

Шкала расстояний и кинематика цефеид Галактики по данным TGAS

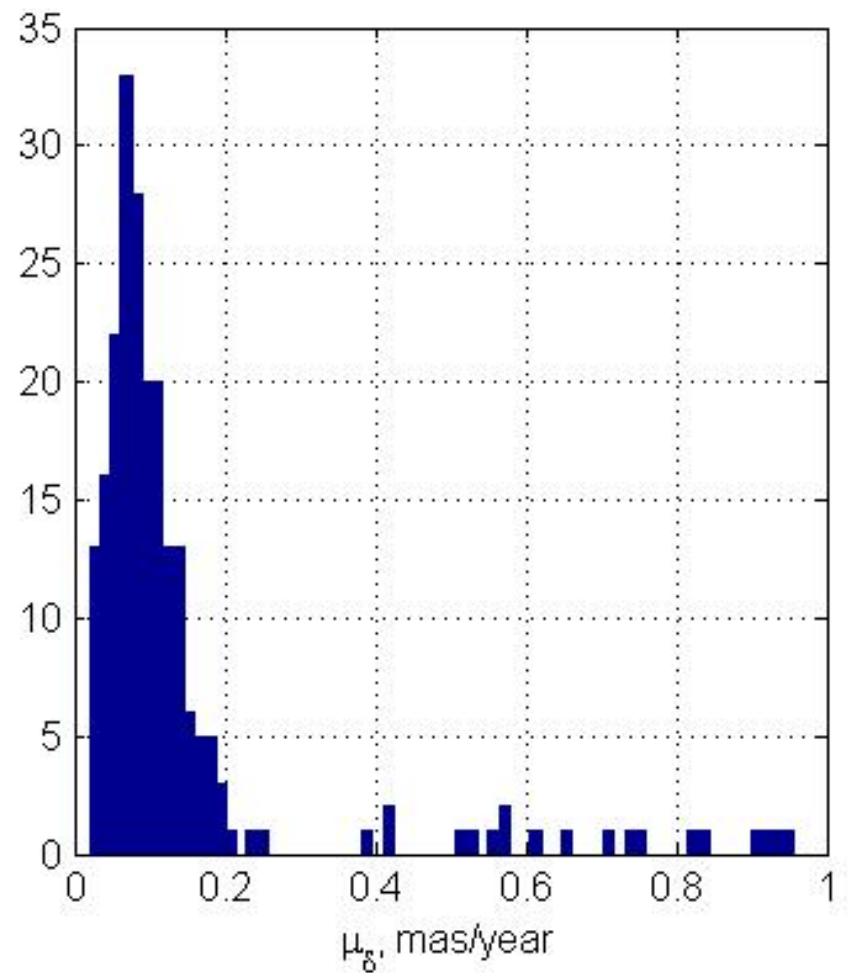
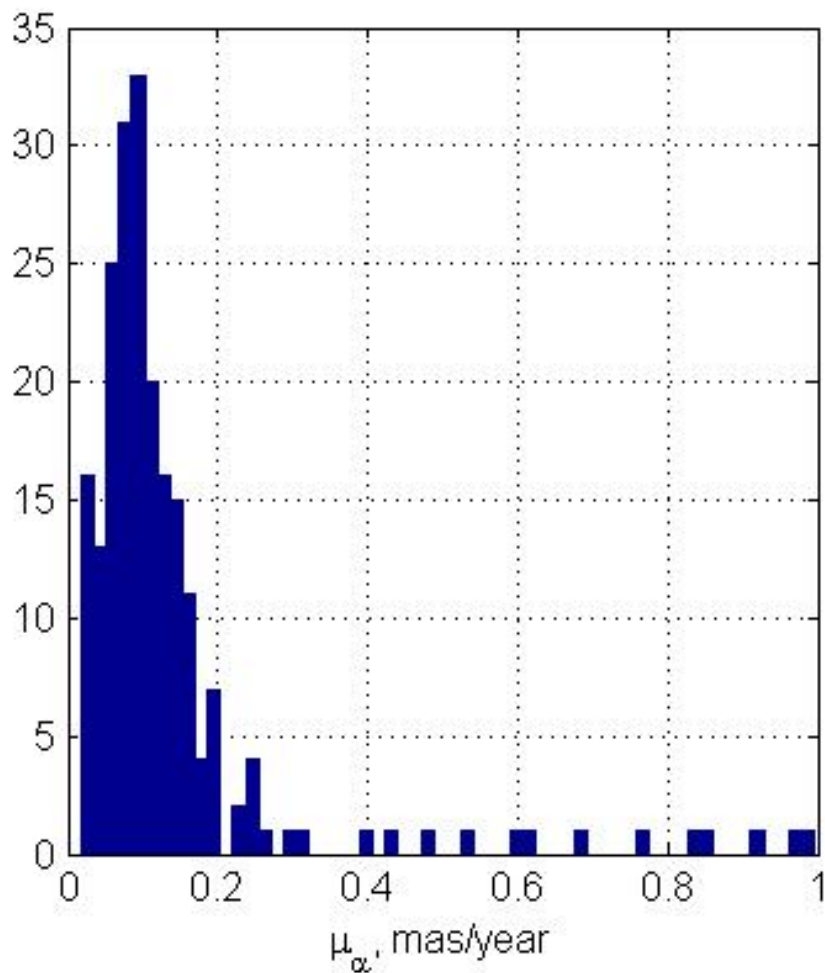
Кривая вращения Галактики и её спиральный узор
по новым кинематическим данным
о цефеидах Млечного Пути

А.С.Расторгуев^{1,2}, М.В.Заболотских¹,
Н.Д. Уткин^{1,2}

1 – ГАИШ МГУ, 2 – Физфак МГУ

Июнь 14, 2017, Екатеринбург, УрФУ.
"Современная звёздная астрономия - 2017"

- **TGAS:** Tycho-GAIA Astrometric solution (GAIA Collaboration, A&A, V.595, A1-A7, A133, 2016)
- **Новые собственные движения:** ~220 цефеид
- **Исходные расстояния:** PL Бердникова и др. (1996), выведенная по 9 цефеидам – членам рассеянных скоплений
- **Лучевые скорости:** для ~150 цефеид – база данных ИЛС (Горыня, Расторгуев, Самусь и др., 1987-2016); литературные данные (в т.ч. база данных Fernie (1995+))
- **Методика анализа:** статистические параллаксы, принцип максимального правдоподобия (Заболотских и др. 2002, Расторгуев и др. 2017), полный учёт случайных ошибок данных и *систематических ошибок шкалы расстояний*



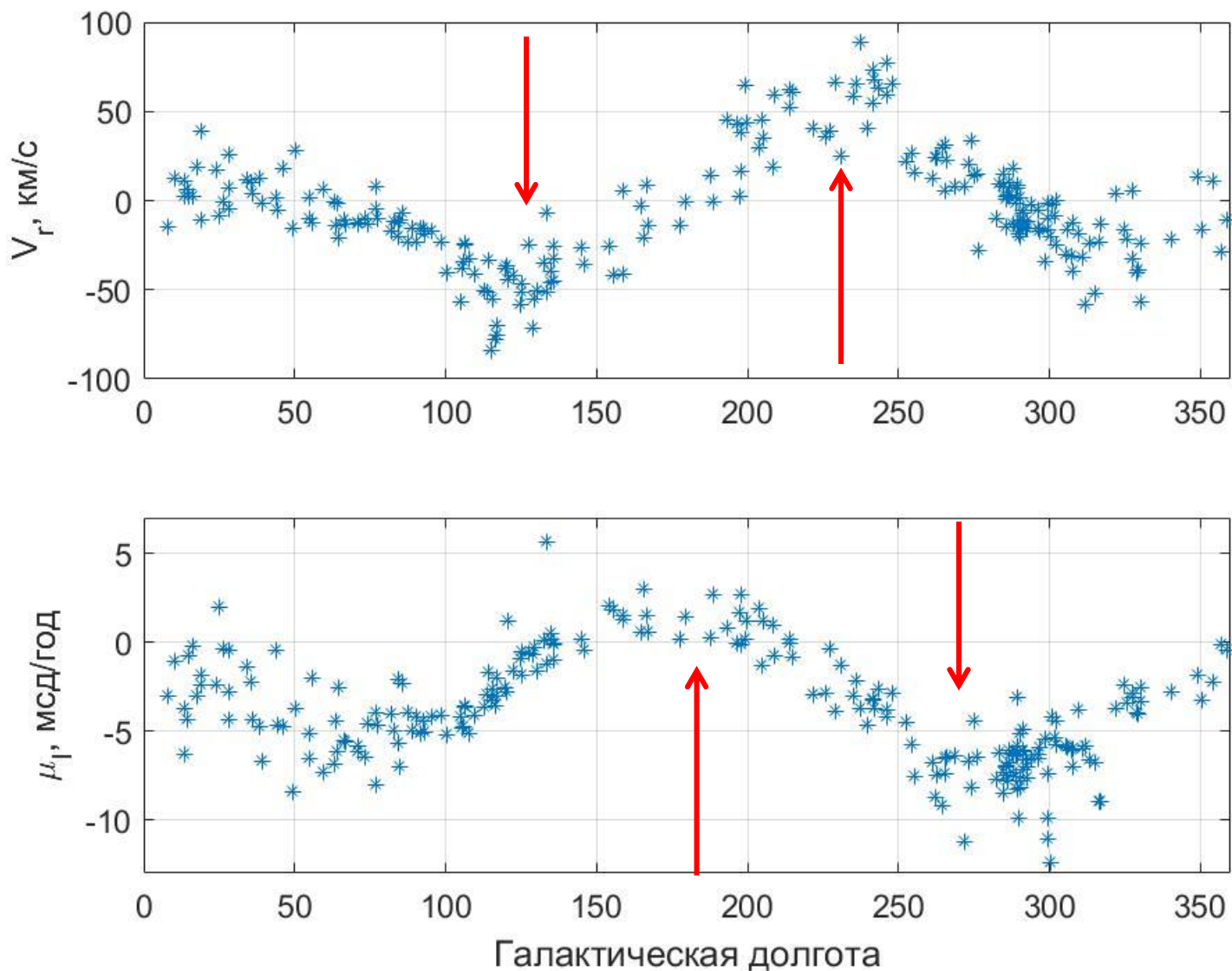
Распределение собственных движений цефеид TGAS.

На расстоянии 2 кпк средняя ошибка тангенциальной скорости ~ 1 км/с (сравнима с характерными ошибками лучевых скоростей)

Но некоторые ошибки достигают 4 mas/year

“Двойная волна” в лучевых скоростях и собственных движениях (TGAS) цефеид ($T < 300$ Myr)

Сдвиг фаз
 $\Delta\phi \approx \frac{1}{4}\pi$
между
“волнами”



Модели поля пространственных скоростей

$$\begin{pmatrix} V_r \\ kr\mu_l \\ kr\mu_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_0(\omega - \omega_0) \sin l \cos b \\ (R_0 \cos l - r \cos b)(\omega - \omega_0) - r\omega_0 \cos b \\ -R_0(\omega - \omega_0) \sin l \sin b \end{pmatrix}$$
$$-G^T \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} = \delta \vec{V}_{\text{loc}}, \quad (4)$$

- **Модель #1: чистое вращение**
- (все формулы из статьи Расторгueva и др., *AstBull*, V.72, P.122-140, 2017)

Модели поля пространственных соростей

$$\begin{pmatrix} V_r \\ kr \mu_l \\ kr \mu_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_0(\Omega - \Omega_0) \sin l \cos b \\ (R_0 \cos l - r \cos b)(\Omega - \Omega_0) - r\Omega_0 \cos b \\ -R_0(\Omega - \Omega_0) \sin l \sin b \end{pmatrix} \\
 - \begin{pmatrix} -(R_0(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}) \cos l - \frac{\Pi}{R} r \cos b) \cos b \\ R_0(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}) \sin l \\ (R_0(\frac{\Pi}{R} - \frac{\Pi_0}{R_0}) \cos l - \frac{\Pi}{R} r \cos b) \sin b \end{pmatrix} \\
 - G^T \times \begin{pmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{pmatrix} = \delta \vec{V}_{loc}, \quad (7)$$

Модель #2: вращение + спиральные возмущения

Матрица вращения G

$$G = \begin{pmatrix} \cos b \cos l & -\sin l & -\sin b \cos l \\ \cos b \sin l & \cos l & -\sin b \sin l \\ \sin b & 0 & \cos b \end{pmatrix} \quad (5)$$

преобразует компоненты скорости объекта

$$\vec{V}_{\text{loc}} = \begin{pmatrix} V_r \\ kr \mu_l \\ kr \mu_b \end{pmatrix} \quad (6)$$

из локальной системы координат (связанной с направлением на объект) в компоненты скорости

$$\vec{V}_{\text{gal}} = \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \end{pmatrix} = G \times \vec{V}_{\text{loc}}$$

- Модифицированные угловые скорости

$$\Omega = \omega + \frac{\Theta}{R}, \quad \Omega_0 = \omega_0 + \frac{\Theta_0}{R_0},$$

- Возмущения скоростей от спирального узора (линейная теория Линя-Шу, 1969)

$$\begin{pmatrix} \Pi \\ \Theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_R \cdot \cos \chi \\ f_\Theta \cdot \sin \chi \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \Pi_0 \\ \Theta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_R \cdot \cos \chi_0 \\ f_\Theta \cdot \sin \chi_0 \end{pmatrix}$$

- Фазовый угол в волне

$$\chi - \chi_0 = m(\psi - \text{ctg } i \times \lg \frac{R}{R_0})$$

- Замена угловых скоростей в уравнениях Ботлингера

$$\begin{aligned} \omega \rightarrow \Omega &= \omega + f_\Theta \times \sin \chi / R, \\ \omega_0 \rightarrow \Omega_0 &= \omega_0 + f_\Theta \times \sin \chi_0 / R_0 \end{aligned}$$

Тензор ковариации

- Невязка (остаточная скорость):
- Матрица ошибок и корреляций

$$\vec{\delta V}_{\text{loc}} = \begin{pmatrix} \delta V_r \\ kr \delta \mu_l \\ kr \delta \mu_b \end{pmatrix}$$

$$L_{\text{err}} = \langle \delta \vec{V}_{\text{loc}} \cdot \delta \vec{V}_{\text{loc}}^T \rangle$$

$$= \begin{pmatrix} \sigma_{V_r}^2 & 0 & 0 \\ 0 & k^2 r^2 \sigma_{\mu_l}^2 & k^2 r^2 \sigma_{\mu_l} \sigma_{\mu_b} \rho_{\mu_l \mu_b} \\ 0 & k^2 r^2 \sigma_{\mu_l} \sigma_{\mu_b} \rho_{\mu_l \mu_b} & k^2 r^2 \sigma_{\mu_b}^2 \end{pmatrix}$$

- “Космическая” дисперсия (эллипсоид скоростей)

$$L_0 = \begin{pmatrix} \sigma U^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma V^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma W^2 \end{pmatrix}$$

- Его приведение в локальную систему

$$L_{\text{resid}} = P \times G_S \times L_0 \times G_S^T \times P^T$$

- Вспомогательный вектор

$$\vec{\Upsilon} = M \times [G^T \times \vec{V}_0 + \vec{V}_{\text{sys}}] - r/p \times P \times \partial \vec{V}_{\text{sys}} / \partial r$$

- $p = r_{\text{expected}} / r_{\text{true}}$ - коэффициент шкалы расстояний

- Тензор ошибок шкалы расстояний

$$\delta L = (\sigma_\pi / \pi)^2 \times [M \times G_S \times L_0 \times G_S^T \times M^T + \vec{\Upsilon} \times \vec{\Upsilon}^T]$$

- (M, P) - вспомогательные матрицы 3x3

- Полный тензор остаточной скорости (невязки) - обобщённый "вес" вклада каждого объекта выборки

$$L_{\text{loc}} = L_{\text{err}} + L_{\text{resid}} + \delta L$$

- Полная скорость систематических движений

$$\vec{V}_{\text{sys}} = \vec{V}_{\text{rot}} + \vec{V}_{\text{spir}}$$

- Вычисление ошибок поля скоростей, индуцированных случайными и систематическими ошибками расстояний

$$\frac{\partial \vec{V}_{\text{rot}}}{\partial r} = \begin{pmatrix} R_0 \times \frac{\partial}{\partial r} (\omega - \omega_0) \times \sin l \times \cos b \\ (R_0 \times \cos l - r \times \cos b) \times \frac{\partial}{\partial r} (\omega - \omega_0) - \omega \times \cos b \\ -R_0 \times \frac{\partial}{\partial r} (\omega - \omega_0) \times \sin l \times \sin b \end{pmatrix} \quad (99)$$

- где

$$\begin{aligned} \frac{\partial (\omega - \omega_0)}{\partial r} &\approx \frac{\cos b}{R} (r \cos b - R_0 \cos l) \\ &\times \sum_{n=1}^K \frac{1}{(n-1)!} \frac{\partial^n \omega_0}{\partial r^n} (R - R_0)^{n-1}, \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \vec{V}_{\text{spir}}}{\partial r} = \left(\frac{\partial V_r^{\text{sp}}}{\partial r} \quad \frac{\partial V_l^{\text{sp}}}{\partial r} \quad \frac{\partial V_b^{\text{sp}}}{\partial r} \right)^T$$

- То же самое для вклада волны ПЛОТНОСТИ

$$\frac{\partial V_r^{\text{sp}}}{\partial r} = f_R/R \cdot \cos b \cdot (\cos b \cos \chi +$$

$$+ D \cdot (\cos \chi \cdot \frac{\partial R}{\partial r}/R + \sin \chi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r})) -$$

$$- f_\Theta R_0/R \cdot \sin l \cos b \cdot (\cos \chi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r} - \sin \chi \cdot \frac{\partial R}{\partial r}/R);$$

$$\frac{\partial V_l^{\text{sp}}}{\partial r} = -f_R R_0/R \cdot (\sin \chi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r} + \cos \chi \cdot \frac{\partial R}{\partial r}/R) \cdot \sin l +$$

$$+ f_\Theta/R \cdot (\cos b \sin \chi + D \cdot (\sin \chi \cdot \frac{\partial R}{\partial r}/R - \cos \chi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial r}));$$

$$\frac{\partial V_b^{\text{sp}}}{\partial r} = -\frac{\partial V_r^{\text{sp}}}{\partial r} \cdot \tan b.$$

- Плотность вероятности распределения невязки

$$f(\delta \vec{V}_{\text{loc}} \mid \Lambda) = (2\pi)^{-3/2} |L_{\text{loc}}|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \delta \vec{V}_{\text{loc}}^T L_{\text{loc}}^{-1} \delta \vec{V}_{\text{loc}}\right\}$$

- Полная вероятность для всей выборки

$$F(\delta \vec{V}_{\text{loc}}(1), \dots, \delta \vec{V}_{\text{loc}}(N) \mid \Lambda) = \prod_{i=1}^N f_i(\delta \vec{V}_{\text{loc}} \mid \Lambda)$$

- Функция правдоподобия

$$LF(\Lambda) = \frac{3}{2} N \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N [\ln |L_{\text{loc}}(i)| + \delta \vec{V}_{\text{loc}}^T(i) L_{\text{loc}}(i)^{-1} \delta \vec{V}_{\text{loc}}(i)]$$

- Λ – набор неизвестных параметров поля скоростей

Вычисления

- Раздельные вычисления для цефеид с $P > 10^d$ (68 объектов) и $P < 10^d$ (157 объектов)
- Фиксировалось $R_0 = 8.2$ кпк
- 2 модели поля скоростей (чистое вращение / вращение + возмущения от волны плотности)
- Отношение горизонтальных осей эллипсоида скоростей: ф-ла Линдблада (связь через текущие значения угловой скорости ω и эпициклической частоты κ)

- Варианты изменения радиальной дисперсии скоростей:

- 1) постоянная по радиусу $\sigma U(R) = \sigma U(R_0) = \sigma U_0$

- 2) экспоненциально уменьшающаяся в расстоянии

$$\frac{\sigma U(R)}{\sigma U(R_0)} \approx \exp \left(\frac{R_0 - R}{H_D} \right)$$

- 3) "уравнение состояния"

типа Тумре

$$\frac{\sigma U(R)}{\sigma U(R_0)} \approx \frac{\kappa(R_0)}{\kappa(R)} \exp \left(\frac{R_0 - R}{H_D} \right)$$

- Параметр шкалы диска принимался равным $H_D = 3, 4$ кпк (различий практически нет)

- Определялась поправка к шкале расстояний (с типичной ошибкой $\sigma_p \sim \pm 0.04$)

Коэффициент шкалы расстояний (3 варианта)

Const σU	Rotation	Ratio	Rot + Spir	Ratio
Long	0.924	1.12	0.943	1.13
Short	0.823		0.837	
Exp σU	Rotation	Ratio	Rot + Spir	Ratio
Long	1.067	1.04	1.051	1.08
Short	0.978		0.977	
Toomre σU	Rotation	Ratio	Rot + Spir	Ratio
Long	1.020	1.16	1.012	1.13
Short	0.883		0.894	

Шкалы расстояний

- Для большинства вариантов $p_{short} < p_{long}$: систематическое различие шкал на 5...15%
- Шкала расстояний цефеид короткопериодической группы систематически (на 5...15%) короче шкалы расстояний цефеид долгопериодической группы
- Возможная причина: неотожествлённые обертоновые короткопериодические цефеиды. Эффект недооценки расстояния может достигать ~60% : PL + оценка поглощения (Заболотских и др. 2002)

“Великое объединение”

- **Идея:** согласовать шкалы расстояний 2-х выборок в соответствии с величинами найденных поправок для каждой из них, корректируя исходные расстояния по формуле

$$(r_{new} = r_{expected} / p)$$

- Результат: единая большая выборка с (предположительно) согласованными расстояниями, анализирувавшаяся теми же методами

Перерасчёт коэффициента шкалы расстояний

Модель	Rotation	Rot + Spir
Const σ_U	0.990	0.987
Exp σ_U	0.965	0.999
Toomre σ_U	0.984	0.987

В пределах ошибки ($\sigma_p \sim \pm 0.02$) шкалы
можно считать выровненными

Параметры модели чистого вращения для коэффициента шкалы $p = 1$ (приведены значения LFO)

	U0 км/с	V0 км/с	W0 км/с	σU км/с	σW км/с	$\Omega 0$ км/с/ кпк	ω' км/с/ кпк ²
Const σU (2549)	-9.1	-12.4	-7.5	13.8	7.6	28.9	-3.94
Exp σU (2577)	-7.2	-14.1	-6.5	17.2	6.4	30.5	-5.0
Toomre σU (2569)	-8.7	-11.0	-7.0	15.3	7.1	29.7	-3.84
	± 2.0	± 1.5	± 1.0	$\pm 1-2$	± 0.70	± 0.8	± 0.3

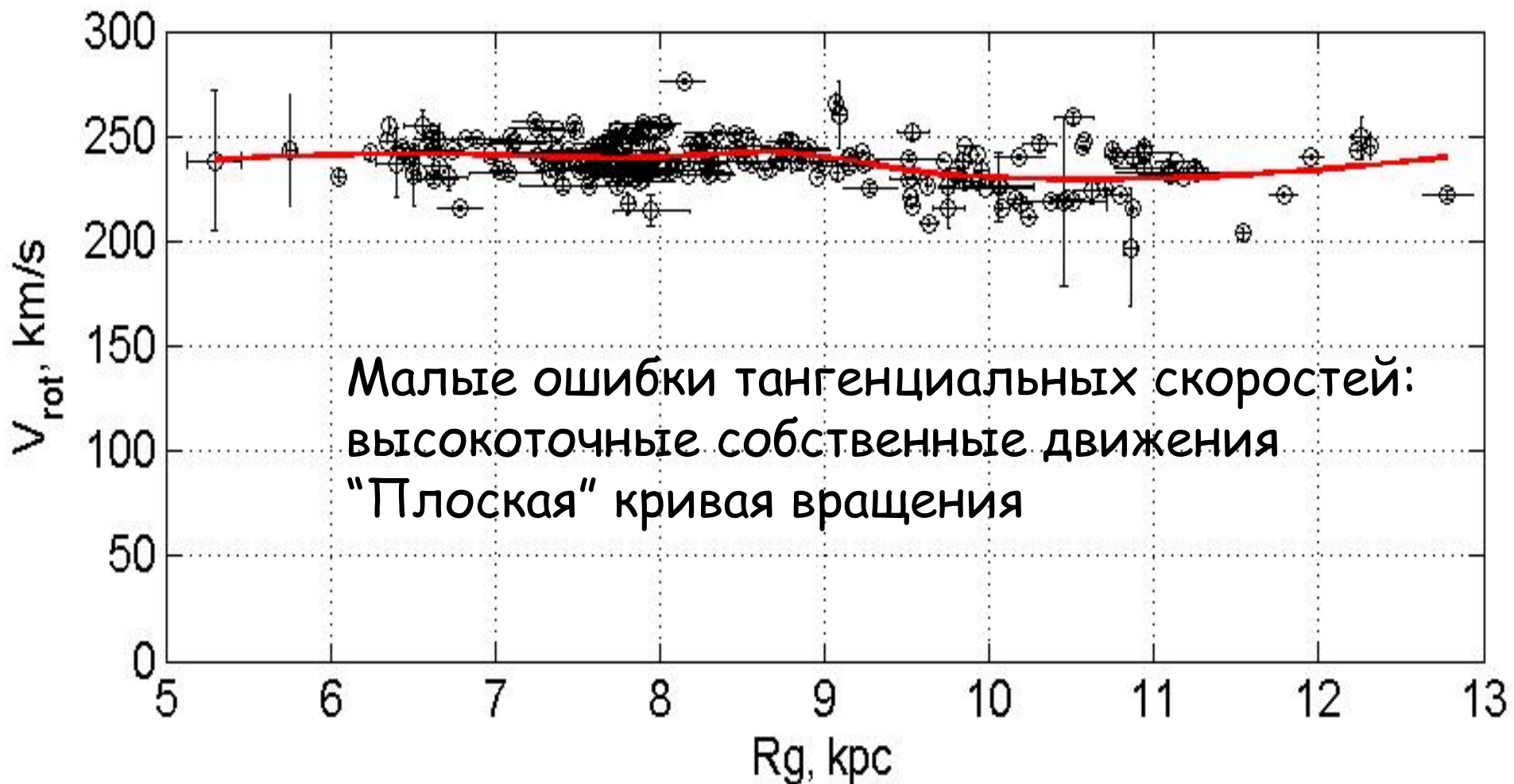
Параметры модели с вращением и волной плотности для коэффициента шкалы $p = 1$ (приведены значения LFO)

	U0 км/с	V0 км/с	W0 км/с	σU км/с	σW км/с	$\omega 0$ км/с/ кпк	ω' км/с/ кпк ²	fR км/с	f θ км/с	X0 deg	i deg
Const σU 1932	-13.1	-13.8	-7.4	13.8	7.5	29.1	-4.2	-4.0	+1.8	159	-9.6
Exp σU 1955	-12.5	-14.4	-6.5	16.8	6.5	31.1	-5.1	-5.0	+2.9	163	-10.3
Toom re σU 1940	-12.0	-12.4	-6.9	15.9	7.0	30.3	-4.2	-4.0	+1.7	147	-10.4
$\pm$	± 1.5	± 1.0	± 0.8	± 1.2	± 0.6	± 0.5	± 0.2	± 2.0	± 1.5	± 25	± 1.2

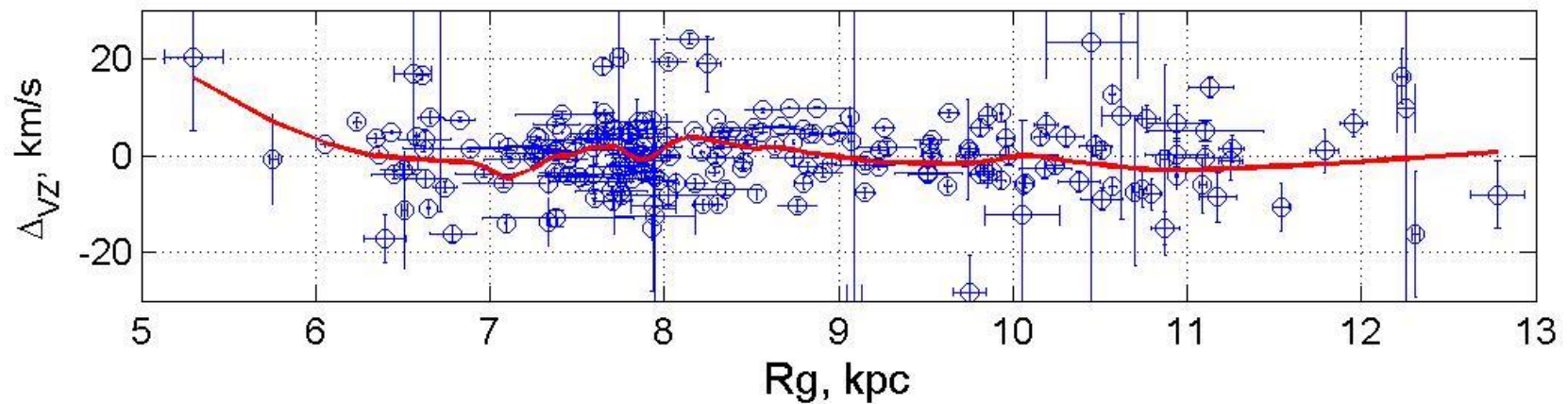
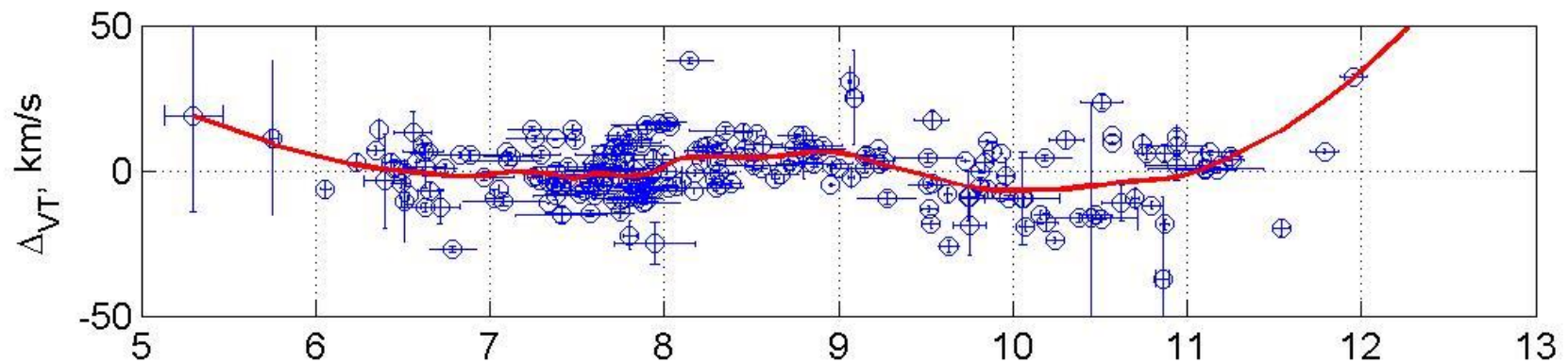
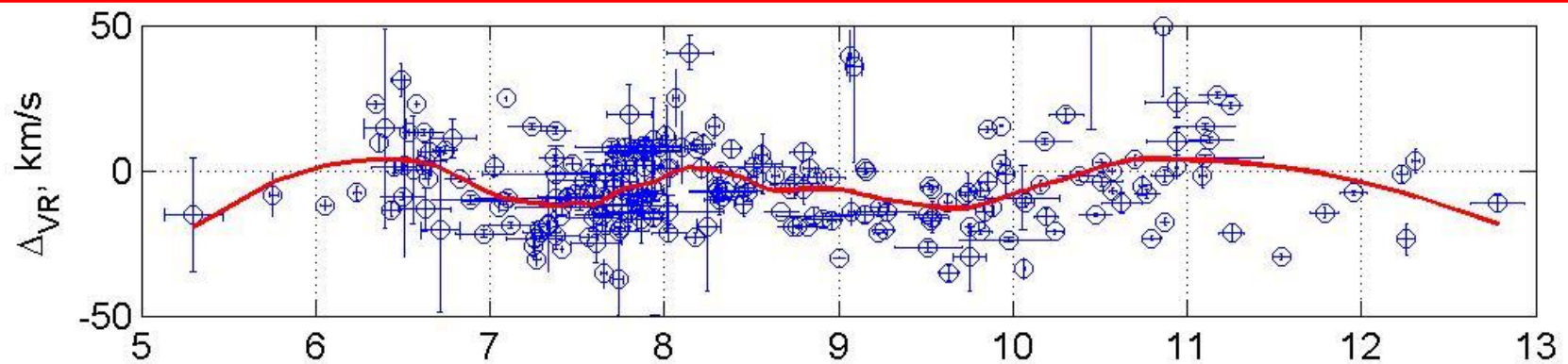
- Судя по значениям функции правдоподобия в глобальном минимуме (LFO), наихудшая модель чистого вращения – с экспоненциальным убыванием радиальной дисперсии скоростей, а **наилучшая – с постоянной по радиусу дисперсией скоростей**
- Все модели со спиральной волной плотности заметно лучше моделей чистого вращения
- Лучше всего воспроизводит наблюдения модель со спиральной волной плотности и постоянной радиальной дисперсией скоростей (**$LFO \approx 1932$** по сравнению с аналогичной моделью чистого вращения **$LFO \approx 2549$**) (как и для мазеров !)

Кривая вращения системы цефеид Галактики

$$V_0 \approx (238 \pm 8) \text{ км/с}, A_0 \approx (17.2 \pm 1.2) \text{ км/с/кпк}$$



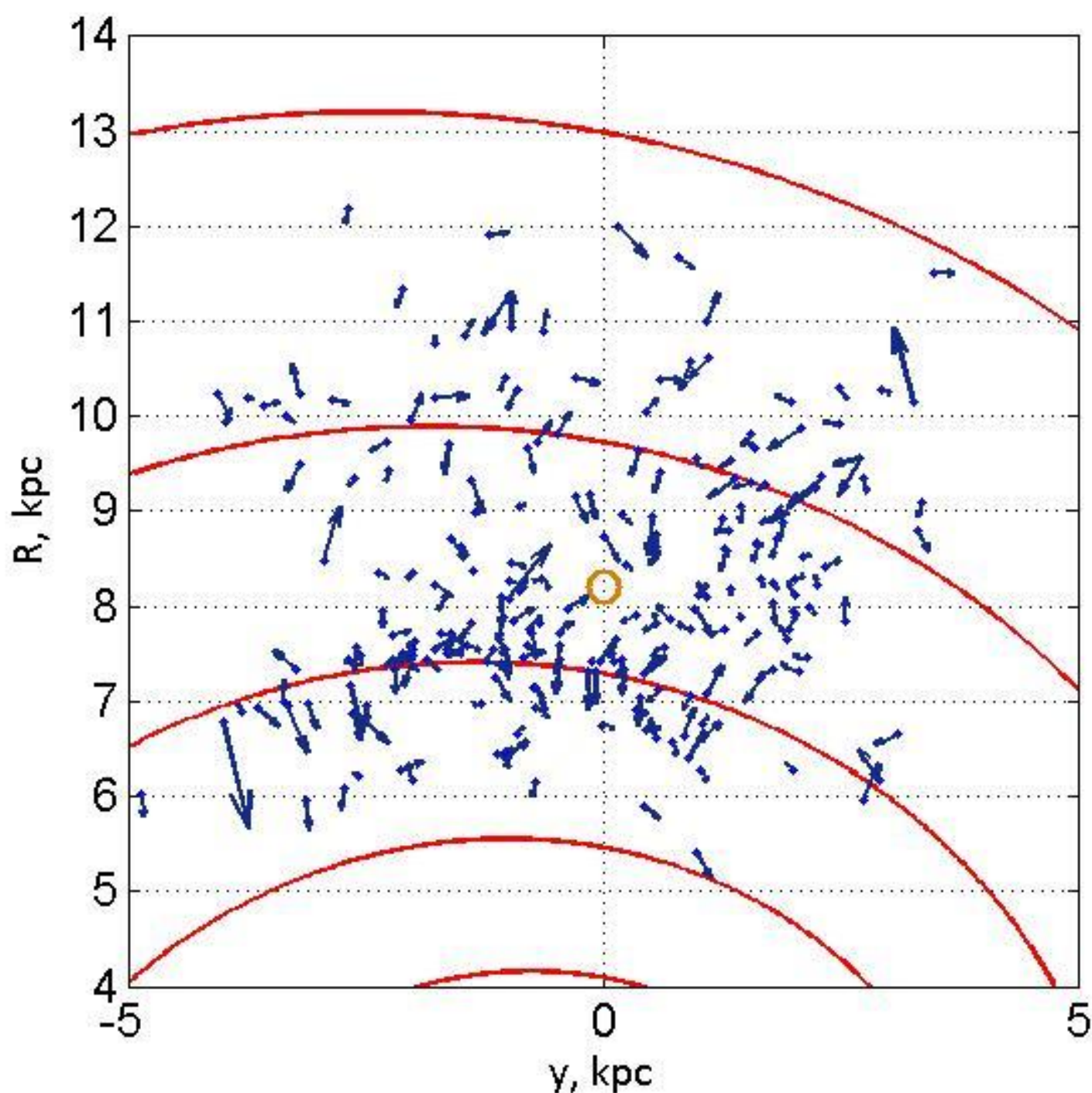
Residual velocities



Кинематический
спиральный
узор Галактики
по данным о
224 цефеидах
(TGAS)

Угол закрутки
 $i \approx -9.6 \pm 1^\circ$

Показаны
остаточные
скорости от
модели
чистого
вращения



Сравнение кинематических параметров цефеид и мазеров (Расторгуев и др. 2017)

	U0	V0	W0	$\sigma U0$	$\sigma W0$	$\omega0$	ω'	fR	f θ	x0	i
Ceps	-13.1	-13.8	-7.4	13.8	7.5	29.1	-4.2	-4.0	+1.8	159	-9.6
$\pm$	± 1.5	± 1.0	± 0.8	± 1.2	± 0.6	± 0.5	± 0.2	± 2.0	± 1.5	± 25	± 1.0
Ma-sers	-11.0	-19.6	-8.9	9.4	5.9	28.4	-3.8	-7.0	+2.6	130	-10.4
$\pm$	± 1.4	± 1.2	± 1.1	± 0.9	± 0.8	± 0.5	± 0.1	± 1.5	± 1.1	± 11	± 0.3

Различия $\sigma U0$, $\sigma W0$, fR, f θ , i объясняются различиями возрастов цефеид (от 25-30 до ~300 млн. лет) и мазеров (менее 20-25 млн. лет)

Угол закрутки в хорошем согласии с данными Дамбиса и др. (2016) по пространственному распределению цефеид
 Проблема с большими различиями V0 (LSR): эффекты селекции выборки мазеров (их практически не наблюдали в III-IV квадрантах - надежда на ALMA !

- Благодарим за внимание !