitions in proton-rydberg hydrogen atom collisions // The Astrophysical Journal. — 2012. — Mar. — Vol. 747, no. 1. — P. 56. — (Цит. на с. 91).

152. *Гуревич А., Дубовик В., Сатаров Л.* Вопросы теории атомных столкновений // Атомиздат. — 1969. — С. 83. — (Цит. на с. 91).

153. *Burgin M. S., Kauts V. L., Shakhvorostova N. N.* On the effect of collisional transitions on the cosmological hydrogen recombination spectrum // Astronomy Letters. — 2006. — Aug. — Vol. 32, no. 8. — P. 507—513. — (Цит. на с. 91).

154. *Kurt V. G., Shakhvorostova N. N.* CMB spectral distortions during the recombination of the primeval plasma in the early Universe // Uspekhi Fizicheskih Nauk. — 2014. — Apr. — Vol. 184, no. 4. — P. 423—443. — (Цит. на с. 92).

155. *Pauldrach A. W. A., Hoffmann T. L., Lennon M.* Radiation-driven winds of hot luminous stars // Astronomy and Astrophysics. — 2001. — Aug. — Vol. 375, no. 1. — P. 161—195. — (Цит. на с. 95, 97).

156. *Kurucz R. L.* Including All the Lines: Data Releases for Spectra and Opacities through 2017 // Workshop on Astrophysical Opacities. ASP Conference Series, Vol. 515, proceedings of a conference held 1-4 August 2017 at Michigan University, Kalamazoo, Michigan, USA. Edited by Claudio Mendoza, Sylvaine Turck-Chiéze, and James Colgan. San Francisco: Ast. Vol. 515. — 2018. — P. 47. — (Astronomical Society of the Pacific Conference Series). — (Цит. на с. 95).

157. *Voronov G.* A practical fit formula for ionization rate coefficients of atoms and ions by electron impact: Z= 1-28 // Atomic Data and Nuclear Data Tables. — 1997. — Jan. — Vol. 65, no. 1. — P. 1—35. — (Цит. на с. 97).

158. *Barklem P. S., Collet R.* Partition functions and equilibrium constants for diatomic molecules and atoms of astrophysical interest // Astronomy & Astrophysics. — 2016. — Apr. — Vol. 588. — A96. — (Цит. на с. 97).

159. *Leonard D. C., Filippenko A. V., Gates E. L.*, [et al.]. The Distance to SN 1999em in NGC 1637 from the Expanding Photosphere Method // Publications of the Astronomical Society of the Pacific. — 2002. — Jan. — Vol. 114, no. 791. — P. 35—64. — (Цит. на с. 98).

160. *Blondin S.* Optical spectra of thermonuclear supernovae in the local and distant universe : PhD thesis / Blondin Stéphane. — 2005. — (Цит. на с. 98).

161. *Blondin S., Tonry J. L.* Determining the Type, Redshift, and Age of a Supernova Spectrum // The Astrophysical Journal. — 2007. — Sept. — Vol. 666, no. 2. — P. 1024—1047. — (Цит. на с. 98).

162. *Bethe H. A., Salpeter E. E.* Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1957. — P. 369. — (Цит. на с. 99).

163. *Grasberg E. K., Nadyozhin D. K.* Type-II Supernovae - Two Successive Explosions // Soviet Astronomy Letters. — 1986. — Vol. 12. — P. 68—70. — (Цит. на с. 100, 104).

164. *Heger A., Woosley S. E.* The Nucleosynthetic Signature of Population III // The Astrophysical Journal. — 2002. — Mar. — Vol. 567, no. 1. — P. 532—543. — (Цит. на с. 100, 104).

165. *Blinnikov S. I.* Interacting Supernovae: Spectra and Light Curves // Handbook of Supernovae. — Cham : Springer International Publishing, 2017. — P. 1—31. — (Цит. на с. 100, 104).

166. *Smith N., Chornock R., Silverman J. M.*, [et al.]. Spectral evolution of the extraordinary type IIn supernova 2006gy // The Astrophysical Journal. — 2010. — Feb. — Vol. 709, no. 2. — P. 856—883. — (Цит. на с. 101).

167. *Blinnikov S. I., Dolgov A. D.* Cosmological acceleration // Uspekhi Fizicheskih Nauk. — 2019. — June. — Vol. 189, no. 06. — P. 561—602. — (Цит. на с. 103).

168. *Mauerhan J. C., Smith N., Filippenko A. V.*, [et al.]. The unprecedented 2012 outburst of SN 2009ip: a luminous blue variable star becomes a true supernova // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2013. — Feb. — Vol. 430, no. 3. — P. 1801—1810. — (Цит. на с. 104, 106, 107, 109).

169. *Chevalier R. a.* Common envelope evolution leading to supernovae with dense interaction // The Astrophysical Journal. — 2012. — June. — Vol. 752, no. 1. — P. L2. — (Цит. на с. 104).

170. *Soker N., Kashi A.* Explaining the supernova impostor SN 2009ip as merger-burst // The Astrophysical Journal. — 2013. — Feb. — Vol. 764, no. 1. — P. L6. — (Цит. на с. 104).

171. *Nadyozhin D. K.* On the initial phase of interaction between expanding stellar envelopes and surrounding medium // Astrophysics and Space Science. — 1985. — Vol. 112, no. 2. — P. 225—249. — (Цит. на с. 104).

172. *Sorokina E. I., Blinnikov S. I., Nomoto K.*, [et al.]. Type I superluminous supernovae as explosions inside non-hydrogen circumstellar envelopes // The Astrophysical Journal. — 2016. — Sept. — Vol. 829, no. 1. — P. 17. — (Цит. на с. 104).

173. *Chugai N. N., Blinnikov S. I., Cumming R. J.*, [et al.]. The Type IIn supernova 1994W: evidence for the explosive ejection of a circumstellar envelope // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2004. — Aug. — Vol. 352, no. 4. — P. 1213—1231. — (Цит. на с. 105, 141).

174. *Van Marle A. J., Smith N., Owocki S. P., Van Veelen B.* Numerical models of collisions between core-collapse supernovae and circumstellar shells // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2010. — Sept. — Vol. 407, no. 4. — P. 2305—2327. — (Цит. на с. 105).

175. *Badjin D. A., Glazyrin S. I., Manukovskiy K. V., Blinnikov S. I.* On physical and numerical instabilities arising in simulations of non-stationary radiatively cooling shocks // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2016. — June. — Vol. 459, no. 2. — P. 2188—2211. — (Цит. на с. 105).

176. *Урвачев Е. М.* Исследование влияния переноса излучения на развитие неустойчивости радиационно-доминированных ударных волн : дис. … маг. / Урвачев Егор Михайлович. — 2018. — (Цит. на с. 105).

177. *Moriya T. J., Blinnikov S. I., Tominaga N.*, [et al.]. Light-curve modelling of superluminous supernova 2006gy: collision between supernova ejecta and a dense circumstellar medium // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2013. — Jan. — Vol. 428, no. 2. — P. 1020—1035. — (Цит. на с. 106).

178. *Gautschy A.* On the Baade-Wesselink method // Vistas in Astronomy. — 1987. — Jan. — Vol. 30. — P. 197—241. — (Цит. на с. 106).

179. *Sabbey C. N., Sasselov D. D., Fieldus M. S.*, [et al.]. On Spectral Line Formation and Measurement in Cepheids: Implications to Distance Determination // The Astrophysical Journal. — 1995. — June. — Vol. 446. — P. 250. — (Цит. на с. 106).

180. *Storm J., Gieren W., Fouqué P.*, [et al.]. Calibrating the Cepheid period-luminosity relation from the infrared surface brightness technique // Astronomy & Astrophysics. — 2011. — Oct. — Vol. 534. — A95. — (Цит. на с. 106).

181. *Rastorguev A. S., Dambis A. K.* Classical Cepheids: a New version of the Baade-Becker-Wesselink method // Astrophysical Bulletin. — 2011. — Jan. — Vol. 66, no. 1. — P. 47—53. — (Цит. на с. 106).

182. *Rastorguev A. S., Dambis A. K., Zabolotskikh M. V.*, [et al.]. The Baade-Becker-Wesselink technique and the fundamental astrophysical parameters of Cepheids // Proceedings of the International Astronomical Union. — 2012. — Aug. — Vol. 8, S289. — P. 195—202. — (Цит. на с. 106).

183. *Prieto J. L., Brimacombe J., Drake A. J., Howerton S.* The 2012 rise of the remarkable type IIn SN 2009ip // The Astrophysical Journal. — 2013. — Feb. — Vol. 763, no. 2. — P. L27. — (Цит. на с. 106—109).

184. *Pastorello A., Cappellaro E., Inserra C.*, [et al.]. Interacting supernovae and supernova impostors: SN 2009ip, is this the end? // The Astrophysical Journal. — 2013. — Mar. — Vol. 767, no. 1. — P. 1. — (Цит. на с. 106, 107, 109).

185. *Prieto J. L.* SN 2009ip: High-cadence photometry from Cairns, Australia (J. Brimacombe). — 2012. — URL: http://www.astro.princeton.edu/~jprieto/sn09ip/. — (Цит. на с. 106, 107).

186. *Box G. E. P., Muller M. E.* A Note on the Generation of Random Normal Deviates // The Annals of Mathematical Statistics. — 1958. — June. — Vol. 29, no. 2. — P. 610—611. — (Цит. на с. 108).

187. *Matsumoto M., Nishimura T.* Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator // ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation. — 1998. — Jan. — Vol. 8, no. 1. — P. 3—30. — (Цит. на с. 108).

188. *Oberle W.* Monte Carlo Simulations: Number of Iterations and Accuracy // US Army Research Laboratory. — 2015. — P. 25. — (Цит. на с. 108).

189. *Smith N., Miller A., Li W.*, [et al.]. Discovery of precursor luminous blue variable outbursts in two recent optical transients: the fitfully variable missing links UGC 2773-ot and SN 2009ip // The Astronomical Journal. — 2010. — Apr. — Vol. 139, no. 4. — P. 1451—1467. — (Цит. на с. 108).

190. *Riess A. G.* The Expansion of the Universe is Faster than Expected // Nature Reviews Physics. — 2020. — Jan. — Vol. 2, no. 1. — P. 10—12. — (Цит. на с. 109).

191. *Levesque E. M., Stringfellow G. S., Ginsburg A. G.*, [et al.]. The peculiar balmer decrement of SN 2009ip: constraints on circumstellar geometry // The Astronomical Journal. — 2014. — Jan. — Vol. 147, no. 1. — P. 23. — (Цит. на с. 109).

192. *Hyman J. M.* The Method of Lines Solution of Partial Differential Equations. — Sagwan Press, 2015. — P. 116. — (Цит. на с. 141).

193. *Blinnikov S. I., Sorokina E. I.* Type Ia Supernova models: Latest developments // Astrophysics and Space Science. — 2004. — Vol. 290, no. 1/2. — P. 13—28. — (Цит. на с. 141).

194. *Tolstov A. G.* Simulations of multigroup relativistic radiative transfer for shock waves in supernovae // Astronomy Letters. — 2010. — Feb. — Vol. 36, no. 2. — P. 109—115. — (Цит. на с. 141).

195. *Tolstov A. G., Blinnikov S. I., Nadyozhin D. K.* Coupling of matter and radiation at supernova shock breakout // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2013. — Vol. 429, no. 4. — P. 3181—3199. — (Цит. на с. 141).

196. *Baklanov P. V., Sorokina E. I., Blinnikov S. I.* Hydrogenless superluminous supernova PTF12dam in the model of an explosion inside an extended envelope // Astronomy Letters. — 2015. — Vol. 41, no. 3/4. — P. 95—103. — (Цит. на с. 141).

197. *Blinnikov S. I., Postnov K. A.* A mini-supernova model for optical afterglows of gamma-ray bursts // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 1998. — Jan. — Vol. 293, no. 1. — P. L29—L32. — (Цит. на с. 141).

198. *Badjin D. A., Blinnikov S. I., Postnov K. A.* Thermal emission in gamma-ray burst afterglows // Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. — 2013. — Vol. 432, no. 3. — P. 2454—2462. — (Цит. на с. 141).

199. *Sorokina E. I., Blinnikov S. I., Kosenko D. I., Lundqvist P.* Dynamics and radiation of young type-Ia supernova remnants: Important physical processes // Astronomy Letters. — 2004. — Nov. — Vol. 30, no. 11. — P. 737—750. — (Цит. на с. 141).

200. *Kosenko D., Blinnikov S. I., Vink J.* Modeling supernova remnants: effects of diffusive cosmic-ray acceleration on the evolution and application to observations // Astronomy & Astrophysics. — 2011. — Aug. — Vol. 532. — A114. — (Цит. на с. 141).

Список рисунков

1.1 Коэффициенты ослабления за счёт различных процессов: электронное рассеяние, свободно-свободное поглощение, свободно-связанное поглощение, связанно-связанное поглощение в спектральных линиях в среде с градиентом скорости (непрозрачность в линиях при расширении, expansion opacity). Из расчётов STELLA. Опубликовано в работе [A4], получено соавторами. 21

1.2 Населённость первого уровня $u_1(\tau)$ и барьерные решения $u_u(\tau)$, $u_l(\tau)$, вычисленные при физических параметрах, типичных для близких к фотосфере слоёв сверхновой SN 1999em (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2). Результат диссертанта из работы [A6]. 33

1.3 Поведение функций $u_1(t)$ при различных начальных условиях для физических параметрах, типичных для оптически толстых прифотосферных слоёв сверхновой SN 1999em (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2). Время физическое и t_0=20 дней. Видно явление диссипативности.
Результат диссертанта из работы [A6]. 34

1.4 Графики населённостей $u_1(t)$, $u_1^{ss}(t)$, $u_{\rm e}(t)$ и $u_{\rm e}^{ss}(t)$ от физического времени (t_0=20 дней), вычисленные при физических параметрах, типичных для слоёв, расположенных вдали от фотосферы для сверхновой SN 1999em (см. таб. 1, кол. 1 и 1.1.2). Начальные условия: $u_1(t_0) = u_1^{ss}(t_0)$ и $u_{\rm e}(t_0) = u_{\rm e}^{ss}(t_0)$. Нормированная концентрация электронов $u_{\rm e}(t)$ выходит на постоянное значение $u_{\rm e}(t{=}\infty) \approx 0.06$.
Результат диссертанта из работы [A6]. 36

1.5 Графики населённостей $u_1(t)$, $u_1^{ss}(t)$, $u_{\mathrm{e}}(t)$ и $u_{\mathrm{e}}^{ss}(t)$ от физического времени (t_0=20 дней) вычисленные при физических параметрах, типичных для слоёв, близлежащих к фотосфере для сверхновой SN 1999em (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2). Начальные условия: $u_1(t_0) = u_1^{ss}(t_0)$ и $u_{\mathrm{e}}(t_0) = u_{\mathrm{e}}^{ss}(t_0)$. Видно, что нормированные концентрации первого уровня водорода $u_1(t)$ и $u_1^{ss}(t)$ отличаются на протяжении ~ 100 дней, но в конце обе насыщаются до единицы. Нормированная концентрация электронов $u_{\mathrm{e}}(t)$ выходит на постоянное значение $u_{\mathrm{e}}(t{=}\infty) \approx 0.002$. Результат диссертанта из работы [A6]. 37

1.6 Графики x_1, и x_1^{col} – решение приведённой системы с учётом ударов от физического времени (t_0=20 дней). Вычисления проведены для оптически толстой среды в околофотосферных слоях (см. таб. 1, кол. 2 и 1.1.2). Результат диссертанта из работы [A6]. 40

1.7 Графики функций $x_1^{ss}(t)$, $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$, рассчитанные для высокоскоростных слоёв, расположенных вдали от фотосферы, для тех же условий, что и для рис. 1.4 от физического времени (t_0=20 дней). Линеаризация $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$ правильно воспроизводит эволюцию $x_1^{ss}(t)$ при $t - t_0 \sim 10$ дней. Результат диссертанта из работы [A6]. 48

1.8 Графики функций $x_1^{ss}(t)$, $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$, рассчитанные для слоёв близких к фотосфере, для тех же условий, что и для рис. 1.5 от физического времени (t_0=20 дней). Видно, что линеаризация $x_1^{ss,\mathrm{lin}}(t)$ правильно воспроизводит эволюцию $x_1^{ss}(t)$ только в начальные моменты времени $t - t_0 \sim 10$ дней. Результат диссертанта из работы [A6]. . . . 49

1.9 Время установления статистического равновесия $t_{ss} = \tau_{ss} t_0$, для слоёв далёких от фотосферы (“out”, красная штриховая линия) и для прифотосферных слоёв (“ph”, чёрная сплошная линия), относительно физического времени, где t_0=20 дней (см. таб. 1 и 1.1.2). Результат диссертанта из работы [A6]. 52

1.10 Средние интенсивности J_c, полученные из расчёта STELLA для сверхновой SN 1999em для физических условий типичных для слоёв, близколежащих к фотосфере (жирная синяя линия, помеченная “ph”) и высокоскоростных слоёв, расположенных вдали от фотосферы (жирная красная линия, помеченная “out”) в момент времени (t_0=20 дней). На длинах волн $\lambda > 3646$ Å подбирается фит для J_c в соответствии с формулой (1.20) в приближении оптически тонкой среды. (зелёные линии). На длинах волн $(912, 3646$ Å) подбирается фит для J_c в соответствии с формулой (1.89) (оранжевые линии). Результат диссертанта по данным из работы [A6], на защиту не выносится. 55

1.11 Время релаксации $t_{ss} = \tau_{ss} t_0$, для прифотосферных слоёв относительно физического времени, где t_0=20 дней (см. таб. 1 и 1.1.2). Чёрная линия “ph” повторяет рис. 1.9. Для построения синей линии внешнее непрерывное излучение для жёстких частот между порогами Бальмера и Лаймана бралось в предположении оптически тонкой среды. Результат диссертанта по данным из работы [A6], на защиту не выносится. 57

1.12 Графики функций $x_1^{ss}(t)$, от физического времени (t_0=20 дней), рассчитанные для слоёв близких (“ph”) к фотосфере. Чёрная сплошная линия повторяет рис. 1.5. Для построения красной штриховой внешнее непрерывное излучение для жёстких частот между порогами Бальмера и Лаймана бралось в предположении оптически тонкой среды. Результат диссертанта по данным из работы [A6], на защиту не выносится. 58

2.1 Нормированные спектры модели SN 1999em для четырех моментов времени: 15, 20, 30, 40 дней после взрыва, посчитанные для стационарного (штриховая линия) и нестационарного (сплошная линия) случаев. Результат диссертанта из работы [A4]. 77

2.2 Распределение концентрации свободных электронов по оболочке в зависимости от радиуса для трех моментов после взрыва, для стационарного (штриховая линия) и нестационарного (сплошная линия) случаев. Стрелка указывает на положение фотосферы. Результат диссертанта из работы [A4]. 78

2.3 Штриховая линия – скорость изменения электронной концентрации стационарного решения от времени в лагранжевом слое в оболочке вблизи $v \approx 5.8 \times 10^3$ км с$^{-1}$. Сплошная линия – максимальная скорость релаксации от времени в том же лагранжевом слое. Результат диссертанта из работы [A4]. 79

2.4 Изменение электронной концентрации в лагранжевом слое в оболочке вблизи $v \approx 5.8 \times 10^3$ км с$^{-1}$ со временем в стационарном (штриховая линия) и нестационарном (сплошная линия) случаях. Результат диссертанта из работы [A4]. 80

2.5 Численный расчёт времён релаксации для семи различных моделей, перечисленных в таблице 2. Тонкая сплошная линия соответствует “ph” кривой на рис. 1.9. По оси абсцисс физическое время, где t_0=20 дней – начало фотосферной фазы. Результат диссертанта из работы [A6]. 85

2.6 Профили Нα для модели SN 1999em для четырех моментов времени: 15, 20, 30, 40 дней после взрыва, посчитанные для стационарных (ss) и нестационарных (td) случаев. Стационарный расчёт с атомом водорода, содержащим 10 (штрих-пунктирная линия) и 30 (точечная линия) уровней. Нестационарный – для атома водорода, содержащего 10 (штриховая линия) и 30 (сплошная линия) уровней. Число учитываемых уровней влияет очень слабо на форму профилей. Результат диссертанта, на защиту не выносится. 87

2.7 Профили Нα нестационарного расчёта для двух моделей атомов водорода: без учёта ударных процессов (чёрная линия) и с учётом (красная линия). Учёт ударных процессов проявляется в небольшом ослаблении линии. Результат диссертанта, на защиту не выносится. . . 89

2.8 Отношения нестационарных населённостей уровней водорода 2p к 2s в зависимости от концентрации водорода в оболочке звезды из расчётов STELLA+LEVELS. Чёрная линия – случай отказа от l-равновесия, но без учёта ударных процессов. Красная линия – случай отказа от l-равновесия, но с учётом ударов с электронами и протонами. В случае l-равновесия отношение $N_{2\mathrm{p}}/N_{2\mathrm{s}}$ равно трём. Результат диссертанта, на защиту не выносится. 92

2.9 Профили линии Hα модели SN 1999em для четырех моментов времени: 15, 20, 30, 40 дней после взрыва, посчитанные для нестационарного случая. Чёрная линия – l-равновесие, уровни “свёрнуты” до супер-уровней. Красная линия – отказ от l-равновесия, в кинетической схеме учитываются все l-подуровни. Учёт тонкой структуры проявляется в небольшом ослаблении линии. Результат диссертанта, на защиту не выносится. 93
2.10 Спектры SN 1999em за вычетом континуума на 35-й день после взрыва, что соответствует $\sim$15-му дню фотосферной фазы. Красная линия – нестационарный расчёт. Синяя линия – стационарный. Наблюдаемый спектр – чёрная штриховая линия. Результат диссертанта, на защиту не выносится. 99
2.11 Узкие компоненты профиля линии Hα для модели SN 2006gy типа IIn на 80-й день после взрыва. Красная линия – нестационарный расчёт. Синяя линия – стационарный. Результат диссертанта, на защиту не выносится. 101
3.1 Монте-Карло розыгрыши расстояния D для SN 2009ip с помощью DSM. Изоконтуры функции распределения вероятностей (probability density function, PDF) в плоскости D и температуры T показаны с равным шагом в PDF. Наблюдения взяты из работ [168; 183; 184]. Результат диссертанта из работы [A2]. 109

Список таблиц

1 Характерные значения постоянных для системы (1.25, 1.26), полученных на основе расчётов для типичной сверхновой второго типа SN 1999em [A4; 46], проведённых при помощи кода STELLA (см. приложение A). Первый столбец содержит величины для слоёв, далеколежащих от фотосферы (“out”). Второй столбец – для слоёв близких к фотосфере (“ph”). Подробнее см. раздел 1.1.2. Данные диссертанта из работы [A6]. 26

2 Различные исследуемые кинетические системы. Результат диссертанта из работы [A6]. 83

3 Список элементов модели M_5 с указанными степенями ионизации. Населённости уровней некоторых элементов рассчитывались в предположении ЛТР. Результат диссертанта приведён в иллюстративных целях, на защиту не выносится. 97

Приложение А

Краткое описание кода STELLA

STELLA — это одномерный (сферически-симметричный) неявный многогрупповой радиационно-гидродинамический код, реализованный в ИТЭФ С.И. Блинниковым [48; 51]. Он позволяющий достаточно детально сделать количественные расчёты моделей сверхновых. STELLA основан на методе линий, или прямых [192] и использует неявный метод прогноза и коррекции высокого порядка с автоматическим выбором порядка и шага по времени для решения нестационарных уравнений радиационной гидродинамики. Для решения уравнения переноса STELLA применяет для каждой частотной группы 2x-моментное приближение, при этом расчёт переменных эддингтоновских факторов осуществляется отдельно для каждой энергетической группы и в каждой лагранжевой зоне один раз на заданное число шагов по времени. Факторы Эддингтона находятся из решения стационарного уравнения переноса с учётом рассеяния. STELLA, решая уравнения многогруппового переноса излучения одновременно с уравнениями гидродинамики, позволяет получать как болометрические кривые блеска, так и кривые блеска в отдельных фильтрах. Уравнение состояния трактует ионизацию в равновесном приближении Саха. Также в программе учтено рассеяние фотонов на электронах и в спектральных линиях. “Непрозрачность в линиях при расширении” (expansion opacity) учтена по методу, представленному в работах [109; 110]. Депозиция гамма-квантов, порожденных радиоактивными распадами никеля, находится из решения уравнения переноса гамма-излучения в одногрупповом приближении. STELLA был успешно применён ко всем типам сверхновых: SN Ia [52; 193], SN Ib/c [194], SN IIP [46], SN IIb [49], SN IIn [173]. Он особенно эффективен при моделировании выхода ударной волны на поверхность сверхновой [50; 195] и при построении моделей сверхмощных сверхновых (SLSNe), где происходит столкновение последовательных выбросов с образованием плотного слоя [A3; 102; 196]. Адаптированный код STELLA также применялся для исследования моделей ореолов гамма-всплесков (GRB afterglow) [197; 198] и для остатков SN [199; 200].