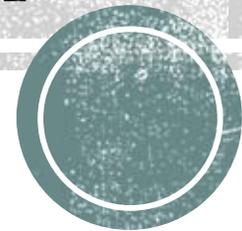


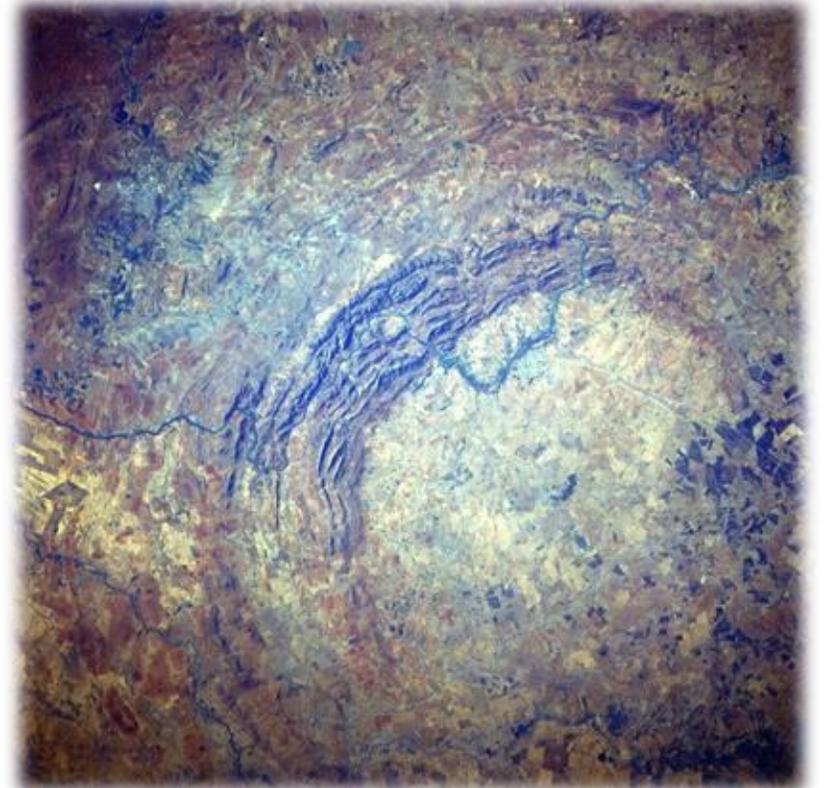
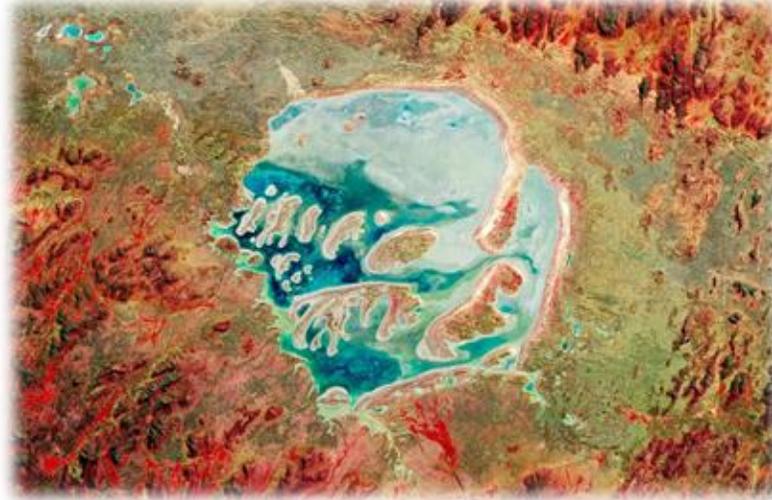
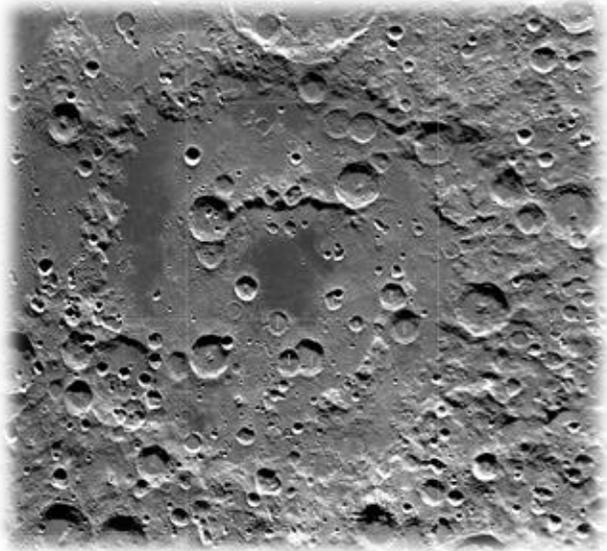
СВЕРХБЫСТРАЯ ОЦЕНКА ЛУЧЕВОЙ СКОРОСТИ ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫХ ДЛЯ ЗЕМЛИ АСТЕРОИДОВ МЕТОДОМ ДРОБНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ДОПЛЕРОВСКОГО СИГНАЛА



Бондарь Ю.А., Захарченко В.Д., Карликова И.А., Кивокурцева П.И., Коваленко И.Г.

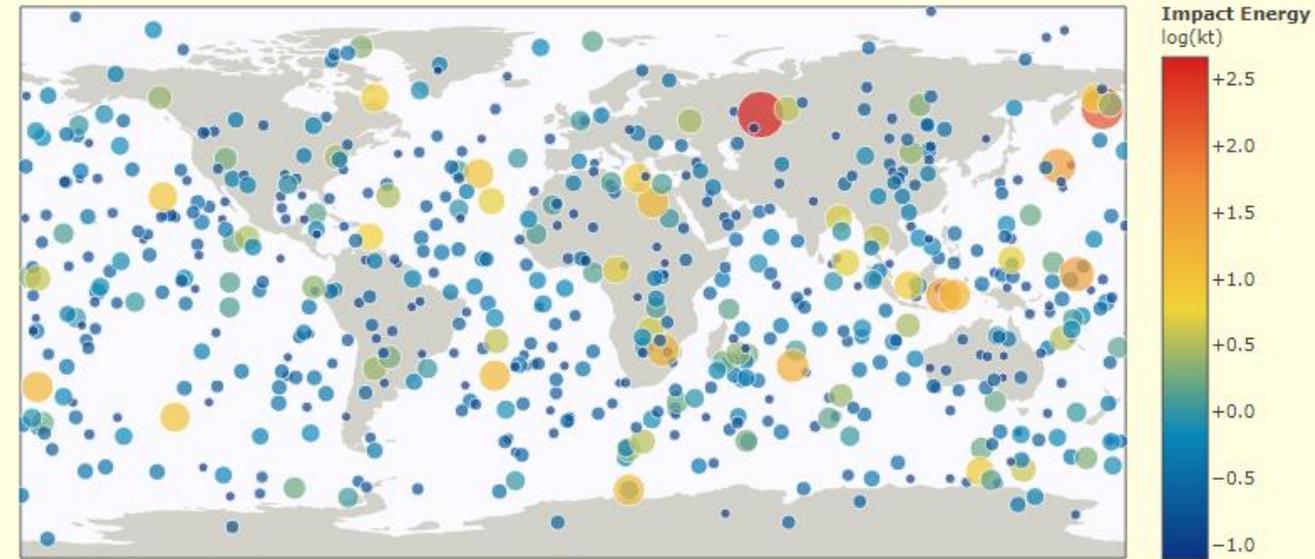
Волгоградский государственный университет

Кратеры ударного происхождения: Столкновение малого небесного тела с планетой



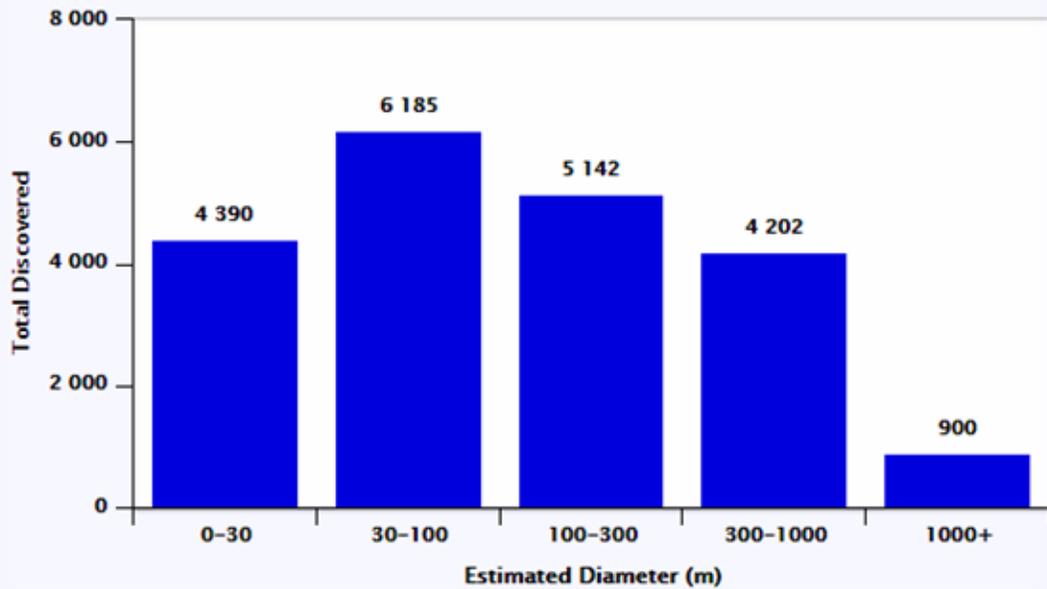
Астероидно-кометная опасность (АКО)

Fireballs Reported by US Government Sensors
(1988-Apr-15 to 2019-Sep-14)



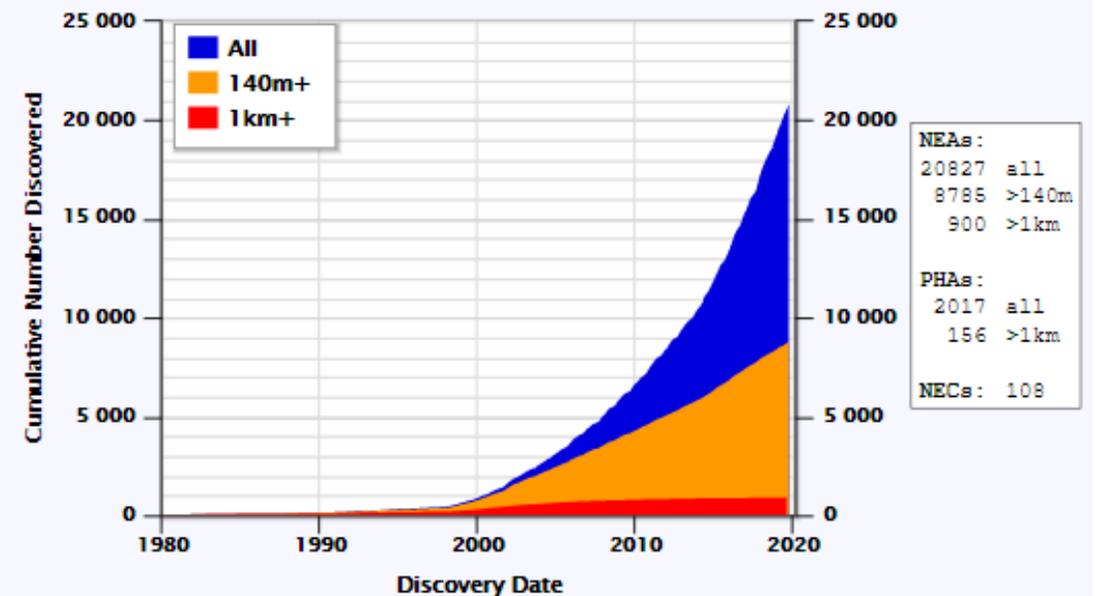
Near-Earth Asteroids Discovered

Total per Size Bin (as of 2019-Sep-25)



Near-Earth Asteroids Discovered

Most recent discovery: 2019-Sep-25



Цель работы:

отработка алгоритма сверхбыстрой оценки лучевой скорости быстро движущегося опасного космического тела с использованием дробного дифференцирования доплеровского сигнала.

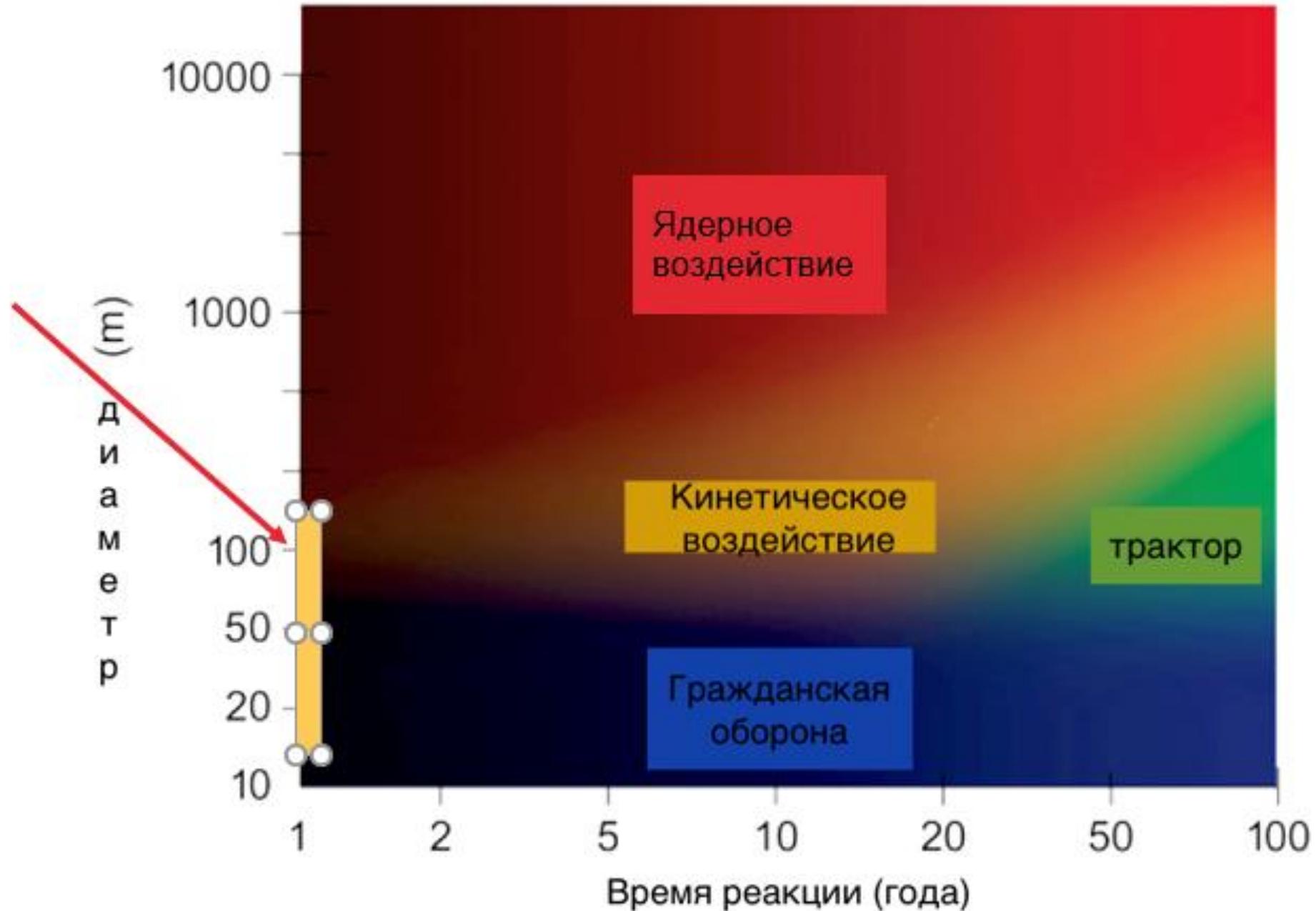
Дробное дифференцирование сигнала предлагается осуществлять с помощью специального устройства – дробно-дифференцирующего фильтра (ДДФ).

Сопутствующие задачи:

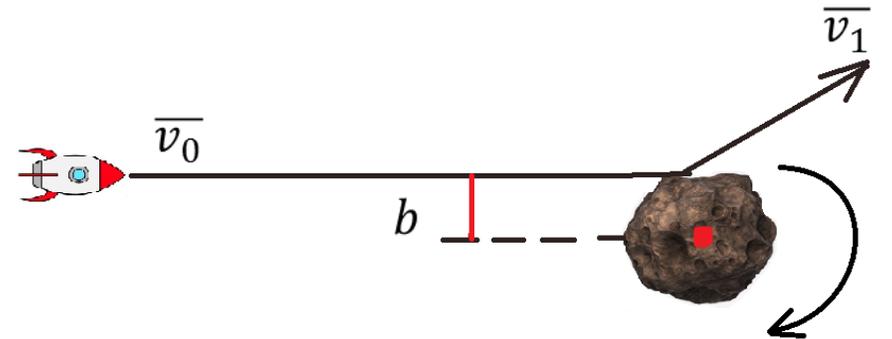
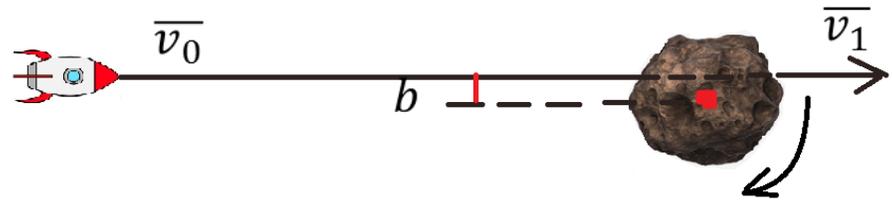
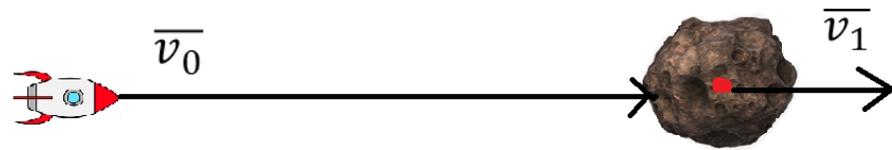
- Разработка структуры и оптимизации работы аналогового ДДФ
- То же для цифрового ДДФ



Меры по противодействию АКО



Кинетическое воздействие: ключевое требование – в яблочко!



Условие попадания:

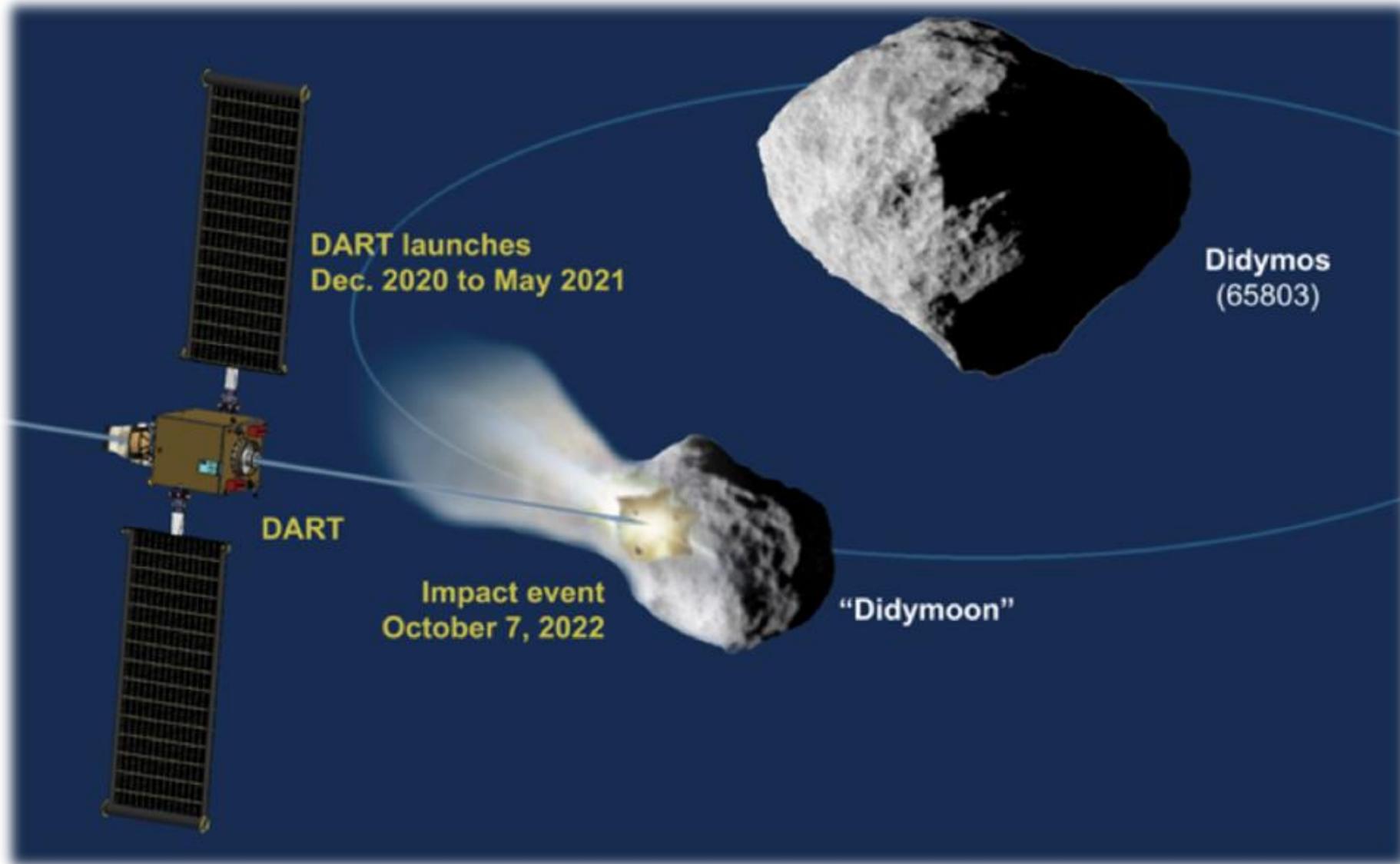
$$|b| < R_{\text{астероида}}$$

Требование попадания «в лоб»:

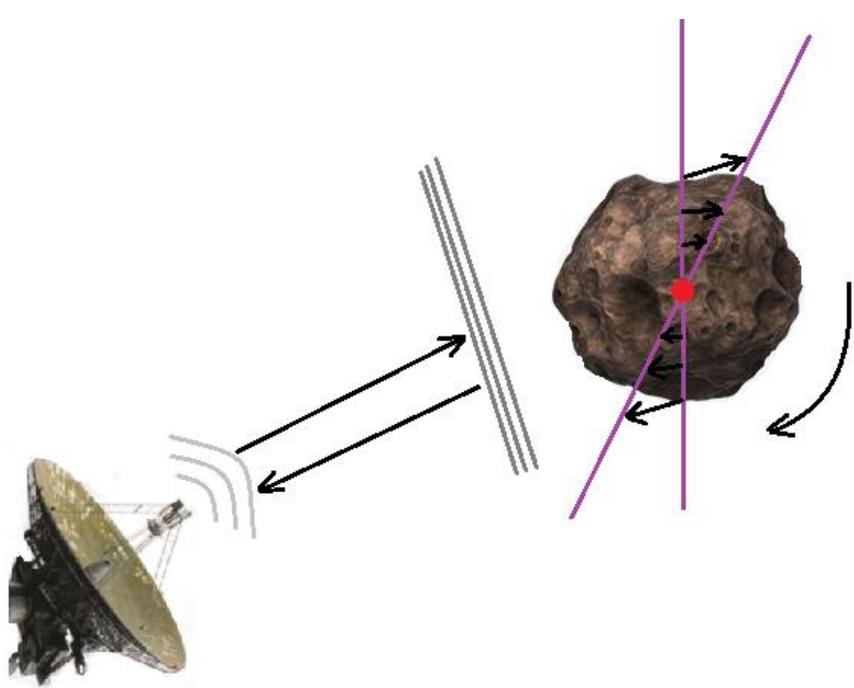
$$|b| \ll R_{\text{астероида}}$$



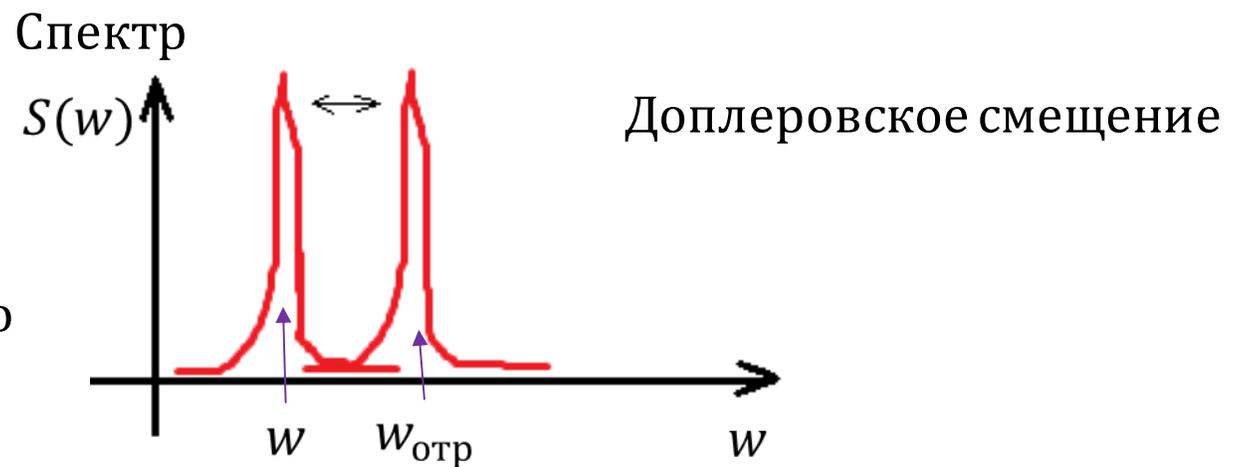
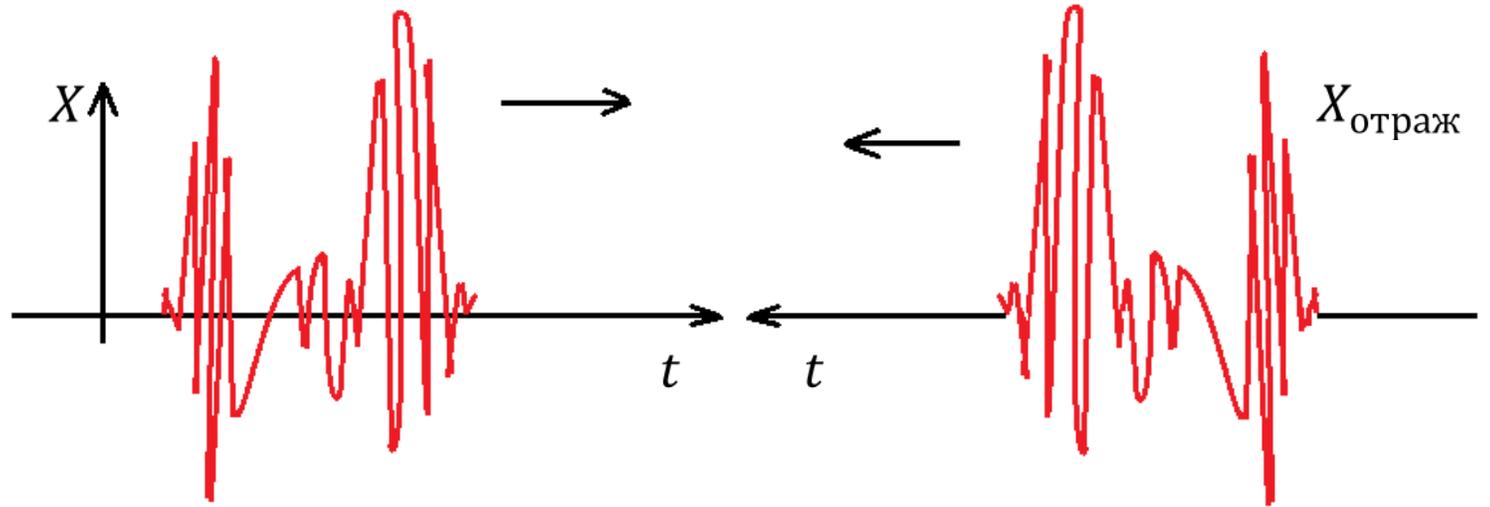
Миссия «DART» (NASA 2021)



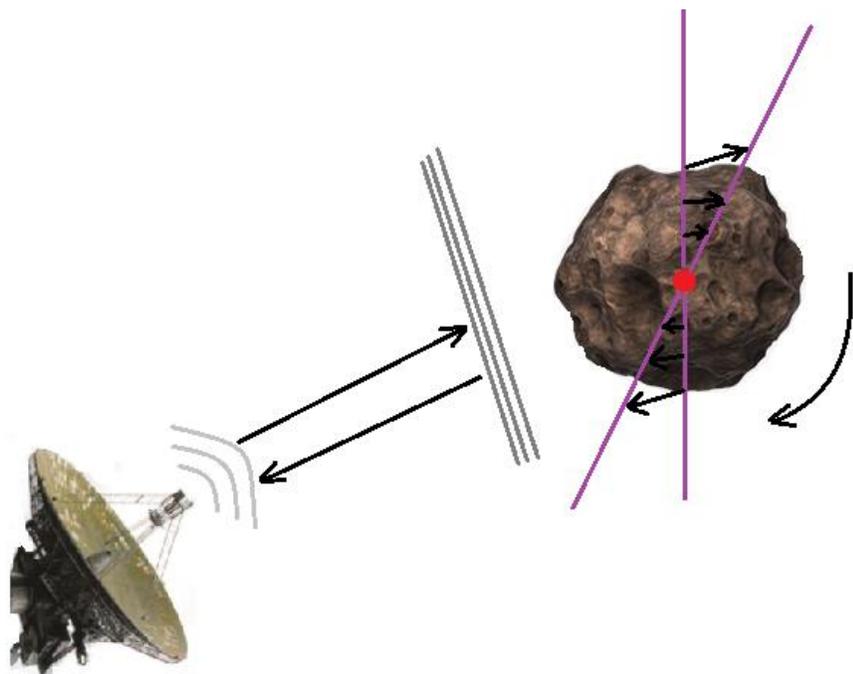
Оцениваемые параметры движения астероида с помощью радиолокации: Лучевая скорость



Формирование радиолокационного портрета астероида



Отраженный радиолокационный сигнал: Доплеровское уширение вследствие вращения астероида



Формирование радиолокационного портрета астероида

Астероид 2012 DA14

Том LVII, № 10

Известия вузов. Радиофизика

2014

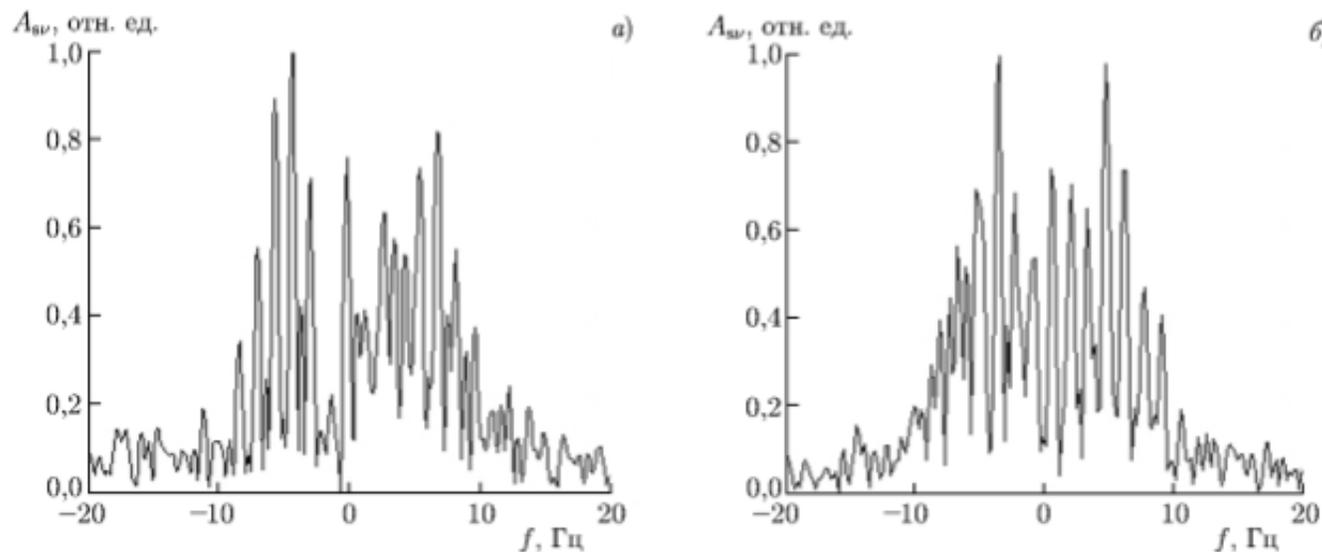
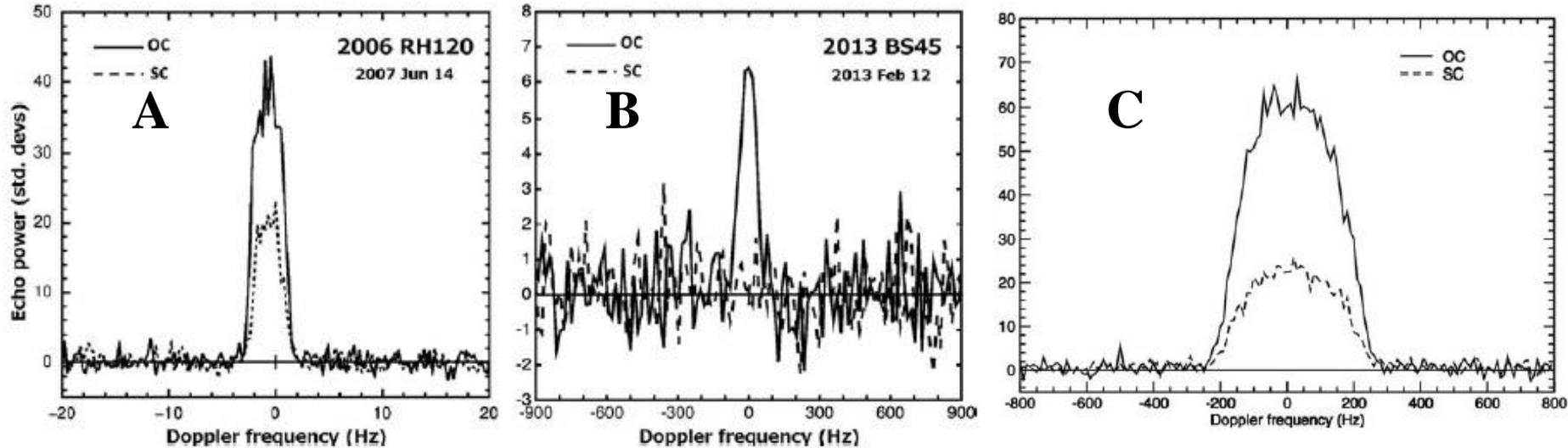


Рис. 6. Спектры мощности сигналов интерферометров Евпатория—Медичина (а) и Евпатория—Ирбене (б) в режиме бистатической локации в 20:00:12 UT 15 февраля 2013 года



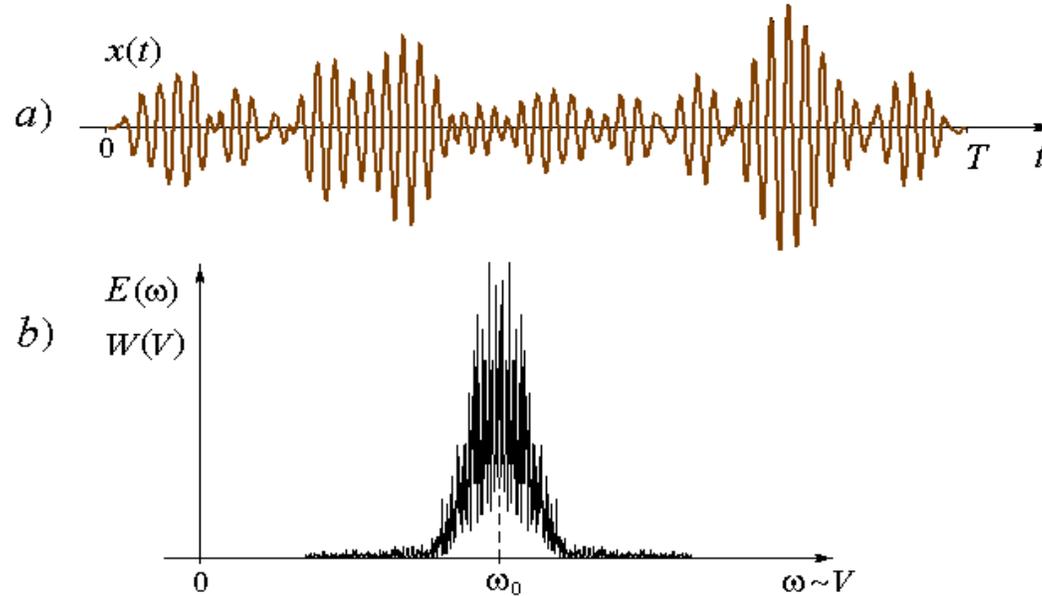
Реальные доплеровские спектры



Доплеровские сигналы трех астероидов (Голдстоун (США), 2006 и 2013): А (диаметр «несколько метров») и В (50 м) – медленно вращающиеся, С (20 м) – быстро вращающийся астероид.



Определение средней частоты спектра доплеровского сигнала



Доплеровский сигнал (a) и его энергетический спектр (b).

$$\omega_0 = \frac{\int_0^{\infty} \omega E(\omega) d\omega}{\int_0^{\infty} E(\omega) d\omega} = \frac{\int_0^T |D^{1/2} x(t)|^2 dt}{\int_0^T |x(t)|^2 dt} - \text{определение средней частоты (центра тяжести) энергетического спектра по методу моментов. Захарченко (1999)}$$



Определение дробной производной

По Лиувиллю:

$$D^{1/2}x(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^t \frac{x(t') dt'}{\sqrt{t-t'}}.$$

Дробная производная может быть представлена через интеграл Дюамеля:

$$D^{1/2}x(t) = \int_{-\infty}^t h(t-t')x(t')dt',$$

с импульсной характеристикой вида :

$$h(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left\{ \frac{\delta(t)}{\sqrt{t+\varepsilon}} - \frac{\sigma(t)}{2(t+\varepsilon)^{3/2}} \right\},$$

где $\delta(t)$ – дельта функция Дирака, $\sigma(t)$ – функция Хевисайда.



Оператор дробного дифференцирования Лиувилля порядка 1/2

В численных расчетах приходится ограничиваться выражениями близкими к предельным, но не предельной точности. Мы вводим *предпроизводную*:

$$D_{\varepsilon}^{1/2} x(t) = \int_{-\infty}^t h_{\varepsilon}(t-t') x(t') dt' = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^t \left(\underbrace{\frac{\delta(t-t')}{\sqrt{\varepsilon}}}_{\text{локальная часть}} - \underbrace{\frac{\sigma(t-t')}{2(t-t'+\varepsilon)^{3/2}}}_{\text{нелокальная часть}} \right) x(t') dt'.$$



Дробно-дифференцирующий фильтр

Основной вклад в интеграл Дюамеля дает нелокальная часть дробной производной – интеграл вида

$$I = \int_0^{\infty} (t+1)^{-3/2} x(t) dt, \quad (*)$$

в котором $\rho(t) = (t+1)^{-3/2}$ – весовая функция.

Главные требования к работе ДДФ:

- максимальная оперативность;
- точность расчетов.

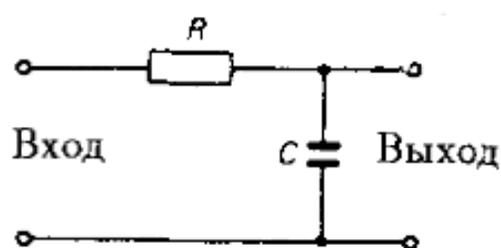
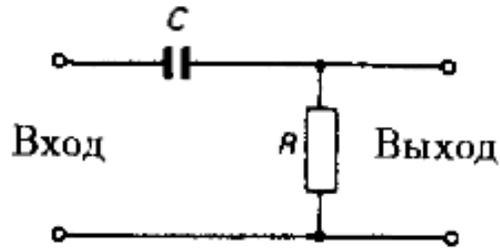


Аналоговый и цифровой ДДФ


$$I(t) = \frac{1}{(t+1)^{3/2}}$$


$$\int_0^T (t+1)^{-3/2} x(t) dt = \sum_{k=1}^N c_k x(t_k) + R_N$$

$$I(t) = \tilde{I}_N(t) + R_N \equiv \sum_{k=1}^N b_k e^{-ta_k} + R_N$$



Аналоговый ДДФ

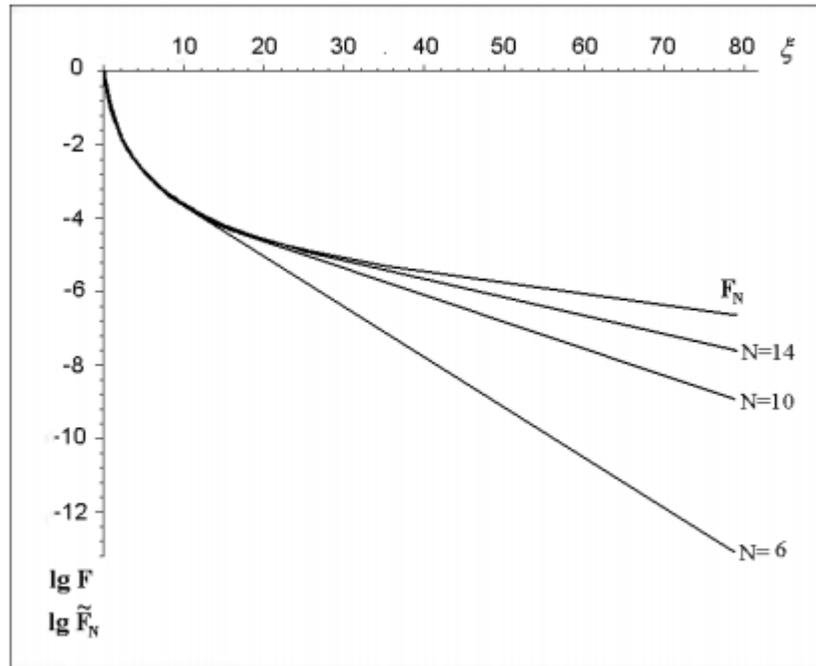


Figure 2. Dependence of the approximated function $F(\xi)$ and approximating functions $\tilde{F}_N(\xi)$.

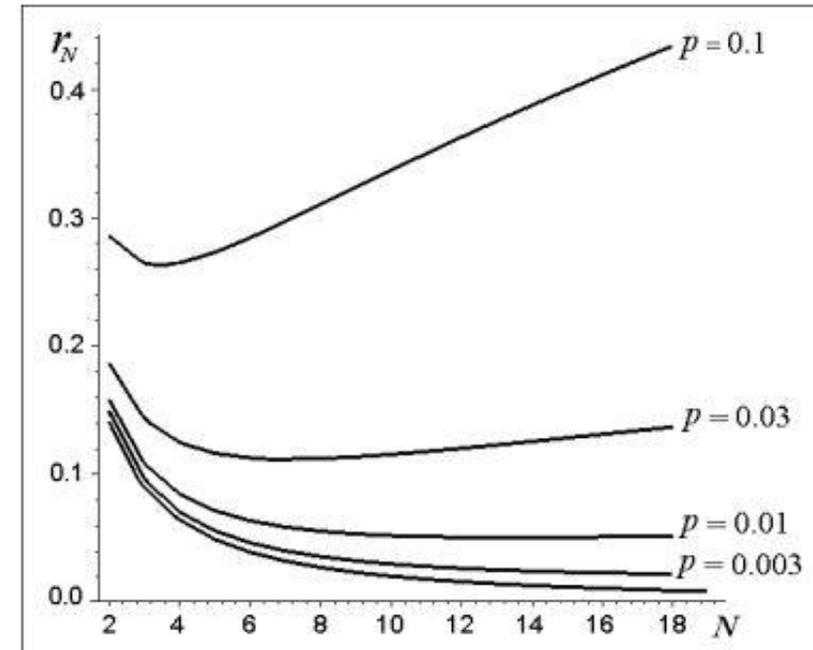


Figure 3. Graphs of functions of total errors r_N . The lower curve corresponds to the rootmean-square error \tilde{R}_N . From the bottom up are the curves corresponding to the errors of the device $p = 0.003, 0.01, 0.03, 0.1$.

Захарченко В.Д., Коваленко И.Г. (2018)

$$r_N = \sqrt{\int_0^{\infty} [F(\xi) - \tilde{F}_N(\xi)]^2 d\xi / \int_0^{\infty} |F(\xi)|^2 d\xi + p\sqrt{N}}.$$



Цифровой ДДФ. Построение КНСТ с использованием масштабирующего преобразования

Наша идея: применить сжимающее/растягивающее взаимно однозначное преобразование к новой независимой переменной

$$t \in [0, T] \rightarrow z \in [-1, 1].$$

Находим прямое и обратное преобразование переменных:

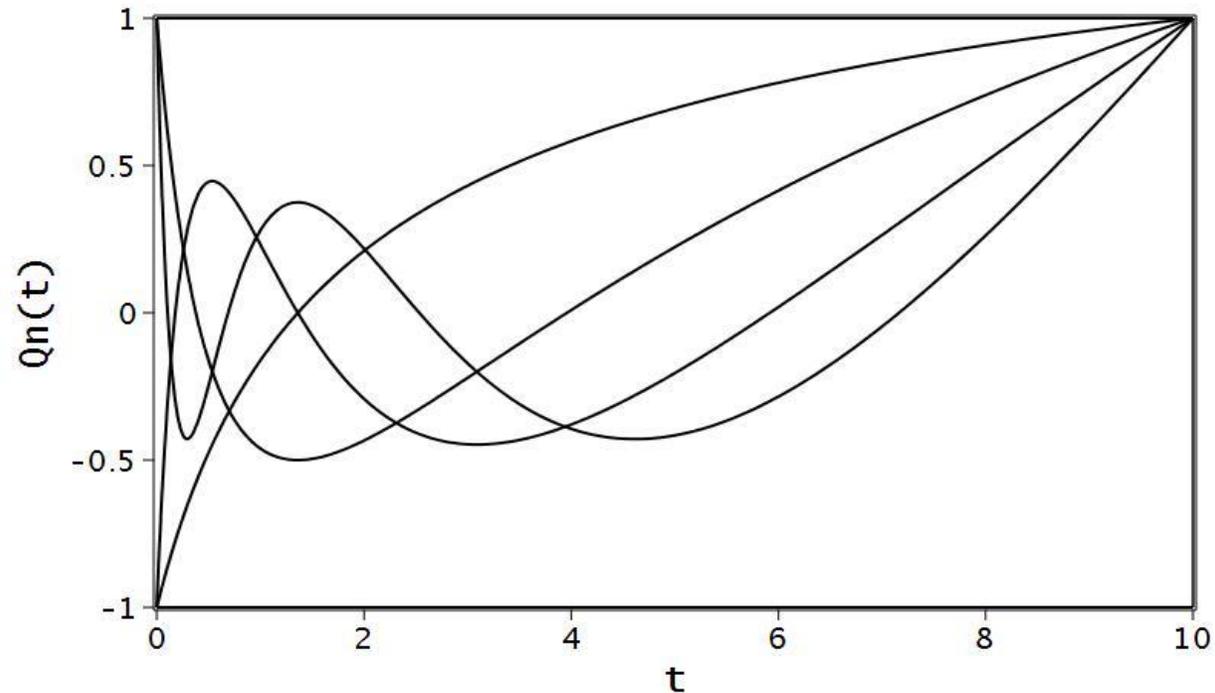
$$z = \frac{1 + (T + 1)^{1/2} (1 - 2(t + 1)^{-1/2})}{(T + 1)^{1/2} - 1},$$

$$t = \left(\frac{2}{(T + 1)^{-1/2} + 1 + ((T + 1)^{-1/2} - 1)z} \right)^2 - 1.$$



Построение КНСТ с использованием масштабирующего преобразования

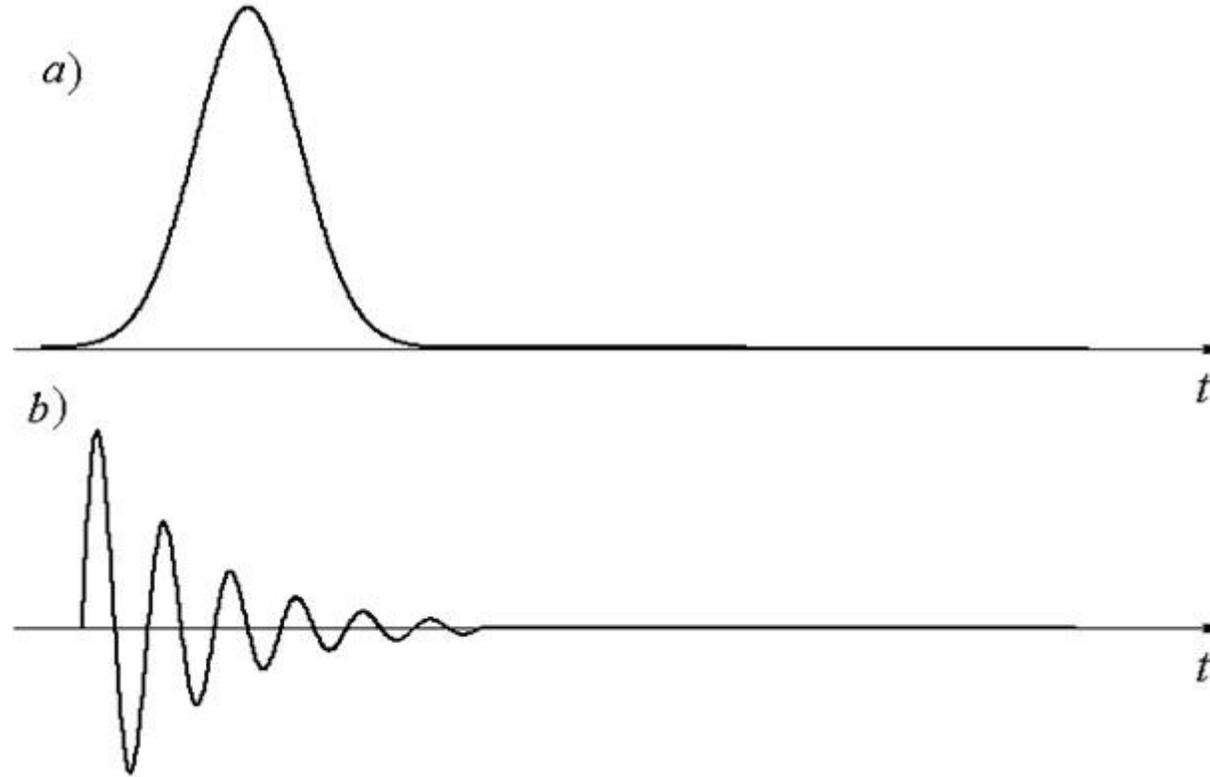
Для интеграла (*) квадратура строится с помощью растянутых полиномов Лежандра.



Профили первых четырех растянутых полиномов для $T = 10$.



Модельные сигналы



Модельные сигналы, используемые в расчетах:

a) $x(t) = e^{(-t+5)t^2},$

b) $x(t) = e^{(-t+5)t^2} \cos(2t).$



Аппроксимация КНСТ с использованием масштабирующего преобразования

Таблица 1. Относительные погрешности для адаптированной и неадаптированной квадратур для сигнала а).

n	ε	ε_n	$\varepsilon_n / \varepsilon$
1	1.3738961253	0.9928368008	0.7226432789
2	0.4955625829	0.3716209685	0.7498971498
3	0.1044154082	0.4560048726	4.3672182154
4	0.006279882161	0.3574895900	56.9261621254
5	0.01230710283	0.09083425847	7.3806369914
6	0.002674911762	0.01874719189	7.008527216143
7	0.0004441542924	0.03204616465	72.1509736463
8	0.0002469622888	0.02153873298	87.2146637744



Аппроксимация КНСТ с использованием масштабирующего преобразования

Таблица 2. Относительные погрешности для адаптированной и неадаптированной квадратур для сигнала b).

n	ε	ε_n	$\varepsilon_n / \varepsilon$
1	12.4115527227	1.0170404684	0.08194304864
2	2.79835314006	1.0652229684	0.3806606654
3	4.6973782426	0.7108482571	0.1513287243
4	3.7281728090	5.8551843435	1.5705238580
5	2.6355324438	1.7705074589	0.6717835946
6	2.3279933508	3.8438370572	1.6511374725
7	1.4297046240	3.7510900037	2.6236818017
8	0.1505017082	1.31643667268	8.7469882455



Выводы

- Предложен алгоритм сверхбыстрой оценки центра тяжести доплеровского спектра, позволяющего быстро определить центр масс быстро движущегося астероида опасного для Земли. Алгоритм реализован на основе дробного дифференцирования.
- Дробное дифференцирование предложено осуществлять с помощью аналогового и цифрового фильтров.
- Найдены оптимальные структуры аналогового и цифрового ДДФ
- Показана сходимость и рост точности вычислений дробных производных с увеличением количества звеньев.



Спасибо за внимание

