

На правах рукописи



Перепёлкин Вадим Владимирович

**ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ  
ДВИЖЕНИЯ ЗЕМНОГО ПОЛЮСА И НЕРАВНОМЕРНОСТИ  
ОСЕВОГО ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ**

Специальность: 01.03.01 – Астрометрия и небесная механика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Москва – 2018

Работа выполнена на кафедре «Вычислительная математика и программирование» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Научный консультант:

**Марков Юрий Георгиевич**

д.ф.-м.н., профессор, профессор кафедры «Теоретическая механика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета)

Официальные оппоненты:

**Сидоренков Николай Сергеевич**

д.ф.-м.н., главный научный сотрудник Отдела долгосрочных прогнозов погоды ФГБУ «Гидрометеорологический научно-исследовательский центр Российской Федерации»

**Яшкин Станислав Николаевич**

д.т.н., профессор, профессор кафедры «Астрономия и космическая геодезия» Московского государственного университета геодезии и картографии

**Журавлёв Сергей Георгиевич**

д.ф.-м.н., профессор, научный редактор отделения научной информации по проблемам физико-математических наук и информационных технологий Всероссийского института научной и технической информации РАН

**Ведущая организация:**

ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения», г. Королёв

Защита состоится 6 ноября 2018 года в 15 час. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 002.280.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института астрономии Российской академии наук по адресу: 119017, г. Москва, ул. Пятницкая 48.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института астрономии РАН и на сайте <http://www.inasan.ru>.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 года.

Ученый секретарь диссертационного совета  
Д 002.280.01, к.ф.-м.н.



Н. В. Чупина

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы исследования.** В основе многих астрометрических исследований лежит динамическая теория вращения Земли относительно центра масс. Высокоточные данные экспериментальных наблюдений за траекторией движения земного полюса и скоростью осевого вращения Земли свидетельствуют о весьма сложных динамических процессах, происходящих в системе Земля-Луна-Солнце. Известно из астрономических наблюдений (с конца XIX в. проводились регулярные наблюдения и измерения), что ось вращения Земли с течением времени изменяет свою ориентацию как по отношению к связанной, так и инерциальной системам координат. Непосредственно из анализа обработки наблюдений было установлено, что спиралевидная траектория движения полюса по земной поверхности складывается из двух периодических движений – чандлеровского (по имени американского астронома С. Чандлера, впервые обнаружившего этот период) со средним периодом 433 суток и годового с периодом 365 суток. Тщательное исследование этой проблемы на основе модели деформируемой Земли было предпринято и частично осуществлено в работах С. Ньюкомба, А. Пуанкаре, Г. Джеффриса, А. Лява, П. Мельхиора, У. Манка и Г. Макдональда, Ф.А. Слудского, М.С. Молоденского и многих других.

Существенное отличие наблюдаемого чандлеровского колебания от годового состоит в том, что и период, и амплитуда чандлеровской составляющей подвержены значительным изменениям, в то время как частота годового колебания оказывается более стабильной. Существующие математические модели прогноза не в полной мере описывают долгосрочные вариации движения земного полюса, а в теоретических исследованиях по динамике движения Земли относительно центра масс и период, и амплитуда обоих колебаний принимаются постоянными, тогда как и то, и другое меняется в известных пределах.

На данный момент проблема о переменности параметров основных компонент колебаний земного полюса является актуальной и малоизученной. Она связана в первую очередь с исследованиями, направленными на установление астрономических и геофизических причин такого поведения

чандлеровской и годичной компонент колебаний, и с построением уточненных моделей долгосрочного прогноза параметров вращения Земли.

*В диссертационной работе решается **актуальная** задача построения модели прогноза движения полюса Земли на различные интервалы времени, в том числе при наблюдаемых значительных флуктуациях основных компонент колебательного процесса полюса.*

Как отмечается в различных исследованиях, влияние локальных геофизических процессов (атмосферных, океанических, гидрологических, сезонных и др.) приводит к возникновению мелкомасштабных случайных флуктуаций в распределении масс в теле Земли, и, как следствие, к стохастическим слагаемым вариаций компонент ее тензора инерции. Также гидросфера оказывает существенное воздействие стохастического характера на основные компоненты колебаний земного полюса.

*В связи с этим **актуальным** оказывается развитие более полного подхода, позволяющего учитывать и мелкомасштабные случайные воздействия - построения комбинационных небесномеханических стохастических моделей прогноза параметров вращения Земли. Детерминированные составляющие моделей описывают регулярные эффекты, а стохастические – результат случайных воздействий.*

Таким образом, создание адекватной данным Международной службы вращения Земли (МСВЗ) математической модели, позволяющей описывать движение земного полюса и вариаций скорости осевого вращения Земли, является **актуальной** и содержательной проблемой астрометрии и небесной механики. Ее решение имеет важные технические приложения в навигации и геофизике. Актуальность проблемы обусловлена также высокой точностью астрометрических измерений, позволяющей выявлять тонкие эффекты в колебательных процессах движения земного полюса и неравномерности осевого вращения Земли, и отсутствием рационального подхода при построении моделей прогнозирования параметров вращения Земли (ПВЗ) на интервалы различной длительности с соответствующими им требуемыми точностями.

В связи с модернизацией и развитием отечественной навигационной

системы ГЛОНАСС актуальным оказывается достижение высоких точностей координатно-временного обеспечения наземных, а также движущихся в околоземном пространстве объектов. Существующие и перспективные системы координатно-временного и навигационного обеспечения (КВНО) должны в своей основе формировать и поддерживать искусственные навигационные поля, чтобы обеспечивать решение задач динамики полёта, навигационного обеспечения управления полётом космического аппарата (КА) с требуемыми точностными характеристиками. Эта прикладная задача непосредственно связана с фундаментальной проблемой определения ПВЗ, т.е. с задачей построения моделей прогноза колебаний земного полюса и вариаций скорости осевого вращения Земли как на длительные, так и на относительно короткие (до 100 суток) интервалы времени. Знание текущих значений ПВЗ необходимо для точного взаимного преобразования инерциальной системы координат J2000 в гринвичские геоцентрические системы координат, а также точного прогнозирования эфемерид КА.

**Целью** диссертационной работы является создание численно-аналитических моделей движения земного полюса и неравномерности осевого вращения Земли, адекватных астрометрическим данным наблюдений и измерений.

**Научная новизна.** Научная новизна диссертационной работы состоит в следующих пунктах:

- Разработаны уточненные модели невозмущенного и возмущенного движений земного полюса в переменных действие-угол. Показано, что при совместном рассмотрении чандлеровской и годичной компонент можно найти преобразование к новой системе координат, в которой движение земного полюса синхронизировано с прецессией лунной орбиты. Разработанный алгоритм уточняет расчетные модели прогноза колебаний земного полюса как в автономном, так и в адаптивном режимах на длительные (несколько лет и более) и относительно короткие (менее года) интервалы времени соответственно.

- Получена малопараметрическая численно-аналитическая модель прогноза флуктуаций скорости осевого вращения Земли, позволяющая давать прогноз вариаций Всемирного времени на требуемые интервалы времени.
- Построена комбинационная небесномеханическая стохастическая модель флуктуаций вращательного движения деформируемой Земли, которая учитывает изотропные и анизотропные флуктуационно-диссипативные возмущения, в частности, возмущения, обусловленные регулярной и стохастической составляющими вращательной деформации. Получена модель флуктуаций земного полюса, учитывающая стохастические компоненты полюсного прилива.
- На основе численно-аналитического подхода предложена модель колебания земного полюса, позволяющая повысить точность прогноза траектории его движения во время нерегулярных эффектов, вызванных изменениями амплитуд основных гармоник колебательного процесса.

### **Теоретическая и практическая значимость:**

Предложенные численно-аналитические модели колебаний земного полюса и неравномерности вращения Земли под воздействием гравитационно-приливных сил от Солнца и Луны, а также учитывающие стохастические компоненты возмущений представляют собой уточнение разработанных ранее моделей.

В диссертации показано, что параметры вращения Земли играют важную роль в решении задач спутниковой навигации. Разработанные численно-аналитические модели движения земного полюса и поправки к Всемирному времени могут быть использованы для уточнения координатно-временного обеспечения навигационных спутников типа ГЛОНАСС/GPS, а также могут применяться в алгоритмах обработки лазерных наблюдений спутников (например, спутников Эталон-1, Эталон-2). Комбинационная небесномеханическая стохастическая модель вращательного движения деформируемой Земли, которая учитывает флуктуационно-диссипативные возмущения может применяться для анализа влияния наблюдаемых флуктуаций полюсного прилива реальной Земли на колебательный процесс земного полюса.

**Методология и методы исследования.** Для исследования невозмущенных и возмущенных чандлеровских колебаний земного полюса в работе использовалась динамическая теория вращения упругого твердого тела в переменных действие-угол и переменных Эйлера. Построение численно-аналитической модели движения Земли относительно центра масс проводилось на основе динамических уравнений Эйлера-Лиувилля. Для описания деформированного состояния Земли применялась линейная теория вязкоупругости в квазистатическом приближении. Исследование влияния флуктуационно-диссипативных возмущений на чандлеровское колебание проведено с помощью асимптотических методов нелинейной механики и теории стохастических систем. Определение параметров разработанных моделей земного полюса и скорости осевого вращения Земли проводилось на основе обработки высокоточных данных наблюдений и измерений Международной службы вращения Земли, высокоточных данных измерений ускорения силы тяжести на земной поверхности с помощью метода наименьших квадратов и спектрального анализа. Построение численных моделей краткосрочного прогноза осуществлялось с помощью метода взвешенных наименьших квадратов. Анализ процессов, связанных с колебаниями земного полюса и вариациями длительности суток, проводился с помощью спектрального анализа и вейвлет-преобразования данных MCB3, метеорологических данных NCEP/NCAR, гравиметрических данных об изменении ускорения силы тяжести GGP, данных наблюдений среднего уровня моря TOPEX/Poseidon, данных службы наблюдений уровня моря PSMSL. Для численного интегрирования дифференциальных уравнений использовались метод Рунге-Кутты и пакеты программ ИПИ РАН, основанные на методе статистических испытаний (метод Монте-Карло) и условно оптимальной фильтрации (стс-Фильтр).

**Положения, выносимые на защиту:**

1. В рамках пространственного варианта задачи "деформируемая Земля – Луна" в поле притяжения Солнца в переменных действие-угол предложена модель невозмущенного движения Земли относительно

центра масс. Определена взаимная ориентация оси фигуры, вектора мгновенной угловой скорости и вектора собственного кинетического момента Земли. Рассмотрен установившийся режим колебательного процесса земного полюса.

2. В переменных действие-угол получена модель движения полюса с учетом гравитационно-приливных долгопериодических лунных возмущений. Выявлены динамические эффекты пространственного движения системы Земля-Луна в колебательном процессе земного полюса. На основе обработки астрометрических данных измерений показана зависимость вариаций параметров колебательного процесса земного полюса от прецессионного движения орбиты Луны. Разработана уточненная модель прогнозирования движения полюса, учитывающая эффекты пространственного движения системы Земля-Луна. Получены оценки точности прогноза движения полюса с учетом дополнительных слагаемых.
3. Для задачи прогноза вариаций скорости осевого вращения Земли на короткие интервалы времени в рамках численно-аналитического подхода построена приближенная малопараметрическая математическая модель. Модель получена посредством осреднения переменных параметров, подверженных малым вариациям вследствие нестационарности возмущающих факторов. Проведена верификация модели краткосрочного прогнозирования вариаций Всемирного времени  $dUT1$  и сравнение с прогнозами, публикуемыми Международной службой вращения Земли, на длительном интервале времени. Предложенный метод построения прогноза по точности аппроксимации процесса дает хорошее совпадение с данными наблюдений и с прогнозом МСВЗ.
4. Разработана комбинационная небесномеханическая стохастическая модель вращательного движения деформируемой Земли с учетом анизотропных флуктуационно-диссипативных возмущений. Рассмотрено применение модели на примере учета стохастических компонент полюсного прилива. Показано, что учет малых нерегулярных возмущений в приливных процессах приводит к вариациям чандлеровской

компоненты колебаний. Проведен динамический анализ установившихся колебаний полюса на чандлеровской и близкой к ней частотам. Установлено, что амплитуда чандлеровских колебаний полюса чувствительна к разности чандлеровской и близкой к ней частот и коэффициентам диссипации.

5. Рассмотрено применение малопараметрических моделей прогноза параметров вращения Земли для решения практически важных задач высокоточной навигации. В рамках численно-аналитического подхода получена уточненная модель прогноза движения земного полюса, учитывающая вариации амплитуд основных компонент колебаний. Модель является обобщением разработанной ранее двухчастотной модели чандлеровской и годичной компонент с постоянными коэффициентами. Показано, что разработанная модель движения земного полюса позволяет улучшить точность краткосрочного прогноза его траектории во время нерегулярных эффектов, вызванных изменениями амплитуд основных гармоник колебательного процесса.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Достоверность построенных математических моделей и сделанных выводов обеспечена корректной математической постановкой задачи, строгими математическими методами и сравнением полученных результатов с данными наблюдений и измерений МСВЗ и существующими моделями. Основные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых изданиях, входящих в перечень ВАК.

Результаты работы докладывались и обсуждались на международных и всероссийских научных **конференциях и симпозиумах**:

9, 10, 11-ая Международная конференция «Устойчивость, управление и динамика твердого тела» 2002, 2008, 2011 Донецк, Украина; Международный симпозиум по классической и небесной механике, 2004, Великие Луки; Всероссийская астрономическая конференция ВАК-2004 «Горизонты Вселенной» МГУ, ГАИШ, 2004, Москва; Международная конференция, посвященная трехсотлетию Леонарда Эйлера «Классические задачи динамики

твердого тела» 2007, Донецк; Journées 2008, "Systemes de reference spatio-temporels", Dresden, Germany; Международная конференция "Астрономия и астрофизика XXI века", 2008, ГАИШ МГУ, Москва, Россия; European Planetary Science Congress 2009, Potsdam, Germany; European Planetary Science Congress 2010, European Geosciences Union, 2010, Rome, Italy; European Geosciences Union General Assembly 2010, European Geosciences Union, 2010, Austria, Vienna; X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 2011, Нижний Новгород, Россия; XXXXII Всероссийский симпозиум по механике и процессам управления. Секция: Механика деформируемого твердого тела, 2012, Миасс, Россия; Journées 2013 "Systèmes de Référence Spatio-Temporels", Paris, France; Journées 2014 "Recent developments and prospects in ground-based and space astrometry", Pulkovo Observatory, St. Petersburg, Russia; 21th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems/ XXI Санкт-петербургская международная конференция по интегрированным навигационным системам, 2014, Санкт-Петербург, Россия;

Результаты диссертации использованы в 5-ти грантах РФФИ (№ 04-02-16303-а, № 07-02-01010-а, № 10-02-00595-а, № 13-02-00434-а, № 13-01-00180-а) и в НИР в рамках базовой части государственного задания Минобрнауки РФ (проект № 721). Автор является победителем двух конкурсов на право получения гранта Президента РФ по государственной поддержке молодых ученых - кандидатов наук в секции «Математика и механика» (МК-3313.2008.1, МК-1200.2011.1).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 57 работ в рецензируемых научных изданиях, из них 32 работы – в научных изданиях, рекомендованных ВАК и входящих в международные реферативные базы данных и системы цитирования (WoS, Scopus), 18 публикаций – в российских научных изданиях, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК, 7 работ – в остальных научных изданиях.

**Личный вклад автора.** Содержание диссертационной работы и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы и получены лично автором.

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Общий объём диссертации 207 страниц, из них 185 страниц текста, включая 63 рисунка.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** дан краткий обзор рассматриваемой проблемы, обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы её цель и задачи, показаны научная новизна и практическая значимость полученных результатов, представлены основные научные положения, выносимые на защиту. Приведена структура и общая характеристика диссертационной работы.

**В первой главе** диссертации дается общая постановка пространственного варианта задачи «деформируемая Земля – Луна» в поле притяжения Солнца, уточняются основные положения, связанные с вариациями компонент тензора инерции вращающейся деформируемой Земли и с вычислением вектора кинетического момента и его производной по времени. В переменных действие-угол определяются параметры невозмущенного движения деформируемой Земли относительно центра масс.

Исследование движения деформируемой Земли относительно центра масс под действием лунно-солнечных гравитационно-приливных и геофизических возмущений основывается на задаче о движении системы, состоящей из деформируемой планеты (Земли) и точечного спутника (Луны) вокруг притягивающего центра (Солнца). Земля и Луна совершают известное поступательно-вращательное движение вокруг барицентра, который перемещается по орбите вокруг Солнца. В разделе 1.1 диссертационной работы приводится постановка задачи о поступательно-вращательном движении системы "деформируемая планета-спутник" в поле притягивающего центра, которая изучалась в работах Ю.Г. Маркова [1-2].

Для описания движения деформируемой Земли относительно центра масс используется простая механическая модель вязкоупругого твердого тела, рассмотренная в разделе 1.2. Получены выражения вариаций моментов инерции вязкоупругой Земли.

В разделе 1.3 для описания невозмущенного движения Земли

относительно центра масс (без учёта лунно-солнечных гравитационно-приливных моментов сил) используются переменные Андуайе, на основе которых, следуя [3], вводятся переменные действие-угол. В невозмущенном движении деформации фигуры Земли зависят от положения мгновенной оси вращения и взаимного поступательно-вращательного движения системы Земля-Луна вокруг барицентра. Оценка вариаций центробежных моментов инерции получена в разделе 1.4 на основе обработки высокоточных гравиметрических данных измерений ускорения силы тяжести на SG-гравиметрах (Superconducting Gravimeter), входящих в сеть проекта GGP (Global Geodynamic Project).

В разделе 1.5 в переменных действие-угол выписаны уравнения движения Земли относительно центра масс в форме Рауса, решение которых является порождающим для использования метода усреднения при учете возмущающих моментов сил различной физической природы.

Представляя компоненты вектора мгновенной угловой скорости Земли в виде разложения по малому параметру, в разделе 1.5 получены выражения координат полюса вращения  $x_\omega$ ,  $y_\omega$  и земного полюса  $x_p$ ,  $y_p$  (полюса промежуточной системы координат). Определены углы, задающие взаимную ориентацию оси фигуры, вектора мгновенной угловой скорости и вектора собственного кинетического момента Земли.

Для задачи построения модели прогноза движения земного полюса установившийся режим его колебаний принимается за невозмущенный, а в качестве возмущений рассматриваются гравитационно-приливные и геофизические возмущения.

В главах 2-5 показано, что модель находится в хорошем качественном и количественном соответствии с экспериментальными данными наблюдений, что свидетельствует об адекватности принятой математической модели.

**Во второй главе** диссертации исследуется динамика возмущенного чандлеровского колебания земного полюса с учетом прецессионного движения орбиты Луны. Получены уравнения вариаций амплитуды и частоты чандлеровского колебания. Для изучения возмущений, приводящих к вариациям

параметров основных компонент колебаний полюса, используется подход, в котором чандлеровская и годовая компоненты рассматриваются совместно, что позволяет определить параметры дополнительных слагаемых разработанной модели. Проведено численное моделирование и оценена точность прогноза, согласно разработанной модели в автономном режиме.

Достижение высокой точности прогноза движения полюса связано с одной стороны с учетом различных возмущающих факторов, с другой стороны с построением обобщающей динамической модели, которая позволяет на более полном качественном уровне проанализировать тонкие эффекты в колебательном процессе земного полюса.

В разделе 2.1 диссертации приводится разработанная в [4-5] математическая модель колебаний полюса Земли, содержащая две основные составляющие – чандлеровское и годовое колебания с квазипостоянными амплитудами и фазами. Однако, параметры основных компонент двухчастотной модели подвержены существенным изменениям вследствие различных (геофизических и гравитационно-приливных) возмущений. В диссертационной работе обобщение двухчастотной модели колебаний земного полюса предлагается на основе методов небесной механики и анализа астрометрических данных измерений координат полюса.

В разделе 2.2 выписывается функционал Рауса возмущенной задачи, принимая во внимание гравитационно-приливные лунно-солнечные возмущения и деформации вязкоупругой мантии. Следуя [2], для описания деформированного состояния Земли применяется линейная теория вязкоупругости малых деформаций на основе модального подхода. Функционал Рауса задачи выражается через направляющие косинусы векторов, задающих направления от Земли к Луне и от Солнца к барицентру системы Земля-Луна.

После усреднения функционала Рауса по углу собственного вращения [6] в разделе 2.2 получены уравнения движения земного полюса:

$$\begin{aligned}
x_p &= a_{ch} \cos w_{ch} + a_h \cos w_h + \Delta x_p, \\
\Delta x_p &= a_{ch/h}^+ \cos(w_{ch/h} + h) + a_{ch/h}^- \cos(w_{ch/h} - h) + \\
&\quad + a_{1h}^+ \cos(w_1 + h) + a_{1h}^- \cos(w_1 - h), \\
y_p &= a_{ch} \sin w_{ch} + a_h \sin w_h + \Delta y_p, \\
\Delta y_p &= a_{ch/h}^+ \sin(w_{ch/h} + h) + a_{ch/h}^- \sin(w_{ch/h} - h) + \\
&\quad + a_{1h}^+ \sin(w_1 + h) + a_{1h}^- \sin(w_1 - h), \\
w_{ch/h} &= \begin{cases} w_h, & \text{если } a_h < a_{ch} \\ w_{ch}, & \text{если } a_h > a_{ch} \end{cases}, \\
w_1 &= \begin{cases} w_{ch}, & \text{если } a_h < a_{ch} \\ w_h, & \text{если } a_h > a_{ch} \end{cases},
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\dot{w}_{ch} = 2\pi(0.84 \div 0.85)\omega_*, \quad \dot{w}_h = 2\pi\omega_*, \quad \dot{h} = \frac{2\pi}{18.61}\omega_*.$$

Здесь  $a_{ch}$ ,  $a_h$  - амплитуды чандлеровской и годичной гармоник с фазами  $w_{ch}$ ,  $w_h$  соответственно;  $a_{ch/h}^+$ ,  $a_{ch/h}^-$ ,  $a_{1h}^+$ ,  $a_{1h}^-$  - амплитуды дополнительных слагаемых модели;  $\omega_*$  - среднее движение барицентра системы Земля-Луна.

Дополнительные слагаемые модели (1) описывают колебательный процесс, который является квазистационарным до тех пор, пока средняя частота обращения полюса вокруг центральной точки не изменится, а процесс не перейдет в другой режим, также квазистационарный. То есть, в течение переходного процесса будет наблюдаться смена колебательных режимов, а до и после - стационарные колебания с годичной и чандлеровской частотами, модулированные гармоникой с частотой  $\dot{h}$  прецессии орбиты Луны.

В амплитудном спектре рядов данных наблюдений и измерений МСВЗ координат земного полюса гармоник с частотами, близкими к полученным, наблюдаются достаточно уверенно, хотя и имеют малую амплитуду и немного размытые спектральные пики. Последнее говорит о том, что в механизм формирования данных колебаний вовлечены геофизические среды.

Как правило, изучение движения земного полюса основывается на двухчастотном представлении - разделении его движения на чандлеровскую и годичную компоненты, которые затем рассматриваются независимо. В разделе 2.3 данной работы для изучения возмущений, приводящих к вариациям параметров основных компонент (чандлеровской и годичной) колебаний

полюса, наряду с подходом разделения на чандлеровскую и годовую компоненты предлагается подход, в котором эти компоненты рассматриваются совместно.

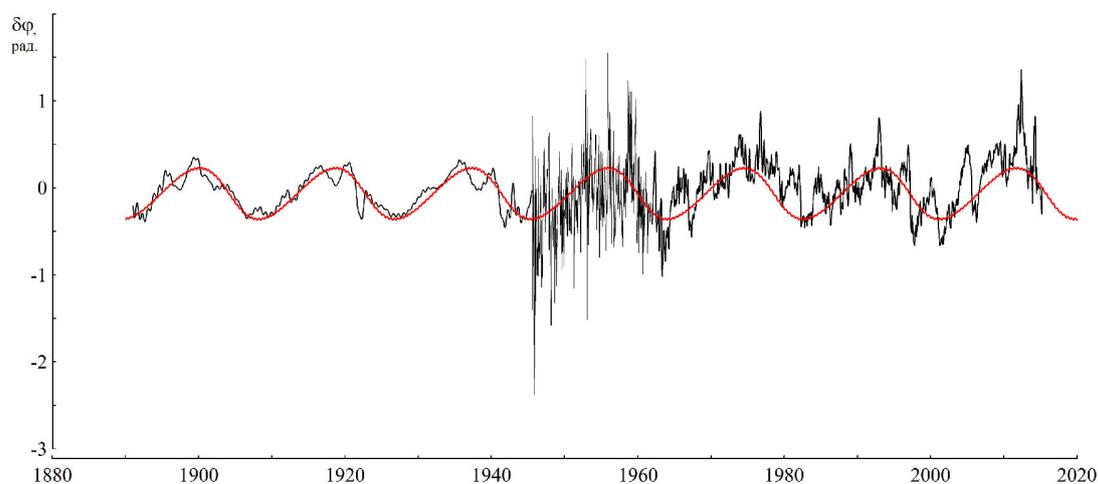


Рис. 1 Зависимость от времени полярного угла земного полюса (чёрная линия) и колебания вдоль экватора точки пересечения экватора с лунной орбитой (красная линия).

Для исследования вариаций основных компонент колебаний полюса в разделе 2.3 выполняется преобразование его координат в несколько этапов. Центрировав траекторию его движения вычетом трендовой составляющей, совершив поворот осей системы координат в сторону движения полюса на переменный угол  $\bar{N}t$ , соответствующий "среднему" (равномерному) его движению. Частота  $\bar{N}$  является постоянной величиной, полученной осреднением производной полярного угла в исходной системе. Однако её значение зависит от соотношения амплитуд чандлеровской и годичной гармоник. В новой системе, вращающейся относительно исходной системы, полюс совершает циклическое квазипериодическое движение с периодом, соответствующим амплитудной модуляции чандлеровской и годичной компонент. Далее, обозначив через  $\nu_T$  среднюю частоту 6-ти летней модуляции, которую нетрудно определить из обработки данных наблюдений МСВЗ, аналогично первому преобразованию совершив переход к новой системе  $(\xi, \eta)$  посредством последовательных сдвига на постоянную величину (центрирования траектории) и вращения с частотой  $\nu_T$  по направлению

движения полюса. В этой системе траектория иллюстрирует возмущения модуляции чандлеровской и годичной компонент.

Во вращающейся системе координат  $(\xi, \eta)$  фаза движения полюса  $\delta\varphi$  (полярный угол) согласно двухчастотной модели чандлеровских и годичных колебаний с постоянными коэффициентами будет совершать мелкомасштабные колебания с периодами, не превышающими период их модуляции, а фаза наблюдаемого полюса в этой системе совершает в несколько раз большее по амплитуде колебание с частотой, близкой к 0.0537 циклов в год, соответствующей частоте прецессии орбиты Луны (рис. 1). При этом нулевое значение полярного угла соответствует моментам наибольшего и наименьшего угла наклона плоскости орбиты Луны к экватору Земли.

Используя ряд данных наблюдений C01 МСВЗ, в разделе 2.3 проведено сравнение вариаций полярного угла и колебательного движения точки пересечения орбиты Луны и экватора на доступном длительном интервале наблюдений за движением земного полюса. До 1945 года низкая точность измерений и, как следствие, сильные флуктуации (отмечаются нерегулярные высокочастотные всплески с большой амплитудой, превышающей максимальный радиус основного колебательного процесса полюса) требует предварительного сглаживания данных до осуществления преобразования.

Выполнив обратное преобразование переменной составляющей вектора  $(b_0(\cos\delta\varphi - 1), b_0 \sin\delta\varphi)^T$ , определяющего положение полюса в системе  $(\xi, \eta)$ , к исходной системе, заданное выражением

$$\begin{pmatrix} \Delta x_p \\ \Delta y_p \end{pmatrix} = b_0 \Pi^{-1}(w_1) \Pi^{-1}(w_{ch/h} - w_1) \begin{pmatrix} \cos\delta\varphi - 1 \\ \sin\delta\varphi \end{pmatrix},$$

можно получить дополнительные слагаемые  $\Delta x_p, \Delta y_p$  к основной двухчастотной модели колебательного процесса земного полюса с определенными из наблюдений постоянными значениями амплитуд и фаз (раздел 2.4).

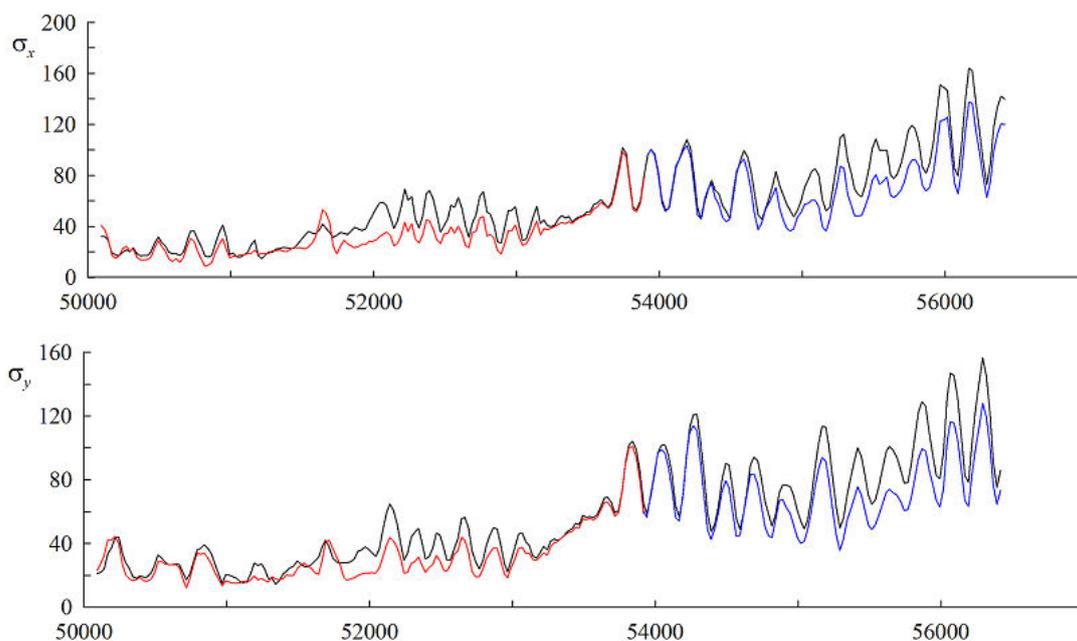


Рис. 2 Среднеквадратические отклонения прогнозов координат полюса согласно двухчастотной модели без учёта (черная линия) и с учётом (красная и синяя линии) дополнительных слагаемых.

Существенный интерес для практики представляет построение автономной модели движения земного полюса, позволяющей делать прогноз на достаточно длительные интервалы времени без коррекции параметров. В разделе 2.3 определены дополнительные слагаемые к основной модели движения полюса, которые не требуют коррекции коэффициентов, т.е. отвечающие автономному функционированию модели до изменения соотношения амплитуд чандлеровской и годичной гармоник. В разделе 2.4 диссертации выполнена оценка вклада дополнительных слагаемых в точность прогноза координат полюса. Для этого коэффициенты чандлеровской и годичной компонент были определены на длительном интервале времени, непосредственно предшествующем интервалу прогнозирования (верификации модели). На 15-летнем интервале верификации модели (начиная с 1990г.) двухлетние прогнозы строились с шагом 25 суток.

На рис. 2 даны среднеквадратические отклонения двухлетних прогнозов координат полюса согласно двухчастотной модели в автономном режиме без учёта (черная линия) и с учётом (красная и синяя линии) дополнительных слагаемых модели. По оси ординат отложены среднеквадратические

отклонения автономной модели, измеряемой в угловых миллисекундах, а по абсцисс отложено время в сутках MJD. Изменением цвета обозначен момент смены колебательных режимов. Исходя из результатов проведённого численного моделирования и верификации модели при различных интервалах времени, сделан вывод о том, что дополнительные слагаемые модели, функционирующей в автономном режиме, позволяют повысить точность определения положения земного полюса в среднем на 30 см при интервале прогноза от 2 до 8 лет.

**В третьей главе** диссертационной работы получена численно-аналитическая модель прогноза вариаций скорости осевого вращения Земли на коротких интервалах времени для использования в уточнении координатно-временного обеспечения космических аппаратов. Показано, что для задачи прогноза вариаций скорости осевого вращения Земли на короткие интервалы времени оправданным оказывается применение приближенной малопараметрической модели. Приближенная модель получена посредством осреднения переменных параметров, подверженных малым вариациям вследствие нестационарности возмущающих факторов. Проведена верификация модели и сравнение с прогнозами, публикуемыми Международной службой вращения Земли, на длительном интервале времени.

В разделе 3.1 даются основные вводные замечания и определения. Создание уточнённой модели прогноза неравномерности вращения Земли является важным для повышения точностных характеристик координатно-временного обеспечения навигационных спутниковых систем. Для приложений существенное значение имеет прогноз неравномерности осевого вращения Земли на короткие интервалы времени (до двух месяцев).

В разделах 3.2, 3.3 для описания осевого вращения Земли используются классические динамические уравнения Эйлера-Лиувилля с переменным тензором инерции, учитывающие приливные вариации компонент тензора инерции, возмущения вследствие зональной циркуляции атмосферы и возмущения от прецессионно-нутационных гравитационно-приливных моментов сил. После усреднения по собственному вращению получены

приближенные выражения модели приливных регулярных вариаций длительности суток и поправки  $dUT1$  ко Всемирному времени на внутригодовом интервале времени, содержащие колебания с основными частотами  $\nu_1 = 1$ ,  $\nu_2 = 2$ ,  $\nu_3 = 13.28$ ,  $\nu_4 = 26.68$  цикл/год (годового, полугодового, месячного и двухнедельного колебаний соответственно), обусловленные лунно-солнечными возмущениями. Оптимальные значения неизвестных параметров модели находятся методом наименьших квадратов на основе обработки результатов астрометрических измерений угловых параметров движения Земли.

В разделе 3.4 сделано обобщение математической модели внутригодовых вариаций угловой скорости вращения Земли с учетом возмущающих факторов, обусловленных разнообразием геофизических процессов (приливное трение океанических и земных приливов, атмосферные воздействия, перераспределение водных масс и т.п.). Эти процессы моделируются широкополосными аддитивными случайными возмущениями.

Для уточнения основной небесномеханической модели необходим учет геофизических возмущений, возникающих вследствие нерегулярного и квазирегулярного перемещения масс в атмосфере и гидросфере [7] и влияющих на вариации осевого момента инерции и перераспределение суммарного кинетического момента. В разделе 3.5 данной работы ставится целью учесть эти возмущения в "среднем" смысле, оставаясь в рамках рассмотренной в разделах 3.2-3.5 небесномеханической модели вращательного движения Земли. На внутригодовых интервалах времени эти квазипериодические возмущения могут быть аппроксимированы набором колебаний с частотами  $\vartheta_1 = 4.56$ ,  $\vartheta_2 = 9.13$ ,  $\vartheta_3 = 18.26$ ,  $\vartheta_4 = 0.42$  циклов в год.

Указанные квазипериодические колебания влияют на результат определения постоянных коэффициентов основных гармоник модели - с частотами  $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ . Это влияние может быть минимизировано одновременно с улучшением точности локальных коэффициентов модели путём введения особым образом весовых коэффициентов в алгоритме метода наименьших квадратов.

Для оценки точности построенной малопараметрической модели прогноза dUT1 и сравнения с аналогами, приведенных в разделе 3.6, были взяты прогнозы службы МСВЗ, публикуемые в «Бюллетене А» и вычислены среднеквадратические отклонения на различные интервалы времени.

Интервал, сутки	$\sigma_{UT1}$ , мс.	$\sigma_{UT1}^{IERS}$ , мс.
45	2.917	2.685
60	3.755	3.805
1	0.029	0.055
2	0.063	0.079

В таблице представлены средние значения отклонений как 60-суточных и 45-суточных, так и 1-2 суточных прогнозов модели dUT1 (вторая колонка) и публикуемых прогнозов МСВЗ (третья колонка) за весь интервал верификации модели.

Таким образом, для прогнозирования на короткие интервалы времени и интервалы умеренной длительности оправданным оказывается приближение модели прогноза dUT1 к основной четырехчастотной модели с постоянными коэффициентами посредством осреднения переменных параметров на выбранном интервале. Разработанная математическая модель неравномерности вращения Земли содержит небольшое число неизвестных параметров, подверженных малым вариациям вследствие нестационарности возмущающих факторов. Оптимальные значения этих параметров находятся методом взвешенных наименьших квадратов на базе статистической обработки результатов астрометрических высокоточных измерений угловых параметров движения Земли. Рассмотренный метод построения прогноза на основе малопараметрической модели по точности аппроксимации процесса дает хорошее совпадение с данными наблюдений и с прогнозом МСВЗ. В дальнейшем исследовании для повышения точности прогноза в алгоритме фильтрации могут быть введены параметры, регулирующие весовые множители и оптимизирующие алгоритм, в зависимости от предыдущих результатов интерполяции и прогноза.

**В четвертой главе** на основе разработанной модели движения земного полюса и данных МСВЗ строится комбинационная небесномеханическая стохастическая корреляционная модель движения Земли относительно центра масс, ограничиваясь статистическими моментами до второго порядка включительно. Детерминированная компонента модели отражает основные регулярные динамические эффекты, а стохастическая часть – нерегулярные эффекты, подчиняющиеся статистическим закономерностям. Изучаются колебания полюса Земли на чандлеровской частоте с учетом нелинейных флуктуационно-диссипативных моментов сил и гравитационно-приливных моментов сил на чандлеровской и близкой к ней частотам. Установлено, что учет малых нерегулярных возмущений в приливных процессах приводит к вариациям чандлеровской компоненты колебаний. Показано, что амплитуда чандлеровских колебаний полюса чувствительна к разности чандлеровской и близкой к ней частот и коэффициентам диссипации.

Наряду с лунно-солнечными приливами можно выделить приливы, являющиеся следствием изменения во времени центробежного потенциала. Такие изменения происходят из-за перемещения мгновенной оси вращения Земли в ее теле и приводят к колебанию земной поверхности и океана. Вариации моментов инерции вследствие возмущения от переменного центробежного потенциала в общем случае являются квадратичной формой по компонентам угловой скорости в связанной с Землей системе координат. Для реальной Земли эти возмущения будут содержать стохастические компоненты в амплитуде и фазе полюсного прилива, что выражается в добавлении случайного процесса к его параметрам (раздел 4.1).

В разделе 4.1 даются вводные замечания и предложена общая модель для удельных моментов параметрических флуктуационно-диссипативных сил, отражающих возмущения в тензоре инерции от переменности центробежного потенциала и учитывающих случайные процессы в вязкоупругой мантии.

Дифференциальные уравнения движения деформируемой Земли относительно центра масс в результате добавления случайных диссипативных возмущений представляют собой стохастические дифференциальные

уравнения, понимаемые в смысле Стратоновича, которые изучаются в разделах 4.2, 4.3. Уравнения для моментных характеристик получаются после приведения уравнений к форме стохастических дифференциальных уравнений в смысле Ито. В разделе 4.4 рассмотрены линейные корреляционные модели флуктуаций вращательного движения Земли.

В разделах 4.5, 4.6 рассматриваются аномальные флуктуации полюсного прилива по данным наблюдений за уровнем моря, изучается их влияние на чандлеровские колебания земного полюса. Вследствие неоднородности мантии Земли и наличия гидросферы, реальный прилив за счет изменения центробежного потенциала может существенно различаться. В частности, для модели упругой Земли математически это может быть выражено добавлением случайных процессов к энергии упругой деформации вследствие изменения центробежного потенциала, а интегрально - в соответствующих флуктуационных добавках к амплитуде и фазе полюсного прилива в центробежных моментах инерции. Показывается, что учет малых нерегулярных возмущений в приливных процессах приводит к вариациям чандлеровской компоненты колебаний, а также, что амплитуда чандлеровских колебаний полюса чувствительна к разности чандлеровской и близкой к ней частот и коэффициентам диссипации.

В разделе 4.7 исследуется влияние на установившийся стационарный режим чандлеровского колебательного процесса нелинейных слагаемых полюсного прилива в модели его движения, которые возникают вследствие сложности проявления полюсного прилива для реальной Земли.

**В пятой главе** диссертации рассмотрены малопараметрические модели прогноза движения земного полюса и неравномерности осевого вращения Земли. Разработана численно-аналитическая уточненная модель краткосрочного прогноза движения земного полюса. Модель позволяет повысить точность прогнозирования координат полюса при наблюдаемых нерегулярных эффектах в его движении. Проведено численное моделирование колебательного движения земного полюса в сравнении с данными наблюдений и измерений МСВЗ и исследованы точностные характеристики модели.

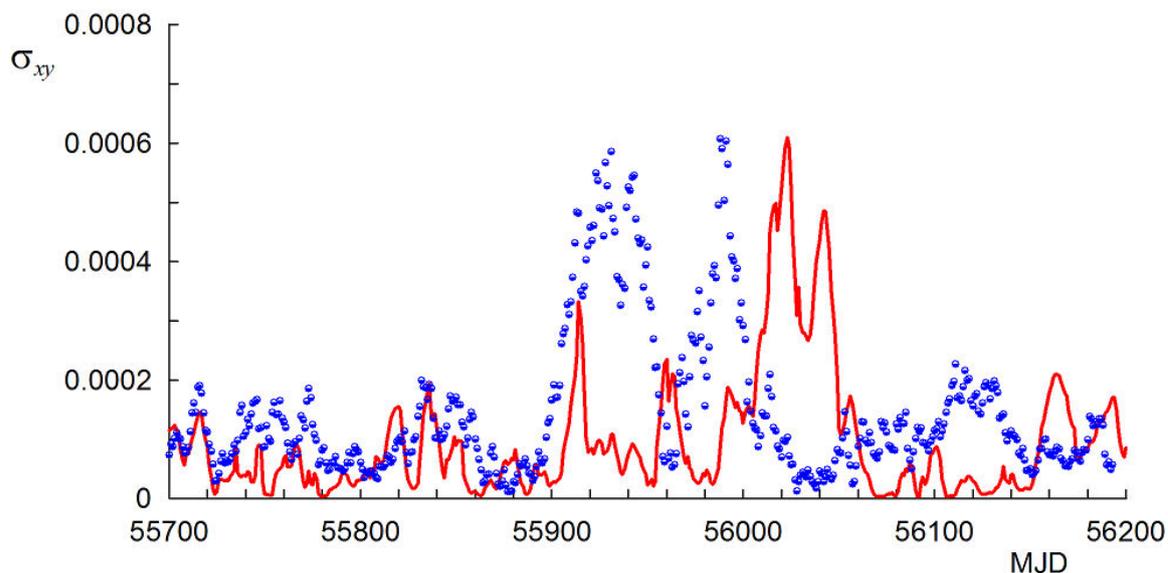


Рис. 3 Среднеквадратические отклонения прогнозов траектории движения земного полюса на 45 дней для разработанной модели (красная линия) и прогнозов МСВЗ (синие точки).

В разделе 5.1 даны вводные замечания и показана важность рассматриваемой проблемы прогнозирования ПВЗ для задачи уточнения координатно-временного обеспечения навигационных спутниковых систем. Прогнозирование в реальном времени параметров вращения Земли необходимо на борту космического аппарата для решения задач его навигационного обеспечения.

В разделе 5.2 исследуются точностные характеристики малопараметрических численно-аналитических моделей колебательного движения земного полюса и вариаций скорости осевого вращения Земли. Модель движения земного полюса, предложенная в разделе 5.3, представляет собой естественное уточнение ранее разработанной основной (двухчастотной) модели его колебаний и учитывает изменения амплитуд чандлеровской и годичной компонент. Модель позволяет улучшить точность прогноза траектории движения полюса Земли в периоды нерегулярных отклонений. Показано, что точность разработанных моделей движения земного полюса и скорости осевого вращения Земли достаточна для их применения на борту космического аппарата.

В разделе 5.4 разработана численно-аналитическая модель колебаний

полюса Земли, позволяющая улучшить точность прогноза его траектории во время нерегулярных эффектов, вызванных изменчивостью амплитуд основных гармоник колебательного процесса. При смене колебательных режимов земного полюса, рассмотренных в главе 2, его движение существенно отличается от движения "со средними параметрами". Это приводит к необходимости модификации модели прогноза его движения для соответствующих интервалов времени. В разделе 5.4 показано, что упрощенное прогнозирование движения земного полюса при смене режимов колебаний может быть выполнено по методу "взвешенных" наименьших квадратов. На рис. 3 даны среднеквадратические отклонения прогноза траектории движения полюса на 45 суток в сравнении с среднеквадратическими отклонениями прогнозов МСВЗ, публикуемых в Бюллетене А. На графиках с.к.о. были отнесены к дате построения прогноза. Прогнозы рассчитывались с шагом, равным суткам. Средние значения с.к.о. прогнозов МСВЗ и разработанной модели - 12 угл. мс. и 10 угл. мс соответственно.

Таким образом, разработанная численно-аналитическая модель колебаний полюса Земли позволяет улучшить точность прогноза его траектории во время нерегулярных эффектов, вызванных изменчивостью амплитуд основных гармоник колебательного процесса.

**В заключении сформулированы основные результаты работы:**

1. На основе модели деформируемого твердого тела, близкого к осесимметричному, в рамках пространственного варианта задачи "деформируемая Земля – Луна" в поле притяжения Солнца получена модель невозмущенного движения Земли относительно центра масс в переменных действие-угол. Определены углы взаимной ориентации оси фигуры, вектора мгновенной угловой скорости и вектора собственного кинетического момента Земли. Рассмотрен установившийся режим колебательного процесса земного полюса.
2. В переменных действие-угол для пространственного варианта задачи о движении системы "Земля-Луна" по орбите вокруг Солнца предложена

модель движения полюса с учетом гравитационно-приливных долгопериодических лунных возмущений. На основе обработки астрометрических данных измерений выявлены динамические эффекты пространственного движения системы Земля-Луна в колебательном процессе земного полюса. Показана зависимость вариаций параметров колебательного процесса земного полюса от прецессионного движения орбиты Луны. Разработанная уточненная модель прогнозирования движения полюса Земли, учитывающая эффекты пространственного движения системы Земля-Луна, позволяет повысить точность определения положения земного полюса в автономном режиме в среднем на 30 см при прогнозе на 2 – 8 лет.

3. В рамках численно-аналитического подхода построена приближенная математическая модель неравномерности осевого вращения Земли. Показано, что для задачи краткосрочного прогноза вариаций скорости осевого вращения Земли оправданным оказывается применение приближенной малопараметрической модели. Приближенная модель получена посредством осреднения переменных параметров, подверженных малым вариациям вследствие нестационарности возмущающих факторов. Проведена верификация модели краткосрочного прогнозирования вариаций Всемирного времени dUT1 и сравнение с прогнозами, публикуемыми Международной службой вращения Земли, на длительном интервале времени. Предложенный метод построения прогноза на основе малопараметрической модели по точности аппроксимации процесса дает хорошее совпадение с данными наблюдений и с прогнозом МСВЗ.
4. Разработана комбинационная небесномеханическая стохастическая модель вращательного движения деформируемой Земли с учетом анизотропных флуктуационно-диссипативных возмущений. Установлено, что учет малых нерегулярных возмущений в приливных процессах приводит к вариациям чандлеровской компоненты колебаний. Показано, что амплитуда чандлеровских колебаний полюса чувствительна к разности чандлеровской и близкой к ней частот и коэффициентам

диссипации. Дан амплитудно-частотный анализ колебаний полюса Земли на чандлеровской и близкой к ней частотам.

5. Рассмотрено применение малопараметрических моделей прогноза параметров вращения Земли для решения практически важных задач высокоточной навигации. В рамках численно-аналитического подхода получена уточненная модель прогноза движения земного полюса, учитывающая вариации амплитуд основных компонент колебаний. Модель является обобщением разработанной ранее двухчастотной модели чандлеровской и годичной компонент с постоянными коэффициентами. Показано, что разработанная модель движения земного полюса позволяет улучшить точность краткосрочного прогноза его траектории во время нерегулярных эффектов, вызванных изменениями амплитуд основных гармоник колебательного процесса.

#### **Список публикаций по результатам диссертационной работы:**

- в изданиях рекомендованных ВАК, индексируемых WoS, Scopus:
  - A1. Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепелкин В. В. Внутригодовые неравномерности вращения Земли // *Астрономический журнал*. 2008. Т.85. № 3. С. 9-12.
  - A2. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. Небесномеханическая модель неравномерности вращения Земли// *Космические исследования*. 2009. Т.47. №5. С. 452-459.
  - A3. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепелкин В.В., Рыхлова Л.В. Особенности движения полюса Земли на коротком интервале времени // *Астрономический журнал*. 2009. Т.86. №11. С. 1145-1152.
  - A4. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. Моделирование внутрисуточной неравномерности вращения Земли//*Доклады Академии наук*.2010.Т.430. №6. С. 755-760.
  - A5. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Скоробогатых И.В. Неравномерности вращения Земли и прогноз глобальной составляющей момента импульса атмосферы // *Доклады Академии наук*. 2010. Т.432. №1. С. 35-40.

- A6. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. Динамический анализ тонких эффектов приливной неравномерности вращения Земли // Доклады Академии наук. 2011. Т.436. №1. С. 38-42.
- A7. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. Моделирование вращательно-колебательных движений Земли на коротком интервале времени (интерполяция и прогноз) // Доклады Академии наук. 2011. Т.438. №3. С. 326-331.
- A8. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Рыхлова Л.В. Флуктуации момента импульса атмосферы и неравномерности вращения Земли на внутрисуточном интервале времени // Астрономический журнал. 2011. Т.88. №9. С. 920-928.
- A9. Акуленко Л.Д., Климов Д.М., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. Колебательно-вращательные процессы в движении Земли относительно центра масс: интерполяция и прогноз // Известия РАН. Механика твёрдого тела. 2012. №6. С.6-29.
- A10. Акуленко А.Д., Марков Ю.Г., Нгуен Ле Зунг, Перепёлкин В.В. Неравномерности вращения Земли и проблема нестабильности шкал времени // Доклады академии наук. 2012. Т. 442. №4. С. 468-473.
- A11. Акуленко Л.Д., Крылов С.С., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В. Моделирование вращательно-колебательных движений Земли в рамках задачи трех тел (интерполяция и прогноз) // Доклады Академии наук. 2012. Т.445. №1. С. 517-521.
- A12. Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Рыхлова Л.В., Филиппова А.С. Анализ вращательно-колебательных процессов параметров вращения Земли в коротком интервале времени // Астрономический журнал. 2013. Т. 90. № 5. С. 432-440.
- A13. Акуленко Л.Д., Климов Д.М., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Филиппова А.С. Численно-аналитическое моделирование возмущённых колебательных движений полюса Земли // Известия РАН. Механика твёрдого тела. 2014. №6. С. 105-119.
- A14. Баркин М.Ю., Перепелкин В.В., Скоробогатых И.В. Небесномеханическая модель вращательного движения Земли и

- прогноз глобальной составляющей момента импульса атмосферы // Космические исследования. 2012. Т. 50. № 3. С. 271-280.
- A15. Бондаренко В.В., Перепелкин В.В. Моделирование и анализ колебательного процесса полюса Земли //Известия РАН. Механика твёрдого тела. 2007. №2. С. 28-35.
- A16. Бондаренко В.В., Перепёлкин В.В. Вращательно-колебательные движения деформируемой Земли вокруг центра масс // Известия РАН. Механика твёрдого тела. 2009. №5. С.25-35.
- A17. Крылов С.С., Марков Ю.Г., Перепелкин В.В. Динамические процессы параметров вращения Земли и приливные деформации на вращающемся геоиде //Доклады Академии наук. 2014. Т. 455. №4. С. 407-411.
- A18. Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Филиппова А.С. Флуктуации ускорения силы тяжести в изучении колебательных процессов полюса Земли. // Доклады Академии наук. 2017. Т. 473. №5. С.539-544.
- A19. Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Рыхлова Л.В., Филиппова А.С. Численно-аналитический подход к моделированию осевого вращения Земли //Астрономический журнал. 2018. Т.95. №4. С.317-326.
- A20. Марков Ю.Г., Дасаев Р.Р., Перепелкин В.В., Сеницын И.Н., Сеницын В.И. Стохастические модели вращения Земли с учетом влияния Луны и планет // Космические исследования. 2005. Т.43. № 1. С.57-66.
- A21. Марков Ю.Г., Перепелкин В.В., Сеницын И.Н., Корепанов Э.Р., Хоанг Тхо Ши Амплитудно-частотный анализ чандлеровских колебаний полюса Земли // Космические исследования. 2007. Т.45. №6. С. 543-552.
- A22. Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Рыхлова Л.В., Филиппова А.С. Вращательно-колебательные процессы движения Земли в временные вариации коэффициентов геопотенциала // Астрономический журнал. 2015. Т.92. №4. С.365-376.
- A23. Марков Ю.Г., Михайлов М.В., Почукаев В.Н., Перепелкин В.В., Рожков С.Н., Семёнов А.С. Анализ влияния различных возмущающих

- факторов на высокоточный прогноз орбит КА // Космические исследования. 2016. Т.54. №2. С. 164-172.
- A24. Марков Ю.Г., Перепелкин В.В., Крылов С.С. Численно-аналитический подход к изучению колебательных процессов полюса Земли // Доклады Академии наук. 2015. Т. 463. №6, С. 664 -668.
- A25. Марков Ю. Г., Михайлов М. В., Ларьков И. И., Рожков С. Н., Крылов С. С., Перепёлкин В. В., Почукаев В. Н. Фундаментальные составляющие параметров вращения Земли в формировании высокоточной спутниковой навигации // Космические исследования. 2015. Т. 53. №2. С. 152-164.
- A26. Марков Ю.Г., Перепелкин В.В., Крылов С.С. Временные вариации коэффициентов геопотенциала в структуре численно-аналитических моделей параметров вращения Земли // Доклады академии наук. 2014. Т.459. №3. С.303–411.
- A27. Марков Ю.Г., Перепелкин В.В., Крылов С.С. Колебания полюса Земли с учетом флуктуационно-диссипативных возмущений // Доклады Академии наук. 2016. Т.471. №6. С. 665-670.
- A28. Перепёлкин В.В. Динамическая модель внутрисуточной неравномерности вращения деформируемой Земли//Известия РАН. Механика твёрдого тела. 2011. №6. С. 176-186.
- A29. Перепёлкин В.В. Вращение деформируемой Земли с учетом флуктуационно-диссипативных моментов сил // Известия РАН. Механика твёрдого тела, 2006, №4, С. 119-130.
- A30. Перепёлкин В. В. Амплитудно-частотный анализ колебательного процесса земного полюса// Известия РАН. Механика твёрдого тела. 2013. № 6. С.15 - 18.
- A31. Перепёлкин В.В. Флуктуации колебательного процесса полюса деформируемой Земли при нестационарных возмущениях // Известия РАН. Механика твёрдого тела. 2016. №6. С. 13-19.
- A32. Перепёлкин В.В. Колебательные процессы в движении земного полюса на частоте прецессии орбиты Луны// Известия РАН. Механика твёрдого тела. 2018. №3. С. 38-44.

- в изданиях, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК:
  - A33. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г., Перепелкин В.В. Гравитационно-приливная модель колебаний полюса деформируемой Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2005. Т.41. №4. С. 103-111.
  - A34. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г., Перепелкин В.В. Многочастотный процесс колебаний полюса Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2007. Т. 48. №3. С. 122-134.
  - A35. Акуленко Л. Д., Марков Ю. Г., Перепёлкин В. В. Прогнозирование координат полюса Земли и оценка их точности в коротком интервале времени// Космонавтика и ракетостроение. 2009. Т. 55. №2. С.130 - 137.
  - A36. Акуленко Л. Д., Киселев М.Л., Марков Ю. Г., Перепёлкин В.В. Математическое моделирование неравномерности вращения Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2009. Т. 2(55). С. 121-129.
  - A37. Акуленко Л. Д., Киселев М.Л., Марков Ю. Г., Перепёлкин В.В. Математическое моделирование неравномерности вращения Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2009. Т. 55, №2, С. 121-129.
  - A38. Аносова Н.П., Крылов С.С., Перепёлкин В.В. Прогноз параметров вращения Земли в коротком интервале времени //Космонавтика и ракетостроение. 2016. Т.86. № 1. С.142 - 150.
  - A39. Баркин М.Ю., Перепелкин В.В., Скоробогатых И.В. Исследование приливных деформаций вращающейся Земли и прогнозирование глобальной составляющей момента импульса атмосферы //Космонавтика и ракетостроение. 2011. Т.65. № 4. С.13 - 19.
  - A40. Крылов С.С., Перепёлкин В.В., Ву Виет Чунг Динамический анализ колебаний земного полюса в коротком интервале времени // Космонавтика и ракетостроение. 2012. Т.4(69). С.114 - 120.
  - A41. Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Почукаев В.Н., Филиппова А.С. Современные данные наблюдений и измерений в задаче изучения чандлеровского колебания земного полюса // Космонавтика и ракетостроение. 2017. Т.94. №. 1. С. 67-74.

- A42. Марков Ю.Г., Перепелкин В. В., Синицын И. Н., Семендяев Н. Н. Информационные модели неравномерности вращения Земли// Информатика и её применение. 2011. 5(2). С.17–35.
- A43. Марков Ю.Г., Михайлов М.В., Ларьков И.И., Рожков С.Н., Крылов С.С., Перепёлкин В.В., Почукаев В.Н., Филиппова А.С. Фундаментальные составляющие параметров вращения Земли в задачах спутниковой навигации. // Вестник МАИ. 2014. Т.21. №2. С.146-157.
- A44. Нарतिकоев П.С., Перепёлкин В. В., Ву Виет Чунг Динамический анализ колебательного процесса земного полюса в коротком интервале времени // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2014. №4(182). С.92-96.
- A45. Нарतिकоев П.С., Перепёлкин В. В. Моделирование и прогноз вращательно-колебательных движений деформируемой Земли вокруг центра масс // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2010. № 2. С.45-49.
- A46. Нарतिकоев П.С., Перепёлкин В.В. Уточненная модель неравномерности вращения Земли и прогноз глобальной составляющей момента импульса атмосферы // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2011. № 1. С.54-58.
- A47. Перепёлкин В.В. Моделирование и анализ вращательно-колебательных движений деформируемой Земли // Труды МАИ №26.
- A48. Перепёлкин В.В., Почукаев В.Н., Сачков Г.П. Моделирование колебательного движения полюса Земли в периоды значительных аномалий // Космонавтика и ракетостроение. 2015. Т.80. Вып. 1. С.98 - 105.
- A49. Перепёлкин В.В., Почукаев В.Н., Скоробогатых И.В. Динамические эффекты возмущенного движения полюса деформируемой Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2018. Т.100. №1. С. 135-142.

A50. Перепёлкин В.В., Филиппова А.С., Вэй Ян Сое Уточненная модель долгосрочного прогноза движения земного полюса // Космонавтика и ракетостроение. 2018. Т.100. №. 1. С. 143-149.

- в других изданиях:

A51. Марков Ю.Г., Сеницын И.Н., Перепелкин В.В., Дасаев Р.Р. Стохастические корреляционные модели движения полюса деформируемой Земли //Тезисы докладов 8 Международной конференции «Устойчивость, управление и динамика твердого тела» (3-7 сентября 2002г.) Донецк. Изд. Института прикладной математики и механики НАН Украины. 2002. С.99-100.

A52. Микрин Е.А., Михайлов М.В., Рожков С.Н., Семёнов А.С., Краснопольский И.А., Почукаев В.Н., Марков Ю.Г., Перепелкин В.В. Моделирование возмущений орбит космических аппаратов, высокоточный прогноз эфемерид спутников ГЛОНАСС и GPS // Новости навигации. 2014. №3. С.9-18.

A53. Перепёлкин В.В. Влияние моментов флуктуационно-диссипативных сил на вращение Земли// Всероссийская астрономическая конференция ВАК-2004 «Горизонты Вселенной» МГУ, ГАИШ, 3-10 июня 2004г. – Москва. Изд.ГАИШ МГУ С.237

A54. Перепёлкин В.В. Диссипативный фактор во вращательном движении Земли // Международный симпозиум по классической и небесной механике 2004г. Великие Луки

A55. Перепёлкин В.В. Амплитудно-частотный анализ колебаний полюса Земли с учетом высокочастотных воздействий //Тезисы докладов Международной конференции посвященной трехсотлетию Леонарда Эйлера «Классические задачи динамики твердого тела» (9-13 июня 2007г.) Донецк. С.62.

A56. Bondarenko V.V., Filippova A.S., Markov Yu.G., Perepelkin V. Amplitude-frequency analysis of the Earth orientation parameters and the variation of the second zonal harmonic of the geopotential.// Journées 2013 Observatoire de Paris, France. P.228-229.

A57. Perepelkin V., Bondarenko V. Irregular phenomena in the Earth pole oscillation process and temporal variations of geopotential // Journées 2014. Pulkovo observatory, Russia, P.217-218.

**Цитируемая литература:**

1. Джигоева М.И., Марков Ю.Г. К задаче о приливной эволюции вращений вязкоупругой планеты. // Космические исследования. 1990. Т.28. №5. С.787-788.
2. Марков Ю.Г., Миняев И.С. Пространственный вариант задачи “деформируемая планета-спутник” в поле притягивающего центра. // Космические исследования. 1994. Т.32. Вып. 6. С. 89-98.
3. Садов Ю.А. Переменные действие-угол в задаче Эйлера-Пуансо. // ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 5. С. 962-964.
4. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г. Движение полюса Земли. // Доклады Академии наук. 2002. Т. 382. №2. С.199-205.
5. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г., Рыхлова Л.В. Прогноз движения полюса деформируемой Земли. // Астрономический журнал. 2002. Т. 79. №10. С.952-960.
6. Акуленко Л.Д., Кумакшев С.А., Марков Ю.Г., Рыхлова Л.В. Гравитационно-приливной механизм колебаний полюса Земли // Астрономический журнал. 2005. Т.82. №10. С.950-960.
7. Сидоренков Н.С. Физика неустойчивостей вращения Земли М.: Наука. 2002.