**Гравитационная энергия слоисто-неоднородных эллипсоидов, эллипсоидальных гало и оболочек**

**Б.П. Кондратьев, Трубицына Н.Г.**

*ГAИШ,* *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова*

*Пулковская Астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург*

*Удмуртский государственный университет, г. Ижевск*

**Абстракт.** Слоисто-неоднородные элиипсоиды – распространенное явление во Вселенной. В работе получены новые точные формулы для гравитационной энергии как отдельных слоисто-неоднородных оболочек, так и сплошных эллипсоидов. Метод применяется для вычисления взаимной энергии галактик и окружающих их гало, состоящих из темной материи. Формулы для энергии найдены в конечном аналитическом виде.

**1. Введение**

Известно, что распределение поверхностной яркости у эллиптических галактик удовлетворительно описывается формулой Хаббла [1]

 (1)

где нормированное расстояние от центра а параметр, который находится выравниванием данных фотометрии. Подставляя (1) в известное интегральное уравнение

 (2)

связывающее объемную плотность с распределением поверхностной яркости и сохраняя после интегрирования только главный член, получим

 (3)

Ранее этот закон плотности был назван нами «астрофизическим». Внутренний и внешний потенциал эллипсоида с астрофизическим законом плотности были найдены нами ранее (Кондратьев 1989, 2003, 2007).

Но реальные галактики не являются изолированными, многие из них погружены в гало из темной материи. Методом численного моделирования (Navarro, Frenk and White 1997) установлено, что закон распределения темной материи в сферическом случае имеет вид

 (4)

Однако сферические слои - лишь частный случай слоев эллипсоидальных. В этой работе мы рассмотрим трехосный гравитирующий эллипсоид с астрофизическим законом плотности (3), окруженный неоднородной эллипсоидальной оболочкой с законом плотности, обобщающим закон (4) NFW. Получены неизвестные ранее формулы для гравитационной энергии как отдельных слоисто-неоднородных оболочек, так и сплошных эллипсоидов, окруженных гало. В частности, метод применяется для вычисления взаимной энергии галактик и окружающих их гало, состоящих из темной материи.

**2. Обобщение на эллипсоидальные слои астрофизического**

**закона плотности и закона NFW**

Эллипсоидальная стратификация в на слои-гомеоиды задается параметром

 (5)

Для определенности полагаем 

Для эллиптических галактик астрофизический закон плотности (3) можно представить формулой

 (6)

где плотность в центре эллипсоида.

Закон распределения плотности NFW (4) для эллипоидальных слоев мы

представим в виде

 (7)

где переменный параметр дан в (5).

**3. Масса и гравитационная энергия *эллипсоида***

**с астрофизическим законом плотности**

Пусть эллипсоид с законом плотности (6) ограничен внешней поверхностью с полуосями  Масса такого эллипсоида 

 (8)

будет равна

 (9)

Как отмечалось, внутренний и внешний потенциал эллипсоида с астрофизическим законом плотности были найдены (Кондратьев 1989, 2003, 2007).

В монографии (Кондратьев 2007, стр. 353) дана также общая формула для гравитационной энергии слоисто-неоднородного эллипсоида

 (10)

где эксцентриситеты сечений эллипсоида равны

 (11)

а вспомогательная функция

 (12)

причем масса промежуточного эллипсоида с поверхностью , состоящего из гомотетических слоей, следует из (9) при замене  При законе плотности (6)

получим:

 (13)

   Тогда (10) примет вид (14)

или

 (15)

где  из (9).

**2. Масса и гравитационная энергия неоднородной**

**гомотетической оболочки**

Далеерассмотрим гравитирующую неоднородную оболочку, состоящую из гомотетических слоев равной плотности. Пусть этот слой ограничен внешней эллипсоидальной поверхностью с полуосями  и внутренней поверхностью с полуосями

 (). Закон плотности в оболочке дан в (7). Масса слоя будет равна

 (16)

Согласно (7),

 (17)

поэтому формула (15) примет вид

 (18)

и, следовательно, масса слоя будет равна

 (19)

Гравитационная энергия оболочки дается выражением, аналогичной формуле (10)

 (20)

в которой, однако, стоит иная вспомогательная функция

 (21)

     С учетом  гравитационная энергия оболочки с обобщенным законом плотности (7) будет равна (22)

**3. Взаимная гравитационная энергия неоднородной гомотетической оболочки и эллипсоида с астрофизическим законом плотности**

Как известно (Кондратьев 1989, 2007, стр. 221), взаимную гравитационную энергию гомеоида и внутреннего эллипсоида можно представить интегралами

 (23)

Существенно следующее: так как потенциал эллипсоидальной гомотетической оболочки в её полости не зависит от координат, то в формуле (23) удобнее взять именно первый

вариант:

 (24)

При астрофизическом законе плотности



масса эллипсоида  дается выражением (9). Входящий в формулу (24) потенциал оболочки в точках внутри полости равен (Кондратьев 2007)

 (25)

Так как

 (26)

находим потенциал оболочки в её полости

 (27)

Следовательно, взаимная гравитационная энергия эллипсоида и его оболочки равна



(28)

**4. Полная гравитационная энергия эллипсоида с астрофизическим законом плотности, покруженного в гало из темной материи**

Объединяя полученныерезультаты, получим полную гравитационную энергию всей системы:

 (29)

В эту формулу входят:

 (30)

(31)

 (32)

Поставленная задача решена.